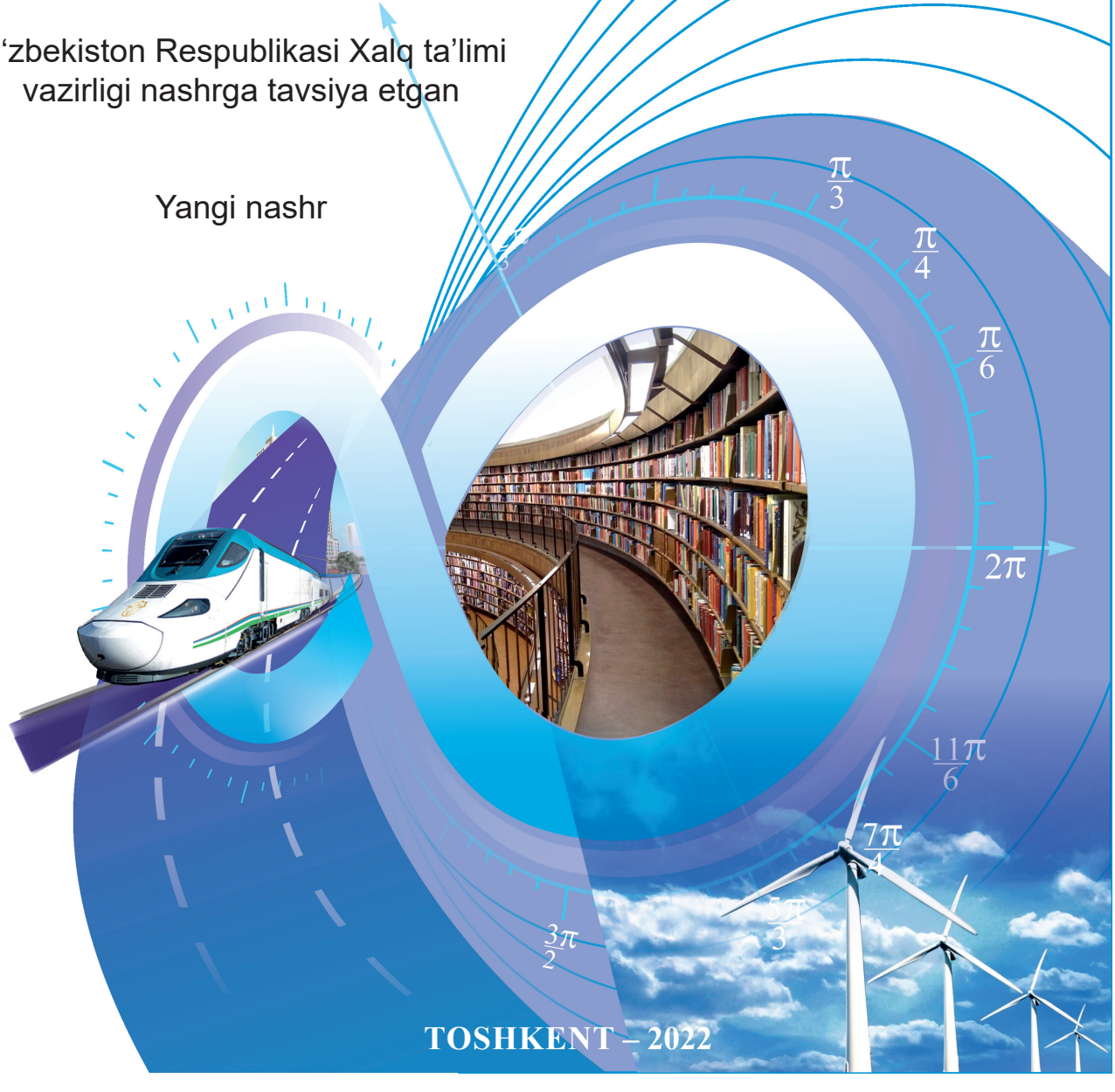
ALGEBRA
VA ANALIZ ASOSLARI
10

O‘qituvchilar uchun metodik qo‘llanma

O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta’limi vazirligi nashrga tavsiya etgan

Yangi nashr



TOSHKENT – 2022

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

UO‘K 512(072)
KBK 22.14
S 31

Tuzuvchilar:

Adilbek Zaitov, Ra’no Hamrayeva, Baxtiyor Abdiyev, Kalmurza Sagidullayev,
Umid Rahmonov, Xolmirza Yusupov, Baljan Urinbayeva

Xalqaro ekspert:

Marcelo Staricoff

Taqrizchilar:

M. A. Mirzaahmedov – Muhammad al-Xorazmiy nomidagi ixtisoslashtirilgan maktab matematika fani o‘qituvchisi, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent.

J. A. Qo‘yjonov – Navoiy viloyati Xatirchi tumanidagi 5-umumiy o‘rta ta’lim maktabi matematika fani o‘qituvchisi.

D. D. Aroyev – Qo‘qon davlat pedagogika instituti matematika kafedrasi dotsenti, PhD.

10-sinf. Algebra va analiz asoslari [Matn]: O‘qituvchilar uchun metodik qo‘llanma / A. Zaitov [va boshq.] – Toshkent: Respublika ta’lim markazi, 2022. – 240 b.

UNICEFning O‘zbekistondagi vakolatxonasi
bilan hamkorlikda tayyorlandi.

Original maket va dizayn konsepsiyasi
Respublika ta’lim markazi tomonidan ishlandi.

Respublika maqsadli kitob jamg‘armasi mablag‘lari hisobidan chop etildi.

SHARTLI BELGILAR:

– oson topshiriqlar.

– murakkabroq topshiriqlar.

– murakkab topshiriqlar.

– kichik mavzular.

ISBN 978-9943-8826-9-0

© Respublika ta’lim markazi, 2022

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

MUNDARIJA

SO‘ZBOSHI.....5
MATEMATIKA FANIDAN MILLIY O‘QUV DASTURI.....7
ALGEBRA VA ANALIZ ASOSLARI FANIDAN 10-SINF UCHUN O‘QUV DASTURI VA TAVSIYAVIY SOATLAR TAQSIMOTI.....13
MATEMATIKA FANINI O‘QITISH JARAYONINI TASHKIL QILISH.....18

TAKRORLASH

KVADRAT FUNKSIYA.....27
KVADRAT TENGSIZLIK.....31
TRIGONOMETRIK AYNIYATLAR.....36
ARIFMETIK VA GEOMETRIK PROGRESSIYALAR.....42

1-BOB. FUNKSIYALAR

FUNKSIYA. FUNKSIYANING BERILISH USULLARI.....46
FUNKSIYANING ANIQLANISH SOHASI VA QIYMATLAR TO‘PLAMI.....50
FUNKSIYALAR USTIDA ARIFMETIK AMALLAR.....56
MURAKKAB, TESKARI, DAVRIY FUNKSIYALAR.....60
FUNKSIYA XOSSALARI.....66
FUNKSIYA GRAFIGI USTIDA SODDA ALMASHTIRISHLAR.....73
CHIZIQLI VA KVADRATIK MODELLASHTIRISHLAR.....79
LOYIHA ISHI.....82
SUMMATIV BAHOLASH. 1-NAZORAT ISHI.....86

2-BOB. RATSIONAL TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR. IRRATSIONAL TENGLAMALAR

RATSIONAL TENGLAMALAR.....87
RATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI.....94
RATSIONAL TENGSIZLIKLAR.....100
RATSIONAL TENGSIZLIKLAR SISTEMASI.....105
IRRATSIONAL TENGLAMALAR.....110
IRRATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI.....115
SUMMATIV BAHOLASH. 2-NAZORAT ISHI.....121

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

3-BOB. KO‘RSATKICHLI VA LOGARIFMIK FUNKSIYALAR

KO‘RSATKICHLI FUNKSIYA....122
KO‘RSATKICHLI TENGLAMALAR....126
KO‘RSATKICHLI TENGSIZLIKLAR....130
LOGARIFM TUSHUNCHASI. LOGARIFMIK FUNKSIYA....133
LOGARIFMIK IFODALARNI AYNIY ALMASHTIRISH....139
LOGARIFMIK TENGLAMALAR....146
KO‘RSATKICHLI VA LOGARIFMIK TENGLAMALAR SISTEMASI....150
LOGARIFMIK TENGSIZLIKLAR....156
KO‘RSATKICHLI VA LOGARIFMIK FUNKSIYALARNING TATBIQI....161
SUMMATIV BAHOLASH. 3-NAZORAT ISHI....166

4-BOB. TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR. DAVRIY JARAYONLAR....167
TESKARI TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR....176
LOYIHA ISHI....183
LOYIHA ISHI....187
SUMMATIV BAHOLASH. 4-NAZORAT ISHI....189

5-BOB. TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR

TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR....190
BA'ZI TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI....197
TRIGONOMETRIK TENGSIZLIKLAR....202
SUMMATIV BAHOLASH. 5-NAZORAT ISHI....210

6-BOB. EHTIMOLLIKLAR NAZARIYASI

TASODIFIY HODISALAR....211
EHTIMOLLIK TA'RIFLARI....214
SUMMATIV BAHOLASH. 6-NAZORAT ISHI....220

TAKRORLASH....221

TAKRORLASH (JAVOBLAR)....234

10-SINF “ALGEBRA VA ANALIZ ASOSLARI” DARSLIGI UCHUN TA’LIMIY ILOVA

10-SINF “ALGEBRA VA ANALIZ ASOSLARI” DARSLIGI UCHUN VIDEODARSLAR

SO‘ZBOSHI

Hurmatli ustozlar!

Mazkur o‘quv metodik qo‘llanma matematika fani o‘qituvchilariga mo‘ljallangan bo‘lib, unda mualliflar A. Zaitov, R. Hamrayeva, B. Abdiyev, K. Sagidullayev, U. Rahmonov, B. Urinbayevalar tomonidan tayyorlangan 10-sinf “Algebra va analiz asoslari” darsligidagi mavzularni bayon etish uchun ko‘rsatmalar keltirilgan.

Matematikaning jamiyatimizda tutgan o‘rni nihoyatda beqiyosdir. Ushbu metodik qo‘llanmada sonli ifodalar va o‘zgaruvchi miqdorlar ustida arifmetik va algebraik amallarni o‘rganuvchi “Algebra” hamda o‘zgaruvchi miqdorlarning bog‘langanlik qoidalari – funksiyalar va ularning xossalarini o‘rganuvchi “Matematik analiz” fanlarining elementlari bayon etilgan.

Darslikdagi mavzular O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-son qarori ijrosini ta’minlash maqsadida O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi V. I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti, O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta’limi vazirligi, Respublika ta’lim markazi tomonidan tavsiya etilgan reja asosida tanlandi.

Darslikda quyidagi asosiy yo‘nalishlarda nazariy bilim, amaliy misol-masalalar, hayotiy vaziyatlarning matematik modellari mualliflar tomonidan sodda tilda bayon etilgan:

- funksiyalar (ularning xossalari, berilish usullari, aniqlanish sohasi, qiymatlar to‘plami, grafigi, ular ustida arifmetik amallar, funksiyalarni grafik usulida qo‘shish, grafikni siljitish, siqish, cho‘zish);
- ratsional va irratsional tenglamalar, ratsional tenglamalar sistemalari, irratsional tenglamalar sistemalari, ratsional va irratsional tengsizliklar, ratsional tengsizliklar sistemalari;
- ko‘rsatkichli va logarifmik funksiyalar (ko‘rsatkichli ifoda, ko‘rsatkichli funksiya, ko‘rsatkichli tenglama, ko‘rsatkichli tengsizlik, logarifm tushunchasi, logarifmik ayniyatlar, logarifmik ifodalarni soddalashtirish, logarifmik funksiya, logarifmik tenglama, ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi, ko‘rsatkichli va logarifmik tengsizliklar);
- trigonometrik funksiyalar (ularning ta’rifi, xossalari, davrlari, grafiklari), teskari trigonometrik funksiyalar (ta’riflari, xossalari, grafiklari);
- trigonometrik tenglamalar va ularning ildizlari, trigonometrik tengsizliklar va ularning yechimlari;
- ehtimolliklar nazariyasi (tasodifiy hodisalar, ehtimollikning klassik, statistik, geometrik ta’riflari).

Shuni ta’kidlash joizki, darslikda asosiy elementar (ular 5 ta sinfdan iborat: darajali, ko‘rsatkichli, logarifmik, trigonometrik va teskari trigonometrik) funksiyalar hamda elementar (asosiy elementar funksiyalar ustida chekli sondagi arifmetik amallar bajarilishi natijasida hosil bo‘lgan) funksiyalar bilan bir qatorda elementar bo‘lmagan funksiyalar (masalan, sonning kasr qismi) ham qaralgan.

Funksiyalarning xossalarini o‘rganishda ularning grafiklaridan foydalanishga alohida e’tibor qaratilgan. Darslikda kiritilayotgan har bir tushuncha, har bir xossaning hayotiy qo‘llanishi ko‘rsatilgan. Masalan, kundalik hayotimizda uchrab turadigan yer ostidan suv chiqarish masalasi chiziqli funksiya orqali tavsiflanishi mumkinligi keltirilgan. Darslikda ikkita funksiyaning murakkab funksiyasi, berilgan funksiyaga teskari funksiya (agar mavjud bo‘lsa), juft funksiya, toq funksiya, davriy funksiya tushunchalari keltirildi. Bunda bayonni yengillashtirish maqsadida ayrim hollarda matematik qat’iyatlilikdan voz kechildi.

Ratsional va irratsional tenglamalar, tengsizliklar, ularning sistemalarini yechishda teng kuchli tenglamalar, teng kuchli tenglamalar sistemasi, teng kuchli tengsizliklar sistemasi, tenglamaning natijasi, tenglamalar sistemasining natijasi, tengsizliklar sistemasining natijasi kabi tushunchalar ishlatildi.

Tengsizlik (yoki ularning sistemasi)ning yechimi to‘plam bo‘lishiga urg‘u berildi.

Ko‘rsatkichli ifodalar, funksiyalarni o‘rganishda darajaning asosi 0 va 1 bo‘la olmasligi o‘quvchilar uchun mo‘ljallangan darsliklarda birinchi marta tushuntirildi. Ko‘rsatkichli tenglamalar, tengsizliklarni ularga teng kuchli ratsional tenglama tengsizliklarga keltirib yechish usullari bayon etildi.

Logarifm tushunchasi ehtiyoj sifatida tabiiy usulda kiritildi, uning asosiy xossalari berildi. Logarifmik funksiyaga ta'rif berildi, uning xossalari sanab o'tildi, grafigining eskizini chizish ko'rsatildi. Logarifmik tenglamalar, tengsizliklarni ularga teng kuchli ratsional tenglamalar, tengsizliklar sistemasiga keltirib yechish usullari tushuntirildi.

Ko'rsatkichli funksiyalar mavzusini bayon etishda matematikaning ekologik jarayonlarni tavsiflashi mumkinligi ta'kidlab o'tilgan. Undan tashqari, birinchi marta maktab darsligida ipoteka qarzi foizini hisoblash formulasi hayotiy masala yechimi sifatida berildi. Nafaqat matematika, balki fizika darsliklarida ham isboti keltirilmagan radioaktiv moddaning yarim yemirilish davri formulasi birinchi marta maktab darsligida isbotlandi.

Atrofimizni o'rab turgan tabiat, jamiyatda sodir bo'ladigan hodisalarning ayrimlari davriy takrorlanib turadi. Bunday jarayonlar *davriy jarayonlar* deb yuritiladi. Darslikda davriy jarayonlarni tavsiflovchi funksiyalar – trigonometrik funksiyalar alohida o'rin tutadi. Davriy jarayonlarda ozgina ehtiyotsizlik global muammolarni keltirib chiqadi. Masalan, 2022-yil 25-yanvar kuni elektr tizimida ehtiyotsizlik oqibatida "Blackout" deb ataluvchi hodisa ro'y berdi. Natijada Markaziy Osiyodagi bir necha davlatlarda elektr toki o'chib qoldi. Buning sababi elektr tizimidagi (davriy jarayonlarning) rezonans hodisasi edi.

To'rtta trigonometrik funksiya (*sin*, *cos*, *tg*, *ctg*) larning ta'riflari maktab darsligida birinchi marta bitta ta'rifda uyg'unlashtirildi.

Teskari trigonometrik funksiya (*arcsin*, *arccos*, *arctg*, *arcctg*)lar ta'riflari bayon etildi.

Matematik fanlarni o'qitish yoshlarning shaxs bo'lib shakllanishida muhim o'rin tutadi. Matematik masalalarni o'qib, anglab, tushunib, ularni yecha olgan o'quvchida o'ziga ishonch oshadi, mas'uliyat shakllanadi, jamiyatda o'z o'rniga ega bo'lish hissi paydo bo'ladi. Tabiat va jamiyatda sodir bo'ladigan hodisalar qat'iy qonuniyatlarga bo'ysunishi, hatto tasodifiy hodisalar ham matematik talqin qilinishi mumkinligini anglaydi. Bunday o'quvchi matematika sirlarini o'zlashtirish bilan birga jamiyat oldida mas'uliyatli bo'lishni, shaxs sifatida nafaqat haq-huquqini talab qilishni, balki o'z xatti-harakati uchun javobgar ekanini kompetensiya darajasida bilib oladi.

Darslikda ehtimolliklar nazariyasi elementlarini bayon etishda mualliflar yuqoridagilarni inobatga olishdi.

Mualliflar jamoasi metodik qo'llanmani yaratishda matematika fani o'qituvchilariga manzur bo'ladigan eng sodda bayon etish yo'llarini, usullarini qo'llashga intilishdi. Har bir mavzu bo'yicha uslubiy ko'rsatmalar berildi, darslikda berilgan tipik misol, masalalardan namunalar yechib ko'rsatildi, qolganlarining javoblari keltirildi.

Qo'llanma so'ngida darslikning "Qo'shimcha topshiriqlar" bo'limidan olingan topshiriqlardan namunalar ba'zi darslarga qo'shimcha topshiriq sifatida berildi. Darsga vaqt yetmagan holatda bu topshiriqlarni uyga vazifa sifatida ham berish mumkin. Har bir bob so'ngida o'tilgan mavzular bo'yicha "Nazorat ishi" materiallaridan namuna keltirilgan. Shuningdek, har bir nazorat ishidan keyin xatolar ustida ishlash mavzusi o'qituvchining ijodiy faoliyatidan kelib chiqqan holda mustaqil ishlash imkoniyatini yaratadi. O'qituvchi xatolar ustida ishlash darsida nazorat ishi natijalariga ko'ra o'quvchilar bilimida mavzular bo'yicha aniqlangan bo'shliqlarni bartaraf etish uchun xatolarni tushuntiradi. O'quvchilar esa nazorat ishida berilgan topshiriqlarga o'xshash topshiriqlarni bajaradi va xulosalar chiqaradi.

Darslikdagi ba'zi mavzular uchun QR kod joylashtirildi. Bu QR kodni skaner qilish orqali shu mavzuga doir videodarsni tomosha qilib, yangi mavzuni o'zlashtirish mumkin. Darslikning mundarija qismida 10-sinf "Algebra va analiz asoslari" darsligi uchun ta'limiy o'yinlarning va **https://phet.colorado.edu/** platformasining QR kodi joylandi. Bu ta'limiy o'yinlarning barchasi ushbu sinf mavzularidan kelib chiqib tuzilgan.

Hurmatli o'qituvchilar! Sizlar uchun yaratilgan ushbu metodik qo'llanma avvalo davlatimiz ta'lim siyosati respublikamizning barcha hududlarida bir xilligini ta'minlashga qaratilgan. Bu kitob Siz ustozlarning og'ir, mashaqqatli, sharafli mehnatingizda yengillik yaratishga ham xizmat qiladi.

Shogirdlaringiz muvaffaqiyat cho'qqilariga erishganini ko'rib yurish Sizga har doim nasib etsin.

Mualliflar

MATEMATIKA FANIDAN MILLIY O‘QUV DASTURI

I. Matematika fanidan Milliy o‘quv dasturining maqsadlari

Matematika fanini o‘qitishdan ko‘zlangan maqsadlar quyidagilardan iborat:

- o‘quvchilar tomonidan matematik tushunchalar, xossalar, geometrik shakllar, usullar va algoritmlar haqidagi bilim, ko‘nikmalar egallanishini ta’minlash;
- inson kamoloti va jamiyat taraqqiyotida matematikaning ahamiyatini anglatish, ijtimoiy-iqtisodiy munosabatlar, kundalik hayotda matematik bilim va ko‘nikmalarni muvaffaqiyatli qo‘llashga o‘rgatish;
- o‘quvchilarning individual xususiyatlarini rivojlantirgan holda mustaqil ta’lim olish, kreativ, tanqidiy fikrlash va mantiqiy tahlil, qiziquvchanlik, muammolarni hal qilish, yangiliklar yaratishga bo‘lgan ko‘nikmalarini namoyon qilish va rivojlantirish;
- fanlar integratsiyasini inobatga olgan holda o‘quvchilarda milliy va umuminsoniy qadriyatlarni shakllantirish hamda ularni ongli ravishda kasb tanlashga yo‘naltirish;
- kelgusida matematikadan bilim va ko‘nikmalar talab qilinadigan boshqa fanlarni o‘rganish uchun zarur bo‘lgan matematik mazmunni shakllantirish va rivojlantirish.

II. Matematika fanidan o‘quvchilarda rivojlantiriladigan tayanch kompetensiyalar

Umumiy o‘rta ta’lim tizimida o‘quvchilarda fanga oid kompetensiyalar bilan birgalikda tayanch kompetensiyalar shakllantirilishi belgilab berilgan. Turli fanlarni o‘rganish orqali o‘quvchilarda tayanch kompetensiyalarni shakllantirish – o‘zlashtirgan bilim va ko‘nikmalarini turli hayotiy vaziyatlarda qo‘llay olishga qaratilishi maqsadga muvofiq.

Kommunikativ kompetensiya

Kommunikativ kompetensiyalarni shakllantirishda davlat tili, xorijiy tillarni o‘zlashtirishda mustaqil, ijodiy fikrlash, yozma va og‘zaki ravon bayon etish, to‘g‘ri talaffuz qilish, izohlab berish hamda erkin muloqot qilishga o‘rgatish zarur. Xususan, matematika fanining o‘z ilmiy tili, o‘z tushunchalari, belgi va timsollari ham mavjud bo‘lib, bu tilda muloqot qilish – kommunikativ kompetensiyalarni shakllantirish omili sifatida qaralishi lozim.

Axborot bilan ishlash kompetensiyasi

Fanlarni o‘qitishda axborot bilan ishlash kompetensiyasini samarali rivojlantirish imkoniyatlarini kengaytiruvchi zamonaviy axborot-telekommunikatsiya vositalaridan muntazam foydalanish zarur. Bunda o‘quvchilarni darslik, elektron resurslar va turli o‘quv manbalari bilan ishlash, matematika faniga oid axborotlarni turli manbalardan izlash, tahlil qilish va axborot xavfsizligiga rioya qilgan holda axborot vositalari bilan ishlash ko‘nikmalarini shakllantirishda turli amaliy dasturiy paket va ta’minotlardan, mobil qurilma (telefon, planshet va boshqa gadjetlar)lardan foydalanish tavsiya etiladi.

O‘z-o‘zini rivojlantirish kompetensiyasi

O‘z-o‘zini rivojlantirish kompetensiyasini shakllantirishda umuminsoniy qadriyatlar asosiga qurilgan fazilatlarga ega bo‘lish, Vatanni sevish, jamiyat va tabiat haqidagi bilimlarga ega bo‘lish, yangiliklarga intilish va o‘zlashtirgan nazariy bilimlari asosida mustaqil qaror qabul qilishga, jamiyatda ro‘y berayotgan progressiv va innovatsion o‘zgarishlardan xabardor va ularga daxldor bo‘lish, doimo zamonaviy bilim va ko‘nikmalarni egallashga intilish, ulardan kundalik hayotda

foydalana olishni o‘zlashtirish zarur. Matematika fanini puxta o‘rganish orqali o‘quvchilar tartib-intizomga o‘rganadilar, har bir muammoga matematik masala sifatida qarab, uni yechishda qat’iyatli bo‘ladilar.

Ijtimoiy-emotsional va fuqarolik kompetensiyasi

Ijtimoiy-emotsional va fuqarolik kompetensiyasini shakllantirish fuqarolik burchi, ijtimoiy va siyosiy rivojlanish, favqulodda vaziyatlar, ekologik muammolar haqida bilimlarga ega bo‘lish hamda badiiy va san’at asarlarini tushunish, ularni asrashda tashkilotchilik xislatlarini rivojlantirishdan iborat. Matematika o‘quvchilarni haqgo‘ylik, nohaqlikka befarq bo‘lmaslik va vatanga sadoqat ruhida tarbiyalaydi. Matematika fanini puxta o‘rgatish o‘quvchilarni jamiyatning faol fuqarosi sifatida rivojlantirib borishga zamin yaratadi.

III. Matematika fani bo‘yicha “Al-jabr” ta’lim standartlari (bitiruvchilarning o‘zlashtirgan bilim va ko‘nikmalariga qo‘yilgan talablar)

Matematika fani bo‘yicha ta’lim standartlari matematika faniga umumta’lim maktablari (10-sinf) bitiruvchilarining fan bo‘yicha bilim, ko‘nikma va kompetensiyalariga qo‘yilgan umumlashgan talablardan iborat bo‘lib, ular matematik mazmun va amaliy faoliyat standartlariga bo‘linadi.

IV. Matematik mazmun standartlari (bilim va ko‘nikmalar)

Qisqacha tavsifi: asosiy matematik tushunchalar va munosabatlar mohiyatini tushunish va ulardan tipik o‘quv topshiriqlarini bajarishda foydalanish.

Ushbu standartlar o‘quvchilar matematikani o‘rganish orqali nimani tushunishi va nimalarni bajarishga qodir bo‘lishi kerakligini belgilab beradi. Matematikada tushunishning o‘ziga xos belgilaridan biri o‘quvchining matematik o‘zlashtirish darajasidan kelib chiqqan holda muayyan matematik ifodaning to‘g‘ri yoki noto‘g‘ri ekani yoki muayyan matematik qoidaning qayerdan kelib chiqishini asoslab berish qobiliyatidir. Matematik tushuncha mohiyatini tushunish va tipik amallarni bajarish ko‘nikmasi bir xilda muhim bo‘lib, ular muayyan murakkablik darajasidagi standart topshiriqlar yordamida baholanadi.

Matematik mazmun standartlari umumlashgan talablar ko‘rinishida ifodalanib, ular matematikaning quyidagi mazmun sohalari va bo‘limlarini qamrab oladi (kelgusida ishlatish qulay bo‘lsin uchun mazmun sohalari va bo‘limlar nomi bosh harf bilan kodlanadi):

- **Sonlar va amallar (SA);**
- **Algebra va funksiyalar (AF);**
- **Geometriya va o‘lchashlar (GO‘);**
- **Statistika va ehtimollik (SE);**
- **Matematik analiz (MA).**

Mazmun sohasi	Mazmun sohasi bo‘limlari	Bo‘lim bo‘yicha standartning qisqacha tavsifi va kodi
Sonlar va amallar (SA)	Son tushunchasi	Sonlar va miqdorlar (kattaliklar) haqida tushunchaga ega bo‘lish, ularning tasvirlash usullari va sanoq sistemalarini bilish (SA)
	Amallar va hisoblashlar	Matematik amallar mohiyatini bilish, sonlar va kattaliklar o‘rtasida munosabatlarni o‘rnatish va tushunish hamda masalalarni yechishda qo‘llash. Sonlar va kattaliklar ustida hisoblashlarni qiyinchiliklarsiz bajarish, natijaga tegishli baho berish, ularni chamalash va yaxlitlash (SA)
Algebra va funksiyalar (AF)	Algebraik ifodalar va almashtirishlar	Matematik belgi va timsollar yordamida hayotiy vaziyatlar va tabiatdagi hodisalarni, miqdoriy munosabatlarni matematik tilda ifodalash, tushunish va tahlil qilish, asosiy algebraik almashtirishlarni bilish va ulardan masalalar yechishda foydalanish (AF)
	Munosabatlar va funksiyalar	Tabiat va jamiyatdagi qonuniyatlar, munosabatlar mohiyatini funksiya sifatida tushunish, bu jarayonlardagi o‘zgaruvchilar orasidagi munosabatlarni matematik nuqtayi nazardan talqin qilish (AF)
	Tenglama va tengsizliklar	Chiziqli, kvadratik, ratsional, irratsional, ko‘rsatkichli (eksponensial), logarifmik, darajali va trigonometrik tenglamalar, tengsizliklar va ularning sistemalarini yechishda standart yechish metodlarini qo‘llay olish hamda yechimlarni ko‘rgazmali ifodalash (AF)
Geometriya va o‘lchashlar (GO‘)	Geometrik shakllar	Yassi va fazoviy geometrik shakllarni chizma, model va real voqelikda taniy olish, ularning asosiy xossalarini bilish (GO‘)
	Geometrik mushohada va masala yechish	Geometrik shakllarning xossalari haqida geometrik va mantiqiy fikrni rivojlantirish, geometrik isbot qilish metodlari va masalalarni yechish algoritmlaridan foydalanish, asosli matematik mulohazalar yuritish (GO‘)
	Geometrik yasashlar	Koordinatalar sistemasi va boshqa tasvirlash tizimlarida geometrik munosabatlarni tasvirlash va ularning geometrik o‘rnini aniqlash, sodda geometrik yasashlarni amalga oshirish, simmetriya va geometrik shakl almashtirishlardan foydalanish (GO‘)
	O‘lchashlar va o‘lchash usullari	Turli obyektlarning o‘lchanadigan elementlarini, o‘lchov birliklarini bilish, o‘lchov tizimlari va jarayonlarining mohiyatini tushunish, o‘lchash jarayonida mos o‘lchov usullari, formulalar, o‘quv qurollari, multimediali interaktiv ilovalar, kalkulyator va o‘lchov asboblaridan foydalanish (GO‘)

Statistika va ehtimollik (SE)	To‘plamlar nazariyasi va mantiq elementlari	To‘plamlar ustida amallar mohiyatini bilish va bajara olish, sodda mantiqiy xulosalarni chiqara olish (SE)
	Ma’lumotlarni statistik tahlil qilish	Kerakli ma’lumotlarni topish, aniqlash, yig‘ish va ularga ishlov berish hamda natijalarni talqin qilish va turli vositalar yordamida taqdim qilish; ma’lumotlarni tahlil qilish uchun mos statistik ishlov berish usullarini tanlash va qo‘llash, ma’lumotlar asosida tegishli xulosa qilish, bashoratlarni ishlab chiqish va ularni baholash (SE)
	Kombinatorika asoslari	Kombinatorika masalalari mohiyatini tushunish va ularni yechish algoritmidan hayotiy masalalarni yechishda foydalanish (SE)
	Ehtimolliklar nazariyasi asoslari	Tasodifiy, statistik hodisa va jarayonlar haqida tasavvurga ega bo‘lish, ularni tadqiq qilish, ehtimollik modellarini ishlab chiqish, ularni talqin qilish, baholash va ulardan foydalanish (SE)
Matematik analiz (MA)	Funksiya va uning tatbiqlari	Funksiyaga oid asosiy tushunchalarni, uning umumiy xossalari va turlarini bilish, aniqlay olish, shuningdek, asosiy elementar funksiyalarni taniy olish, ularning asosiy xossalarini bilish, ularni tenglama va tengsizliklar hamda amaliy masalalarni yechishda qo‘llay olish (MA)
	Hosila va uning tatbiqlari	Funksiyaning uzluksizligi va hosilasi tushunchalarining mohiyatini bilish, hosilaning geometrik va fizik ma’nolarini tushunish hamda funksiyalarni hosila yordamida tekshirish algoritmini bilish, ularni funksiyalarning xossalarini aniqlashda, shuningdek, amaliy, ekstremumga doir masalalarni yechishda qo‘llay olish (MA)
	Boshlang‘ich funksiya, aniq integral va uning tatbiqlari	Boshlang‘ich funksiya va aniq integral tushunchalarining mohiyatini bilish va ulardan turli amaliy (yuz va hajmlarni hisoblash, bajarilgan ishni topish) masalalarni yechishda foydalana olish (MA)

V. **Amaliy faoliyat standartlari (kompetensiyalar)**

Qisqacha tavsifi: o‘zlashtirilgan bilim va ko‘nikmalarni amaliy masalalarni yechishda va notanish vaziyatlarda qo‘llay olish (kompetensiyalar).

Mazkur standartlar ham umumlashgan mazmunda bo‘lib, ular o‘quvchilarning quyidagi amaliy faoliyat sohalarini qamrab oladi (kelgusida ishlatish qulay bo‘lsin uchun bu sohalar mos harflar bilan kodlanadi):

- **Mulohaza yuritish (MY);**
- **Matematik modellashtirish (MM);**
- **Muammoni hal qilish (MH);**
- **Muloqot qilish (MQ).**

Amaliy faoliyat turi	Amaliy faoliyatning qisqacha tavsifi	Amaliy faoliyat standartining qisqacha tavsifi va kodi
Mulohaza yuritish (MY)	Matematikaga oid fikrni asoslash, isbotlash yoki o‘zgalar fikriga munosabat bildirish uchun mantiqan asosli va tushunarli dalillarni keltirish	Aqliy faoliyatga asoslangan mantiqiy fikrlash, taxmin qilish, xulosa chiqarish, dalillar keltirish, asoslash, xulosalash, asoslov va sabablar ustida fikrlash (MY)
		Qo‘llanadigan ta’riflar, qoidalar, tushunchalar, algoritm va usullar, matematik yechimlar va xatolar ustida fikr yuritish (MY)
		Matematik tushunchalar orasidagi aloqalarni tanish va ulardan foydalanish (MY)
		Yaxlit matematik tushunchani hosil qilish uchun matematik tushunchalarni birlashtirish yoki birini ikkinchisining ustiga qurish (MY)
Matematik model-lashtirish (MM)	O‘quv va hayotiy muammolarni matematika tilida ifodalash, ularning matematik modelini qurish	Muammoli vaziyatlar mohiyatini o‘qib tushunish, tahlil qilish va unda keltirilgan muammoni aniqlash (MM)
		Tabiat, jamiyatdagi hodisa va jarayonlarni tushuntirish hamda modellashtirish uchun turli matematik talqin usullaridan foydalanish (MM)
		Muammoni matematik masala ko‘rinishida ifodalash, uning matematik modelini tuzish (MM)
Muammoni hal qilish (MH)	Matematikani qo‘llab muammoni hal qilish	Hayotiy muammo va amaliy matematik masalalarni yechish uchun o‘rganilgan matematik tushunchalar, faktlar, g‘oyalar, qonuniyatlar, algoritmlar va metodlardan foydalanish (MH)
		Muammo (masala)ni yechishda mantiqiy, kreativ fikrlash, matematik mushohada yuritish va ilmiy izlanish usullari: kuzatish, o‘lchash, tajriba o‘tkazish, analiz va sintez, induksiya va deduksiya, taqqoslash va analogiyalardan foydalanish (MH)
		Muammo (masala)ni yechishning muqobil usullari va algoritmlarini tahlil qilish, tanlash va asoslash (MH)
		Muammo (masala)ni yechish jarayonida yangi matematik bilimlarni hosil qilish va ularni o‘zlashtirish (MH)
		Matematik taxminlarni ifodalash va tadqiq qilish, matematik asoslash, taqqoslash va baholash (MH)

		Matematik yechimni real muammo mazmuniga ko‘chirish va matematik masalada tasvirlangan real muammoga nisbatan uni talqin qilish, topilgan yechimning muammo haqiqiy yechimiga mosligini, yaqinligini baholash (MH)
		Muammoni hal qilish algoritmlarini hayotiy vaziyatlar asosiga qurilgan kichik tadqiqot, loyiha ishini bajarish jarayonida namoyish qilish va taqdimot qilishda AKT imkoniyatlaridan foydalanish (MH)
Muloqot qilish (MQ)	Matematik tushuncha, belgi va timsollar asosida matematika tilida o‘zaro muloqot qilish	Matematik fikrni og‘zaki va yozma yetkazish, o‘zgalar bilan o‘zaro muloqot qilish uchun matematika tilidan, belgi va timsollardan o‘rnida foydalanish (MQ)
		Boshqalarning matematikaga oid fikrlarini tushunish, tahlil qilish, baholash va ularga munosabat bildirish (MQ)

Matematika fanidan amaliy faoliyat standartlari har bir sinf kesimida mazmun standartlari bilan uzviy bog‘liq bo‘lib, tegishli mazmun standartlarida o‘z aksini topgan. Amaliy faoliyat standartlari mazmun standartlariga mos, tegishli yosh fiziologik imkoniyatlari, aqliy va amaliy faoliyat sohalaridan kelib chiqib singdirilgan.

ALGEBRA VA ANALIZ ASOSLARI FANIDAN 10-SINF UCHUN O‘QUV DASTURI VA TAVSIYAVIY SOATLAR TAQSIMOTI (haftasiga 3 soatdan, jami 102 soat)

Bo‘lim va ajratilgan soat	Mavzular	O‘quv maqsadlari (standart elementlari)
TAKRORLASH **(10 soat)**	**Kvadrat funksiya va uning grafigi.** **Kvadrat tengsizlik va uning yechimi.** **Trigonometrik ayniyatlar.** **Arifmetik va geometrik progressiyalar.**	
I bob. FUNKSIYALAR **(17 soat)**	**Funksiya** Funksiyaning berilish usullari. Funksiyaning aniqlanish sohasi va qiymatlar to‘plami. Funksiya grafigi. Funksiyalar ustida arifmetik amallar. Murakkab funksiya. Teskari funksiya. Davriy funksiyalar. (7 soat)	M10.MA.1. Turli usullarda berilgan funksiyalarning xossalarini aniqlaydi, elementar funksiyalar grafiklarini tasvirlaydi. M10.MA.2. Murakkab funksiya, teskari funksiya, davriy funksiyalarni farqlaydi va ularning xossalarini biladi.
	Funksiya xossalari. Juft va toq funksiyalar. Funksiyalarning o‘sishi va kamayishi. Funksiya ekstremum nuqtalari va ekstremumlari. (3 soat)	M10.MA.3. Funksiyaning juft va toqligi, o‘sishi va kamayishi, ekstremum nuqtalari va ekstremumlarini aniqlaydi. M10.MA.17. Funksiyalarning monotonlik oraliqlari va ekstremumlarini topadi. M10.MA.18. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.
	Funksiya grafiklarini sodda almashtirishlar. Funksiya grafiklarini siljitish, siqish, cho‘zish. (2 soat)	M10.MA.4. Funksiya grafiklarini siljitadi, siqadi, cho‘zadi. M10.MA.19. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.
	Chiziqli va kvadratik modellashtirish. (2 soat)	M10.MA.1. Hayotiy masalalarni chiziqli yoki kvadratik modellashtirib masalani hal qiladi.

	STEM topshiriq (loyiha ishi). (1 soat)	M10.MA.1. Turli usullarda berilgan funksiyalarning xossalarini aniqlaydi, elementar funksiyalar grafiklarini tasvirlaydi. M10.MA.17. Elementar funksiyalarning monotonlik oraliqlari va ekstremumlarini topadi. M10.MA.19. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi. M10.ES.5. O‘zlashtirilgan bilim va ko‘nikmalar asosida, berilgan muammoli vaziyat bo‘yicha kichik o‘quv-tadqiqot mavzusi bo‘yicha loyiha ishini bajarish jarayonida amaliy faoliyat standartlari talablariga mos kompetensiyalarni shakllantirib boradi.
	Summativ baholash. 1-nazorat ishi. Xatolar ustida ishlash (2 soat).	
II bob. RATSIONAL TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR. IRRATSIONAL TENGLAMALAR (21 soat)	**Ratsional tenglamalar va ularning sistemalari.** Ratsional tenglamalar. Ratsional tenglamalar sistemasi. (6 soat)	M10.MA.5. Sodda ratsional tenglamalar va sodda ratsional tenglamalar sistemasini yechadi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Ratsional tengsizliklar va ularning sistemalari. Ratsional tengsizliklar. Ratsional tengsizliklar sistemasi. (6 soat)	M10.MA.6. Sodda ratsional tengsizliklar va sodda ratsional tengsizliklar sistemasini yechadi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Irratsional tenglamalar va ularning sistemalari. Irratsional tenglamalar. Irratsional tenglamalar sistemasi. (7 soat)	M10.MA.7. Sodda irratsional tenglamalar va sodda irratsional tenglamalar sistemasini yechadi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Summativ baholash. 2-nazorat ishi. Xatolar ustida ishlash (2 soat).	
	Ko‘rsatkichli funksiya. Ko‘rsatkichli funksiya va uning xossalari, grafigi. Ko‘rsatkichli ifodalarni soddalashtirish. (2 soat)	M10.MA.8. Ko‘rsatkichli, logarifmik funksiyalarning grafiklarini yasaydi. M10.MA.19. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.

III bob. KO‘RSATKICHLI VA LOGARIFMIK FUNKSIYALAR (20 soat)	**Ko‘rsatkichli tenglamalar.** Ko‘rsatkichli tenglamalar va ularni yechish. (2 soat)	M10.MA.10. Sodda ko‘rsatkichli, logarifmik tenglamalar, ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi, ko‘rsatkichli tengsizliklarni yecha oladi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Ko‘rsatkichli tengsizliklar. Ko‘rsatkichli tengsizliklar va ularning turlari. (2 soat)	M10.MA.10. Sodda ko‘rsatkichli, logarifmik tenglamalar, ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi, ko‘rsatkichli tengsizliklarni yecha oladi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Logarifmik funksiya. Logarifm haqida tushuncha. Logarifmik funksiya va uning xossalari, grafigi. Logarifmik ifodalarni ayniy almashtirish. (4 soat)	M10.MA.9. Logarifmik ifodalarni ayniy almashtiradi. M10.MA.19. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.
	Logarifmik tenglamalar. Logarifmik tenglamalarni yechish. (2 soat)	M10.MA.10. Sodda ko‘rsatkichli, logarifmik tenglamalar, ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi, ko‘rsatkichli tengsizliklarni yecha oladi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Logarifmik tengsizliklar. Logarifmik tengsizliklar va ularni yechish. (2 soat)	M10.MA.10. Sodda ko‘rsatkichli, logarifmik tenglamalar, ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi, ko‘rsatkichli tengsizliklarni yecha oladi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi. Ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi va ularni yechish. (2 soat)	M10.MA.10. Sodda ko‘rsatkichli, logarifmik tenglamalar, ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemasi, ko‘rsatkichli tengsizliklarni yecha oladi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.

	Ko‘rsatkichli modellashtirish. Murakkab foiz formulasi va uning tatbiqlari. O‘sish hodisalari. Radioaktiv yemirilish. (2 soat)	M10.MA.12. Murakkab foizni hisoblaydi va uning tatbiqlarini qo‘llaydi. M10.MA.19. Ko‘rsatkichli va logarifmik funksiyalar yordamida masalalarni modellashtiradi.
	Summativ baholash. 3-nazorat ishi. Xatolar ustida ishlash (2 soat).	
IV bob. TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR **(10 soat)**	**Trigonometrik funksiyalar.** *y = sinx, y = cosx, y = tgx y = ctgx* funksiyalar va ularning xossalari grafigi. Davriy jarayonlar. (2 soat)	M10.MA.13. Trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalarning grafiklarini yasaydi va xossalarini aniqlaydi. M10.MA.19. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi. M10.MA.14. Davriy jarayonlarni aniqlaydi.
	Teskari trigonometrik funksiyalar. *arcsina, arccosa, arctga, arcctga* ning qiymatlari. *y = arcsinx, y = arccosx, y = arctgx, y = arcctgx* funksiyalar va ularning xossalari, grafigi. (5 soat)	M10.MA.13. Trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalarning grafiklarini yasaydi va xossalarini aniqlaydi. M10.MA.19. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.
	STEM topshiriq (loyiha ishi). (1 soat)	M10.MA.13. Trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalarning grafiklarini yasaydi va xossalarini aniqlaydi. M10.MA.14. Davriy jarayonlarni aniqlaydi. M10.ES.5. O‘zlashtirilgan bilim va ko‘nikmalar asosida berilgan muammoli vaziyat bo‘yicha kichik o‘quv-tadqiqot loyiha ishini bajarish jarayonida amaliy faoliyat standartlari talablariga mos kompetensiyalarni shakllantirib boradi.
	Summativ baholash. 4-nazorat ishi. Xatolar ustida ishlash (2 soat).	
	Eng sodda trigonometrik tenglamalar. *sinx=a, cosx=a, tgx=a, ctgx=a* ko‘rinishdagi tenglamalar. (3 soat)	M10.MA.15. Eng sodda trigonometrik tenglama va tengsizliklarni yechadi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.

V bob. **TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR** **(12 soat)**	**Trigonometrik tenglamalarni yechish.** Ba'zi trigonometrik tenglamalarni yechish usullari. (3 soat)	M10.MA.15. Eng sodda trigonometrik tenglama va tengsizliklarni yechadi. M10.MA.16. Ba'zi trigonometrik tenglamalarni yechish usullarini biladi.
	Eng sodda trigonometrik tengsizliklar. Ba'zi trigonometrik tengsizliklarni yechish usullari. (4 soat)	M10.MA.15. Eng sodda trigonometrik tenglama va tengsizliklarni yechadi. M10.MA.11. Tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.
	Summativ baholash. 5-nazorat ishi. Xatolar ustida ishlash (2 soat).	
EHTIMOLLIKLAR NAZARIYASI **(8 soat)**	**Tasodifiy hodisalar.** Tajriba va natija. Muqarrar hodisalar. Tasodifiy hodisalar. Birgalikda va birgalikda bo'lmagan hodisalar. Bog'liq va bog'liq bo'lmagan hodisalar. Tasodifiy hodisa ehtimolligi. Qarama-qarshi hodisa va uning ehtimolligi. (2 soat)	M10.ES.1. Sodda tasodifiy hodisalarni tahlil qiladi, ularning modellarini quradi. M10.ES.2. Tajribalar asosida natijalar oladi. Hodisalar turlarini farqlaydi. Tasodifiy hodisa ehtimolligi, qarama-qarshi hodisa va uning ehtimolligini tahlil qiladi.
	Ehtimollikni hisoblashda kombinatorika formulalaridan foydalanish. (2 soat)	M10.ES.1. Sodda tasodifiy hodisalarni tahlil qiladi, ularning modellarini quradi. M10.ES.3. Mulohazalar hisobi va kombinatorikaga oid masalalarni yechadi.
	Teng ehtimolli hodisalar. Teng ehtimolli hodisalar va ularning ehtimolligini hisoblash. (2 soat)	M10.ES.1. Sodda tasodifiy hodisalarni tahlil qiladi, ularning modellarini quradi. M10.ES.4. Teng ehtimolli hodisalar va ularning ehtimolligini hisoblaydi.
	Summativ baholash. 6-nazorat ishi. Xatolar ustida ishlash (2 soat).	
TAKRORLASH **(4 soat)**	**Takrorlashga doir misol va masalalar.** (4 soat)	

MATEMATIKA FANINI O‘QITISH JARAYONINI TASHKIL QILISH

I. MATEMATIKA FANINI O‘QITISHGA METODIK YONDASHUVLAR

Matematika fanini o‘qitishda metodik tavsiyalar

Mamlakatimiz rivojlanishining hozirgi davrida jahon standartlari bo‘yicha ta’limning yangi ustuvor yo‘nalishlari belgilandi. Maktab ta’limi sifatini yaxshilashning asosiy yo‘naltiruvchi nuqtasi sifatida o‘quvchilar funksional savodxonligini rivojlantirish, jamiyatda faol ishlash, o‘z taqdirini o‘zi belgilash, o‘z-o‘zini takomillashtirish hamda o‘zini-o‘zi ro‘yobga chiqarish kabilar muhim o‘rin tutadi.

Ilg‘or xalqaro tajribalar tahlillaridan kelib chiqib, o‘quvchilarning matematika fani bo‘yicha funksional savodxonligini rivojlantirish amaliy faoliyat standartlarining quyidagi yo‘nalishlarini qamrab oladi:

- matematikaga oid ta’riflar, formulalar va boshqa faktlarni o‘quv qo‘llanmalari va ma’lumotnomalardan qidirish, ulardan foydalanish;
- turli hayotiy vaziyatlarda algebraga doir bilim, ko‘nikma va grafik malakalarni qo‘llash;
- ma’lumotlarni to‘plash, tahlil qilish, qayta ishlash, sintez qilish;
- matematik formuladan foydalanish, muayyan xususiy hollarni umumlashtirish asosida miqdorlar orasidagi bog‘liqlikni ifodalovchi formulalarni mustaqil ravishda tuzish;
- o‘zlashtirilgan algebraik almashtirishlarni va funksional grafik tasvir va tasavvurlarni tevarak-atrofdagi yoki boshqa fanlardagi tegishli obyektlarni ifodalash va tahlil qilishda qo‘llash;
- o‘z nuqtayi nazarini asoslay olish, uning muhokamasida ishtirok etish va mantiqiy jihatdan to‘g‘ri xulosa chiqarish;
- matematik matn bilan ishlash (tahlil qilish va kerakli ma’lumotlarni chiqarib olish), o‘z fikrini matematik atamalar, timsollar va ramzlar yordamida aniq va to‘g‘ri yozish hamda og‘zaki va yozma taqdim qila olish;
- amaliy xarakterdagi hayotiy masalalarni yechish, zarur hollarda ularni yechishda kerakli ma’lumotnomalar va hisoblash vositalarini qo‘llay olish;
- jadvallar, diagrammalar, grafik ko‘rinishdagi real raqamli ma’lumotlarni hamda statistik xarakterdagi ma’lumotlarni tahlil qilish;
- amaliy xarakterdagi matematik muammolarni hal qilish vositasi sifatida zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish.

Buning uchun matematika fanini o‘qitishda quyidagilarga e’tibor berish tavsiya etiladi:

- an’anaviy va zamonaviy o‘qitish usullarini uyg‘unlashtirish;
- puxta tanlangan topshiriqlar va mashg‘ulotlar orqali o‘quvchilarni rag‘batlantirish va rivojlantirish;
- baholash orqali o‘quvchilarning bilim olishini qo‘llab-quvvatlash;
- o‘quvchilarning kichik o‘quv kashfiyotlari asosida faol o‘rganishini rag‘batlantirish;
- o‘quvchilarning kreativ va tanqidiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish;
- butun sinf ishini, individual va guruh faoliyatini tashkil etish orqali o‘quvchilarning hamkorlikda ishlash ko‘nikmalarini rivojlantirish;
- matematik nutqni to‘g‘ri va aniq shakllantirish;
- matnli masalalarni yechishda matematik mazmun va usullarni ajratib ko‘rsatish va yangi holat uchun qo‘llash;
- masala shartlarini matnli ko‘rinishdan matematik tilga o‘girish va bu shakl almashtirishlarning mazmun va mohiyatini ochib borish;
- mavzuni chuqurroq o‘rganish imkonini beradigan tabaqalashtirilgan yondashuv asosida o‘quvchilarda ijodiy ishlash ko‘nikmalarini shakllantirish va faol aqliy harakatlarni amalga oshirishlari uchun muammoli vaziyatlarni yaratish;
- ta’lim jarayonida o‘quvchilarning tabaqalashtirilgan individual shug‘ullanish trayektoriyalarini yaratish;
- darsda interfaol va faol ta’lim texnologiyalari: “Loyiha”, “Tadqiqot”, “Evristik”, “Keys”, “Muammoli o‘qitish” kabi metodlardan o‘rnida foydalanish.
-

Yuqoridagilardan kelib chiqib, matematika fanini o‘qitishda quyidagi metodik jihatlarga e’tibor qaratish tavsiya etiladi:

1. Ta’lim jarayonining mohiyati katta hajmdagi o‘quv materialini o‘rganishda emas, balki kiritilayotgan matematik atama va faktlarni o‘quvchilar qanchalik chuqur tushunishida. Odatdagi, xususan, bizning maktab matematika fani o‘quv dasturlarimizda buning aksi: o‘quv yuklamasi juda katta, o‘rganilishi kerak bo‘lgan mavzular juda ko‘p, vaqtimiz esa cheklangan. Buning oqibatida bu mavzularni chuqur o‘rganish imkoniyatlari cheklanib qoladi. Har bir mavzu chuqurroq o‘rganilishi lozim. O‘quvchilar oldin o‘rganilgan mavzuga uni takrorlash uchun emas, balki chuqurroq o‘rganish maqsadida qayta-qayta murojaat qilishi kerak, ya’ni mavzuga uni jiddiyroq darajada, chuqurroq o‘rganish uchun qaytish lozim. O‘quvchilar o‘zlashtirish darajasining yuqori bo‘lishini darsdan keyingi mashg‘ulotlar evaziga ushlab turish kerak. Sinfda mavzularni o‘zlashtirmagan qoloq o‘quvchi bo‘lmasligi zarur. Hamma e’tiborni barcha o‘quvchilar mavzuni ma’lum darajada o‘zlashtirishiga qaratish kerak bo‘ladi. Bu darajani oldinroq o‘zlashtirgan o‘quvchilar boshqalar ham bu darajaga yetishgunga qadar mavzuni chuqurroq o‘rganishga o‘tishadi.

2. Ta’lim jarayonini muayyan amaliy tajribadan boshlab, abstrakt tushunchalarga tomon borish lozim. Tushunchalarni o‘rganish uch bosqichda olib boriladi.

Birinchi bosqichda o‘quvchilar kiritilayotgan tushunchaga doir turli amaliy faoliyat bilan shug‘ullanadilar, tushunchaga doir turli moddiy narsalarni qo‘llari bilan ushlab ko‘radilar yoki ulardan turli modellarni yasaydilar.

Ikkinchi bosqichda yangi tushunchani timsollar yordamida ifodalaydilar. Ularni turli rasmlarda, diagramma yoki chizmalarda tasvirlaydilar.

Shundan keyingina uchinchi bosqichga, yangi tushunchaga oid abstrakt ta’rif, matematik timsol va belgilashlarga o‘tiladi. Boshqacha qilib aytganda, matematik tushunchalar bilan tanishish ko‘rgazmali misoldan boshlanadi, uning asosida abstrakt tushunchani “ushlash” va “ko‘rish” imkoniyati beriladi.

Ta’limning amaliy tajribadan abstrakt tushunchalarga tomon borishi o‘quvchilarda har bir mavzu bo‘yicha muayyan assotsiatsiyalar (yorqin, xotirada chuqur va mustahkam o‘rnashuvchi taassurotlar) hosil qilinadi. Bu taassurotlar eslanganda mavzuning turli jihatlari yodga tushishi ta’minlanadi.

Ta’lim jarayoni boshidanoq amaliy ishga yo‘naltirilganligi u yoki bu matematik tushunchaning nima sababdan o‘rganilayotganligi va uning hayotiy vaziyatlarda qachon va qayerda kerak bo‘lishini oldindan bilishga va ta’lim olishga bo‘lgan motivatsiyani (qiziqishni) oshiradi. Bu esa matematika fanining hayotda kerakli va foydali ekanini, jozibadorligini ko‘rsatadi.

3. Matematik modellashtirishga alohida e’tibor qaratish lozim. Berilgan masala sharti ko‘rgazmali qilib vizuallashtiriladi. Masala modellashtiriladi va berilganlardan qulay ravishda foydalanish tashkil qilinadi, bosqichma-bosqich masalani yechishga kirishiladi.

4. Hamkorlikda o‘rganish va o‘zaro muloqotga katta e’tibor berish lozim. Masalalarni yechishda o‘quvchilarga matematik tushunchalarni va masalalar bo‘yicha o‘z fikrlarini bildirish, birgalikda muhokama qilish va boshqalar fikrini ham tinglash imkoniyati yaratiladi. Natijada o‘quvchilar tushunchani yaxshiroq o‘zlashtirishadi, matematika tilidan to‘g‘ri foydalanishga o‘rganishadi, ba’zi hollarda u yoki bu masalaning bir necha yechimi bo‘lishi mumkinligini tushunib yetishadi. O‘quvchilarni har safar masala yechayotganda masala sharti, uni yechish usullari va yechimi haqida sinfdoshlariga ovoz chiqarib so‘zlab berishga undash lozim. Bu esa o‘z navbatida mavzuni, masalani yechish yo‘llarini yaxshiroq eslab qolishlarini ta’minlaydi. Shuningdek, o‘quvchilar bir necha kishilik kichik guruhlarda masalani jamoa bo‘lib yechish, mavzuni qanday tushunganliklarini bir-birlariga aytib berish, yechimlarni muhokama qilish hamda jamoaviy ishlarni bajarish kabi faoliyatlar bilan shug‘ullanishlarini tashkil qilish lozim.

5. O‘quvchilarni eslab qolishga emas, masala (muammo)ni yechishga o‘rgatish lozim. Dars yangi turdagi masalani yechish qoidasidan emas, balki bevosita notanish masalani yechishdan boshlash tavsiya qilinadi. O‘quvchilar oldingi bilim va ko‘nikmalari asosida intuitiv ravishda masalani yechishga urinib ko‘radilar. Ular birgalikda mulohaza yuritadilar, xatolar qiladilar hamda bu xatolar ustida ishlashadi, shu asosida to‘g‘ri yechimga bosqichma-bosqich yaqinlashib borishadi. Bu o‘rinda o‘quvchilar xato qilish unchalik yomon ish emasligini, aynan turli xato, yechimlarni tahlil qilish va tekshirish (kichik tadqiqot) jarayoni asta-sekin ularni to‘g‘ri yechimga olib borishini o‘z tajribalari asosida tushunib yetishadi.

➢ *Matematika ta’limiga kompetensiyaviy yondashuv*

Matematika ta’limiga kompetensiyaviy yondashuv kasbiy, shaxsiy faoliyatga doir kundalik hayotda uchraydigan holatlarda samarali harakat qilishga imkon beradigan turli ko‘rinishdagi malakalarni o‘quvchilar tomonidan egallashni nazarda tutadi. Shunga ko‘ra, kompetensiyaviy yondashuvda e’tibor matematik ta’limning amaliy va tatbiqiy yo‘nalishlarini kuchaytirishga qaratiladi.

Matematika darslarini tashkil qilishda nazariyadan ko‘ra amaliyotga ko‘proq e’tibor qaratish hamda o‘quvchilarga tayyor o‘quv materiallarini berishga asoslangan yondashuvdan ma’lum darajada voz kechish talab qilinadi. Matematika darslarida “Keys”, “Tadqiqot”, “Loyiha”, “Kichik o‘quv kashfiyotlari” kabi interaktiv metodlardan ko‘proq foydalanish tavsiya etiladi. O‘quvchilarda kichik tadqiqotchilik ko‘nikmalarini shakllantirishda kuzatish, tajriba, o‘lchashlar, analiz (tahlil) va sintez, induksiya va deduksiya, taqqoslash va analogiya kabi ilmiy izlanish metodlaridan o‘rinli foydalanish talab etiladi. O‘quvchilarda bilim va ko‘nikmalarni shunchaki shakllantirib qolmasdan, ularni hayotiy vaziyatlarda qo‘llay olish kompetensiyalarini ham tarkib toptirish muhim ahamiyat kasb etadi.

➢ *STEAM – ijodkorlik texnologiyasi*

STEAM (S – (science) – tabiiy fanlar, T – (technology) – texnologiya, E – (engineering) – muhandislik, A – (art) – san’at, M – (mathematics) – matematika) ta’lim texnologiyasi aniq fanlar blok-modulida o‘quvchilar egallagan bilim, ko‘nikma va malakalar kundalik hayot bilan bog‘liqligini ko‘rsatish uchun dars va sinfdan tashqari mashg‘ulotlarda o‘quv tadqiqotlarini o‘tkazish, tajribalarni bajarish, loyihalashtirishga yo‘naltirilgan ijodkorlikni tarbiyalash, yangiliklar yaratishga bo‘lgan qiziqishlarini rivojlantirishga qaratilgan. Bu texnologiyani amalga oshirishda o‘quvchilar tomonidan turli texnik qurilmalarni yasash uchun loyihalar ishlab chiqish, loyiha asosida qurilmaning maketini yaratish va uni amaliyotda ishlatib ko‘rish, kamchiliklarini topish hamda uni bartaraf etish kabi vazifalar bajariladi.

➢ *Loyiha ishi – amaliy faoliyat ko‘zgusi*

O‘quvchilarda tayanch va fan bo‘yicha amaliy faoliyat kompetensiyalarini shakllantirish, kichik o‘quv tadqiqotlarini bajarish orqali umumta’lim fanlarini o‘rganishga qiziqishni kuchaytirish maqsadida fan o‘quv dasturlariga loyiha ishi kiritildi. Bu holat nafaqat muayyan o‘quv fani bo‘yicha o‘zlashtirish sifatini yaxshilaydi, balki fanlararo va fanning kundalik turmush bilan bog‘lanish imkoniyatlarini ochadi, ta’lim samaradorligini oshiradi.

O‘quv loyihasi – uzoq vaqtga mo‘ljallangan, o‘rganilgan mavzu yoki bo‘limni yanada chuqurroq o‘rganishga yo‘naltirilgan, ta’lim jarayoniga tajriba, amaliy faoliyat asosida yondashuvga imkon beruvchi, tadqiqotchilik va izlanishga doir metodlardan foydalanishni talab etuvchi ta’limni tashkil etish shakli.

Loyihalashtirish – real natijaga olib keluvchi, qat’iy tartibga solingan harakatlar izchilligini o‘z ichiga oluvchi, muammoni o‘zgartiruvchi faoliyatni anglatadi.

Hozir ta’lim amaliyotida o‘quv loyihasining xilma-xil turlaridan foydalaniladi. Yetakchi faoliyat turiga ko‘ra loyihalar axborotli, amaliy yo‘naltirilgan va tadqiqot turlariga bo‘linadi.

O‘quv loyihasida eng katta e’tibor o‘quvchilarda ijodiy qobiliyatlarni rivojlantirishga qaratiladi. Aynan loyihalar o‘quvchilarga o‘zini namoyon eta olish, istalgan janrdagi asarni yaratish imkonini beradi. Shuningdek, loyihalar o‘quvchilarning guruhdagi maqomi oshishi,

o‘z-o‘zini baholashga imkon berishi orqali ularning ijodiy qobiliyatlarini rivojlantiradi. Har qanday ijodiy ish uni taqdim etish va sinf jamoasi bilan qayta aloqani taqozo etadi.

Shu sababli loyihalar o‘quvchilarda ma’lumotlar bilan ishlash, matematik model-lashtirish, muammoni hal qilish, mulohaza yuritish, muloqot qilish kabi amaliy faoliyat kompetensiyalarini rivojlantirishga katta ta’sir ko‘rsatadi.

➢ *Loyiha ishi bo‘yicha o‘quvchilar faoliyatini tashkil qilish*

O‘quvchilar bir o‘quv yilida o‘zlari qiziqqan fan yoki ta’lim sohasidan faqat bitta loyiha ishini bajarishlari tavsiya etiladi. Loyiha ishi mavzulari o‘qituvchilar tomonidan bitta yoki bir necha o‘quv fanlari doirasida muammoli vaziyat yoki keys sifatida tanlanadi. Loyiha ishi mavzusi ustida o‘quvchilar alohida-alohida yoki qiziqishlariga qarab 3–4 kishilik guruh bo‘lib ishlashlari ham mumkin. Loyiha ishi o‘quv yili oxirida o‘tkaziladigan himoya bilan tugaydi. Himoya bitta yoki bir necha o‘quv fanlari doirasida konferensiya tarzida o‘tkazilishi mumkin.

Loyiha ishi ustida o‘quvchilarning individual yoki guruh ishi quyidagi o‘quv faoliyatlarni o‘z ichiga olgan ishlab chiqish bosqichlaridan iborat bo‘lishi mumkin:

- *tayyorgarlik bosqichi*: o‘z izlanish faoliyatlarini rejalashtirish, motivatsiya, muammoli vaziyatni aniqlash, tadqiqot mavzusini tanlash;
- *loyihalash bosqichi*: loyihaning maqsadini belgilash, faoliyatni amalga oshirishning aniq rejasini tuzish, vazifalarni o‘zaro taqsimlab olish;
- *amaliy bosqich:* muammoni tadqiq etish, kerakli ma’lumotlarni to‘plash va qayta ishlash, muammoning matematik modelini yaratish, matematikani qo‘llash, muqobil yechimlarni aniqlash va ulardan eng maqbulini tanlash hamda uni asoslash;
- *tahlil va talqin bosqichi*: zarur hollarda so‘rovlar yoki tajribalar o‘tkazish, rejalashtirilgan ishlar va olingan natijalarni taqqoslash, tahlil qilish, real muammoga nisbatan talqin qilish, umumlashtirish va xulosalash;
- *nazorat va baholash bosqichi*: o‘z faoliyatlarini tahlil qilish va baholash, ijobiy natijalarni va yo‘l qo‘yilgan xatolarni tahlil etish, xatolarni to‘g‘rilash yo‘llarini izlash, real holat bilan bog‘liqlikda loyihaga o‘zgartirishlar kiritish;
- *natijalarni rasmiylashtirish bosqichi*: loyiha ishi natijalari bo‘yicha hisobot tayyorlash;
- *yakuniy bosqich*: loyiha ishi himoyasi uchun taqdimot tayyorlash va uni himoya qilish.

O‘quvchilar loyiha ishi bo‘yicha izlanishlarini odatda darsdan tashqari mustaqil mashg‘ulotlarda olib borishadi. Dasturda belgilangan dars soatlarida esa turli loyiha ishlaridan namunalarni muhokama qiladilar, birgalikda muayyan loyiha ishi bo‘yicha guruhlarda ishlashadi, o‘z loyiha ishlari mavzusi bo‘yicha maslahatlar olishadi.

Yuqoridagilardan ko‘rinib turibdiki, loyiha ishi bo‘yicha o‘quvchilar faoliyati an’anaviy ta’limdan tubdan farq qiladi. Zero, bunda, birinchidan, o‘quvchilarga bilimlar tayyor holda uzatilmaydi, balki muammo tarzida qo‘yiladi, o‘quvchilar qo‘yilgan muammoni o‘zlari mustaqil yechadilar. Bilimlar o‘qitishning maqsadi bo‘lmay, muammoni yechish vositasiga aylanadi. O‘quvchilar yangi bilimlarni o‘zlashtirishning o‘zlari uchun qanchalik zarur ekanini his qiladilar, bu esa ularda motivatsiyaning sezilarli darajada o‘sishiga olib keladi. Ularning o‘quv-amaliy faolligi kuchayadi. Avvalo mustaqil ishlash darajalari ortadi. O‘quvchilar kichik guruhlarga bo‘linib, muammoni aniqlab oladilar, uni hal qilish uchun qanday manba va bilimlar kerakligini belgilaydilar, mazkur manbalar bilan ishlaydilar, muammoni hal etishning olingan variantini umumlashtiradilar. Bunda o‘qituvchi shunchaki jimgina kuzatib turuvchi bo‘lmay, zarur paytda o‘quvchilarga kerakli maslahat va yordamini berib turadi.

II. MATEMATKA FANINING BOSHQA FANLAR BILAN INTEGRATSIYASI

Matematika fanini o‘qitishda nafaqat uning bo‘limlar orasidagi o‘zaro ichki, balki tashqi, ya’ni STEAM yoki turdosh blok-modullar tarkibiga kiruvchi fanlar bilan integratsiyasi ham katta ahamiyatga ega.

Jumladan, matematikaning quyidagi fan yo‘nalishlari bilan o‘zaro chambarchas aloqalari muhim hisoblanadi:

➢ *Matematika va tabiiy fanlar*

Matematika va tabiiy fanlar orasidagi bog‘liqlik – modellashtirish, o‘lchashlar, tajriba, tadqiqotlar, tajribaga asoslangan (empirik) mulohazalar asosiga quriladi. Tabiiy fanlar va matematikada o‘quvchilar miqdorlar va munosabatlar, tabiat qonunlarini ifodalovchi modellarni ishlab chiqadilar. Ular avval turli noan’anaviy birliklar yordamida, keyin rasmiy birliklar yordamida o‘lchash bilan tanishadilar. Keyinchalik o‘lchashda noaniqlik va ishonchlilik masalalarini ko‘rib chiqadilar. O‘quvchilar sifat va miqdoriy ma’lumotlarni yig‘adilar, tahlil qiladilar va turli ko‘rinishlarda ifodalaydilar. O‘quvchilar sonli va grafiklar asosidagi ma’lumotlarni tahlil qilish, turli qonuniyatlarni aniqlash ko‘nikmalarini egallaydilar.

Fizika fanini o‘qishda o‘quvchilar tabiat hodisalarini va asosiy fizik jarayonlarni anglash bilan birga matematik formulalarni qo‘llashni o‘rganadilar. Ko‘pgina fizik masalalar tenglama yoki tenglamalar sistemasini tuzish va ular bilan ishlash ko‘nikmasining shakllangan bo‘lishini taqozo etadi. Fizika fanini o‘qitishda matematika fani nafaqat hisoblash apparati sifatida, balki matematik mulohazalar yordamida voqelik, hodisaning xarakteri haqida fizik xulosalar chiqarishga hamda mazkur jarayonlarni tadqiq qilish, matematik tenglamalarni yechish orqali fizik hodisalar haqida fikr yuritish imkonini beradi. Fizik masalalarni matematika darslarida tahlil qilish jarayonida o‘quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyati, aqliy rivojlanishiga turtki berish umuminsoniy qadriyatlarni shakllantirish barobarida olamning yagona manzarasiga oid tafakkurlarini rivojlantirish hamda egallagan bilimlardan hayotiy muammolarni hal qilishda, kundalik faoliyatlarida foydalanish ko‘nikmasini shakllantirishni ko‘zda tutadi.

Biologiya fani o‘quvchilarda jonli tabiatning obyekti va tizimini his etishni, jonli va jonsiz tabiat o‘rtasidagi aloqalarni shakllantiradi. Bir vaqtning o‘zida atrofimizni o‘rab turgan jonli tabiatga ijobiy munosabat, tabiiy rang-baranglikni saqlab qolish, shuningdek, javobgarlikni his qilgan holda mustahkam hayotiy faoliyat shakllanadi. Matematika darslarida jonli tabiatning biologik qonuniyatlari va modellari haqidagi hayotiy masalalarni tahlil qilish orqali bu ikki fan orasidagi integratsiya ta’minlanadi.

Kimyo fani o‘quvchilarda organik va anorganik moddalar hamda tuzilmalarni tabiatning obyekti sifatida his etish ko‘nikmasini shakllantiradi. Matematika darslarida moddalar va tuzilmalarning tuzilishiga oid geometrik, sifat va miqdoriy kattaliklarni tahlil qilish orqali ularning kimyoviy xususiyatlarini o‘rganish, tadqiq qilish hamda xulosa chiqarish orqali bu ikki fan orasidagi uzviy aloqadorlik ta’minlanadi.

Geografiya fani o‘quvchilarda tabiat in’omlari va insonning iqtisodiy faoliyati natijasida yaratilgan obyektlarni tizimli ravishda, birgalikda his etishni shakllantiradi. Matematika darslarida geografik obyektlarga doir hayotiy masalalar yechish va tahlil qilish orqali bu ikki fan orasidagi aloqadorlik aniqlanadi.

➢ *Matematika va raqamli texnologiyalar*

Matematika va raqamli texnologiyalar orasidagi aloqadorlik ma’lumotlar, hisoblash va algoritmik fikrlash asosiga quriladi. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan (AKT) foydalanish kompetensiyasi ta’lim olish va kundalik turmushda mazkur texnologiyalarni mohirona va ijodiy qo‘llashni o‘z ichiga oladi. Informatika va axborot texnologiyalari

fani matematika fanini o‘qitish jarayonining samaradorligini turli ko‘rinishdagi axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va kompyuter texnikasidan foydalanish orqali oshirishda ulkan imkoniyatlar yaratadi. O‘quvchilar ta’lim olish jarayonida axborotni izlash, yaratish va qayta ishlash, ma’lumot va g‘oyalar bilan hamkorlik qilish va almashish, multimediali kompyuter texnikasi, dasturiy ta’minotlar va ilovalar yordamida o‘z faoliyatlarini baholash va takomillashtirish orqali AKT ko‘nikmalarini rivojlantiradilar. Matematikada algoritmlarni yaratish va loyihalash, loyihani amalga oshirish ta’limda hisoblashga qurilgan yondashuvni hamda matematikada tajribalar o‘tkazishning ajralmas qismini tashkil etadi. Matematika fanidan bajariladigan loyihalar doirasida tajribalar o‘tkazish asosida o‘rganishni raqamli texnologiyalar to‘ldiradi, hisoblash va algoritmik fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantirishni qo‘llab-quvvatlaydi.

➢ *Matematika, dizayn va texnologiyalar*

Dizayn va texnologiyalar o‘quvchilarga matematik bilim va ko‘nikmalarni bir qator hayotiy vaziyatlarda talqin qilish va ulardan foydalanish imkoniyatlarini beradi. O‘quvchilar sondan miqdoriy baholash va o‘lchash, statistikadan olgan natijalarini sharhlash va xulosa chiqarish uchun foydalanadilar. G‘oyalarni ishlab chiqarish jarayonida o‘lchaydilar va sonlar yordamida qayd etadilar. G‘oyalarni ishlab chiqish, takomillashtirish va sinash, loyihalarni boshqarishda sonlardan foydalanadilar. Ular uch o‘lchamli modellardan foydalanadilar, aniq texnik chizmalar yaratadilar, raqamli modellar bilan ishlaydilar, eng yaxshi yechimlarni ishlab chiqish va yaratishda, qaror qabul qilish jarayonlarida miqdoriy mulohaza yuritishdan foydalanadilar. Texnologiya fani orqali tarkib toptirilgan kompetensiyalar matematika fanini o‘qitish jarayonida o‘quvchilarni kasb-hunarga yo‘naltirish, ularning texnik ijodkorlik qobiliyatlarini rivojlantirish hamda ijodiy loyiha tayyorlash malakalari hosil bo‘lishida muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

➢ *Matematika va san’at*

Matematika va san’at uyg‘unligi qonuniyatlarni tushunish, o‘lchash, fazoviy tasavvur va fikrlash ustiga quriladi. Matematikada o‘quvchilar bu bilimlardan masalalar yechishda va modellashtirishda foydalanadilar. San’atda badiiy asarlarni yaratish, talqin qilish, tahlil qilish va o‘rganishda matematik bilimlar ham qo‘llanadi. Matematika va san’at o‘quvchilarga tabiiy va sun’iy muhitlarni o‘rganish, ularni kuzatish imkoniyatini beradi. O‘quvchilar matematik bilimlarini tasviriy, ovozli va kinestetik kabi san’at shakllari orqali uzatishlari mumkin. O‘quvchilarga muayyan san’at jarayonlari yoki amaliyotlaridan foydalanganda matematik tushunishni qo‘llash imkoniyati beriladi. Masalan, musiqada o‘quvchilar kompozitsiya tuzishda naqsh va algoritmlar bo‘yicha bilimlarini qo‘llashlari mumkin.

➢ *Matematika va ijtimoiy fanlar*

Matematika va ijtimoiy fanlar uyg‘unligi moliyaviy savodxonlik va tadqiqot ma’lumotlarini tahlil qilishga e’tibor beradi. Bu moliyaviy va biznes qarorlarini qabul qilish uchun moliyaviy menejment tamoyillarini tushunishni o‘z ichiga oladi.

Ona tili va adabiyot, xorijiy tillar orqali shakllantiriladigan kompetensiyalar matematikani o‘qitishda, o‘quvchilarning ijodiy fikrlashini rivojlantirishda, yozma va og‘zaki shaklda o‘z qarashlarini ravon bayon etish malakalarini hosil qilishda, ilmiy atamalarni to‘g‘ri qo‘llash hamda bahs-munozaralar jarayonida erkin muloqot qilishga o‘rgatishda muhim o‘rin tutadi.

Tarix fani ham matematika bilan bevosita bog‘langan. Ilm-fan yutuqlarining ishlab chiqarish sohalari, iqtisodiy-ijtimoiy munosabatlarning rivojlanishi va atrof-muhit holatiga ta’sirini ko‘rsatishda tarixiy ma’lumotlarning ahamiyati kattadir. O‘quvchilar tarixiy ma’lumotlarni raqamli va grafik shaklda ifodalash, izohlash, tahlil qilish va taqdim etishni o‘rganadilar. Xaritalarni tuzish va izohlashda o‘quvchilar kataklar, masshtab, masofa, maydon va proyeksiyalar bilan bog‘liq sonli tushunchalar asosida ishlaydilar.

III. MATEMATIKADAN O‘QUVCHILAR YUTUQLARINI BAHOLASH ASOSLARI

Baholash

Baholash o‘quv jarayonining muhim va zaruriy tarkibiy qismi bo‘lib, u ta’limning joriy va yakuniy bosqichlarida o‘quvchilar faoliyati to‘g‘risidagi ma’lumotlarni to‘plash va tahlil qilishdan iborat.

Baholashning maqsadi, vazifalari, predmeti, obyekti, tamoyillari, usullari, shakllari va vositalari ta’lim jarayonining barcha subyektlari – maktab ma’muriyati, o‘qituvchilar, ota-onalar va o‘quvchilar uchun tushunarli bo‘lishi kerak.

Baholash tizimi yutuqlarni o‘lchash va o‘quv muammolarini diagnostika qilishning asosiy vositasidir. U ta’lim sifatini, uning jahon standartlariga muvofiqligini aniqlashga, o‘qitish strategiyasi va taktikasi hamda ta’lim sohasidagi zamonaviy vazifalar, ta’lim mazmuni va ta’limning kutilayotgan natijalarini baholovchi shakllarni takomillashtirish bo‘yicha asosiy qarorlarni qabul qilishga imkon beradi.

Baholash aslida olingan natijalar va rejalashtirilgan maqsadlarni o‘zaro bog‘lash jarayonidan iborat.

Baholash tizimi:

- o‘quvchi o‘quv materialini qay darajada muvaffaqiyatli egallaganini yoki amaliy ko‘nikmalarni shakllantirganini aniqlashga imkon berishi;
- kognitiv (o‘rganish) faoliyatning turli sohalarida o‘quvchilar muvaffaqiyatining dinamikasini (o‘zgarishini) ko‘rsatishi;
- o‘quvchilarni rag‘batlantiruvchi, rivojlantiruvchi, o‘z-o‘zini baholashga yordam beruvchi mexanizmga asoslangan bo‘lishi;
- “o‘qituvchi – o‘quvchi”, “ota-ona – sinf rahbari”, “maktab ma’muriyat – o‘qituvchilar jamoasi” aloqalarini ta’minlashi lozim.

Formativ va summativ baholash

Baholash formativ (shakllantiruvchi) baholash yoki joriy baholash va summativ (jamlovchi) yoki oraliq (yakuniy) baholashni o‘z ichiga oladi.

Formativ baholash sinfda yoki uydagi ta’lim olish jarayonida bilim va ko‘nikmalarni o‘zlashtirish darajasini aniqlashga mo‘ljallangan. U har xil shakllarda olib boriladi, o‘qituvchi va o‘quvchiga o‘z faoliyatlarini tuzatishga, yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan muammo va kamchiliklarni bartaraf etishga imkon beradi. Formativ baholar summativ, choraklik va yakuniy baholarni chiqarishda hisobga olinmaydi.

Formativ baholashda ishning mazmuni va to‘g‘riligi haqida yozma yoki og‘zaki qayd qilib boriladi. Natijalar dastlab jurnalga qo‘yilmasligi mumkin. Bu holatda ular o‘quvchi bilan muhokama qilinadi va o‘qituvchining alohida tutgan daftariga qo‘yiladi. O‘quvchilar o‘qituvchining bu sharhlari asosida ishlarini qayta ko‘rib chiqadilar va xatolarini tuzatadilar. Shundan so‘nggina aniqlashtirilgan baholar jurnalga qo‘yilishi mumkin.

Summativ baholash fanning yaxlit o‘quv bo‘limi mavzularini o‘rganish tugaganidan so‘ng shakllanishi lozim bo‘lgan bilim va ko‘nikmalarning o‘zlashtirish darajasini aniqlash uchun mo‘ljallangan.

Summativ baholash testlar, nazorat ishi, loyiha ishi kabi baholash ishlarini bajarish natijalari bo‘yicha amalga oshiriladi. Summativ baholash uchun qo‘yilgan baholar fan bo‘yicha choraklik, yillik yakuniy baholarni belgilash uchun asos bo‘ladi.

Summativ baholash mezon asosida amalga oshiriladi. Baholash mezonlari haqida o‘quv jarayonining barcha ishtirokchilari: o‘quvchilar, o‘qituvchilar, ota-onalarning oldindan xabarlari bo‘lishi lozim. Baholash mezonlari formativ baholashning ham ajralmas qismidir. Formativ baholashda baholash mezonlari o‘quv materialining (mavzu yoki bo‘limning) ma’lum bir qismiga yo‘naltirilgan bo‘lsa, summativ baholashda ular keng miqyosda qaraladi.

Mavzular bloki yoki bobni o‘rganish tugagandan so‘ng o‘qituvchi summativ baholashni amalga oshiradi. Bunday ish endi baholash mezonlari

yordamida amalga oshirilishi lozim. Chorak davomida o‘qituvchi nazorat ishlari sonini rejalashtirishi kerak bo‘ladi. Summativ baholashlar soni chorak davomida kamida ikkita bo‘lishi maqsadga muvofiq. Ushbu nazorat ishlari o‘quvchilarning berilgan mavzular bloki bo‘yicha bilim va ko‘nikmalarini baholash uchun tuzilgan topshiriqlardan iborat bo‘ladi. Nazorat ishlari standart talablari asosida o‘rganilgan bob mavzularining mazmunini iloji boricha to‘liq qamrab olishi shart. O‘qituvchi topshiriqlarni shunday tanlashi kerakki, ular faqat nazariy materialni o‘zlashtirish, ya’ni bilim darajasini emas, balki o‘quvchining o‘zlashtirgan bilimlarini qo‘llash darajasini ham tekshirishi lozim. Shuningdek, o‘quvchilar uchun mulohaza yuritishga doir uchinchi darajali topshiriqlarni taklif etish zarur. Nazorat ishlari natijasida olingan baholar keyingi darsda xatolar ustida ishlagandan so‘ng tuzatishlar bilan jurnalga qo‘yiladi.

Choraklik yakuniy baho o‘rtacha formativ baho va summativ baholar o‘rta arifmetigi sifatida chiqariladi. Yillik yakuniy baho esa 4 ta choraklik baholar va loyiha ishi bahosi o‘rtachasi sifatida olinadi. Agar yil oxirida fan bo‘yicha imtihon (yoki yakuniy nazorat) ham ko‘zda tutilgan bo‘lsa, yillik baho choraklik baholar, loyiha ishi bahosi o‘rtachasi va imtihon (yoki yakuniy nazorat) bahosining o‘rta arifmetigi sifatida olinadi.

Summativ baholash topshiriqlari

Summativ baholashni ta’lim muassasasi ma’muriyati tuzgan komissiya yordamida xolisona o‘tkazish tavsiya etiladi. Baholash muddatlari, mezonlari, topshiriqlar namunalari va baholash bo‘yicha yo‘riqlar oldindan tuzilib, o‘quvchilar va ularning ota-onalariga hamda dars beruvchi o‘qituvchilarga o‘quv yili boshida e’lon qilinishi lozim.

Summativ baholash ikki qismdan iborat bo‘lishi mumkin:

- *test topshirig‘i;*
- *yozma ish.*

Test topshirig‘i 45 minutga mo‘ljallangan bo‘lib, 15–25 ta testdan iborat qilib tuziladi.

Topshiriq quyidagi test turlaridan iborat bo‘lishi mumkin:

- to‘rtta javob variantli, bitta to‘g‘ri javobli yopiq test;
- to‘rttadan ko‘p javob variantli, bir nechta to‘g‘ri javobli yopiq test;
- to‘rtta savolga to‘rtta to‘g‘ri javobni mos qo‘yadigan yopiq test;
- har biriga “to‘g‘ri” yoki “noto‘g‘ri” deb javob beriladigan, to‘rtta savoldan iborat yopiq test;
- qisqa javobli ochiq test (faqat javobini yozish so‘raladigan masala yoki savol).

Test topshirig‘i odatda o‘quvchilarning 1- va 2- o‘zlashtirish darajasiga erishganini aniqlash uchun o‘tkaziladi. Shunga mos ravishda har bir test savoli 1 yoki 2 ball bilan baholanadi.

Yozma ish esa batafsil javobli ochiq test, ya’ni batafsil yechishga mo‘ljallangan to‘laqonli matematik masalalardan iborat qilib tuziladi. Yozma ish odatda 45 minutga mo‘ljallangan bo‘lib, u quyidagi mazmundagi 3 ta masaladan iborat qilib tuzilishi tavsiya etiladi:

- algebraga doir algoritm asosida yechiladigan misol yoki hisoblashga doir masala;
- algebraik mulohaza yuritishga doir misol yoki masala;
- hayotiy vaziyatga oid muammoning matematik modelini tuzish va uni yechishga doir masala.

Yozma ish odatda o‘quvchilarning 2- va 3- o‘zlashtirish darajasiga erishganini aniqlash uchun o‘tkaziladi. Yozma ishni baholash mezonlari uning har bir masalasi uchun alohida tuziladi va ballar masalalarning murakkablik darajasidan kelib chiqib o‘zaro taqsimlanadi. Quyida yozma ishini baholash mezonlari va ularga mos maksimal ballar keltirilgan:

Baholash mezoni	Ball
Xatosiz va kamchiliklarsiz yechilgan har qanday yechim, rasmlar, chizmalar va grafiklar uchun	5
Masala asoslab, to‘liq yechilgan bo‘lsa, lekin 1–2 ta qo‘pol bo‘lmagan xatolar va hisoblashlarda yo‘l qo‘yilgan mayda kamchiliklar uchun	4
Topshiriq asoslab to‘liq yechilmagan bo‘lsa, lekin 3–4 ta qo‘pol bo‘lmagan xatolar va hisoblashlarda yo‘l qo‘yilgan kamchiliklar bo‘lganda	3
Mavzu bo‘yicha berilgan topshiriq bajarilmagan bo‘lsa	2

Loyiha ishini baholash mezonlari

Loyiha ishi haqida yuqorida batafsil ma’lumot berildi. O‘quvchilarning loyiha ishi bo‘yicha faoliyati birgalikda baholanadi. Loyiha ishi ham 100 balli tizimda baholanadi va yuqoridagi shkala yordamida baholarga o‘tkaziladi. Har bir o‘quvchiga loyiha ishi uchun umumiy baho qo‘yiladi. Quyida loyiha ishini baholash mezonlari va ularga mos maksimal ballar keltirilgan.

№	Baholash mezonlari	Ballar
1.	Loyiha ishida o‘rganilgan muammolarning ahamiyati va dolzarbligi, ularning o‘rganilayotgan mavzuga mosligi	5
2.	Tuzilgan matematik modelning o‘rganilayotgan muammoga mosligi	10
3.	Foydalanilgan tadqiqot usullari va olingan natijalarni qayta ishlash usullarining muammoni o‘rganishga muvofiqligi	20
4.	Muammoga zaruriy va yetarlicha chuqur kirish, boshqa sohalarga oid bilimlardan ham foydalanganlik	20
5.	Oraliq va yakuniy xulosalarning asoslanganligi, natijalarning muammo yechimiga yaqinligi	10
6.	Loyiha ishtirokchilarining hamkorlikdagi faolligi	10
7.	Bajarilgan loyiha natijalarini rasmiylashtirish sifati	5
8.	Taqdimot sifati, taqrizchilar savollariga javob bera olish, guruh ishtirokchilari javoblarining asoslanganligi	20
	Jami	100

TAKRORLASH

KVADRAT FUNKSIYA

Dars maqsadi: o‘quvchilarga kvadrat funksiya xossalarini, grafigini yasashni o‘rgatish.

Barcha o‘quvchilar	“Kvadrat funksiya”, “parabola”, “parabola uchi” atamalarining ma’nosi va qo‘llanishini biladi. $y = ax^2 + bx + c$ parabola uchining koordinatalarini, parabolaning koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarini topadi. Parabola tarmoqlari yo‘nalishini aniqlay oladi. $y = ax^2 + bx + c$ funksiya grafigini yasaydi.
Aksariyat o‘quvchilar	$y = ax^2 + bx + c$ funksiya xossalarini qo‘llaydi. Kvadrat funksiyani parabola uchining koordinatalari orqali $y = a(x + x_0) + y_0$ ko‘rinishida yoza oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Masalalarni kvadrat funksiya tuzib, kvadrat funksiya xossalarini qo‘llab yecha oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Funksiya nima?
2. Siz qanday funksiya turlari bilan tanishgansiz?
3. Qaysi funksiya grafigi to‘g‘ri chiziqdan iborat?
4. Kvadrat tenglama qanday yechiladi?
5. Kvadrat tenglama nechta ildizga ega bo‘lishi mumkin?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Kvadrat funksiya grafigini yasash algoritmi faqat $y = ax^2 + bx + c$ ko‘rinishdagi funksiya uchun emas, balki istalgan $y = ax^2 + bx$, $y = ax^2 + c$, $y = ax^2$ funksiyalar uchun ham qo‘llanishi mumkin.

Kvadrat funksiyaning o‘sish va kamayish oraliqlarini hamda qiymatlar to‘plamini chalkashtirib yuborishadi. O‘sish va kamayish oraliqlari Ox o‘qi bo‘yicha olinadi.

Uyga vazifa

5, 6 (c, f), 7 (c), 8 (d, h), 9 (c), 13, 16.

MAVZU BAYONI

Ta’rif: $y = ax^2 + bx + c$ ko‘rinishidagi funksiya ***kvadrat funksiya*** deyiladi, bunda a, b, c berilgan haqiqiy sonlar, $a \neq 0$, x – haqiqiy o‘zgaruvchi.

Kvadrat funksiyaning xossalari

1. Aniqlanish sohasi:

$D(y)=(-\infty;\infty)$.

2. Qiymatlar to‘plami:

a) $a>0$ bo‘lsa, $E(y)=[y_0;\infty)$.

b) $a<0$ bo‘lsa, $E(y)=(-\infty;y_0]$.

3. Eng katta va eng kichik qiymatlari:

a) $a>0$ bo‘lsa, $x=x_0$ nuqtada eng kichik qiymatga erishadi va bu qiymat $y_0=ax_0^2+bx_0+c$ ga teng bo‘ladi, eng katta qiymatga esa erishmaydi.

b) $a<0$ bo‘lsa, $x=x_0$ nuqtada eng katta qiymatga erishadi va bu qiymat $y_0=ax_0^2+bx_0+c$ ga teng bo‘ladi, eng kichik qiymatga esa erishmaydi.

4. Funksiya nollari:

a) $D=b^2-4ac>0$ bo‘lsa, funksiya ikkita nolga ega: $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ va $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$.

b) $D=b^2-4ac=0$ bo‘lsa, funksiya bitta (o‘zaro teng ikkita) nolga ega: $x=\dfrac{-b}{2a}$.

c) $D=b^2-4ac<0$ bo‘lsa, funksiya nollarga ega emas.

5. Monotonlik oraliqlari:

a) $a>0$ bo‘lsa, $y=ax^2+bx+c$ funksiya $(-\infty;x_0]$ da kamayuvchi, $[x_0;\infty)$ da o‘suvchi bo‘ladi.

b) $a<0$ da $y=ax^2+bx+c$ funksiya $(-\infty;x_0]$ intervalda o‘suvchi, $[x_0;\infty)$ intervalda kamayuvchi bo‘ladi (bu yerda x_0 – parabola uchining abssissasi).

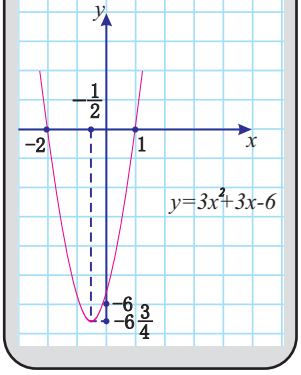
1-misol. $y=3x^2+3x-6$ kvadrat funksiya berilgan bo‘lsin. Uning xossalarini yozing va grafigini yasab ko‘rsating.

Yechish.

1. Aniqlanish sohasi: $D(y)=(-\infty;\infty)$.
2. $a=3>0$ va $x_0=-\dfrac{1}{2}$, $y_0=-6,75$, $E(y)=[-6,75;\infty)$.
3. $x=-\dfrac{1}{2}$ bo‘lganda eng kichik qiymati $y=-6,75$ ga teng, eng katta qiymatga erishmaydi.
4. $D=81>0$, demak, nollari ikkita: $x_1=1, x_2=-2$.
5. $x\in(-\infty;-2)\cup(1;\infty)$ da $y>0$ va $x\in(-2;1)$ da $y<0$ bo‘ladi.
6. Funksiya juft ham, toq ham emas.
7. Funksiya $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$ oraliqda kamayuvchi, $\left[-\dfrac{1}{2};\infty\right)$ oraliqda o‘suvchi bo‘ladi.

Funksiya grafigi 5-rasmda ko‘rsatilgan.

5-rasm



MISOLLAR

1. Qaysi funksiyalar kvadrat funksiya bo‘ladi?

a) $y=\frac{1}{3}x+2$ b) $y=-x^2+5x+1$ c) $y=x^2-x^3$ d) $y=x^2$

2. $x=-3$ bo‘lganda $y=4x^2+7x-5$ funksiyaning qiymati nechaga teng bo‘ladi?

3. x ning qanday qiymatlarida $y=-3x^2+x+1$ funksiyaning qiymati -1 ga teng bo‘ladi?

4. $y=-5x^2+x+\sqrt{7}$ funksiya x ning qanday qiymatlarida aniqlangan?

5. -5 soni $y=x^2-5x$ funksiyaning noli bo‘ladimi?

6. Funksiya grafigini yasang.

a) $y=x^2$ b) $y=-x^2$ c) $y=3x^2$

d) $y=-3x^2-5$ e) $y=x^2-2x$ f) $y=-2x^2+5x$

7. Funksiya nollarini toping.

a) $y=2x^2+5x+2$ b) $y=3x^2+10x+3$ c) $y=-2x^2+x-5$

8. Funksiyaning qiymatlar to‘plamini toping.

a) $y=x^2+2$ b) $y=(x-4)^2-1$ c) $y=(x-5)^2+3$ d) $y=3-4x^2$

e) $y=3x-x^2$ f) $y=3x^2+2x$ g) $y=2x^2-8x+19$ h) $y=-3x^2-12x+1$

9. x ning qanday qiymatlarida funksiya eng katta (yoki eng kichik) qiymat qabul qilishini aniqlang va uni toping.

a) $y=x^2+9x+34$ b) $y=-9x^2-3x+7$ c) $y=-2x^2-5x+1$

10. t ning qanday qiymatlarida $y=2x^2-tx+8$ funksiyaning nollari mavjud emas?

11. x ning qanday qiymatlarida $y=5x^2-4x-1$ funksiyaning qiymatlari manfiy bo‘ladi?

12. $y=x^2+6x+13$ funksiya manfiy qiymatlarni qabul qila oladimi?

13. $y=-x^2-4x-5$ funksiya musbat qiymatlarni qabul qila oladimi?

14. $y=6x^2+7x+1$ funksiya grafigini yasang va grafik bo‘yicha funksiyaning qiymatlari musbat, manfiy bo‘ladigan x ning qiymatlarini toping.

15. $y=-x^2+4x-3$ funksiya grafigini yasang. Grafik yordamida funksiyaning o‘sish va kamayish oraliqlarini toping.

16. x ning qanday qiymatlarida $y=x^2-22x+27$ va $y=2x^2-20x+3$ funksiyalarning qiymatlari teng bo‘ladi?

17. Agar parabolaning $(-1;\ 6)$ nuqta orqali o‘tishi va uning uchi $(1;\ 2)$ nuqtada ekani ma’lum bo‘lsa, parabolaning tenglamasini toping.

18. $y=x^2+px+q$ parabolaning uchi $A(1;\ -2)$ bo‘lsa, p va q koeffitsiyentlarni toping.

19. Agar $y=ax^2+bx+c$ parabolaning uchi $M(-1;\ -7)$ va parabola ordinatalar o‘qi bilan $N(0;\ -4)$ nuqtada kesishsa, $a,\ b,\ c$ koeffitsiyentlarni toping.

20. $A(1;\ 4)$, $B(-1;\ 10)$, $C(2;\ 7)$ nuqtalardan o‘tuvchi $y=ax^2+bx+c$ funksiyani toping.

Yechish. Berilgan nuqtalarning koordinatalarini x va y ning o‘rniga qo‘yib,

$$\begin{cases} a+b+c=4 \\ a-b+c=10 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases}$$

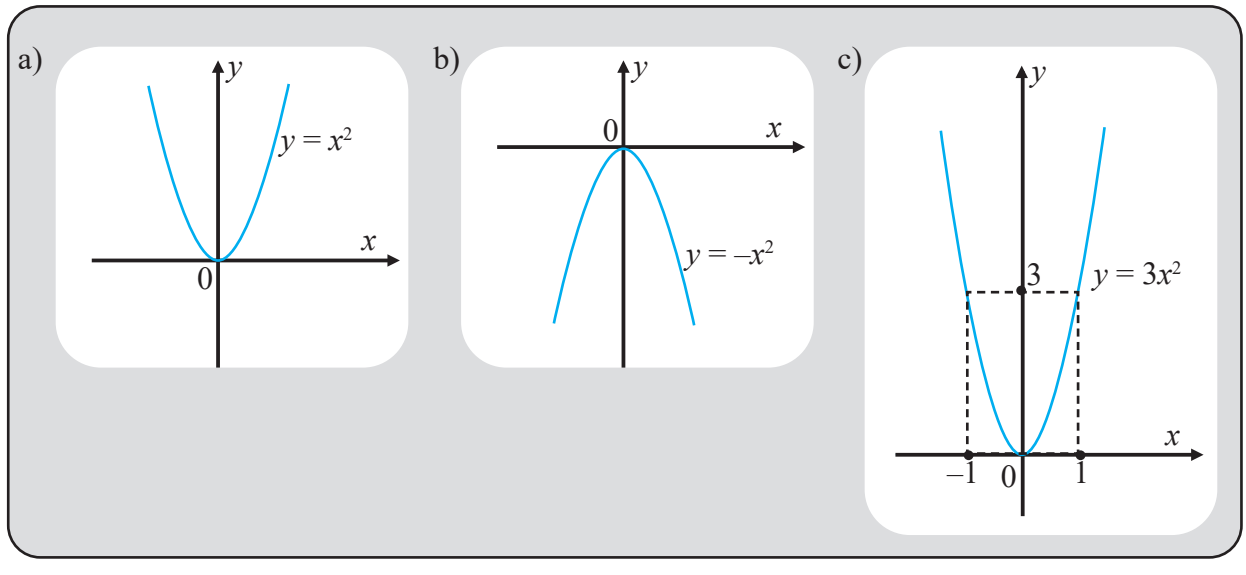
tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Uni yechib, $a=2$, $b=-3$, $c=5$ ekanini topamiz.

Javob: $y=2x^2-3x+5$

JAVOBLAR

1. a) bo‘lmaydi b) bo‘ladi c) bo‘lmaydi d) bo‘ladi **2.** 10 **3.** 1; $-\frac{2}{3}$ **4.** $x\in R$ **5.** Bo‘lmaydi

6.



7. a) $-2;-\frac{2}{3}$ b) $-3;-\frac{1}{3}$ c) $x\in\varnothing$

8. a) $[2;\infty)$ b) $[-1;\infty)$ c) $[3;\infty)$ d) $(-\infty;3]$ e) $(-\infty;2{,}25]$

f) $\left[-\frac{1}{3};\infty\right)$ g) $[11;\infty)$ h) $(-\infty;13]$

9. a) –4,5 b) $-\frac{1}{6}$ c) $-\frac{5}{4}$ **10.** (–8; 8) **11.** $\left(-\frac{1}{5};1\right)$ **12.** Yo‘q

13. Yo‘q **14.** $x\in(-\infty;-1)\cup\left(-\frac{1}{6};\infty\right)$ da $y>0$, $x\in\left(-1;-\frac{1}{6}\right)$ da $y<0$

15. O‘sish oralig‘i: $(-\infty;2]$, kamayish oralig‘i: $[2;\infty)$ **16.** 4; – 6 **17.** $y=x^2-2x+3$

18. $p=-2$, $q=-1$ **19.** $a=11$, $b=22$, $c=4$ **20.** $y=2x^2-3x+5$

KVADRAT TENGSIZLIK

Dars maqsadi: o‘quvchilarga kvadrat tengsizliklarni yechish usullari, yechimini tekshirishni o‘rgatish.

Barcha o‘quvchilar	Kvadrat tengsizlikni ko‘paytuvchilarga ajratib, ko‘paytmaning ishorasidan foydalanib yechadi. Kvadrat tengsizlikni kvadrat funksiya grafigini yasab yechadi. Kvadrat tengsizlikni oraliqlar usuli bilan yechadi.
Aksariyat o‘quvchilar	Parametrli kvadrat tengsizliklar berilganda parametrning shartga mos qiymatini topadi.
Ayrim o‘quvchilar	Masalalarni kvadrat tengsizlik yordamida yechadi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Yechimga ega bo‘lmagan kvadrat tengsizlik yozing.
2. Yechimi barcha haqiqiy sonlardan iborat bo‘lgan kvadrat tengsizlik yozing.
3. $x \le -1$ va $x \ge 2$ tengsizlikni sonli oraliqlar bilan yozing.
4. $0 < x < 7$ qo‘sh tengsizlikni sonli oraliq shaklida yozing.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Kvadrat uchhad ko‘paytuvchilarga ajralmaydigan holatlarda berilgan tengsizlik yechimga ega emas deb xulosa chiqarmang. $D < 0$ ekani kvadrat uchhad nolga teng bo‘lmasligini bildiradi xolos. Bunday tengsizliklarning yechimi yoki barcha haqiqiy sonlar to‘plami, yoki bo‘sh to‘plam bo‘ladi.

Uyga vazifa

2 (d), 3 (d), 4 (d, g, h, i, m), 5 (d), 7, 8 (d, h), 9 (d), 12 (c).

MAVZU BAYONI

Ta’rif: agar tengsizlikning chap qismida kvadrat uchhad, o‘ng qismida nol turgan bo‘lsa, bunday tengsizlik ***kvadrat*** **(bir noma’lumli ikkinchi darajali)** ***tengsizlik*** deyiladi.

1-usul. Chiziqli tengsizliklar sistemasiga keltirib yechish

1-misol. $x^2 - 5x + 6 < 0$ tengsizlikni yeching.

Yechish.

Tengsizlikning chap tomonini ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$$(x-2)(x-3) < 0.$$

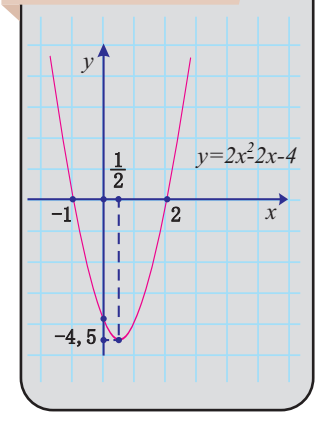
1-hol: $\begin{cases} x-2>0 \\ x-3<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>2 \\ x<3 \end{cases} \Rightarrow x \in (2;3).$ 2-hol: $\begin{cases} x-2<0 \\ x-3>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<2 \\ x>3 \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing.$

Javob: (2; 3).

2-usul. Kvadrat tengsizlikni kvadrat funksiya grafigi yordamida yechish

2-misol. $2x^2-2x-4\ge 0$ tengsizlikni kvadrat funksiya grafigi yordamida yeching.

1-rasm



Yechish. $y=2x^2-2x-4$ funksiya grafigini yasaymiz (1-*rasm*).

Avval parabola uchini topamiz:

$$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{4}=\frac{1}{2};\quad y_0=2\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2}-4=-4{,}5.$$

Keyin diskriminantni hisoblab: $D=b^2-4ac=4+32=36$, parabola nollarini topamiz:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{2\pm\sqrt{36}}{4}=\frac{2\pm 6}{4},$$

$$x_1=-1,\ x_2=2.$$

Javob: $(-\infty;-1]\cup[2;\infty)$.

3-usul. Kvadrat tengsizlikni oraliqlar (intervallar) usuli bilan yechish

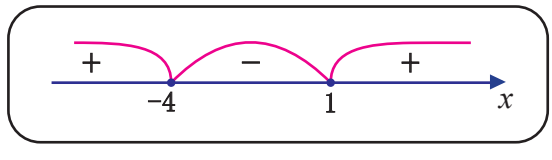
3-misol. $x^2+3x-4\le 0$ tengsizlikni oraliqlar usuli bilan yeching.

Yechish. Tengsizlikning chap qismini ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$(x+4)(x-1)\le 0$.

Uning nollari: – 4 va 1.

Topilgan nuqtalarni son o‘qida belgilaymiz va o‘qni oraliqlarga ajratamiz. Har bir oraliqda $y=x^2+3x-4$ funksiyaning ishorasini aniqlaymiz:



Berilgan misol shartida funksiya o‘zining musbat bo‘lmagan qiymatlariga qaysi oraliqda erishishi so‘ralgani uchun yechim [–4; 1] bo‘ladi.

Javob: [–4; 1].

MISOLLAR

1. 0; –2; 3 sonlaridan qaysilari $-4x^2+5x-5>0$ tengsizlikni qanoatlantiradi?

2. Quyidagi tengsizliklarni chiziqli tengsizliklar sistemasiga keltirib yeching.

a) $(x+4)(2x-3)>0$ b) $x^2+10x-11<0$

c) $(5x-2)(4x+3)\le 0$ d) $2x^2-5x+2\ge 0$

3. Tengsizliklar teng kuchlimi?

a) $5x^2>2x$ va $5x>2$ b) $3x^3<7x^2$ va $3x<7$ c) $\frac{x^2-1}{x}>0$ va $(x^2-x)(x+1)>0$

4. Tengsizliklarni yeching.

a) $x^2 > 0$ b) $4x^2 \geq 0$ c) $x^2 < 0$

d) $-x^2 \leq 0$ e) $x^2 + 7 > 0$ f) $5x^2 + 11 \leq 0$

g) $-x^2 - 5 > 0$ h) $3x^2 - 2x < 0$ i) $-4x^2 + 11x < 0$

j) $x^2 - 9x + 20 < 0$ k) $x^2 - 10x + 25 > 0$ l) $-x^2 + 6x - 8 > 0$

m) $3x^2 - x + 2 \geq 0$ n) $-9x^2 + 24x + 20 > 0$ o) $-7 \cdot (3 - x)^2 > 0$

5. Yechimi berilgan oraliqlardan iborat bo‘lgan biror kvadrat tengsizlik tuzing.

a) $(-\infty; -3) \cup (6; \infty)$ b) $(-\infty; \infty)$

6. Abssissa o‘qida $x^2 + 9x \leq -14$ tengsizlikning yechimi bo‘lgan kesma uzunligini toping.

7. Nechta butun son $2x^2 + 7x - 15 < 0$ tengsizlikni qanoatlantiradi?

8. Tengsizlikni oraliqlar usuli bilan yeching.

a) $x^2 + 5x - 6 > 0$ b) $-x^2 + x + 2 < 0$ c) $x^2 + 3x + 7 > 0$ d) $x^2 + 3x + 7 \leq 0$

e) $-2x^2 + 5x + 3 > 0$ f) $6x^2 - x - 2 < 0$ g) $2x^2 + 5x + 9 \leq 0$ h) $49x^2 - 28x + 4 \leq 0$

9. Tengsizliklarni yeching.

a) $8x^2 + 3x - 5 \geq 0$ b) $5x^2 - 12x + 8 \leq 0$

c) $49x^2 - 70x + 25 > 0$ d) $(2x^2 + 3x + 4)(x + 3) \geq 0$

e) $(7 + 6x - x^2)(3x - 5) < 0$

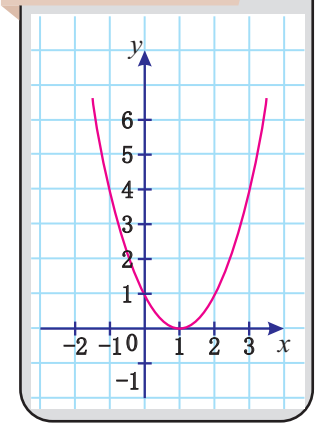
10. Tengsizlikni kvadrat funksiya grafigi yordamida yeching.

a) $2x^2 + 5x - 3 > 0$ b) $4x^2 - 9x - 90 > 0$

11. 6-rasmda $y = ax^2 + bx + c$ funksiya grafigi tasvirlangan. Quyidagi tengsizliklarning yechimini toping.

a) $ax^2 + bx + c > 0$ b) $ax^2 + bx + c \leq 0$

6-rasm



12. Tengsizlikning barcha butun yechimlari yig‘indisini toping.

a) $2x^2 - 9x + 4 < 0$ b) $\frac{x-1}{4} + \frac{3-2x}{2} > \frac{3x+x^2}{8}$

c) $(5x + 7)(x - 2) \leq 21x^2 - 11x + 3$

13. $3x(x-2) - 2x(x+4) - (x-16) \leq 0$ tengsizlikning $[0; 9]$ kesmaga tegishli bo‘lgan nechta butun yechimi bor?

14. $y = -x^2 + 4x - 3$ funksiya grafigi yordamida quyidagi tengsizliklarning yechimini toping.

a) $-x^2 + 4x - 3 > 0$ b) $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$ c) $-x^2 + 4x - 3 < 0$ d) $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$

15. a ning qanday qiymatlarida $ax^2 + 2ax + 4 = 0$ tenglama ildizlarga ega bo‘lmaydi?

16. Tengsizlikni yeching: $(x-1)^2(x^2-2)<(x-1)^2(6-2x)$

17. $f(x)=(x-1)^4(x+1)^3x^2$ funksiya berilgan.

a) $f(x)<0$ b) $f(x)\le 0$ c) $f(x)>0$ d) $f(x)\ge 0$

bo‘ladigan x ning barcha qiymatlarini toping.

18. Tengsizliklarni yeching:

a) $x^2-2(b-c)x+a^2>0$, bunda a, b, c lar uchburchakning tomonlari;

b) $x^2+(a^2+b^2-c^2)x+a^2b^2>0$, bunda a, b, c lar uchburchakning tomonlari.

Yechish. b) $D=4(b-c)^2-4a^2=4\left((b-c)^2-a^2\right)=4(b-c-a)(b-c+a)$.

$b-c-a<0$ va $b-c+a>0$. Demak, $D<0$. Bundan berilgan tengsizlikning chap tomoni x ning barcha qiymatlarida musbat ekani kelib chiqadi.

Javob: $(-\infty;\infty)$

19. Agar $a^2+12b<0$ bo‘lsa, $3x^2-b\le ax$ ni yeching.

20. Agar $b>0{,}05a^2$ bo‘lsa, $5x^2-ax+b>0$ ni yeching.

21. Agar $b^2\le 4ac$ va $a+c>b$ bo‘lsa, $ax^2+bx+c\le 0$ ni yeching.

22. c ning qanday qiymatlarida $y=cx^2+x+c$ va $y=cx+1-c$ funksiyalar grafiklari umumiy nuqtaga ega bo‘lmaydi?

23. p ning qanday qiymatlarida $y=px^2-24x+1$ va $y=12x^2-2px-1$ funksiyalar grafigi kesishmaydi?

24. a ning qanday qiymatlarida $x^2+3x+a=0$ tenglamaning ildizlari $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+1>0$ shartni qanoatlantiradi?

25. b ning qanday qiymatlarida $x^2-2bx+b+6=0$ tenglamaning:

a) ildizlari manfiy; b) ildizlari musbat;

c) ildizlari turli ishorali bo‘ladi?

26. a ning qanday qiymatlarida barcha haqiqiy sonlar tengsizlikni qanoatlantiradi?

a) $x^2-(a+2)x+8a+1>0$ b) $\frac{1}{24}x^2+ax-a+1>0$

27. b ning qanday qiymatlarida tengsizlik yechimga ega emas?

a) $x^2+2bx+1<0$ b) $bx^2+4bx+5<0$ c) $bx^2+(2b+3)x+b-1\ge 0$

JAVOBLAR

1. Hech biri **2.** a) $(-\infty;-4)\cup\left(\frac{3}{2};\infty\right)$ b) $(-11;1)$ c) $\left[-\frac{3}{4};\frac{2}{5}\right]$ d) $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[2;\infty)$

3. a) yo‘q b) yo‘q c) ha

4. a) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$ b) $x\in R$ c) $x\in\varnothing$ d) $x\in R$ e) $x\in R$ f) $x\in\varnothing$

g) $x\in\varnothing$ h) $\left(0;\frac{2}{3}\right)$ i) $(-\infty;0)\cup\left(2\frac{3}{4};\infty\right)$ j) $(4;5)$ k) $(-\infty;5)\cup(5;\infty)$

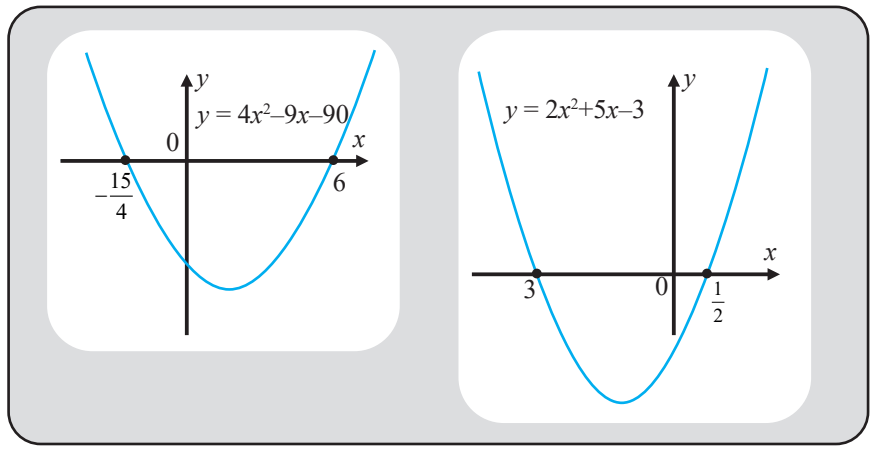
l) $(2;4)$ m) $x\in R$ n) $\left(-\frac{2}{3};\frac{10}{3}\right)$ o) $x\in\varnothing$

5. a) Masalan, $x^2-3x-18>0$ b) Masalan, $3x^2-3x+20>0$ **6.** 5 birlik **7.** 6 ta

8. a) $(-\infty;-6)\cup(1;\infty)$ b) $(-\infty;-1)\cup(2;\infty)$ c) $x\in R$ d) $x\in\varnothing$ e) $\left(-\frac{1}{2};3\right)$ f) $\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$ g) $x\in\varnothing$ h) $x=\frac{2}{7}$

9. a) $(-\infty;-1]\cup\left[\frac{5}{8};\infty\right)$ b) $x\in\varnothing$ c) $\left(-\infty;\frac{5}{7}\right)\cup\left(\frac{5}{7};\infty\right)$ d) $[-3;\infty)$ e) $\left(-1;\frac{5}{3}\right)\cup(7;\infty)$

10. a) $(-\infty;-3)\cup\left(\frac{1}{2};\infty\right)$ b) $\left(-\infty;-\frac{15}{4}\right)\cup(6;\infty)$



11. a) $x\neq 1$ b) $x=1$ **12.** a) 6 b) 285 c) –1 **13.** $x\in\varnothing$

14. a) $(1;3)$ b) $[1;3]$ c) $(-\infty;1)\cup(3;\infty)$ d) $(-\infty;1]\cup[3;\infty)$ **15.** $[0;4)$

16. $(-4;1)\cup(1;2)$ **17.** a) $(-\infty;-1)$ b) $(-\infty;-1]\cup\{0,1\}$ c) $(-1;0)\cup(0;1)\cup(1;\infty)$

d) $[-1;\infty)$ **18.** a) $x\in R$ b) $x\in R$ **19.** $x\in\varnothing$ **20.** $x\in R$

21. $x=-\frac{b}{2a}$ **22.** $\left(-\infty;-\frac{1}{7}\right)\cup(1;\infty)$ **23.** $(12;14)$ **24.** $(0;9)$

25. a) $(-6;-2)$ b) $(3;\infty)$ c) $(-\infty;-6]$ **26.** a) $(0;28)$ b) $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$

27. a) $(-1;1)$ b) $\left(0;\frac{5}{4}\right)$ c) $\left(-\infty;-\frac{9}{16}\right)$

TRIGONOMETRIK AYNIYATLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilarga trigonometrik ayniyatlarni eslatish, ularni qo‘llay olishini tekshirish.

Barcha o‘quvchilar	Asosiy trigonometrik ayniyatni, $\sin\alpha, \cos\alpha, tg\alpha, ctg\alpha$ lar orasidagi munosabatlarni biladi va qo‘llay oladi. $\sin\alpha, \cos\alpha, tg\alpha, ctg\alpha$ lardan biri berilganda qolganlarini topa oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Keltirish formulalari, qo‘shish formulalari, ikkilangan burchak formulalarini qo‘llashni biladi.
Ayrim o‘quvchilar	Yig‘indi uchun formulalarni, ko‘paytma uchun formulalarni, yarim argument formulalarini biladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Tekislikda nuqta koordinatalarining ishoralari qanday aniqlanadi?
2. Sinus, kosinus, tangens va kotangensning ishoralari qanday aniqlanadi?
3. Ayniyat deganda nimani tushunasiz? Ayniyatga misollar keltiring.
4. O‘zingiz biladigan trigonometrik ayniyatlarga misollar yozing.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Sinus, kosinus, tangens va kotangensning ishoralarini aniqlashda xatolikka yo‘l qo‘yilishi ko‘p uchraydi. $P(1;0)$ nuqtani α burchakka burishda hosil bo‘lgan $A(x;y)$ nuqta koordinatalari ishoralari qanday aniqlanishini takrorlang.

Uyga vazifa

2, 4 (d), 5 (d), 6 (d), 8 (b), 10 (b), 12 (b), 13 (d, f,), 15 (c), 17 (b), 21.

MAVZU BAYONI

Asosiy trigonometrik ayniyatlar

1. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
2. $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \cos\alpha\neq 0$
3. $ctg\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\ \sin\alpha\neq 0$
4. $tg\alpha\cdot ctg\alpha=1$
5. $1+tg^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha},\ \cos\alpha\neq 0$
6. $1+ctg^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha},\ \sin\alpha\neq 0$

Ba’zi burchaklarning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensining qiymatlari

α	$0^0\,(0)$	$30°\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$45°\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$60°\left(\frac{\pi}{3}\right)$	$90°\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$180°(\pi)$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

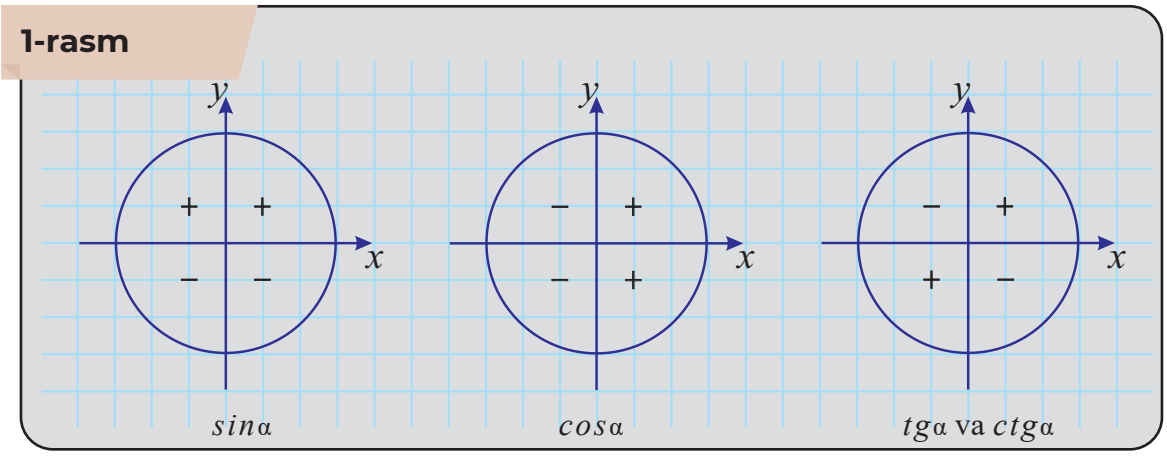
$cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Mavjud emas	0
$ctg\alpha$	Mavjud emas	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	Mavjud emas

Keltirish formulalari

	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$tg\,\alpha$
$ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$

Sinus, kosinus, tangens va kotangensning ishoralari

1-rasm



α va $(-\alpha)$ burchaklarning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi

1. $sin(-\alpha)=-sin\alpha$ 2. $cos(-\alpha)=cos\alpha$ 3. $tg(-\alpha)=-tg\alpha$ 4. $ctg(-\alpha)=-ctg\alpha$

MISOLLAR

1. Agar $ctg\alpha = -\frac{3}{4}$ va $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ bo‘lsa, $cos\alpha$ ni toping.

2. Agar $tg\alpha = -\sqrt{5}$ va $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ bo‘lsa, $sin\alpha$ ni toping.

3. Agar $tg\alpha = \frac{3}{2}$ bo‘lsa, $\frac{2sin\alpha + 5cos\alpha}{3sin\alpha - 4cos\alpha}$ ni toping.

4. Soddalashtiring.

a) $\frac{2sin^2\alpha - 1}{2cos^2\alpha - 1}$ b) $\frac{ctga\left(2sin^2a + tga\right)}{\left(sina + cosa\right)^2}$ c) $\frac{1 - cos^2\alpha}{sin^4\alpha} - ctg^2\alpha$ d) $2 - \frac{1 - sin^4\alpha}{cos^2\alpha}$

5. Hisoblang.

a) $4cos150° - sin240° - 3tg210°$ b) $2cos135° + tg60° - ctg240°$

c) $sin300° - 3cos135° + 2cos210°$ d) $tg150° - ctg315° + 5sin135°$

6. Hisoblang.

a) $tg\frac{7\pi}{6} - 2tg\frac{5\pi}{3} + 3tg\frac{11\pi}{6}$ b) $2cos\frac{4\pi}{3} + sin\frac{5\pi}{4} - cos\frac{4\pi}{3}$

c) $20ctg\frac{3\pi}{2} - sin\frac{2\pi}{3} + cos\frac{4\pi}{3}$ d) $ctg\frac{7\pi}{4} + 2ctg\frac{4\pi}{3} - 2cos\frac{5\pi}{6}$

7. Soddalashtiring.

a) $\frac{1 - tg(360° - \alpha)tg\alpha}{tg(270° - \alpha) + tg\alpha}$ b) $\frac{cos(90° + \alpha) + sin(90° - \alpha)}{cos(270° - \alpha) + cos(180° + \alpha)}$

8. Soddalashtiring.

a) $\frac{sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{tg^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2}\right) - ctg^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\beta}{2}\right)}$ b) $\frac{cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2a\right) + sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2a\right)}{cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2a\right) + sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2a\right)}$

9. Ayniyatni isbotlang.

a) $\frac{sin(\pi - 2\alpha) - 2sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{sin^2(\pi + \alpha) - cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = 2ctg\alpha$ b) $\frac{sin^4\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - cos^2(2\alpha + \pi)}{1 - 3cos(2\alpha + \pi)} = \frac{sin^2\alpha}{2}$

10. Hisoblang.

a) $sin(-43°)cos88° + cos(-43°)sin88°$ b) $cos11°cos19° - sin19°sin11°$

11. Hisoblang.

a) $sin\frac{2\pi}{7}cos\frac{3\pi}{14} + cos\frac{2\pi}{7}sin\frac{3\pi}{14}$ b) $\frac{1 + tg33°tg78°}{tg78° - tg33°}$

12. Hisoblang.

a) $cos\left(-\frac{19\pi}{36}\right)cos\frac{7\pi}{9}-sin\frac{7\pi}{9}sin\left(-\frac{19\pi}{36}\right)$ b) $\frac{1-tg\frac{\pi}{11}tg\frac{5\pi}{66}}{tg\frac{5\pi}{66}+tg\frac{\pi}{11}}$

13. Soddalashtiring.

a) $cos(\alpha-\beta)-sin\alpha sin\beta$ b) $sin(\alpha-\beta)+sin(\alpha+\beta)$

c) $sin4\alpha\, cos\alpha-cos4\alpha\, sin\alpha$ d) $cos\alpha\, cos2\alpha+sin2\alpha\, sin\alpha$

e) $\frac{1}{2}cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}sin\alpha$ f) $\frac{1}{\sqrt{2}}cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}sin\alpha$

14. a) $cos\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ va $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ bo‘lsa, $cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ ni toping.

b) $cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ va $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$ bo‘lsa, $sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$ ni toping.

15. Hisoblang.

a) $\frac{6sin10°cos10°}{sin20°}$ b) $\frac{sin88°}{sin22°cos22°cos44°}$ c) $sin\frac{\pi}{12}\left(2sin^2\frac{\pi}{24}-1\right)$

16. a) Agar $cos\alpha=0,4$ bo‘lsa, $cos2\alpha$ ni toping.

b) Agar $sin\alpha=-0,7$ bo‘lsa, $cos2\alpha$ ni toping.

17. a) Agar $cos\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ va $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ bo‘lsa, $sin2\alpha$ ni toping.

b) Agar $sin\alpha=\frac{1}{5}$ va $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ bo‘lsa, $sin2\alpha$ ni toping.

18. Soddalashtiring.

a) $2cos^2\frac{\alpha}{2}(cos\alpha-1)$ b) $\frac{sin2\alpha}{1+cos2\alpha}$

19. Agar $tg\alpha=-2$ bo‘lsa, $sin2\alpha$, $cos2\alpha$, $tg2\alpha$, $ctg2\alpha$ larni toping.

20. a) $cos123°tg231°sin312°$ ifodaning ishorasini aniqlang.

b) $sin\frac{1}{3}cos\frac{7}{8}tg4ctg5,7$ ifodaning ishorasini aniqlang.

21. Sonlarni taqqoslang: $sin200°$ va $sin(-200°)$.

22. $sin\alpha=\frac{12}{13}$ va $cos\alpha=\frac{5}{13}$ tengliklarning ikkalasi bir vaqtda o‘rinli bo‘lishi mumkinmi?

23. Ayniyatni isbotlang.

a) $\left(sin\alpha+\frac{1}{sin\alpha}\right)^2+\left(cos\alpha+\frac{1}{cos\alpha}\right)^2-\left(tg^2\alpha+ctg^2\alpha\right)=7$ b) $\frac{tg3\alpha}{tg^23\alpha-1}\cdot\frac{1-ctg^23\alpha}{ctg3\alpha}=1$

24. Ifodani soddalashtiring.

a) $\dfrac{1-ctg^2(-\alpha)}{\cos\alpha+\sin(-\alpha)}\cdot\sin(-\alpha)+ctg(-\alpha)$ b) $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)-\sin(\beta-\alpha)}{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\beta-\alpha)}$

25. Ayniyatni isbotlang.

a) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)$ b) $2\sin2\alpha\cos5\alpha=\sin7\alpha-\sin3\alpha.$

26. $\cos\alpha=\dfrac{2}{3};\ \sin\beta=-\dfrac{\sqrt{7}}{4};\ \dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi\ ;\ \pi<\beta<\dfrac{3\pi}{2}$ bo‘lsa, $\cos(\alpha+\beta)$ni toping.

27. Ayniyatni isbotlang: $\dfrac{tg\alpha-tg\beta}{tg\alpha+tg\beta}=\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$.

28. Hisoblang: $\sin(-300^0)\cos(-135^0)tg(-210^0)ctg(-120^0)$.

29. Agar $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$ bo‘lsa, $\sin\alpha\cos\alpha$ ni toping.

30. Agar $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$ va $\pi<a<\dfrac{3\pi}{2}$ bo‘lsa, $\sin\alpha+\cos\alpha$ ni toping.

Yechish. $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$ bo‘lganda, $\sin\alpha+\cos\alpha<0$.

$$\sin\alpha+\cos\alpha=-\sqrt{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}=-\sqrt{\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}=-\sqrt{1+2\cdot\frac{1}{3}}=-\sqrt{\frac{5}{3}}.$$

Javob: $-\sqrt{\dfrac{5}{3}}$.

JAVOBLAR

1. $\dfrac{3}{5}$ **2.** $\sqrt{\dfrac{5}{6}}$ **3.** 16 **4.** a) -1 b) 1 c) 1 d) $\cos^2\alpha$

5. a) $-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ b) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\sqrt{2}$ c) $\dfrac{-3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$ d) $1+\dfrac{5}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **6.** a) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

b) $-\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$ c) $-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ d) $-1+\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ **7.** a) $tg\alpha$ b) $\dfrac{\sin(\alpha-45^\circ)}{\sin(\alpha+45^\circ)}$ **8.** a) $\dfrac{1}{4}\sin^2\beta$

b) $\dfrac{\cos\left(2\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)}$ **9.** a) $\dfrac{\sin(\pi-2\alpha)-2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin^2(\pi+\alpha)-\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+a\right)}=\dfrac{\sin2\alpha-2\cos\alpha}{\sin^2\alpha-\sin\alpha}=\dfrac{2\cos\alpha(\sin\alpha-1)}{\sin\alpha(\sin\alpha-1)}=2ctg\alpha$

b) $\dfrac{\sin^4\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)-\cos^2(2\alpha+\pi)}{1-3\cos(2\alpha+\pi)}=\dfrac{\cos^4\alpha-\cos^2 2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+3\cos2\alpha}=\dfrac{\cos^4\alpha-\cos^4\alpha-\sin^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{4\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha}=$

$=\dfrac{\sin^2\alpha(2\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)}{2(2\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)}=\dfrac{\sin^2\alpha}{2}$ **10.** a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **11.** a) 1 b) 1

12. a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\sqrt{3}$ **13.** a) $\cos\alpha\cos\beta$ b) $2\sin\alpha\cos\beta$ c) $\sin 3\alpha$ d) $\cos\alpha$

e) $\cos(60^\circ-\alpha)$ f) $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$ **14.** a) $\frac{4+\sqrt{2}}{6}$ b) $\frac{-3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$ **15.** a) 3

b) 4 c) $-\frac{1}{4}$ **16.** a) -0,68 b) 0,02 **17.** a) $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ b) $-\frac{4\sqrt{6}}{25}$

18. a) $-\sin^2\alpha$ b) $tg\alpha$ **19.** $-\frac{4}{5};-\frac{3}{5};\frac{4}{3};\frac{3}{4}$ **20.** a) musbat b) manfiy

21. $\sin 200^\circ < \sin(-200^\circ)$ **22.** Ha, mumkin.

23. a) $\left(\sin\alpha+\frac{1}{\sin\alpha}\right)^2+\left(\cos\alpha+\frac{1}{\cos\alpha}\right)^2-(tg^2\alpha+ctg^2\alpha)=$

$=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2+2+\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\alpha}-\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=$

$=5+\frac{1-\cos^4\alpha-\sin^4\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=5+\frac{1-1+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=7$ b) $\frac{tg3\alpha}{tg^2 3\alpha-1}\cdot\frac{1-ctg^2 3\alpha}{ctg3\alpha}=\frac{tg3\alpha-ctg3\alpha}{tg3\alpha-ctg3\alpha}=1$

24. a) 1 b) $tg(\alpha-\beta)$

25. a) $\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\alpha\cos\frac{\pi}{4}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\alpha+\cos\alpha)=\sin\alpha+\cos\alpha$

b) $\sin 7\alpha-\sin 3\alpha=2\sin\frac{7\alpha-3\alpha}{2}\cos\frac{7\alpha+3\alpha}{2}=2\sin 2\alpha\cos 5\alpha$ **26.** $-\frac{6+\sqrt{35}}{12}$

27. **1-usul.**

$$\frac{tga-tg\beta}{tg\alpha+tg\beta}=\frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{\sin\beta}{\cos\beta}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\sin\beta}{\cos\beta}}=\frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}\cdot\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

28. $\frac{\sqrt{6}}{12}$ **29.** $-\frac{5}{18}$ **30.** $-\sqrt{\frac{5}{3}}$

ARIFMETIK VA GEOMETRIK PROGRESSIYA

Dars maqsadi: o‘quvchilarga ketma-ketliklarda arifmetik va geometrik progressiya qoidalarini qo‘llashni yana bir bor o‘rgatish.

Barcha o‘quvchilar	Arifmetik progressiya *n*-hadi formulasi, dastlabki *n* ta hadining yig‘indisi formulasini biladi va qo‘llay oladi. Geometrik progressiya *n*-hadi formulasi, dastlabki *n* ta hadining yig‘indisi formulasini biladi va qo‘llay oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Arifmetik va geometrik progressiya xossalarini biladi, qo‘llay oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Progressiyalarga doir qiyinroq masalalarni yecha oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Qanday sonli ketma-ketlik “arifmetik progressiya” deyiladi?
2. Arifmetik progressiya qanday xossalarga ega?
3. Arifmetik progressiya dastlabki *n* ta hadi yig‘indisi qanday formula bilan hisoblanadi?
4. Qanday sonli ketma-ketlik “geometrik progressiya” deyiladi?
5. Geometrik progressiya qanday xossalarga ega?
6. Geometrik progressiya dastlabki *n* ta hadi yig‘indisi qanday formula bilan hisoblanadi?
7. “Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya” deb qanday ketma-ketlikka aytiladi?
8. Shaxmat ixtirosi uchun beriladigan mukofot haqidagi masalani eshitganmisiz?
9. Arifmetik progressiya ham, geometrik progressiya ham bo‘la oladigan ketma-ketlikka misol keltiring.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Geometrik progressiya maxraji masala shartiga mos kelishi yoki kelmasligini tekshirmasdan javob yozish holatlari uchraydi. Masalan, barcha hadlari musbat; barcha hadlari manfiy; hadlarining ishoralari almashinib keladigan; kamayuvchi yoki o‘suvchi geometrik progressiyalar maxrajini aniqlashni mashq qilish kerak bo‘ladi.

Uyga vazifa

2 (d), 6 (d), 9, 13 (b), 16 (c), 18 (c), 20, 25, 35 (b).

MAVZU BAYONI

Arifmetik progressiya

1. $a_{n+1} = a_n + d$, $n \in N$;
2. $a_n = a_1 + (n-1)d$, $n \in N$;
3. $a_n = a_k + (n-k)d$, $n, k \in N$, $n > k$;
4. $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$, $n \in N$;
5. $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$, $n, k \in N$, $n > k$;

6. $\{a_n\}$ arifmetik progressiya hadlari uchun $a_n + a_m = a_k + a_l$ tenglik o‘rinli, bunda $n + m = k + l$;

7. $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$; 8. $S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)d)n}{2}$.

Geometrik progressiya

1. $b_{n+1} = b_n \cdot q$, $n \in N$; 2. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $n \in N$;

3. $b_n = b_k \cdot q^{n-k}$, $n, k \in N$ va $n > k$; 4. $b_n^2 = b_{n-k} \cdot b_{n+k}$, $n, k \in N$, $n > k$;

5. $\{b_n\}$ geometik progressiya hadlari uchun $b_n \cdot b_m = b_k \cdot b_l$ tenglik o‘rinli, bunda $n + m = k + l$;

6. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q \neq 1$, agar $q = 1$ bo‘lsa, $S_n = b_1 \cdot n$; 7. $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q-1}$, $q \neq 1$;

8. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya (barcha hadlari) yig‘indisi: $S = \frac{b_1}{1-q}$, $|q| < 1, q \neq 0$.

MISOLLAR

1. Agar $a_1 = -3$ va $d = 6$ bo‘lsa, arifmetik progressiyaning saksoninchi hadini toping.

2. 2, 6, 10, 14, 18, … ketma-ketlik arifmetik progressiya tashkil qiladi. Uning n-hadi formulasini yozing.

3. Arifmetik progressiyada:

a) $a_7 = -5$, $a_{32} = 70$ bo‘lsa, a_1 va d ni;

b) $a_5 = 2$, $a_{40} = 142$ bo‘lsa, a_7 ni;

c) $a_{14} = 5$, $a_{12} = 1$ bo‘lsa, a_{13} ni;

d) $a_{25} - a_{20} = 10$, $a_{16} = 13$ bo‘lsa, a_{10} ni toping.

4. Agar geometrik progressiyada $b_2 = 4$ va $b_3 = 6$ bo‘lsa, b_7 ni toping.

5. Agar geometrik progressiyada $b_1 = 3$ va $q = -2$ bo‘lsa, b_8 ni toping.

6. Geometrik progressiyada:

a) $b_1 = 18$, $q = \frac{1}{9}$ bo‘lsa, b_2 ni; b) $b_1 = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$ bo‘lsa, b_7 ni;

c) $b_4 = 8$, $b_8 = 128$ bo‘lsa, b_1 va q ni; d) $b_9 = -1$, $q = -1$ bo‘lsa, b_1 va b_{17} ni toping.

7. Geometrik progressiyada $b_1 = 3$, $q = 2$ bo‘lsa, S_6 ni toping.

8. Geometrik progressiyada $b_2 = 6$, $q = 3$ bo‘lsa, S_8 ni toping.

9. Geometrik progressiyada $b_1 = 4$, $q = \frac{1}{2}$ bo‘lsa, dastlabki 10 ta hadi yig‘indisini toping.

10. Geometrik progressiyaning birinchi hadi 5, oltinchi hadi 1215 ga teng. Shu progressiya maxrajini toping.

11. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyada $b_1 = 8$, $q = \frac{1}{2}$ bo‘lsa, uning yig‘indisini toping.

12. 12, 4, $\frac{4}{3}$, … cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya yig‘indisini toping.

13. Geometrik progressiyada:

a) $b_1 = 24$, $b_2 = 36$ bo‘lsa, q ni; b) $b_5 = 36$, $b_7 = 144$ bo‘lsa, b_6 ni;

c) $b_6 = \frac{1}{486}$, $b_8 = \frac{1}{4374}$ bo‘lsa, b_7 ni toping.

14. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya yig‘indisi 150 ga teng. Agar $q = \frac{1}{3}$ bo‘lsa, b_1 ni toping.

15. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyada $b_1 = \frac{1}{4}$, $S = 16$ bo‘lsa, q ni toping.

16. Geometrik progressiyada:

a) $b_1 = 3$, $q = 5$ bo‘lsa, S_4 ni; b) $b_2 = 8$, $b_3 = 4$ bo‘lsa, S_6 ni;

c) $b_1 = -2$, $b_6 = -486$ bo‘lsa, S_6 ni toping.

17. Geometrik progressiyada $q = -\frac{1}{2}$, $S_8 = \frac{85}{64}$ bo‘lsa, b_1 ni toping.

18. Arifmetik progressiyaning n-hadi formulasini yozing.

a) $a_1 = 5$, $a_2 = -5$ b) $a_1 = -3$, $a_6 = 12$ c) $a_1 = 6$, $a_{10} = 33$

19. Arifmetik progressiyaning to‘rtinchi va oltinchi hadlari mos ravishda 16 va 19 ga teng bo‘lsa, birinchi hadini toping.

20. Dastlabki 25 ta natural son yig‘indisini toping.

21. (a_n) arifmetik progressiyada $a_3 + a_7 = 5$ va $a_4 = 1$ bo‘lsa, uning dastlabki o‘nta hadi yig‘indisini toping.

22. Arifmetik progressiyada $a_1 = -20{,}7$, $d = 1{,}8$ bo‘lsa, nechanchi hadidan boshlab progressiyaning barcha hadlari musbat bo‘ladi?

23. Arifmetik progressiyada $a_{12} + a_{15} = 20$ bo‘lsa, S_{26} ni toping.

24. Arifmetik progressiyada $a_2 + a_6 = 44$, $a_5 - a_1 = 20$ bo‘lsa, a_{100} ni toping.

25. Arifmetik progressiyaning uchinchi va to‘qqizinchi hadlari yig‘indisi 8 ga teng. Shu progressiyaning dastlabki o‘n bitta hadi yig‘indisini toping.

26. Arifmetik progressiyada $S_n = 3n^2 + n$ bo‘lsa, a_1 va d ni toping.

27. O‘suvchi geometrik progressiyada $b_{12} = 4 \cdot b_{10}$ va $b_3 = 6$ bo‘lsa, b_7 ni toping.

28. Geometrik progressiyada $b_5 = \sqrt[3]{2}$. Shu progressiya dastlabki to‘qqizta hadi ko‘paytmasini toping.

29. Geometrik progressiyada $S_4 = 10\frac{5}{8}$, $S_5 = 42\frac{5}{8}$, $b_1 = \frac{1}{8}$ bo‘lsa, q ni toping.

30. Geometrik progressiyada $b_1 = 1$ va $b_3 + b_5 = 90$ bo‘lsa, q ni toping.

31. Uchta x, y va 12 soni kamayuvchi geometrik progressiyani tashkil qiladi. Agar 12 ning o‘rniga 9 qo‘yilsa, arifmetik progressiya hosil bo‘ladi. $x + y$ ni toping.

Yechish. x, y va 12 sonlari geometrik progressiya ekanidan $y^2 = 12x$, x, y va 9 sonlari arifmetik progressiya ekanidan $\frac{x+9}{2} = y$.

Bu ikkita tenglamadan $y_1 = 6$, $y_2 = 18$ hamda $x_1 = 3$, $x_2 = 27$.

Masala shartni $x=27,\ y=18$ sonlari qanoatlantiradi. $x+y=27+18=45$.

Javob: 45

32. Geometrik progressiyada $b_2 \cdot b_4 \cdot b_6 = 216$ va $b_3 = 12$. Shu progressiyaning dastlabki oltita hadi yig‘indisini toping.

33. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning toq o‘rinlarda turgan hamma hadlarining yig‘indisi 36 ga teng. Juft o‘rinlarda turgan hamma hadlarining yig‘indisi 12 ga teng. Shu progressiya maxrajini va ikkinchi hadini toping.

34. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning birinchi va to‘rtinchi hadlarining yig‘indisi 54 ga, ikkinchi va uchinchi hadlarining yig‘indisi 36 ga teng. Shu progressiyaning yig‘indisini toping.

35. Arifmetik progressiyada:

a) $a_1 = -3,\ a_3 \cdot a_7 = 24$ bo‘lsa, S_{12} ni;

b) $a_2 + a_9 = 20$ bo‘lsa, S_{10} ni;

c) $a_3 + a_6 = 19$ bo‘lsa, S_8 ni;

d) $S_4 = -28,\ S_6 = 58$ bo‘lsa, S_{16} ni toping.

JAVOBLAR

1. 471 **2.** $a_n = 4n-2,\ n \in N$ **3.** a) $a_1 = -23, d = 3$

b) $a_7 = 10$ c) $a_{13} = 3$ d) $a_{10} = 1$

4. $\frac{243}{8}$ **5.** –384 **6.** a) 2 b) $\frac{1}{128}$ c) $b_1 = 1, q = 2$ yoki $b_1 = -1, q = -2$

d) $b_1 = -1, b_{17} = -1$ **7.** 189 **8.** 6560 **9.** $\frac{1023}{128}$ **10.** 3 **11.** 16 **12.** 18

13. a) $\frac{3}{2}$ b) 72 yoki –72 c) $\frac{1}{1458}$ yoki $-\frac{1}{1458}$ **14.** 100 **15.** $\frac{63}{64}$

16. a) 468 b) $\frac{63}{2}$ c) –728 **17.** 2 **18.** a) $a_n = -10n+15, n \in N$

b) $a_n = 3n-6, n \in N$ c) $a_n = 3n+3, n \in N$ **19.** 11,5 **20.** 325 **21.** $\frac{65}{2}$

22. 13 **23.** 260 **24.** 502 **25.** 44 **26.** $a_1 = 4, d = 6$ **27.** 96

28. 8 **30.** –3 yoki 3. **31.** 45 **32.** $\frac{189}{2}$ **33.** $q = \frac{1}{3},\ b_2 = \frac{32}{3}$

34. 96 **35.** a) –69 yoki 129 b) 100 c) 76 d) 1488

1-BOB. FUNKSIYALAR

FUNKSIYA. FUNKSIYANING BERILISH USULLARI

Dars maqsadi: o‘quvchilarga turli usullarda berilgan funksiyalarning xossalarini aniqlashni, elementar funksiyalar grafiklarini tasvirlashni o‘rgatish.

Barcha o‘quvchilar	Funksiya ta’rifini, funksiya turlicha usullarda berilishi mumkinligini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Funksiya ta’rifini, funksiyaning analitik va jadval usulida berilishini biladi. Argument, funksiya tushunchalarini biladi.
Ayrim o‘quvchilar	Funksiya ta’rifini, funksiyaning analitik, jadval, grafik va matnli usullarda berilishini biladi. Argument, funksiya tushunchalarini biladi. Funksiya bo‘lmaydigan mosliklar mavjudligini tushunadi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. “Funksiya” deb nimaga aytiladi?
2. Argument deganda nimani tushunasiz?
3. Funksiya qanday usullarda berilishi mumkin?
4. Funksiya analitik usulda berilgan deganda nimani tushunasiz?
5. Jadval usulida berilgan funksiyaga misol keltiring.
6. Qaysi darslikda funksiyalar ko‘proq matn usulida bayon etiladi? (“Fizika”)
7. Chizmadagi shaklga qarab uning biror funksiyani aniqlashi yoki aniqlamasligi haqida gapirish mumkinmi?

Uyga vazifa

4 (b, d, f), 5 (a, b, c, d).

MAVZU BAYONI

Ta’rif: X va Y sonli to‘plamlar bo‘lsin. Har bir $x \in X$ nuqtaga yagona $y \in Y$ nuqtani mos qo‘yuvchi qonuniyat ***funksiya*** deyiladi.

Funksiyani aniqlovchi qonuniyatlar f, g, … harflari orqali belgilanadi. $y = f(x)$ yozuv f qonuniyat $x \in X$ nuqtaga $y \in Y$ nuqtani mos qo‘yganini anglatadi va bu holda X to‘plamning nuqtalarini Y to‘plamning nuqtalariga mos qo‘yuvchi f funksiya berilgan deyiladi. Bunda x ***erkli o‘zgaruvchi*** yoki ***argument***, y esa ***erksiz o‘zgaruvchi*** yoki ***funksiya*** deb yuritiladi. f funksiya odatda $y = f(x)$ yoki $f(x)$ ko‘rinishlarida ifodalanadi.

Funksiyalar quyidagi usullarda berilishi mumkin:

1. Funksiya berilishining ***analitik usuli.*** Agar funksiya bitta yoki bir nechta formula yoki tenglamalar bilan berilgan bo‘lsa, u holda bu funksiya *analitik usulda berilgan* deyiladi.

2. Funksiya berilishining ***jadval usuli*** odatda amaliy tajribalarda o‘zgaruvchilar orasidagi o‘zaro bog‘liqlikni ifodalaydi.

3. Ayrim amaliy ishlarda o‘zgaruvchilarning bog‘liqligi ***grafik usulda*** beriladi.

Masalan, dollarning so‘mga nisbatan qiymatining oylik, yillik o‘zgarishi grafik usulda ifodalanishi mumkin. Bu yerda sanalar *argument*, dollarning so‘mga nisbatan qiymati esa *funksiya* bo‘ladi.

4. Funksiya ***matn usulida*** berilishi ham mumkin. Masalan: 4 nafar a’zosi bor oila osh pishirish uchun 1 kg guruch sarflaydi. Uyga 2 nafar mehmon kelganda osh pishirish uchun necha kg guruch kerak bo‘ladi? Bu masalada oshdagi guruch miqdori uydagi kishilar soniga bog‘liq bo‘lib, kishilar soni *argument*, guruch miqdori *funksiya* bo‘ladi.

MISOLLAR

1. Matn bilan berilgan funksiyaning analitik ko‘rinishini yozing. Masalan, “argumentning kvadratidan 5 ni ayiring” deyilishi quyidagi funksiyani beradi: $f(x) = x^2 - 5$.

a) argumentni 3 ga ko‘paytirib, undan 5 ni ayiring.

b) argumentning kvadratiga 2 ni qo‘shing.

c) argumentdan 1 ni ayirib, keyin kvadratga ko‘taring.

d) argumentga 1 ni qo‘shing, keyin kvadrat ildizini topib, 6 ga bo‘ling.

2. Matn usulida berilgan funksiyaning ***analitik***, ***jadval*** va ***grafik*** ko‘rinishini toping.

a) $f(x)$ ni topish uchun argumentni 3 ga bo‘ling, keyin $\frac{2}{3}$ ni qo‘shing.

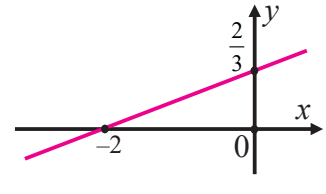
b) $g(x)$ni topish uchun argumentdan 4 ni ayiring, keyin $\frac{3}{4}$ ga ko‘paytiring.

c) $T(x)$ funksiya x so‘mga sotib olingan mahsulotning soliq miqdori funksiyasi bo‘lsin, soliq miqdorini topish uchun mahsulot narxining 8% ini hisoblang.

d) $V(d)$ funksiya d diametrli sharning hajmini topish funksiyasi bo‘lsin, hajmni topish uchun diametrning 3-darajasini π ga ko‘paytirib, 6 ga bo‘ling.

Yechish. a) Berilgan funksiyaning analitik ko‘rinishi: $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$. Berilgan funksiyaning jadval usuli (ayrim qiymatlar uchun):

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$



3. Berilgan funksiyalar uchun qiymatlar jadvalini to‘ldiring.

a) $f(x) = 2(x-1)^2$

x	$f(x)$
–1	
0	
1	
2	
3	

b) $g(x) = |2x+3|$

x	$g(x)$
–3	
–2	
0	
1	
3	

4. Funksiyaning berilgan argumentdagi qiymatlarini toping.

a) $f(x) = x^2 - 6$ $\quad f(-3), f(3), f(0), f\left(\frac{1}{2}\right)$

b) $f(x) = x^3 + 2x$ $\quad f(-2), f(-1), f(0), f\left(\frac{1}{2}\right)$

c) $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$ $\quad f(-2), f(-1), f(0), f(5), f(x^2), f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

d) $f(x)=\dfrac{1-2x}{3}$ $\quad f(2), f(-2), f\left(\dfrac{1}{2}\right), f(a), f(-a), f(a-1)$

e) $h(x)=\dfrac{x^2+4}{5}$ $\quad h(2), h(-2), h(a), h(-x), h(a-2), h\left(\sqrt{x}\right)$

f) $f(x)=x^2+2x$ $\quad f(0), f(3), f(-3), f(a), f(-x), f\left(\dfrac{1}{a}\right)$

g) $h(t)=t+\dfrac{1}{t}$ $\quad h(-1),\ h(2),\ h\left(\dfrac{1}{2}\right),\ h(x-1),\ h\left(\dfrac{1}{x}\right)$

5. Berilgan tengliklardan qaysilari x o‘zgaruvchili funksiya bo‘la oladi?

a) $3x-5y=7$ b) $3x^2-y=5$ c) $x=y^2$ d) $x^2+(y-1)^2=4$

e) $2x-4y^2=3$ f) $2x^2-4y^2=3$ g) $2xy-5y^2=4$ h) $\sqrt{y}-x=5$

i) $2|x|+y=0$ j) $2x+|y|=0$ k) $x=y^3$ l) $x=y^4$

Yechish. h) Berilgan tenglikni $\sqrt{y}=x+5$ kabi yozib olaylik. Ravshanki, $y\ge 0$ va $x\ge -5$ bo‘lganda berilgan tenglik ma’noga ega bo‘ladi. Endi ushbu amallarni bajaraylik:

$$\sqrt{y}=x+5 \Rightarrow \left(\sqrt{y}\right)^2=(x+5)^2 \Rightarrow y=(x+5)^2$$

Hosil qilingan $y=(x+5)^2$ bog‘lanishda x o‘zgaruvchining ixtiyoriy qiymatida $y\ge 0$ ekanidan $x\ge -5$ bo‘lganda $\sqrt{y}-x=5$ tenglikdagi x o‘zgaruvchi x o‘zgaruvchining funksiyasi bo‘la olishi kelib chiqadi. Diqqat qiling! $x<-5$ va $y\ge 0$ bo‘lganda $\sqrt{y}-x=5$ tenglikdagi y o‘zgaruvchi x o‘zgaruvchining funksiyasi bo‘la olmaydi, chunki $\sqrt{y}-x=5$ tenglikning chap tarafidagi ifoda no-manfiy, o‘ng tarafidagi ifoda esa manfiy bo‘lib qoladi. Shuning uchun $x<-5$ bo‘lganda $\sqrt{y}-x=5$ tenglikdagi y o‘zgaruvchi x o‘zgaruvchining funksiyasi bo‘la olmaydi.

6. Quyidagi jadvallardan qaysi biri x o‘zgaruvchili funksiya bo‘la oladi?

a)

x	y
–5	–12
9	2
11	2

b)

x	y
–10	–9
$3\frac{1}{2}$	–6
–10	–1

c)

x	y
2	0
–5	–3
–17	7
6	17
11	7

d)

x	y
–4	$3\frac{1}{2}$
$3\frac{1}{2}$	$-3\frac{1}{2}$
$9\frac{3}{5}$	–10

Yechish. Berilgan jadvaldagi x o‘zgaruvchining y qiymatiga y o‘zgaruvchining ikkita $y=-9$ va y qiymatlari mos kelyapti. Demak, jadvaldagi y o‘zgaruvchi x o‘zgaruvchining funksiyasi bo‘la olmaydi.

JAVOBLAR

1. a) $f(x)=3x-5$; b) $f(x)=x^2+2$; c) $f(x)=(x-1)^2$; d) $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{6}$.

2. a) $f(x)=\frac{x}{3}+\frac{2}{3}$; b) $g(x)=\frac{3}{4}(x-4)$; c) $T(x)=0,08x$; d) $V(x)=\frac{\pi d^3}{6}$.

3. a) 8; 2; 0; 2; 8. b) 3; 1; 3; 5; 9.

4. a) $f(-3)=3$; $f(3)=3$; $f(0)=-6$; $f\left(\frac{1}{2}\right)=-5\frac{3}{4}$;

b) $f(-2)=-12$; $f(-1)=-3$; $f(0)=0$; $f\left(\frac{1}{2}\right)=1\frac{1}{8}$;

c) $f(-2)=-1$; $f(-1)=-1$; $f(0)$ mavjud emas; $f(5)=1$; $f(x^2)=1$

agar $x>0$ bo‘lsa, $f\left(\frac{1}{x}\right)=1$ bo‘ladi; agar $x<0$ bo‘lsa, $f\left(\frac{1}{x}\right)=-1$;

d) $f(2)=-1$; $f(-2)=1\frac{2}{3}$; $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$; $f(a)=\frac{1-2a}{3}$; $f(-a)=\frac{1+2a}{3}$; $f(a-1)=\frac{3-2a}{3}$;

e) $h(2)=1\frac{3}{5}$; $h(-2)=1\frac{3}{5}$; $h(a)=\frac{a^2+4}{5}$; $h(-x)=\frac{x^2+4}{5}$; $h(a-2)=\frac{a^2-4a+8}{5}$; $h(\sqrt{x})=\frac{x+4}{5}$;

f) $f(0)=0$; $f(3)=15$; $f(-3)=3$; $f(a)=a^2+2a$; $f(-x)=x^2-2x$; $f\left(\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{a^2}+\frac{2}{a}$;

g) $h(-1)=-2$; $h(2)=2\frac{1}{2}$; $h\left(\frac{1}{2}\right)=2\frac{1}{2}$; $h(x-1)=x-1+\frac{1}{x-1}$; $h\left(\frac{1}{x}\right)=x+\frac{1}{x}$.

FUNKSIYANING ANIQLANISH SOHASI VA QIYMATLAR TO‘PLAMI

Dars maqsadi: o‘quvchilar turli usullarda berilgan funksiyalarning xossalarini aniqlaydi, elementar funksiyalar grafiklarini tasvirlaydi. Funksiyaning aniqlanish sohasi va qiymatlar to‘plamini topadi.

Barcha o‘quvchilar	$y=f(x)$ funksiyaning $D(f)$ aniqlanish sohasi x argumentning qabul qilishi mumkin bo‘lgan barcha qiymatlari to‘plamidan iborat ekanini tushunadi.
Aksariyat o‘quvchilar	$y=f(x)$ funksiyaning $D(f)$ aniqlanish sohasi x argumentning qabul qilishi mumkin bo‘lgan barcha qiymatlari to‘plamidan iborat ekanini tushunadi. $y=f(x)$ funksiyaning $E(f)$ qiymatlar to‘plami y funksiya qabul qilishi mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar to‘plami ekanini tushunadi.
Ayrim o‘quvchilar	$y=f(x)$ funksiyaning $D(f)$ aniqlanish sohasi argumentning qabul qilishi mumkin bo‘lgan barcha qiymatlari to‘plamidan iborat ekanini tushunadi. $D(f)$ aniqlanish sohasidan tashqarida olingan har qanday x qiymatda $f(x)$ ifoda ma’noga ega bo‘lmasligini anglaydi. $y=f(x)$ funksiyaning $E(f)$ qiymatlar to‘plami y funksiya qabul qilishi mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar to‘plami ekanini tushunadi. $D(f)$ aniqlanish sohasidan olingan ixtiyoriy x qiymatda $f(x)$ ifodaning qiymati $E(f)$ qiymatlar to‘plamiga tegishli bo‘lishini anglaydi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. “Funksiyaning aniqlanish sohasi” deb nimaga aytiladi?
2. “Funksiyaning qiymatlar to‘plami” deb nimaga aytiladi?
3. Kvadrat ildizda joylashgan ifoda qanaqa shart bajarilganda ma’noga ega bo‘ladi?
4. Maxrajda joylashgan ifoda qanaqa shart bajarilganda kasr aniqlangan bo‘ladi?

Uyga vazifa

1 (a, b), 2 (a, b, c, d).

MAVZU BAYONI

Ta’rif: $y = f(x)$ funksiyada x argument qabul qilishi mumkin bo‘lgan sonlar to‘plami berilgan funksiyaning ***aniqlanish sohasi***, y funksiya qabul qilishi mumkin bo‘lgan sonlar to‘plami berilgan funksiyaning ***qiymatlar to‘plami*** deb ataladi va ular mos ravishda $D(f)$ va $E(f)$ yoki $D(y)$ va $E(y)$ kabi belgilanadi.

Ba’zi funksiyalar uchun aniqlanish sohasi va qiymatlar to‘plami jadvali:

Funksiya	Aniqlanish sohasi	Qiymatlar to‘plami
1) $y=kx+b$	$D(y)=(-\infty;+\infty)$	$E(y)=(-\infty;\ +\infty)$
2) $y=x^2$	$D(y)=(-\infty;+\infty)$	$E(y)=[0;\ +\infty)$
3) $y=\lvert x\rvert$	$D(y)=(-\infty;+\infty)$	$E(y)=[0;\ +\infty)$
4) $y=\frac{k}{x}$	$D(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$	$E(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$
5) $y=\sqrt{x}$	$D(y)=[0;+\infty)$	$E(y)=[0;\ +\infty)$
6) $y=\sqrt[2n]{x}$	$D(y)=[0;+\infty)$	$E(y)=[0;\ +\infty)$
7) $y=\sqrt[3]{x}$	$D(y)=(-\infty;+\infty)$	$E(y)=(-\infty;\ +\infty)$
8) $y=\sqrt[2n+1]{x}$	$D(y)=(-\infty;+\infty)$	$E(y)=(-\infty;\ +\infty)$

1-misol. $y=\frac{1}{x^2-x}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

Yechish. Ratsional ifodaning maxraji nolga teng bo‘lishi mumkin emas, ya’ni:

$$x^2-x\neq 0$$
$$x(x-1)\neq 0$$
$$x\neq 0 \text{ va } x\neq 1.$$

Demak, x argument 0 va 1 qiymatlarni qabul qila olmaydi. Shuning uchun berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;1)\cup(1;+\infty)$.

Javob: $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;1)\cup(1;+\infty)$.

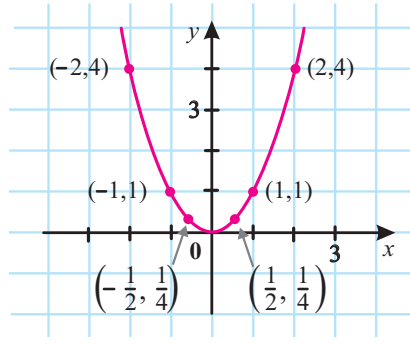
4-misol. Quyidagi funksiyalarning grafiklarini yasang.

a) $y=x^2$ b) $y=x^3$

Yechish. Bu funksiyalarning grafiklarini yasash uchun dastlab ayrim qiymatlar uchun jadvalini tuzib olamiz. Keyin bu nuqtalarni koordinata tekisligida belgilaymiz va ularni egri chiziq bilan tutashtiramiz.

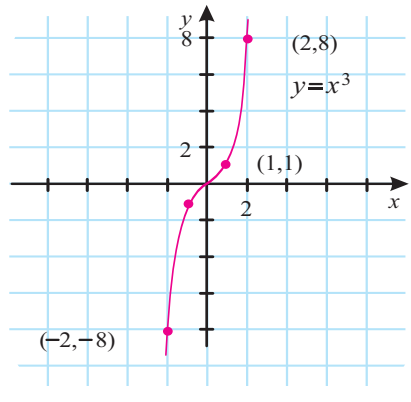
a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y=x^2$	9	4	1	0	1	4	9



b)

x	–2	–1	–1/2	0	1/2	1	2
$y = x^3$	–8	–1	–1/8	0	1/8	1	8



MISOLLAR

1. Funksiyaning aniqlanish sohasini va qiymatlar to‘plamini toping.

a) $f(x)=3x$ b) $f(x)=3x,\ 2\le x\le 6$

c) $f(x)=5x^2+2$ d) $f(x)=5x^2+2,\ 0\le x\le 2$

2. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $f(x)=\dfrac{1}{x-3}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{3x-6}$ c) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-1}$

d) $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2+x-6}$ e) $f(t)=\sqrt{t+1}$ f) $g(t)=\sqrt{t^2+9}$

g) $f(t)=\sqrt[3]{t-1}$ h) $g(x)=\sqrt{7-3x}$ i) $f(x)=\sqrt{1-2x}$

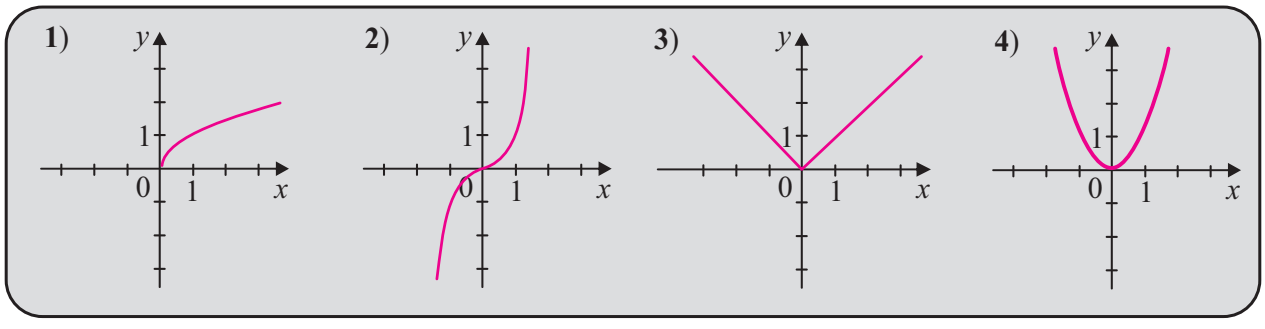
Yechish. c) Nolga bo‘lish mumkin emasligidan $\dfrac{x+2}{x^2-1}$ kasrning maxraji nolga teng bo‘la olmaydi:

$x^2-1\ne 0 \Rightarrow (x+1)(x-1)\ne 0 \Rightarrow x\ne 1,\ x\ne -1.$

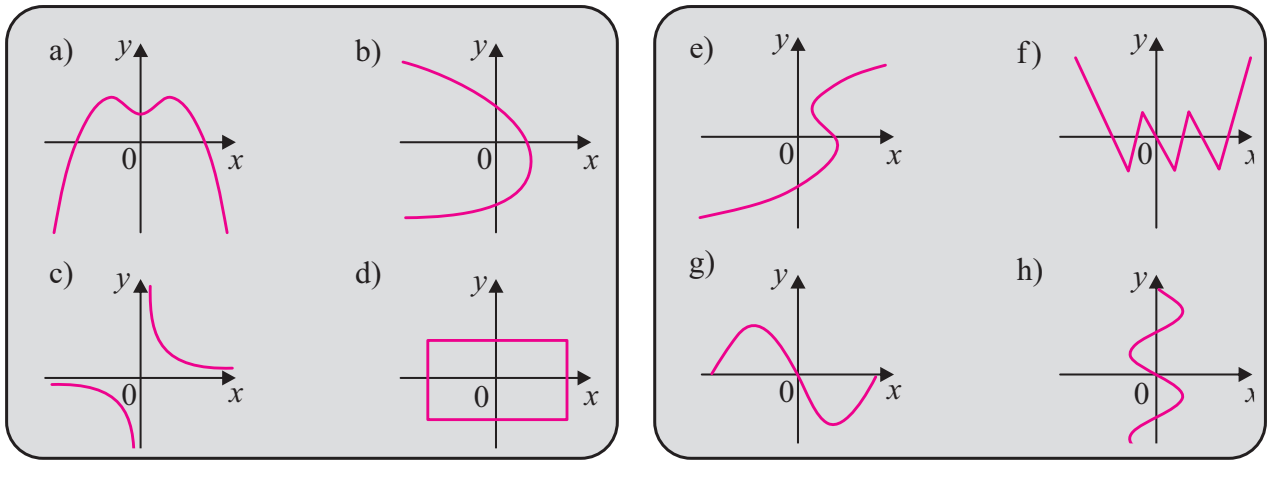
Bundan berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi $D=(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,\infty)$ bo‘lishi kelib chiqadi.

3. Funksiyaga mos grafikni aniqlang.

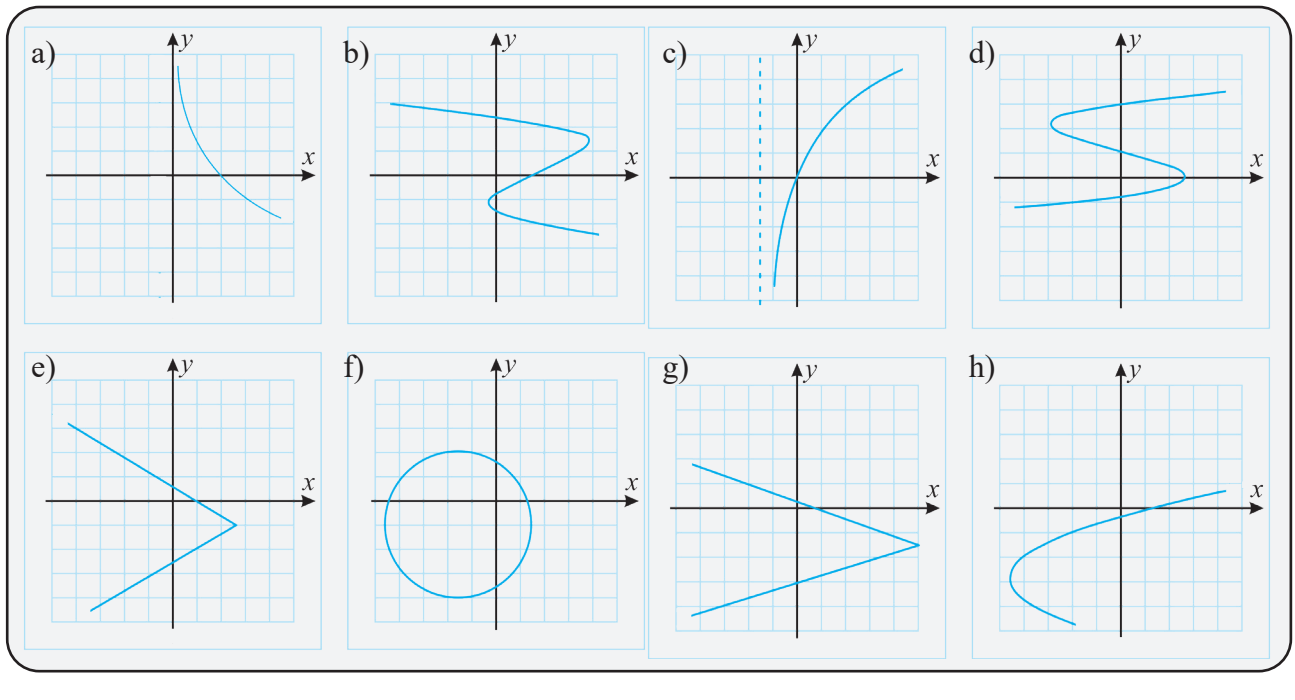
a) $f(x)=x^2$ b) $f(x)=x^3$ c) $f(x)=\sqrt{x}$ d) $f(x)=|x|$



4. Berilgan shakllardan qaysilari funksiya grafigi bo‘la oladi?



5. Berilgan shakllardan qaysilari funksiya grafigi bo‘la olmaydi?



6. Berilgan funksiyalarning grafiklarini yasang.

a) $f(x)=8x-x^2$ b) $g(x)=x^2-x-20$ c) $h(x)=x^3-5x-4$

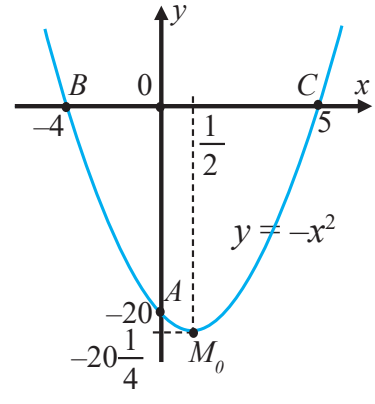
Yechish. b) Quyidagilarni aniqlab olamiz:

1) $a=1>0$ bo‘lgani uchun parabola tarmoqlari yuqoriga yo‘nalgan.

2) Parabola uchining koordinatalarini topamiz:

$$x_0=-\frac{b}{2a}\Rightarrow x_0=-\frac{-1}{2\cdot 1}=\frac{1}{2},$$

$$y_0=g(x_0)=g\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)-20=-\frac{81}{4}=-20\frac{1}{4}$$



Demak, parabolaning uchi $M_0\left(\frac{1}{2},-20\frac{1}{4}\right)$ nuqtada ekan.

3) Parabolaning Oy o‘qi bilan kesishish nuqtasini topamiz:

$x=0\Rightarrow y=g(0)=-20$. Bundan berilgan funksiya grafigi Oy o‘qi bilan $A(0,-20)$ nuqtada kesishadi degan xulosaga kelamiz.

4) Funksiyaning nollarini topamiz:

$$g(x)=0\Rightarrow x^2-x-20=0\Rightarrow(x-5)(x+4)=0\Rightarrow x_1=-4,\ x_2=5$$

Bundan berilgan funksiya grafigi Ox o‘qini $B(-4,0)$ va $C(5,0)$ nuqtalarda kesib o‘tishi kelib chiqadi.

5) Yuqoridagi ma’lumotlardan foydalanib, funksiya grafigining eskizini chizamiz.

7. Berilgan funksiyalarning qiymatlar jadvalini tuzing va grafigini yasang.

a) $f(x)=-x^2$ b) $f(x)=x^2-4$ c) $g(x)=-(x+1)^2$ d) $r(x)=3x^4$

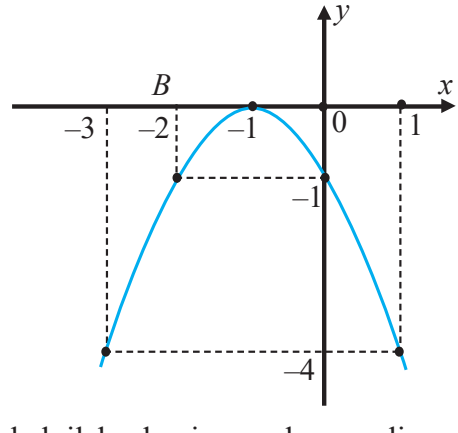
e) $r(x)=1-x^4$ f) $g(x)=x^3-8$ g) $k(x)=\sqrt[3]{-x}$ h) $k(x)=-\sqrt[3]{x}$

i) $f(x)=1+\sqrt{x}$ j) $C(t)=\frac{1}{t^2}$ k) $C(t)=-\frac{1}{t+1}$ l) $H(x)=|2x|$

m) $G(x)=|x|+x$ n) $G(x)=|x|-x$ o) $f(x)=|2x-2|$

Yechish. c) Argumentning $x=-2,-1,0,1,2$ qiymatlariga mos funksiyaning qiymatlar jadvalini tuzamiz:

x	y
–2	–1
–1	0
0	–1
1	–4
2	–9



Qiymatlar jadvaliga mos nuqtalarni Oxy tekisligida belgilab olamiz va ular orqali ravon egri chiziq o‘tkazamiz. Hosil bo‘lgan bu chiziq berilgan funksiya grafigining eskizi bo‘ladi.

JAVOBLAR

1. a) $D(f)=(-\infty;\infty)$, $E(f)=(-\infty;\infty)$ b) $D(f)=[2;6]$, $E(f)=[6;18]$

c) $D(f)=(-\infty;\infty)$, $E(f)=[2;\infty)$ d) $D(f)=[0;2]$, $E(f)=[2;22]$

2. a) $D(f)=(-\infty;3)\cup(3;\infty)$ b) $D(f)=(-\infty;2)\cup(2;\infty)$

c) $D(f)=(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;\infty)$ d) $D(f)=(-\infty;-3)\cup(-3;2)\cup(2;\infty)$

e) $D(f)=[-1;\infty)$ f) $D(g)=(-\infty;\infty)$ g) $D(g)=(-\infty;\infty)$

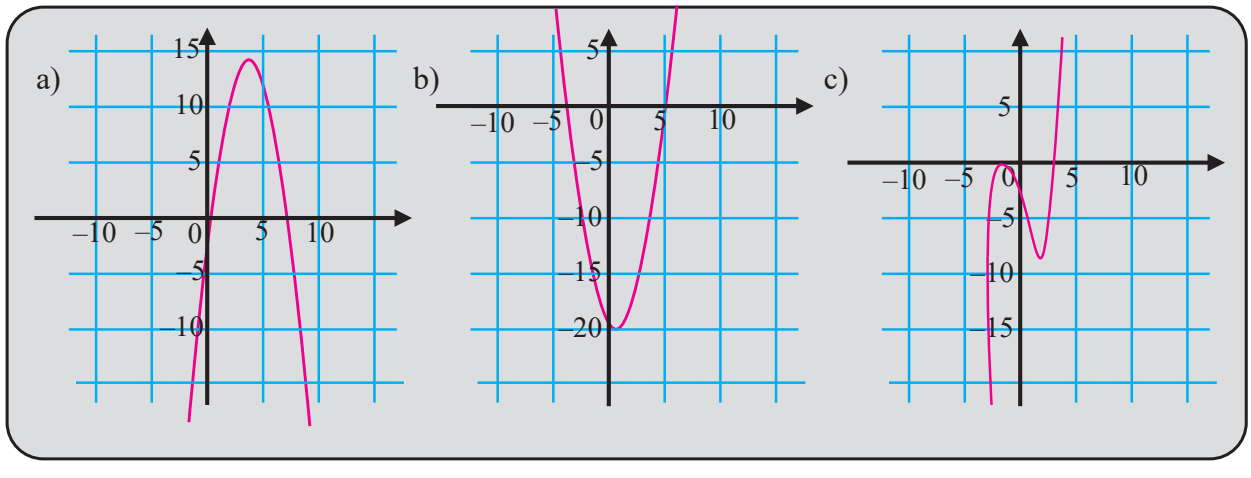
h) $D(f)=\left(-\infty;2\frac{1}{3}\right]$ i) $D(f)=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$

3. a) 4 b) 2 c) 1 d) 3.

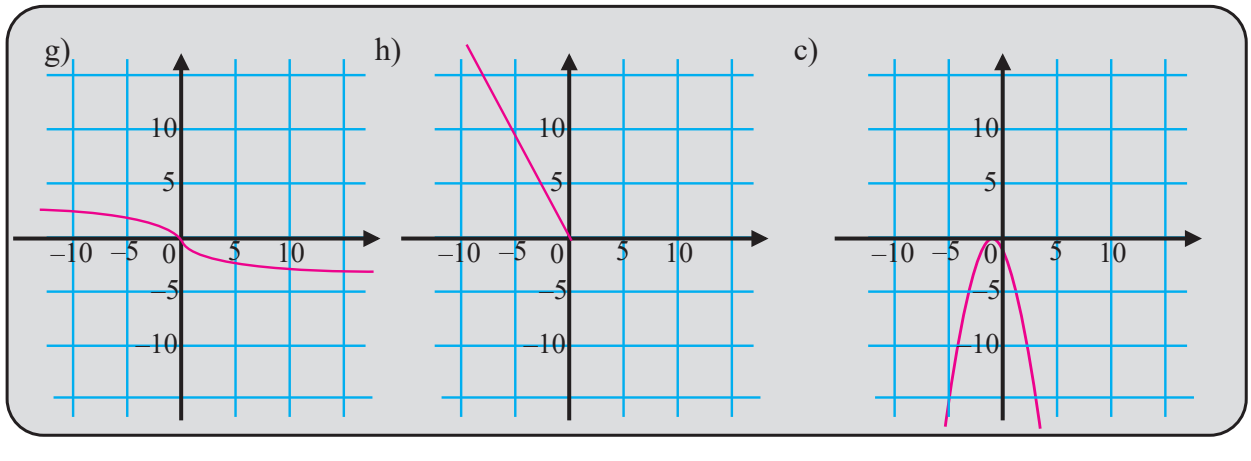
4. a), c), f), g).

5. a), c).

6.



7.



FUNKSIYALAR USTIDA ARIFMETIK AMALLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar turli usullarda berilgan funksiyalarning xossalarini aniqlaydi, elementar funksiyalar grafiklarini tasvirlaydi. Funksiyalarni qo‘shadi, ayiradi, ko‘paytiradi va bo‘ladi.

Barcha o‘quvchilar	Funksiyalar ustida qo‘shish (+), ayirish (–), ko‘paytirish (·), bo‘lish (:) arifmetik amallarini bajarish mumkinligini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Umumiy aniqlanish sohalariga ega funksiyalar ustida qo‘shish (+), ayirish (–), ko‘paytirish (·), bo‘lish (:) arifmetik amallarini bajarishni biladi.
Ayrim o‘quvchilar	Umumiy aniqlanish sohalariga ega funksiyalar ustida qo‘shish (+), ayirish (–), ko‘paytirish (·), bo‘lish (:) arifmetik amallarini bajarishni biladi. Aniqlanish sohalari kesishmaydigan funksiyalar ustida arifmetik amallar bajarilmasligini anglaydi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Ikkita funksiyaning yig‘indisi deganda nimani tushunasiz?
2. Ikkita funksiyaning ayirmasi deganda nimani tushunasiz?
3. Ikkita funksiyaning ko‘paytmasi deganda nimani tushunasiz?
4. Ikkita funksiyaning bo‘linmasi deganda nimani tushunasiz?
5. Sizningcha, aniqlanish sohalari kesishadigan funksiyalar qo‘shilganda yig‘indi funksiyaning aniqlanish sohasi qanday topiladi? Ayrilganda, ko‘paytirilganda, bo‘linganda-chi?

Uyga vazifa

1 (a, b), 2 (a, b, c, d).

MAVZU BAYONI

Funksiyalar ustida qo‘shish (+), ayirish (–), ko‘paytirish (·), bo‘lish (:) arifmetik amallarini bajarish mumkin.

$f(x)$ va $g(x)$ funksiyalarning aniqlanish sohalari mos ravishda A va B to‘plamlar bo‘lsin. Bu funksiyalarning $A \cap B$ to‘plamdagi ***yig‘indisi*** deb har bir $x \in A \cap B$ elementda $f(x) + g(x)$ qiymatni qabul qiladigan funksiyaga aytiladi. $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalarning yig‘indisi $(f + g)(x)$ kabi belgilanadi. Demak:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x).$$

Xuddi shuningdek, $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalarning ***ayirmasi, ko‘paytmasi, bo‘linmasini*** aniqlash mumkin:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Diqqat qiling!

1. $A \cap B = \varnothing$ bo‘lsa, bu amallar aniqlanmaydi.

2. Ikkita $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalarning bo‘linmasini aniqlashda X to‘plamdan olingan har bir x element uchun $g(x)\neq 0$ bo‘lishi talab etiladi.

MISOLLAR

1. Funksiyalarni qo‘shing va ayiring.

a) $f(x)=5x+1,\ g(x)=-2x$

b) $f(x)=-3x+3,\ g(x)=-5x+4$

c) $f(x)=2x+1,\ g(x)=-5x+3$

d) $f(x)=-3x^2+7x,\ g(x)=2x+4$

2. Funksiyalarni ko‘paytiring.

a) $f(x)=-x^2,\ g(x)=-3x+1$

b) $f(x)=-3x^2+3,\ g(x)=-x$

c) $f(x)=-x+3,\ g(x)=5x+6$

d) $f(x)=-4x+5,\ g(x)=-3x+1$

3. $(f+g)(x),(f-g)(x),(f\cdot g)(x)$ va $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ funksiyalarni, ularning aniqlanish sohasini toping.

a) $f(x)=x,\ g(x)=2x$

b) $f(x)=x,\ g(x)=\sqrt{x}$

c) $f(x)=x^2+x,\ g(x)=x^2$

d) $f(x)=3-x^2,\ g(x)=x^2-4$

e) $f(x)=5-x,\ g(x)=x^2-3x$

f) $f(x)=x^2+2x,\ g(x)=3x^2-1$

g) $f(x)=\sqrt{25-x^2},\ g(x)=\sqrt{x+3}$

h) $f(x)=\sqrt{16-x^2},\ g(x)=\sqrt{x^2-1}$

i) $f(x)=\frac{2}{x},\ g(x)=\frac{4}{x+4}$

j) $f(x)=\frac{2}{x+1},\ g(x)=\frac{x}{x+1}$

Yechish. j) f va g funksiyalar yig‘indisi $(f+g)(x)=\frac{2}{x+1}+\frac{x}{x+1}=\frac{x+2}{x+1}$ bo‘lib, bu yig‘indining aniqlanish sohasi $x+1\neq 0 \Rightarrow x\neq -1$ yoki $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,\infty)$ bo‘ladi.

f va g funksiyalar ayirmasi $(f-g)(x)=\frac{2}{x+1}-\frac{x}{x+1}=\frac{2-x}{x+1}$ bo‘lib, uning ham aniqlanish sohasi $x+1\neq 0 \Rightarrow x\neq -1$ yoki $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,\infty)$ bo‘ladi.

f va g funksiyalar ko‘paytmasi $(f\cdot g)(x)=\frac{2}{x+1}\cdot\frac{x}{x+1}=\frac{2x}{(x+1)^2}$ bo‘lib, uning ham aniqlanish sohasi

$x \in (-\infty,-1)\cup(-1,\infty)$, yoki $x \in (-\infty,-1)\cup(-1,\infty)$ bo‘ladi.

f va g funksiyalarning $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{\frac{2}{x+1}}{\frac{x}{x+1}}=\frac{2}{x}$ nisbati $g(x)=\frac{x}{x+1}\neq 0$, ya’ni $x\neq 0$ bo‘lganda aniqlangan.

Demak, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ bo‘linmaning aniqlanish sohasi argumentning $x \in (-\infty,0)\cup(0,\infty)$ qiymatlaridan iborat.

4. Funksiyalarning aniqlanish sohasini toping.

a) $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{3-x}$

b) $f(x)=\sqrt{x+4}-\frac{\sqrt{1-x}}{x}$

c) $h(x)=(x-3)^{-\frac{1}{4}}$

d) $k(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{x-1}$

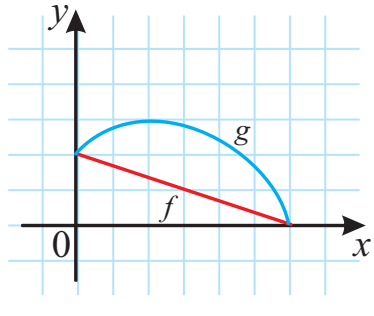
Yechish. b) $f(x)=\sqrt{x+4}+\frac{\sqrt{1-x}}{x}$ funksiyaning aniqlanish sohasini topish uchun $\begin{cases} x+4\geq 0, \\ 1-x\geq 0, \\ x\neq 0 \end{cases}$ sistemani yechish talab etiladi. Uni yechamiz:

$$\begin{cases} x\geq -4, \\ x\leq 1, \\ x\neq 0 \end{cases} \Rightarrow x\in[-4,\,0)\cup(0,\,1].$$

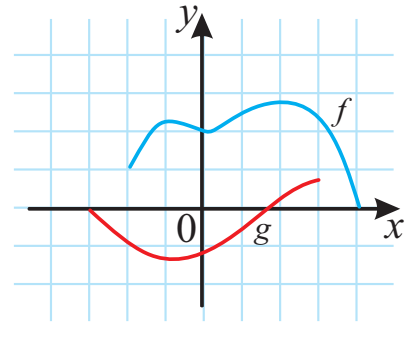
Javob: $D=[-4,\,0)\cup(0,\,1]$.

5. Grafikdan foydalanib qo‘shish yordamida $f+g$ funksiyaning grafigini yasang.

3-rasm



4-rasm



JAVOBLAR

1. a) $(f+g)(x)=3x+1$

b) $(f-g)(x)=2x-1$

c) $(f+g)(x)=-3x+4$

d) $(f-g)(x)=-3x^2+5x-4$

2. a) $(f\cdot g)(x)=3x^3-x^2$

b) $(f\cdot g)(x)=3x^3-3x$

c) $(f\cdot g)(x)=-5x^2+9x+18$ d) $(f\cdot g)(x)=12x^2-19x+5$

3. $D(y)=(-\infty;\infty)$ bo‘lsa:

a) $(f+g)(x)=3x$, $(f-g)(x)=-x$, $(f\cdot g)(x)=2x^2$, $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;\infty)$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{1}{2}$

b) $D(y)=[0;\infty)$ bo‘lsa: $(f+g)(x)=x+\sqrt{x}$, $(f+g)(x)=x+\sqrt{x}$, $(f-g)(x)=x-\sqrt{x}$, $(f\cdot g)(x)=x\sqrt{x}$, $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;\infty)$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\sqrt{x}$

c) $D(y)=(-\infty;\infty)$ bo‘lsa: $(f+g)(x)=2x^2+x$, $(f-g)(x)=x$, $(f\cdot g)(x)=x^4+x^3$, $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;\infty)$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x+1}{x}$

d) $D(y)=(-\infty;\infty)$ bo‘lsa: $(f+g)(x)=-1$, $(f-g)(x)=-2x^2+7$, $(f\cdot g)(x)=-x^4+7x^2-12$, $D(y)=(-\infty;-2)\cup(-2;2)\cup(2;\infty)$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{3-x^2}{x^2-4}$

e) $D(y)=(-\infty;\infty)$ bo‘lsa: $(f+g)(x)=x^2-4x+5$, $(f-g)(x)=-x^2+2x+5$, $(f\cdot g)(x)=-x^3+8x^2-15x$, $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;3)\cup(3;\infty)$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{5-x}{x^2-3x}$

f) $D(y)=(-\infty;\infty)$ bo‘lsa: $(f+g)(x)=4x^2+2x-1$, $(f-g)(x)=-2x^2+2x+1$, $(f\cdot g)(x)=3x^4+6x^3-x^2-2x$, $x\neq\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x^2+2x}{3x^2-1}$

g) $D(y)=[-3;5]$ bo‘lsa: $(f+g)(x)=\sqrt{25-x^2}+\sqrt{x+3}$, $(f-g)(x)=\sqrt{25-x^2}-\sqrt{x+3}$, $(f\cdot g)(x)=\sqrt{-x^3-3x^2+25x+75}$, $D(y)=(-3;5]$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{\sqrt{25-x^2}}{\sqrt{x+3}}$

h) $D(y)=[-4;-1]\cup[1;4]$ bo‘lsa: $(f+g)(x)=\sqrt{16-x^2}+\sqrt{x^2-1}$, $(f-g)(x)=\sqrt{16-x^2}-\sqrt{x^2-1}$ $(f\cdot g)(x)=\sqrt{-x^4+17x^2-16}$, $D(y)=[-4;-1)\cup(1;4]$ bo‘lsa: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{\sqrt{16-x^2}}{\sqrt{x^2-1}}$

4. a) $D(y)=[0;3]$ b) $D(f)=[-4;0)\cup(0;1]$

c) $D(h)=(3;\infty)$ d) $D(k)=[-3;1)\cup(1;\infty)$

MURAKKAB, TESKARI, DAVRIY FUNKSIYALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar turli usullarda berilgan funksiyalarning xossalarini aniqlaydi, elementar funksiyalar grafiklarini tasvirlaydi; murakkab funksiya, teskari funksiya, davriy funksiyalarni farqlaydi va ularning xossalarini biladi.

Barcha o‘quvchilar	Miqdorlar orasidagi murakkab bog‘lanishlarni matematik tavsiflash mumkinligini biladi. Funksiyaga teskari funksiyani aniqlash mumkinligini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Murakkab funksiya ta’rifini tushunadi. Murakkab funksiya orqali tavsiflanadigan jarayonlar haqida tasavvurga ega bo‘ladi. Ayrim funksiyaga teskari funksiyani aniqlash mumkinligini tushunadi. Berilgan funksiyaga teskari funksiyani topishni biladi.
Ayrim o‘quvchilar	Murakkab funksiya ta’rifini tushunadi. Murakkab funksiya orqali tavsiflanadigan jarayonlar haqida tasavvurga ega bo‘ladi. O‘zgaruvchilari murak- kab bo‘lgan funksiyalarni murakkab funksiya sifatida talqin qila oladi, uni tashkil etuvchi funksiyalarni ko‘rsata oladi. Ayrim funksiyaga teskari funksiyani aniqlash mumkinligini tushunadi. Berilgan funksiyaga teskari funksiyani topishni biladi. Berilgan funksiya grafigi yordamida teskari funksiya grafigini chiza oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Murakkab funksiya deganda qanday funksiyani tushunasiz?
2. Sizningcha, telefonda gaplashish murakkab funksiya sifatida talqin etilishi mumkinmi?
3. Berilgan funksiyaga teskari funksiya deganda qanday funksiyani tushunasiz?
4. Berilgan funksiya va uning teskari funksiyasi grafiklari orasida bog‘lanish bo‘lishi mumkinmi?
5. Kvadrat funksiyaga teskari funksiya aniqlanganmi? Javobingizni grafiklar orqali asoslash tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

1 (a, b), 2 (a, b, c, d).

MAVZU BAYONI

Murakkab funksiya

Funksiyalarni ketma-ket qo‘llash natijasida o‘zgaruvchilarning yangi bog‘lanishlari hosil bo‘ladi. Agar X to‘plamda $y = f(x)$ funksiya berilgan bo‘lib, x argument T to‘plamda aniqlangan biror $x = g(t)$ funksiya bo‘lsa, u holda T to‘plamda $y = f(g(t))$ ***murakkab funksiya*** aniqlangan deyiladi.

Masalan, $y = 2x^2 - 3x$ funksiya $X = (-\infty; +\infty)$ to‘plamda, $x = \sqrt{t}$ funksiya esa $T = [0; +\infty)$ to‘plamda berilgan bo‘lsin. U holda $y = 2t - 3\sqrt{t}$ funksiya $T = [0; +\infty)$ to‘plamda $y = 2x^2 - 3x$ va $x = \sqrt{t}$ funksiyalarning murakkab funksiyasi bo‘ladi.

Teskari funksiya

Agar $f(x)=y$ tenglama har bir y uchun x ga nisbatan yagona $g(y)$ ildizga ega bo‘lsa, u holda $x=g(y)$ funksiya $y=f(x)$ funksiyaga ***teskari funksiya*** deyiladi. $x=g(y)$ funksiya o‘rniga odatdagi belgilashlarga ko‘ra, $y=g(x)$ yozuvi ishlatiladi. $y=f(x)$ funksiyaga teskari funksiya $y=f^{-1}(x)$ kabi yoziladi.

Eslatma. Berilgan $y=f(x)$ funksiya va unga teskari $y=f^{-1}(x)$ funksiya uchun $D(f^{-1})=E(f)$ hamda $E(f^{-1})=D(f)$ bo‘ladi.

Diqqat qiling! $(f(x))^{-1}=\dfrac{1}{f(x)}$ bo‘lib, bu tenglikdagi (-1) daraja ko‘rsatkichini anglatadi. $f^{-1}(x)$ yozuvdagi (-1) esa teskari funksiyani bildiradi. Umuman olganda, $(f(x))^{-1}\neq f^{-1}(x)$. Masalan: $f(x)=3x-5$ funksiya uchun $f^{-1}(x)=\dfrac{x+5}{3}$ hamda $(f(x))^{-1}=\dfrac{1}{3x-5}$ bo‘ladi.

Davriy funksiyalar

$D(f)$ berilgan $y=f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasi bo‘lsin. Shunday $T\neq 0$ topilib, har bir $x\in D(f)$ uchun:

1. $x-T$ va $x+T$ lar $D(f)$ ga tegishli,

2. $f(x-T)=f(x)=f(x+T)$ munosabatlar bajarilsa, u holda $y=f(x)$ ***davriy funksiya*** deyiladi.

Agar T soni $y=f(x)$ funksiyaning davri bo‘lsa, u holda har bir n butun son uchun nT soni ham $y=f(x)$ funksiyaning davri bo‘ladi:

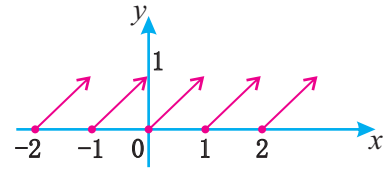
$$f(x+nT)=f(x),\quad n\in\mathbb{Z}.$$

Eng kichik musbat T davr $f(x)$ funksiyaning ***asosiy davri*** deb yuritiladi.

Davriy funksiyaning grafigini bitta davr oralig‘ida chizish kifoya qiladi, boshqa davr oraliqlarida shu grafik takrorlanadi.

Masalan, sonning kasr qismi $\{x\}$ – berilgan x songa uning kasr qismini mos qo‘yuvchi funksiya (5-*rasm*) davriy funksiya bo‘ladi. Uning asosiy davri $T_0=1$, ya’ni ixtiyoriy $x\in(-\infty;+\infty)$ son uchun $(x+1)\in(-\infty;+\infty)$ hamda $\{x+1\}=\{x\}$ munosabatlar o‘rinli bo‘ladi.

5-rasm



Agar $y=f(x)$ funksiyaning asosiy davri T_0 bo‘lsa, u holda $y=kf(ax+b)+c$ funksiyaning asosiy davri $T_1=\dfrac{T_0}{|a|}$ bo‘ladi $(a\neq 0)$.

1-misol. $f(x)=x^2$ va $g(x)=x-3$ funksiyalar berilgan:

a) $f(g(x))$ va $g(f(x))$ murakkab funksiyalarni va ularning aniqlanish sohasini toping;

b) $f(g(5))$ va $g(f(7))$ ni toping.

Yechish. a) Quyidagi tengliklar o‘rinli:

g funksiyaning berilishiga ko‘ra, $f(g(x))=f(x-3)$,

f funksiyaning berilishiga ko‘ra, $f(g(x))=(x-3)^2$ bo‘ladi.

f funksiyaning berilishiga ko‘ra, $g(f(x))=g(x^2)$,

g funksiyaning berilishiga ko‘ra, $g(f(x))=x^2-3$ bo‘ladi.

$f(g(x))$ va $g(f(x))$ funksiyaning aniqlanish sohasi haqiqiy sonlar to‘plami.

b) Topilgan murakkab funksiyalarda x ning o‘rniga berilgan qiymatni qo‘yamiz:

$f(g(5))=(5-3)^2=2^2=4$, $\quad g(f(7))=7^2-3=49-3=46$.

2-misol. Berilgan funksiyaning teskari funksiyasini toping: $f(x)=\dfrac{x^5-3}{2}$.

Yechish. Funksiyani $y=\dfrac{x^5-3}{2}$ kabi yozib olamiz va x ni y orqali ifodalaymiz:

$$y=\frac{x^5-3}{2}$$
$$2y=x^5-3$$
$$x^5=2y+3$$
$$x=\sqrt[5]{2y+3}.$$

Endi x va y larning o‘rnini almashtiramiz: $y=\sqrt[5]{2x+3}$. Demak, teskari funksiya quyidagicha: $f^{-1}(x)=\sqrt[5]{2x+3}$.

MISOLLAR

1. $f(x)=2x-3$ va $g(x)=4-x^2$ dan foydalanib murakkab funksiyalarning qiymatini toping.

a) $f(g(0))$ b) $g(f(0))$ c) $f(f(2))$ d) $g(g(3))$

e) $f(g(-2))$ f) $g(f(-2))$ g) $f(f(-1))$ h) $g(g(-1))$

2. $f(g(x))$, $g(f(x))$, $f(f(x))$ va $g(g(x))$ funksiyalarni va ularning aniqlanish sohasini toping.

a) $f(x)=2x+3$, $g(x)=4x-1$ b) $f(x)=6x-5$, $g(x)=\dfrac{x}{2}$

c) $f(x)=x^2$, $g(x)=x+1$ d) $f(x)=x^3+2$, $g(x)=\sqrt[3]{x}$

e) $f(x)=\frac{1}{x}$, $g(x)=2x+4$ f) $f(x)=x^2$, $g(x)=\sqrt{x-3}$

g) $f(x)=|x|$, $g(x)=2x+3$ h) $f(x)=4-x$, $g(x)=|x+4|$

i) $f(x)=\frac{x}{x+1}$, $g(x)=2x-1$ j) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$, $g(x)=x^2-4x$

k) $f(x)=\frac{x}{x+1}$, $g(x)=\frac{1}{x}$ l) $f(x)=\frac{2}{x}$, $g(x)=\frac{x}{x+2}$

3. $f(x)=3-x$ va $g(x)=x^2+1$ dan foydalanib funksiyalarni toping.

a) $f(g(x))$ b) $g(f(x))$ c) $f(f(x))$ d) $g(g(x))$

4. $f(g(h(x)))$ murakkab funksiyani toping.

a) $f(x)=x-1$, $g(x)=\sqrt{x}$, $h(x)=x-1$ b) $f(x)=\frac{1}{x}$, $g(x)=x^3$, $h(x)=x^2+2$

c) $f(x)=x^4+1$, $g(x)=x-5$, $h(x)=\sqrt{x}$ d) $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=\frac{x}{x-1}$, $h(x)=\sqrt[3]{x}$

Yechish. a) $f(g(h(x)))=g(h(x))-1=\sqrt{h(x)}-1=\sqrt{x-1}-1$.

5. F(x) = f(g(x)) tenglikni qanoatlantiradigan f va g sodda funksiyalarga misollar keltiring.

a) $F(x)=(x-9)^5$ b) $F(x)=\sqrt{x}+1$ c) $F(x)=\frac{x^2}{x^2+4}$

d) $F(x)=\frac{1}{x+3}$ e) $F(x)=|1-x^3|$ f) $F(x)=\sqrt{1+\sqrt{x}}$

6. Berilgan f funksiyaga teskari funksiyani toping.

a) $f(x)=3x+5$ b) $f(x)=7-5x$ c) $f(x)=5-4x^3$

d) $f(x)=3x^3+8$ e) $f(x)=\frac{1}{x+2}$ f) $f(x)=\frac{5}{x-6}$

g) $f(x)=\frac{3-4x}{8x-1}$ h) $f(x)=\frac{3x}{x-2}$ i) $f(x)=\frac{2x+5}{x-7}$

j) $f(x)=\sqrt{5+8x}$ k) $f(x)=2+\sqrt[3]{x}$ l) $f(x)=x^6$, $x\ge 0$

m) $f(x)=\frac{1}{x^2}$, $x>0$ n) $f(x)=4-x^2$, $x\ge 0$ o) $f(x)=x^2+x$, $x\ge -\frac{1}{2}$

7. Berilgan funksiyaga teskari funksiyani toping. f funksiyaning grafigidan foydalanib teskari funksiya grafigini yasang.

a) $f(x)=3x-6$ b) $f(x)=16-x^2$, $x\ge 0$

c) $f(x)=\sqrt{x+1}$ d) $f(x)=x^3$

Yechish. d) Berilgan funksiyani $y=x^3$ ko‘rinishida yozib, uni x ga nisbatan yechamiz:

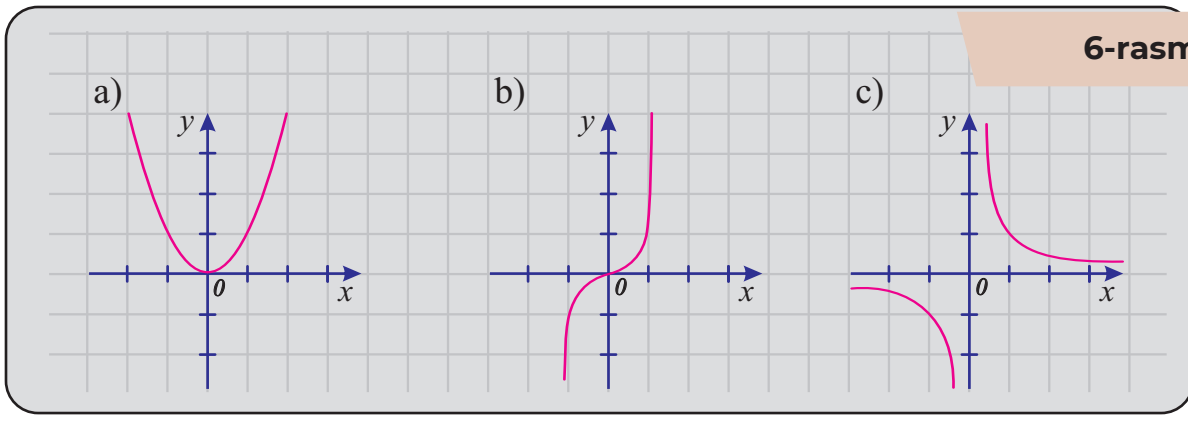
$$y=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{y}\,.$$

Bu tenglikda x va y larning o‘rnini almashtirib, berilgan funksiyaga teskari bo‘lgan $y=\sqrt[3]{x}$ funksiyani hosil qilamiz.

Teskari funksiyalarning grafiklari $y=x$ to‘g‘ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo‘lishini e’tiborga olib, $y=x^3$ funksiya grafigidan foydalanib unga teskari $y=\sqrt[3]{x}$ funksiya grafigini quyidagi 6-rasmda ko‘rsatilganidek yasaymiz.

8. 6-rasmda berilgan grafiklarga mos funksiyalarni tanlang va ularga teskari funksiya grafigini yasang.

1) $f(x)=x^3$ 2) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 3) $f(x)=x^2$



9. $T=\sqrt{2}$ son $f(x)=5$ funksiyaning davri bo‘lishini isbotlang.

10. Berilgan funksiyalar davriy emasligini ko‘rsating.

a) $f(x)=\dfrac{1}{x-3}$ b) $f(x)=-\dfrac{2}{x-2}$ c) $f(x)=\dfrac{x}{x}$

d) $f(x)=x^2-4$ e) $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x^2+5x+8}$ f) $f(x)=\sqrt[3]{x}+3x-1$

JAVOBLAR

1. a) $f(g(0))=5$ b) $g(f(0))=-5$ c) $f(f(2))=-1$ d) $g(g(3))=-21$

e) $f(g(-2))=-3$ f) $g(f(-2))=-45$ g) $f(f(-1))=-13$ h) $g(g(-1))=-5$

2. a) $f(g(x))=11-2x$, $g(f(x))=8x+11$, $f(f(x))=4x+9$, $g(g(x))=16x-5$

b) $f(g(x))=3x-5$, $g(f(x))=\dfrac{6x-5}{2}$, $f(f(x))=36x-35$, $g(g(x))=\dfrac{x}{4}$

c) $f(g(x))=(x+1)^2$, $g(f(x))=x^2+1$, $f(f(x))=x^4$, $g(g(x))=x+2$

d) $f(g(x))=x+2$, $g(f(x))=\sqrt[3]{x^3+2}$, $f(f(x))=(x^3+2)^3+2$, $g(g(x))=\sqrt[9]{x}$

e) $f(g(x))=\dfrac{1}{2x+4}$, $g(f(x))=\dfrac{2}{x}+4$, $f(f(x))=x$, $g(g(x))=4x+12$

f) $f(g(x))=x-3$, $g(f(x))=\sqrt{x^2-3}$, $f(f(x))=x^4$, $g(g(x))=\sqrt{\sqrt{x-3}-3}$

g) $f(g(x))=|2x+3|$, $g(f(x))=2|x|+3$, $f(f(x))=\|x\|$, $g(g(x))=4x+9$

h) $f(g(x))=4-|x+4|$, $g(f(x))=|8-x|$, $f(f(x))=x$, $g(g(x))=\|x+4|+4|$

i) $f(g(x))=\dfrac{2x-1}{2x}$, $g(f(x))=\dfrac{x-1}{x+1}$, $f(f(x))=\dfrac{x}{x+1}$, $g(g(x))=4x-3$

3. a) $f(g(x))=2-x^2$ b) $g(f(x))=x^2-6x+10$

c) $f(f(x))=x$ d) $g(g(x))=x^4+2x^2+2$

4. a) $f(g(h(x)))=\sqrt{x-1}-1$ b) $f(g(h(x)))=\dfrac{1}{(x^2+2)^3}$

c) $f(g(h(x)))=(\sqrt{x}-5)^4+1$ d) $f(g(h(x)))=\dfrac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{\sqrt[3]{x}-1}}$

5. a) $f(x)=x^5$ va $g(x)=x-9$ b) $f(x)=x+1$ va $g(x)=\sqrt{x}$

c) $f(x)=\dfrac{x}{x+4}$ va $g(x)=x^2$ d) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ va $g(x)=x+3$

e) $f(x)=|1-x|$ va $g(x)=x^3$ f) $f(x)=\sqrt{1+x}$ va $g(x)=\sqrt{x}$

6. a) $y=\dfrac{x-5}{3}$ b) $y=\dfrac{7-x}{5}$ c) $y=\sqrt[3]{\dfrac{5-x}{4}}$ d) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x-8}{3}}$

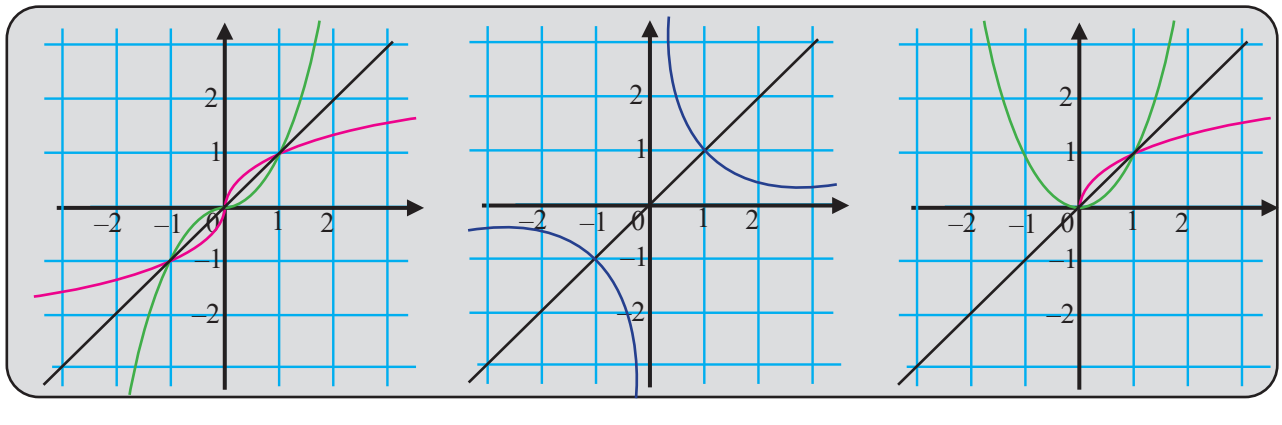
e) $y=\dfrac{1}{x}-2$ f) $y=\dfrac{5}{x}+6$ g) $y=\dfrac{3+x}{8x+4}$ h) $y=\dfrac{2x}{x-3}$

i) $y=\dfrac{7x+5}{x-2}$ j) $y=\dfrac{x^2-5}{8}$ k) $y=(x-2)^3$ l) $y=\sqrt[6]{x}$

m) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ n) $y=\sqrt{4-x}$ o) $y=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4}}-\dfrac{1}{2}$

7. a) $y=\dfrac{x+6}{3}$ b) $y=\sqrt{16-x}$ c) $y=x^2-1$ d) $y=\sqrt[3]{x}$

8. 1) 2) 3)



FUNKSIYA XOSSALARI

Dars maqsadi: o‘quvchilar funksiyaning juft yoki toqligini aniqlaydi.

Barcha o‘quvchilar	Juft yoki toq funksiyalar sinfi mavjudligini biladi. Funksiyalarni juft-toqlikka tekshira oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Juft yoki toq funksiyalar ta’riflarini biladi. Funksiyalarni juft-toqlikka tekshira oladi. Juft ham bo‘lmaydigan, toq ham bo‘lmaydigan funksiyalar mavjudligini biladi.
Ayrim o‘quvchilar	Juft yoki toq funksiyalar ta’riflarini biladi. Funksiyalarni juft-toqlikka tekshira oladi. Juft ham bo‘lmaydigan, toq ham bo‘lmaydigan funksiyalar mavjudligini biladi. Juft funksiya grafigi ordinata o‘qiga nisbatan, toq funksiya esa koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo‘lishini biladi.

Uyga vazifa

1 (a, b, d).

MAVZU BAYONI

Juft va toq funksiyalar

Ixtiyoriy $x \in D(f)$ uchun $f(-x) = f(x)$ tenglik bajarilsa, u holda $f(x)$ ***juft funksiya*** deyiladi. Juft funksiyaning grafigi Oy o‘qiga nisbatan simmetrik bo‘ladi (1-*rasm*).

Ixtiyoriy $x \in D(f)$ uchun $f(-x) = -f(x)$ tenglik bajarilsa, u holda $f(x)$ ***toq funksiya*** deyiladi. Toq funksiyaning grafigi koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo‘ladi (2-*rasm*).

Yuqoridagi ikkita tenglikdan birortasi ham bajarilmasa, u holda $f(x)$ ***juft ham, toq ham emas funksiya*** deyiladi.

1-misol. $f(x) = 2x^2 + 5$ funksiyani juft yoki toqligini tekshiring.

Yechish. $f(x) = 2x^2 + 5$ funksiya uchun $f(-x) = 2(-x)^2 + 5 = 2x^2 + 5 = f(x)$

ekanidan $f(x)$ funksiya juft funksiya bo‘ladi.

2-misol. $f(x) = 2x^3 + 5x$ funksiyani juft yoki toqligini tekshiring.

Yechish. $f(x) = 2x^3 + 5x$ funksiya uchun $f(-x) = 2(-x)^3 + 5(-x) = -(2x^3 + 5x) = -f(x)$

ekanidan $f(x)$ funksiya toq funksiya bo‘ladi.

3-misol. $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x + 1$ funksiyani juft yoki toqligini tekshiring.

Yechish. $f(-x) = 2(-x)^3 + 5(-x)^2 - 3(-x) + 1 = -(2x^3 - 5x^2 - 3x - 1)$

Demak, $f(-x) \neq f(x)$, $f(-x) \neq -f(x)$ bo‘lib, bu funksiya juft ham, toq ham emas ekan.

Dars maqsadi: o‘quvchilar funksiyaning o‘sishi va kamayishini aniqlaydi.

Barcha o‘quvchilar	O‘suvchi, kamayuvchi, o‘smaydigan, kamaymaydigan funksiyalar haqida tushunchaga ega bo‘ladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Funksiyalar ba’zi intervallarda o‘suvchi, kamayuvchi, o‘smaydigan, kamaymaydigan, ba’zi intervallarda esa aksincha bo‘lishi mumkinligini biladi. “Monoton funksiya” iborasini tushunadi.
Ayrim o‘quvchilar	Funksiyalar ba’zi intervallarda o‘suvchi, kamayuvchi, o‘smaydigan, kamaymaydigan, ba’zi intervallarda esa aksincha bo‘lishi mumkinligini biladi. “Monoton funksiya” iborasini tushunadi. Biror intervalda o‘suvchi (kamayuvchi) funksiyaning teskari funksiyasi ham o‘suvchi (kamayuvchi) bo‘lishini anglaydi.

MAVZU BAYONI

Funksiyalarning o‘sishi va kamayishi

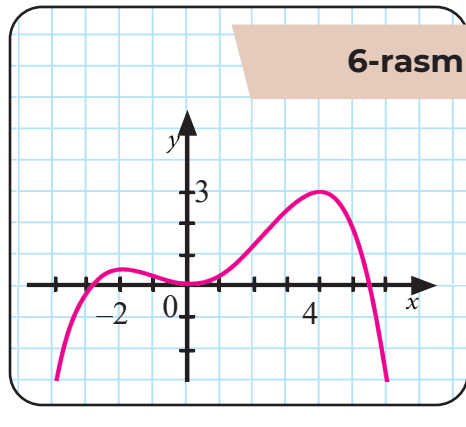
$f(x)$ funksiya $(a; b)$ oraliqda aniqlangan bo‘lib, $x_1 < x_2$ shartni qanoatlantiruvchi barcha $x_1, x_2 \in (a; b)$ lar uchun:

- $f(x_1) < f(x_2)$ bo‘lsa, $f(x)$ funksiya $(a; b)$ oraliqda *o‘suvchi*;
- $f(x_1) > f(x_2)$ bo‘lsa, $f(x)$ funksiya $(a; b)$ oraliqda *kamayuvchi*;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$ bo‘lsa, $f(x)$ funksiya $(a; b)$ oraliqda *o‘smaydigan*;
- $f(x_1) \leq f(x_2)$ bo‘lsa, $f(x)$ funksiya $(a; b)$ oraliqda *kamaymaydigan funksiya* deyiladi.

O‘suvchi, kamayuvchi, o‘smaydigan va kamaymaydigan funksiyalar umumiy nom bilan ***monoton funksiyalar*** deyiladi.

4-misol. $f(x)$ funksiyaning grafigi 6-rasmda keltirilgan. Funksiyaning o‘sish va kamayish oraliqlarini toping.

Yechish. $f(x)$ funksiyaning grafigidan funksiya $(-\infty; -2]$ va $[0; 4]$ oraliqlarda o‘sishini hamda $[-2; 0]$ va $[4; \infty)$ oraliqlarda kamayishini aniqlaymiz.



6-rasm

Dars maqsadi: o‘quvchilar funksiyaning ekstremum nuqtalari va ekstremumlarini aniqlaydi. Elementar funksiyalarning monotonlik oraliqlari va ekstremumlarini topadi.

Barcha o‘quvchilar	“Funksiyaning maksimumi”, “funksiyaning minimumi” tushunchalarini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	“Funksiyaning maksimum nuqtasi”, “funksiyaning maksimumi”, “funksiyaning minimum nuqtasi”, “funksiyaning minimumi” tushunchalarini tushunadi hamda ularni farqlay oladi. “Ekstremum” tushunchasini anglaydi.
Ayrim o‘quvchilar	“Funksiyaning maksimum nuqtasi”, “funksiyaning maksimumi”, “funksiyaning minimum nuqtasi”, “funksiyaning minimumi” tushunchalarini tushunadi hamda ularni farqlay oladi. “Ekstremum” tushunchasini biladi. Ayrim funksiyalar ekstremumlarga ega bo‘lmasligini bilib oladi.

MAVZU BAYONI

Agar:

1) $f(x)$ funksiya x_1 nuqta tegishli bo‘lgan biror $(a; b)$ intervalda aniqlangan bo‘lib;

2) $(a; b)$ intervalning x_1 dan farqli barcha x nuqtalarida $f(x) < f(x_1)$ shart bajarilsa, u holda x_1 nuqta $f(x)$ ***funksiyaning maksimum nuqtasi*** deyiladi.

Agar $x_1 \in D(f)$ nuqta $f(x)$ funksiya uchun maksimum nuqta bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiyaning x_1 nuqtadagi $f(x_1)$ qiymati ***funksiyaning maksimumi*** deyiladi va y_{max} kabi belgilanadi. Demak,

$$y_{max} = f(x_1).$$

Agar:

1) $f(x)$ funksiya x_2 tegishli bo‘lgan biror $(a; b)$ intervalda aniqlangan bo‘lib;

2) $(a; b)$ intervalning x_2 dan farqli barcha x nuqtalarida $f(x) > f(x_2)$ shart bajarilsa, u holda x_2 nuqta $f(x)$ ***funksiyaning minimum nuqtasi*** deyiladi.

Agar $x_2 \in X$ nuqta $f(x)$ funksiya uchun minimum nuqta bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiyaning x_2 nuqtadagi $f(x_2)$ qiymati $f(x)$ ***funksiyaning minimumi*** deyiladi va y_{min} kabi belgilanadi. Demak,

$$y_{min} = f(x_2).$$

Funksiyaning maksimum va minimum nuqtalari ***ekstremum nuqtalari*** deyiladi.

MISOLLAR

1. Berilgan funksiyalarning juft yoki toqligini tekshiring.

a) $f(x) = x^4$ b) $f(x) = x^3$ c) $f(x) = x^2 + x$ d) $f(x) = x^4 - 4x^2$

e) $f(x) = x^3 - x$ f) $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$ g) $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x}$ h) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

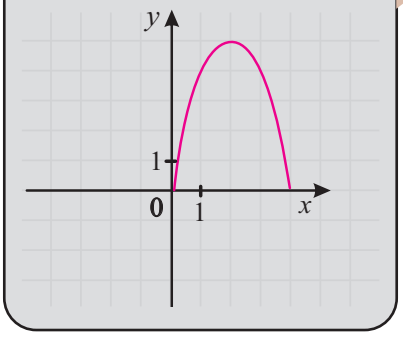
Yechish. g) Berilgan funksiyaning juft yoki toqligini aniqlash uchun x argument o‘rniga $-x$ ni qo‘yib,

$f(-x) = 1 - \sqrt[3]{-x} = 1 - \left(-\sqrt[3]{x}\right) = 1 + \sqrt[3]{x} \neq f(x)$ hamda $f(-x) = 1 + \sqrt[3]{x} = -\left(-1 - \sqrt[3]{x}\right) \neq -f(x)$

bo‘lishini aniqlaymiz. Demak, berilgan funksiya juft ham, toq ham emas ekan.

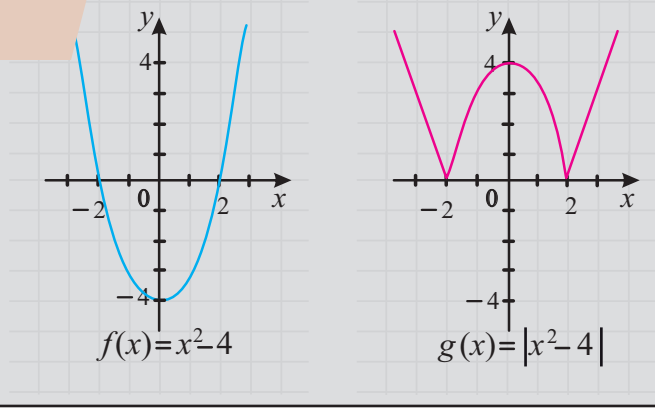
2. 7-rasmda $x \geq 0$ soha uchun funksiyaning grafigi berilgan. $x < 0$ sohada grafikni shunday quringki:
1) juft funksiya;
2) toq funksiya grafigi hosil bo‘lsin.

7-rasm



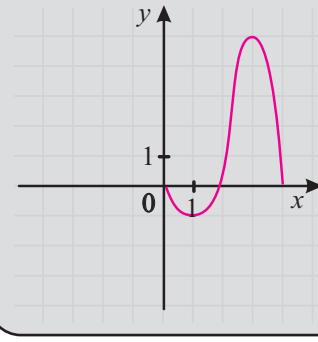
3. 8-rasmda $f(x) = x^2 - 4$ va $g(x) = |x^2 - 4|$ funksiya grafiklari berilgan. $g(x)$ funksiyaning grafigi $f(x)$ funksiyaning grafigidan qanday hosil qilinganini tushuntirib bering.

8-rasm



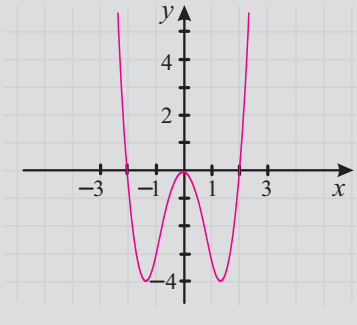
4. 9-rasmda $x \geq 0$ soha uchun funksiyaning grafigi berilgan. $x < 0$ sohada grafikni shunday quringki:
1) juft funksiya;
2) toq funksiya grafigi hosil bo‘lsin.

9-rasm



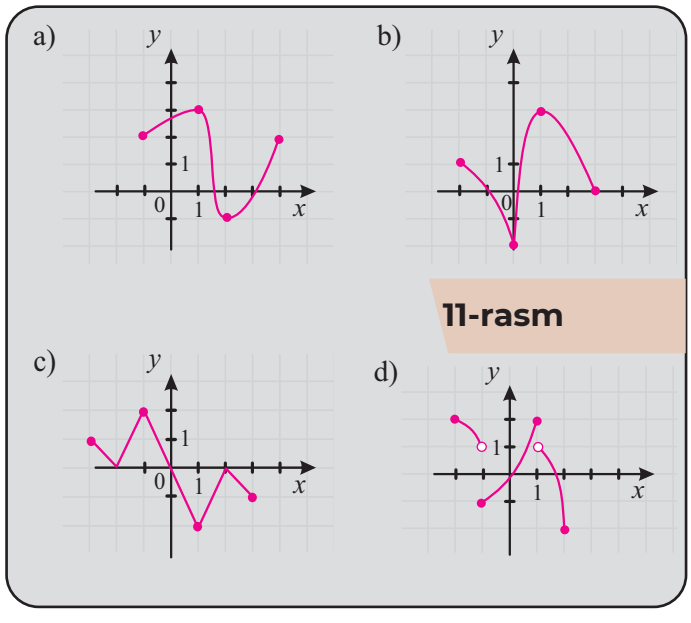
5. $f(x) = x^4 - 4x^2$ funksiyaning grafigi berilgan (10-*rasm*). Undan foydalanib $g(x) = |x^4 - 4x^2|$ funksiyaning grafigini yasang.

10-rasm



6. 11-rasmda f funksiyaning grafigi berilgan. Bu grafikdan foydalanib quyidagilarni aniqlang:
1) f funksiyaning aniqlanish sohasini va qiymatlar to‘plamini.
2) f funksiyaning o‘sish va kamayish oraliqlarini.

Yechish. 2) Rasmdan ko‘rinadiki, f funksiya:



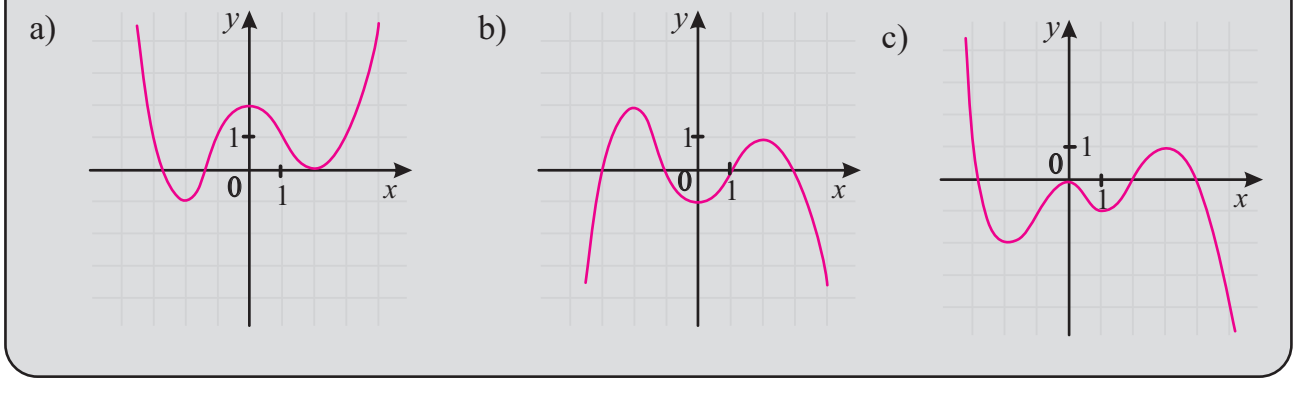
11-rasm

a) $D(f) = [-1; 4]$; $E(f) = [-1; 3]$;
$[-1;1]\cup[2;4]$ da o‘suvchi, $[1;2]$ da kamayuvchi;
b) $D(f) = [-2; 3]$; $E(f) = [-2; 3]$;
$[0;1]$ da o‘suvchi, $[-2;0]\cup[1;3]$ da kamayuvchi;
c) $D(f) = [-3;3]$; $E(f) = [-2;2]$;
$[-3;-2]\cup[-1;1]\cup[2;3]$ da kamayuvchi,
$[-2;-1]\cup[1;2]$ da o‘suvchi;
d) $D(f) = [-2; 2]$; $E(f) = [-2; 2]$;
$[-1;1]$ da o‘suvchi, $[-2;-1]\cup[1;2]$ da kamayuvchi.

7. Berilgan funksiyalarning grafigini yasang, aniqlanish sohasini va qiymatlar to‘plamini aniqlang, o‘sish va kamayish oraliqlarini taxminiy toping.
a) $f(x) = x^2 - 5x$
b) $f(x) = x^3 - 4x$
c) $f(x) = x^4 - 16x^2$

8. f funksiyaning grafigi 12-rasmda berilgan. Bu grafikdan foydalanib quyidagilarni taxminiy aniqlang:
1) funksiyaning barcha ekstremum nuqtalarini va ekstremumlarini;
2) funksiyaning o‘sish va kamayish oraliqlarini.

12-rasm



9. Quyidagi ma’lumotlar asosida funksiya grafigining eskizini yasang.

a) $(-\infty;3]$ oraliqda kamayadi, $[3;+\infty)$ oraliqda o‘sadi;

b) $(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$ sohada kamayadi, $[0;1]$ oraliqda o‘zgarmaydi;

c) $(-\infty;-6]$ oraliqda kamayadi, $[-6;0]$ oraliqda o‘sadi va $[0;+\infty)$ oraliqda o‘zgarmaydi;

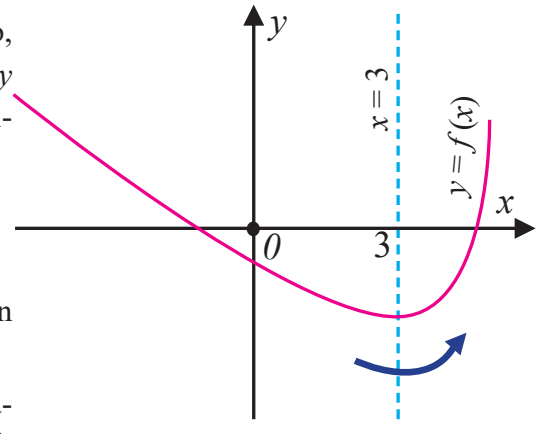
d) $[-5;10]$ oraliqda o‘sadi, $[10;+\infty)$ oraliqda o‘zgarmaydi va $x=-5$ da eng kichik qiymatni qabul qiladi.

Yechish. a) Tekislikda Oxy koordinatalar sistemasini kiritamiz. Ox o‘qida abssissasi 3 bo‘lgan nuqtani belgilab, undan Ox o‘qiga parallel $x=3$ to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz. Oxy tekisligida ko‘rsatilgan yo‘nalishda shunday egri chiziq chizamizki, bu egri chiziq:

1) $x=3$ to‘g‘ri chiziq bilan kesishguncha kamaysin;

2) Oy to‘g‘ri chiziq bilan kesishgach, o‘ssin;

3) Oy o‘qiga parallel har qanday to‘g‘ri chiziq bilan yagona nuqtada kesishsin.

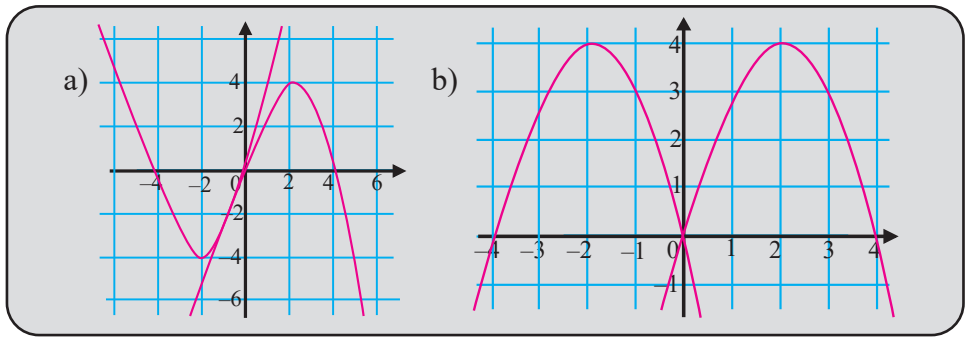


Shu uchta xossaga ega egri chiziq $(-\infty, 3]$ oraliqda kamayadigan, $[3, +\infty)$ oraliqda o‘sadigan biror $y=f(x)$ funksiyaning grafigi bo‘ladi. Rasmga qarang.

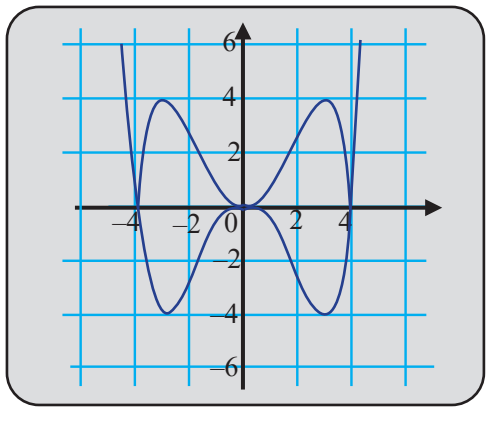
JAVOBLAR

1. a) juft; b) toq; c) juft ham, toq ham emas; d) juft; e) toq; f) juft ham, toq ham emas; g) juft ham, toq ham emas; h) toq.

2.



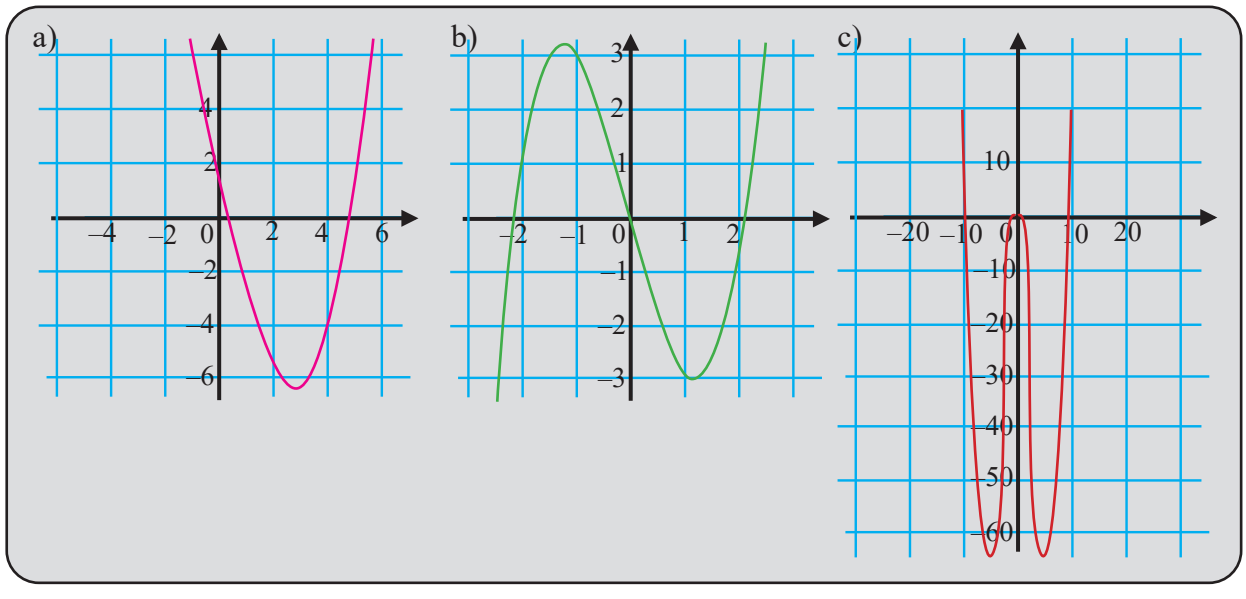
5.



7. a) $D(f)=(-\infty;\infty)$, $E(f)=\left[-6\frac{1}{4};\infty\right)$, $(-\infty;2,5]$ da kamayuvchi, $[2,5;\infty)$ da o‘suvchi.

b) $D(f)=(-\infty;\infty)$, $E(f)=(-\infty;\infty)$, $(-\infty;-1]\cup[1;\infty)$ da o‘suvchi, $[-1;1]$ da kamayuvchi.

c) $D(f)=(-\infty;\infty)$, $E(f)=[-64;\infty)$.



8. a) Ekstremum nuqtalari: $x_1=-2, x_2=0, x_3=2$; $y_{\min}=-1$; $(-\infty;-2]\cup[0;2]$ da kamayuvchi, $[-2;0]\cup[2;\infty)$ da o‘suvchi;

b) Ekstremum nuqtalari: $x_1=-2, x_2=0, x_3=2$; $y_{\max}=2$; $(-\infty;-2]\cup[0;2]$ da o‘suvchi, $[-2;0]\cup[2;\infty)$ da kamayuvchi;

c) Ekstremum nuqtalari: $x_1=-2, x_2=0, x_3=1, x_4=3$, $(-\infty;-2]\cup[0;1]\cup[3;\infty)$ da kamayuvchi, $[-2;0]\cup[1;3]$ da o‘suvchi;

d) Ekstremum nuqtalari: $x_1=-2, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$, $(-\infty;-2]\cup[-1;1]\cup[2;\infty)$ da kamayuvchi, $[-2;-1]\cup[1;2]$ da o‘suvchi.

FUNKSIYA GRAFIGI USTIDA SODDA ALMASHTIRISHLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar funksiya grafiklarini siljitadi, siqadi, cho‘zadi.

Barcha o‘quvchilar	Berilgan funksiya grafigini siljitish mumkinligini biladi. Berilgan funksiya grafigini siqish, cho‘zish mumkinligini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Funksiya grafigini Ox o‘qi bo‘yicha siljitishni, Oy o‘qi bo‘yicha siljitishni, biror vektor yo‘nalishida siljitishni biladi. Funksiya grafigini Ox o‘qi bo‘yicha va Oy o‘qi bo‘yicha siqish, cho‘zishni biladi.
Ayrim o‘quvchilar	$y=f(x)$ funksiya grafigini: – Ox o‘qi bo‘yicha x_0 birlikka siljitganda funksiya $y=f(x-x_0)$; – Oy o‘qi bo‘yicha y_0 birlikka siljitganda funksiya $y=f(x)+y_0$; – biror $\vec{p}=(x_0, y_0)$ vektor yo‘nalishida siljitganda funksiya $y=f(x-x_0)+y_0$ ko‘rinishga o‘tishini biladi. $k>1$ bo‘lganda $y=f(x)$ funksiya grafigi: Ox o‘qidan Oy o‘qi bo‘yicha k marta cho‘zilganda funksiya $y=kf(x)$; Ox o‘qiga Oy o‘qi bo‘yicha k marta siqilganda funksiya $y=\frac{1}{k}f(x)$; Oy o‘qiga Ox o‘qi bo‘yicha k marta siqilganda funksiya $y=f(kx)$; Oy o‘qidan Ox o‘qi bo‘yicha k marta cho‘zilganda funksiya $y=f\left(\frac{x}{k}\right)$ ko‘rinishga o‘tishini biladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. bo‘lganda funksiya grafigi qaysi yo‘nalishda siljiydi? $y_0<0$, $x_0<0$, $y_0>0$ bo‘lganda-chi?

2. Biror $\vec{p}=(x_0, y_0)$ vektor yo‘nalishida siljitganda funksiya grafigi qancha birlikka siljiydi?

3. $0<k<1$ bo‘lganda $y=kf(x)$ funksiya grafigi $y=f(x)$ funksiya grafigiga nisbatan qaysi yo‘nalishda siqiladi? $y=f(kx)$ funksiya grafigi-chi?

MAVZU BAYONI

Funksiya grafigini siljitish

Berilgan $f(x)$ funksiyaning grafigini Oxy tekisligida siljitish mumkin. Funksiya grafigining quyida keltiriladigan siljitishlarini ko‘rib o‘tamiz.

1. Funksiya grafigini Ox o‘qi bo‘yicha siljitish.
2. Funksiya grafigini Oy o‘qi bo‘yicha siljitish.

3. Funksiya grafigini biror vektor yo‘nalishida siljitish.

1. Funksiya grafigini *Ox* o‘qi bo‘yicha x_0 birlikka siljitish

a) agar $x_0 > 0$ bo‘lsa, grafik Ox o‘qi yo‘nalishida x_0 birlik siljiydi.

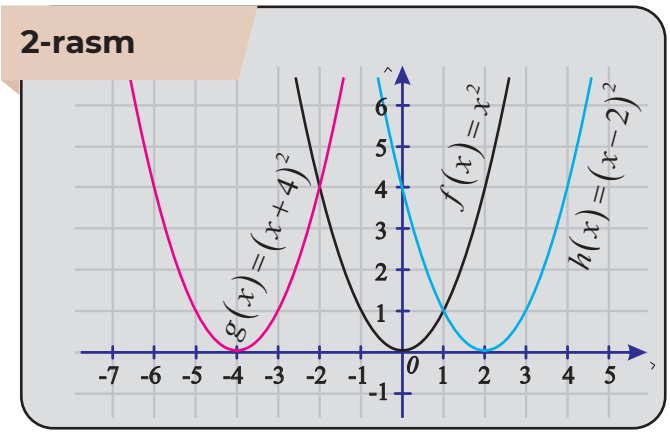
b) agar $x_0 < 0$ bo‘lsa, grafik Ox o‘qi yo‘nalishiga qarshi $|x_0|$ birlik siljiydi.

2. Funksiya grafigini *Oy* o‘qi bo‘yicha y_0 birlikka siljitish

a) agar $y_0 > 0$ bo‘lsa, grafik Oy o‘qi yo‘nalishida y_0 birlik siljiydi;

b) agar $y_0 < 0$ bo‘lsa, grafik Oy o‘qi yo‘nalishiga qarshi $|y_0|$ birlik siljiydi.

2-rasm



3. Funksiya grafigini ham *Ox*, ham *Oy* o‘qlari bo‘yicha siljitish

$y = f(x - x_0) + y_0$ funksiya grafigini yasash uchun $y = f(x)$ funksiya grafigini Ox o‘qi bo‘yicha x_0 birlikka, Oy o‘qi bo‘yicha esa y_0 birlikka siljitish yetarli.

1-misol. $f(x) = x^2$ funksiya grafigidan foydalanib quyidagi funksiyalar grafigini yasang.

a) $g(x) = (x+4)^2$ b) $h(x) = (x-2)^2$

Yechish. 2-rasmda ko‘rsatilgandek,
a) g funksiyaning grafigini yasash uchun f funksiya grafigini chapga 4 birlikka siljitamiz.
b) h funksiyaning grafigini yasash uchun f funksiya grafigini o‘ngga 2 birlikka siljitamiz.

Funksiya grafiklarini siqish va cho‘zish

Berilgan $f(x)$ funksiyaning grafigini Oxy tekisligida deformatsiyalash (siqish yoki cho‘zish) mumkin. Ikkita muhim holni ko‘rib o‘tamiz.

1-hol. Berilgan $y = f(x)$ funksiya grafigidan foydalanib $y = kf(x)$ funksiya grafigi quyidagicha hosil qilinadi:

a) agar $k > 1$ bo‘lsa, grafik Ox o‘qidan Oy o‘qi bo‘yicha k baravar cho‘ziladi.

b) agar $0 < k < 1$ bo‘lsa, grafik Ox o‘qiga Oy o‘qi bo‘ylab $\frac{1}{k}$ baravar siqiladi.

c) agar $k < 0$ bo‘lsa, u holda $y = kf(x)$ funksiya grafigi $y = |k|f(x)$ funksiya grafigining Ox o‘qqa nisbatan simmetrik aksi bo‘ladi.

2-hol. Berilgan $y = f(x)$ funksiya grafigidan foydalanib $y = f(mx)$ funksiya grafigi quyidagicha hosil qilinadi:

a) agar $m > 1$ bo‘lsa, grafik Oy o‘qiga Ox o‘qi bo‘ylab m baravar siqiladi;

b) agar $0 < m < 1$ bo‘lsa, grafik Oy o‘qidan Ox o‘qi bo‘ylab $\frac{1}{m}$ baravar cho‘ziladi.

c) agar $m < 0$ bo‘lsa, u holda $y = f(mx)$ funksiyaning grafigi $y = f(|m|x)$ funksiya grafigining Oy o‘qqa nisbatan simmetrik aksi bo‘ladi.

5-misol. $f(x) = x^2$ funksiyaning grafigidan foydalanib quyidagi funksiyalarning grafigini yasang.

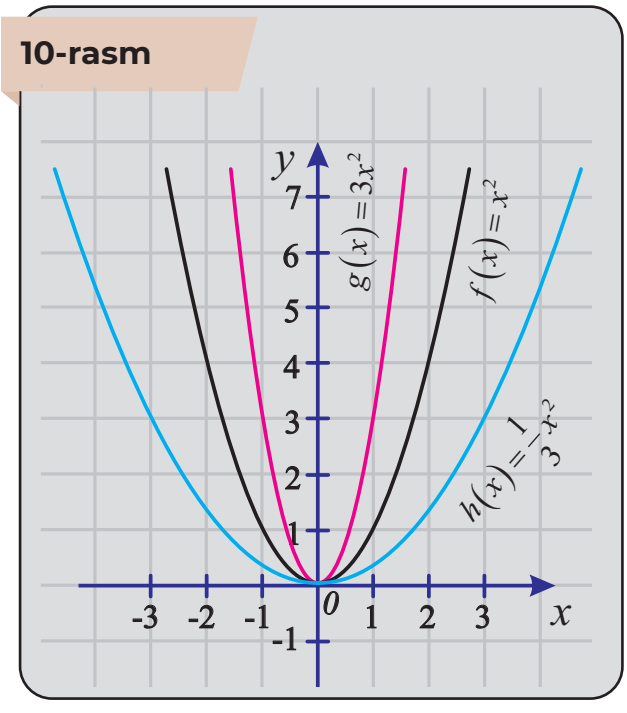
a) $g(x)=3x^2$ b) $h(x)=\frac{1}{3}x^2$

Yechish.

a) g funksiyaning grafigi f funksiyaning har bir nuqtasining y koordinatasini 3 ga ko‘paytirishdan hosil bo‘ladi. Ya’ni g funksiyaning grafigini hosil qilish uchun f funksiyaning grafigini vertikal 3 baravar cho‘zish kerak.

b) h funksiyaning grafigi f funksiyaning har bir nuqtasining y koordinatasini $\frac{1}{3}$ ga ko‘paytirishdan hosil bo‘ladi. Ya’ni h funksiyaning grafigini hosil qilish uchun f funksiyaning grafigini vertikal yo‘nalishda x o‘qqa 3 baravar siqish kerak.

10-rasm



MISOLLAR

1. $f(x)$ funksiya grafigi berilgan bo‘lsa, quyidagi funksiyalarning grafigi qanday yasalishini tushuntiring.

a) $y=f(x)-1$ b) $y=f(x-2)$ c) $y=f\left(\frac{1}{4}x\right)$

d) $y=f(x)+4$ e) $y=f(-x)$ f) $y=3f(x)$

g) $y=-f(x)$ h) $y=\frac{1}{3}f(x)$ i) $y=f(4x)$

j) $y=f(x+1)-1$ k) $y=4f(x+1)+3$ l) $y=f(x-5)+2$

m) $y=-f(x)+5$ n) $y=3f(x)-5$ o) $y=1-f(-x)$

Yechish. l) $f(x)$ funksiya grafigi berilgan bo‘lsa, $y=f(x-5)+2$ funksiyaning grafigini hosil qilish uchun $f(x)$ funksiya grafigini Ox o‘qi bo‘ylab 5 birlik o‘ngga, Oy o‘qi bo‘ylab 2 birlik yuqoriga ko‘chirish talab etiladi.

2. g funksiyaning grafigi f funksiyaning grafigidan qanday almashtirishlar yordamida hosil qilinganini tushuntiring.

a) $f(x)=x^2,\ g(x)=(x+2)^2$ b) $f(x)=x^2,\ g(x)=x^2+2$

c) $f(x)=x^3,\ g(x)=(x-4)^3$ d) $f(x)=x^3,\ g(x)=x^3-4$

e) $f(x)=|x|,\ g(x)=|x+2|-2$ f) $f(x)=|x|,\ g(x)=|x-2|+2$

g) $f(x)=\sqrt{x},\ g(x)=-\sqrt{x}+1$ h) $f(x)=\sqrt{x},\ g(x)=\sqrt{-x}+1$

3. $y=x^2$ funksiyaning grafigidan foydalanib quyidagi funksiyalarning grafigini chizing.

a) $g(x)=x^2+1$ b) $g(x)=(x-1)^2$

c) $g(x)=-x^2$ d) $g(x)=(x-1)^2+3$

4. $y=\sqrt{x}$ funksiyaning grafigidan foydalanib quyidagi funksiyalarning grafigini chizing.

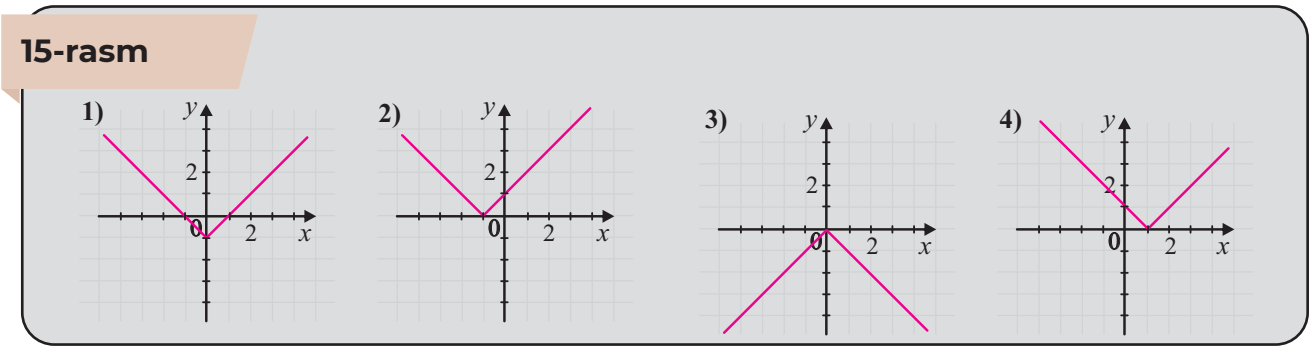
a) $g(x)=\sqrt{x-2}$ b) $g(x)=\sqrt{x}+1$

c) $g(x)=\sqrt{x+2}+2$ d) $g(x)=-\sqrt{x}+1$

5. Berilgan funksiyalarga 15-rasmdagi grafiklardan mosini toping.

a) $y=|x+1|$ b) $y=|x|-1$ c) $y=|x-1|$ d) $y=-|x|$

15-rasm



6. Quyidagi funksiyalarning grafiklarini standart funksiyaning grafigi ustida mos almashtirishlarni bajarib chizing.

a) $f(x)=x^2+3$ b) $f(x)=\sqrt{x}+1$ c) $f(x)=|x|-1$

d) $f(x)=\sqrt{x}+1$ e) $f(x)=(x-5)^2$ f) $f(x)=(x+1)^2$

g) $f(x)=|x+2|$ h) $f(x)=\sqrt{x-4}$ i) $f(x)=-x^3$

j) $f(x)=-|x|$ k) $y=\sqrt[4]{-x}$ l) $y=\sqrt[3]{-x}$

m) $y=\frac{1}{4}x^2$ n) $y=-5\sqrt{x}$ o) $y=3|x|$

p) $y=\frac{1}{2}|x|$ q) $y=(x-3)^2+5$ r) $y=\sqrt{x+4}-3$

s) $y=3-\frac{1}{2}(x-1)^2$ t) $y=2-\sqrt{x+1}$ u) $y=|x+2|+2$

v) $y=2-|x|$ w) $y=\frac{1}{2}\sqrt{x+4}-3$ x) $y=3-2(x-1)^2$

Yechish. t) $y=2-\sqrt{x+1}$ funksiya grafigini quyidagi qadamlarda yasaymiz:

1-qadam. $y=\sqrt{x}$ standart funksiya grafigini Ox bo‘ylab 1 birlik chapga siljitib, $y=\sqrt{x+1}$ funksiya grafigi hosil qilinadi.

2-qadam. $y=\sqrt{x+1}$ funksiya grafigi Ox o‘qiga nisbatan simmetrik joylashtirilib, $y=-\sqrt{x+1}$ funksiya grafigi hosil qilinadi.

3-qadam. $y=-\sqrt{x+1}$ funksiya grafigi Oy o‘qi bo‘ylab 2 birlik yuqoriga siljitiladi.

Bajarilgan 3 ta qadam natijasida talab etilgan $y=2-\sqrt{x+1}$ funksiya grafigiga ega bo‘lamiz.

7. Berilgan f funksiyaning grafigiga ko‘rsatilgan almashtirishlar qo‘llangan. Yakuniy funksiyaning formulasini yozing.

a) $f(x)=x^2$, 3 birlik pastga siljiting.

b) $f(x)=x^3$, 5 birlik yuqoriga siljiting.

c) $f(x)=\sqrt{x}$, 2 birlik chapga siljiting.

d) $f(x)=\sqrt[3]{x}$, 1 birlik o‘ngga siljiting.

e) $f(x)=|x|$, 2 birlik chapga va 5 birlik pastga siljiting.

f) $f(x)=|x|$, x o‘qiga nisbatan akslantirib, 4 birlik o‘ngga va 3 birlik yuqoriga siljiting.

g) $f(x)=\sqrt[4]{x}$, y o‘qiga nisbatan simmetrik akslantiring va 1 birlik yuqoriga siljiting.

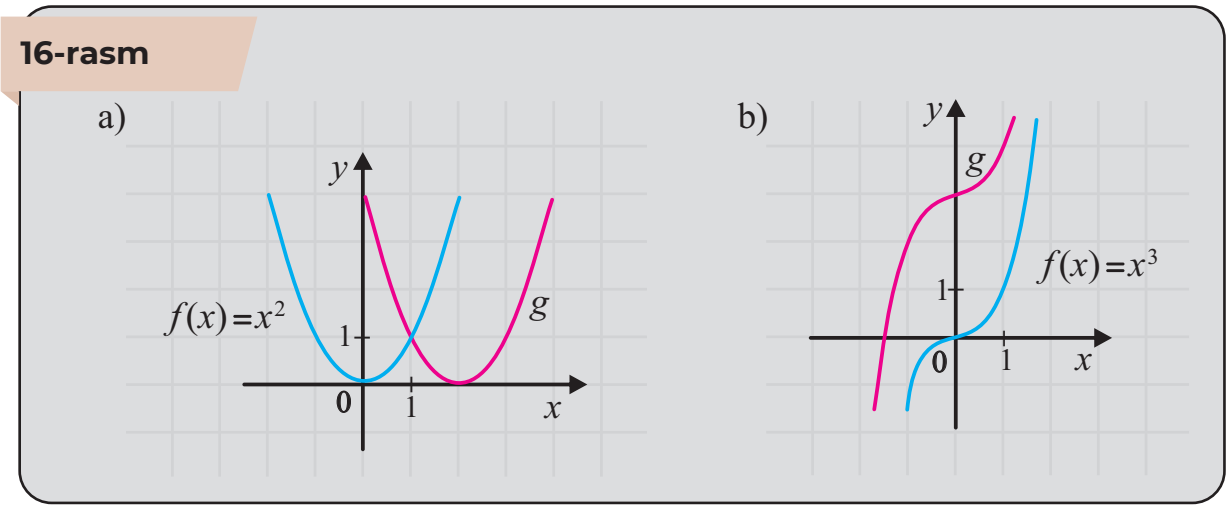
h) $f(x)=x^2$, 2 birlik chapga siljiting va x o‘qiga nisbatan simmetrik akslantiring.

i) $f(x)=x^2$, 2 baravar vertikal cho‘zib, 2 birlik pastga va 3 birlik o‘ngga siljiting.

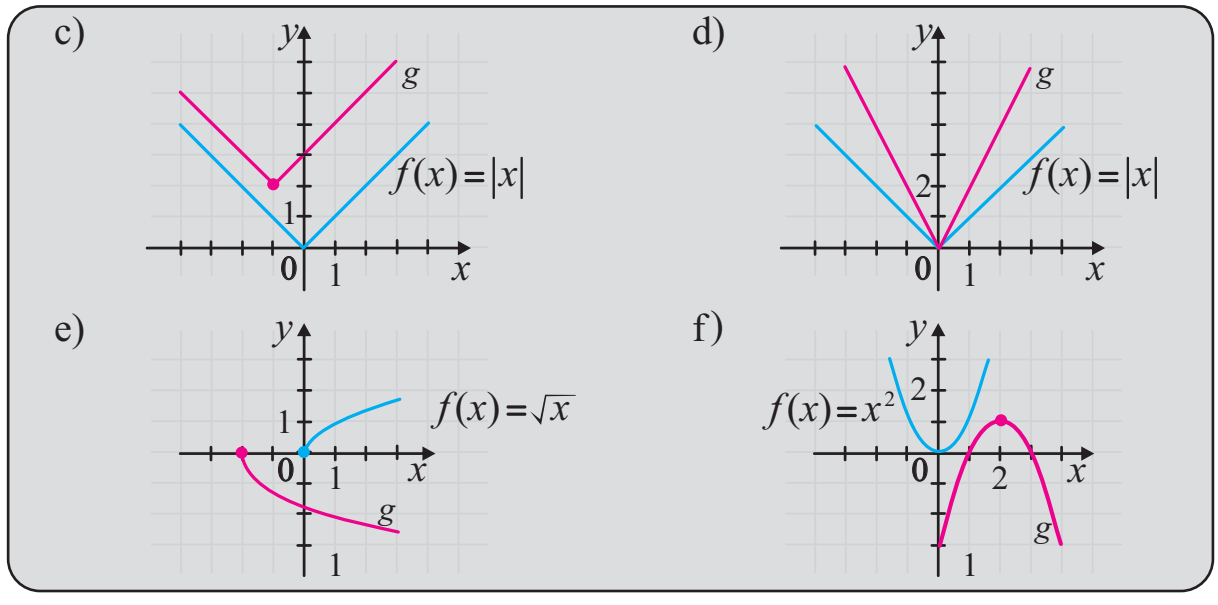
j) $f(x)=|x|$, $\frac{1}{2}$ baravar vertikal yo‘nalishda siqishni bajarib, 1 birlik chapga va 3 birlik yuqoriga siljiting.

8. f va g funksiyalarning grafigi berilgan (16-*rasm*). f funksiyadan foydalanib g funksiyaning formulasini toping.

16-rasm



Yechish. c) Rasmdan ko‘rinadiki, $f(x)$ funksiya grafigi Ox o‘qi bo‘ylab 1 birlik chapga siljitilgan. Bunda hosil bo‘lgan shakl $f(x+1)$ funksiya grafigini tasvirlaydi. Keyingi qadamda $f(x+1)$ funksiya grafigi Oy o‘qi bo‘ylab 2 birlik yuqoriga siljitilgan. Hosil bo‘lgan shakl $f(x+1)+2$ funksiya grafigini tasvirlaydi. Demak, $f(x)=|x|$ bo‘lishi kerak. Rasmda berilishiga ko‘ra, $f(x)=|x|$ ekanini e’tiborga olsak, $g(x)$ funksiya $g(x)=|x+1|+2$ ko‘rinishga ega bo‘lishi kelib chiqadi.



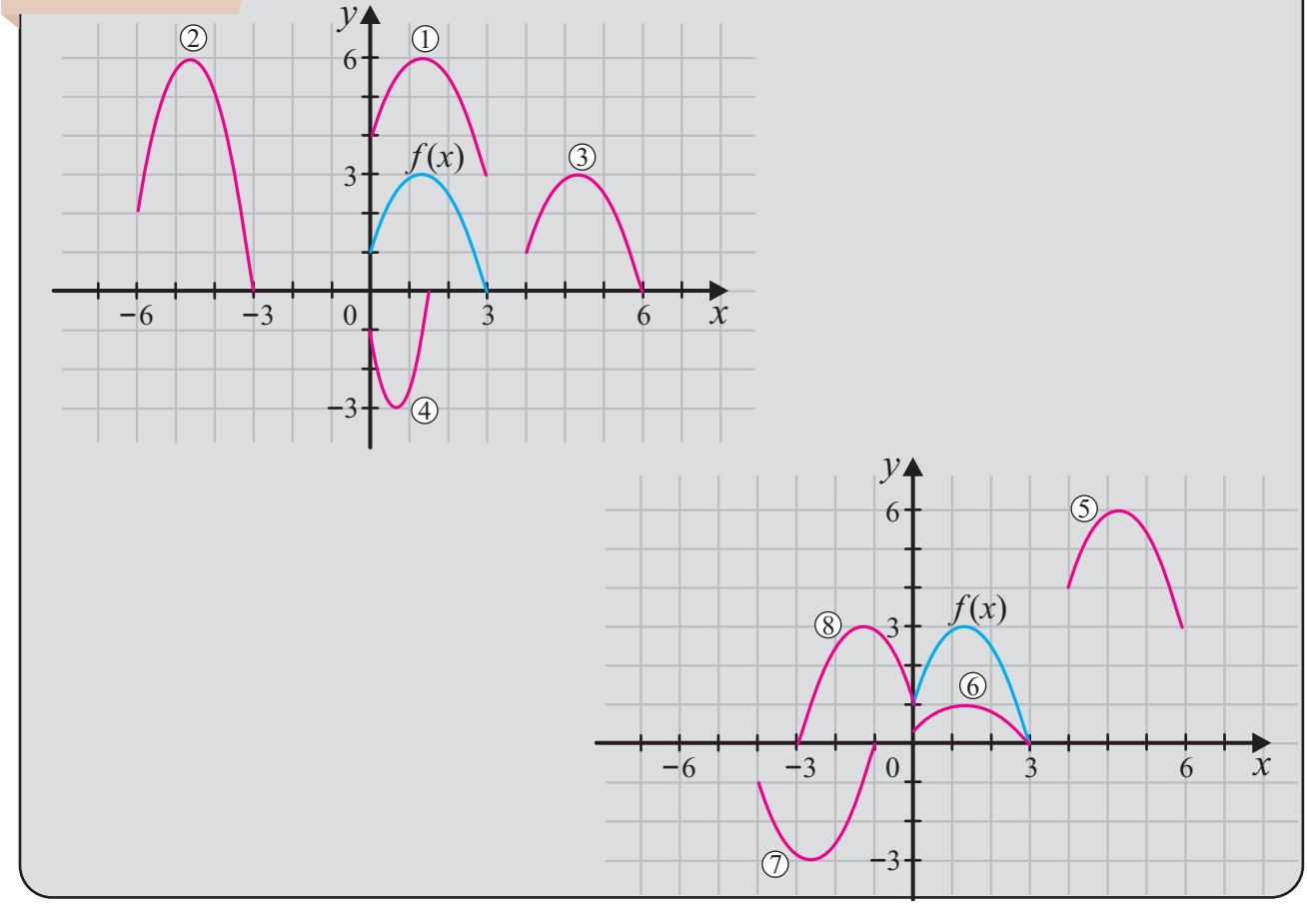
9. $y=f(x)$ funksiya berilgan, 17-rasmda quyidagilarga mos grafikni toping.

a) $y=f(x-4)$ b) $y=f(x)+3$ c) $y=2f(x+6)$

d) $y=-f(2x)$ e) $y=\frac{1}{3}f(x)$ f) $y=-f(x+4)$

g) $y=f(x-4)+3$ h) $y=f(-x)$

17-rasm



CHIZIQLI VA KVADRATIK MODELLASHTIRISHLAR

Dars maqsadi: hayotiy masalalarni chiziqli yoki kvadratik modellashtirib hal qiladi.

Barcha o‘quvchilar	Kundalik hayotdagi turli jarayonlarni formulalar orqali matematik tilda bayon etish mumkinligini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Kundalik hayotdagi turli jarayonlarni formulalar orqali matematik tilda bayon etish “matematik modellashtirish” deb yuritilishini biladi. Ayrim sodda jarayonlarning matematik modelini tuza oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Kundalik hayotdagi turli jarayonlarni formulalar orqali matematik tilda bayon etish “matematik modellashtirish” deb yuritilishini biladi. Fizika, kimyo kabi fanlarda uchraydigan jarayonlarning matematik modellarini qura oladi.

MAVZU BAYONI

1-masala. Porshenli nasos eng ko‘pi bilan qanday chuqurlikdan suv chiqara olishini toping (1-*rasm*).

Yechish: Ma’lumki, porshenli nasos trubasidagi suv ustunining bosimi $p = \rho g h$ formula bilan hisoblanadi.

Bu yerda $\rho = 1000$ kg/m^3 – suv zichligi, $g = 10$ m/s^2 – erkin tushish tezlanishi, h – suv ustunining balandligi.

Nasos yer sathida joylashgani uchun suv ustuni balandligi *suv chuqurligi* deb yuritiladi. Demak, suv chuqurligini

$$h = \frac{p}{\rho g}$$

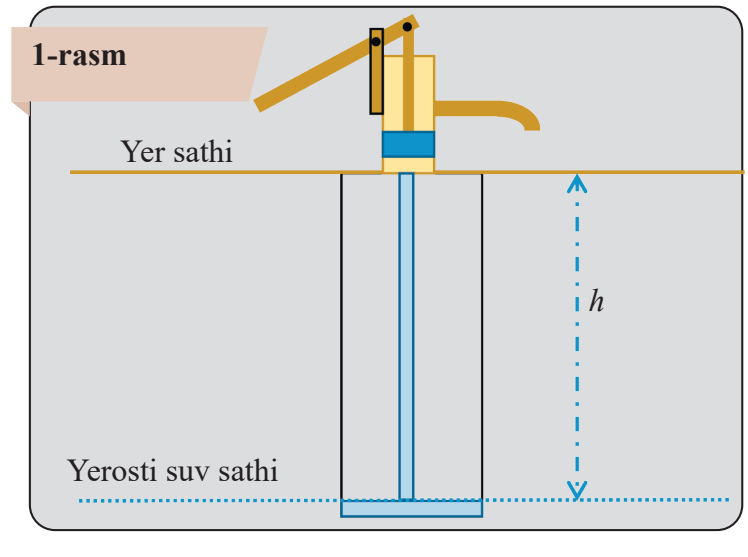
tenglikdan topish mumkin.

1643-yilda italyan fizigi Evangelista Torrichelli tajribalarida suv ustuni bosimi atmosfera bosimi $p_0 = 100\,000$ Pa dan oshib ketmasligi isbotlangan, ya’ni $p \le p_0$. Shuning uchun porshenli nasosda suv chuqurligi

$$h = \frac{p}{\rho g} \le \frac{p_0}{\rho g} = \frac{100000}{1000 \cdot 10} = 10 \text{ m}$$

dan oshib keta olmas ekan.

Javob: Porshenli nasos eng ko‘pi bilan 10 m chuqurlikdan suv chiqara oladi.



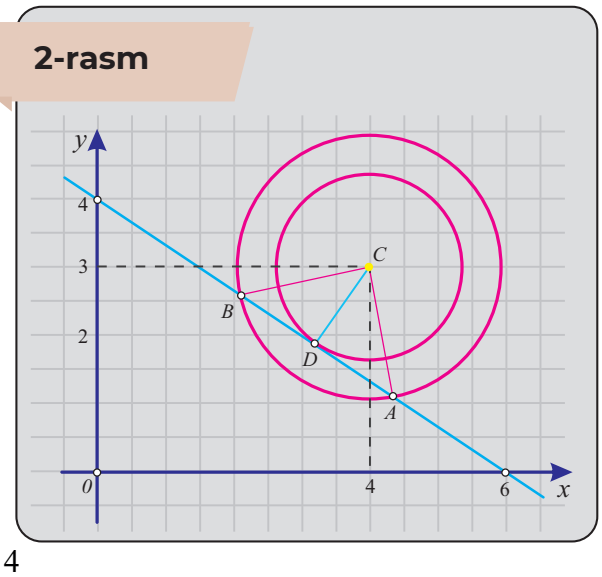
2-masala. O‘quvchi *Oxy* koordinatalar tekisligini shunday tanladiki, bunda o‘z uyini koordinata boshi *O*(0; 0) deb oldi. Keyin o‘zi o‘qiydigan maktab *C*(4; 3) nuqtada joylashganini aniqladi. Yo‘lning uyi va maktab orasidan o‘tadigan to‘g‘ri chiziqli qismi *Ox* o‘qini (6; 0) nuqtada, *Oy* o‘qini (0; 4) nuqtada kesib o‘tishini hisoblab chiqdi.

Maktabga uyali aloqa kompaniyasining antennasi o‘rnatilganligi ma’lum. O‘quvchi yo‘lda harakatlanayotgan avtomobildagi yo‘lovchining uyali aloqa vositasi antennadan tarqalayotgan to‘lqinni eng yaxshi tutadigan nuqtani topishga qiziqib qoldi.

Topshiriq. Siz bu masalani qanday yechgan bo‘lar edingiz?

Yechish. Ravshanki, yo‘lning maktabga eng yaqin nuqtasida uyali aloqa vositasi to‘lqinni eng yaxshi tutadi. Bu masalani yechishda yo‘lni tavsiflovchi (*AB*) to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish va uning maktabga eng yaqin nuqtasining koordinatalarini topish kerak. Buning uchun avvalo bayon etilganlar asosida vaziyatning chizmasi chiziladi (2-*rasmga qarang*).

2-rasm



Keyin *A*(6; 0) va *B*(0; 4) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuziladi. Buning uchun to‘g‘ri chiziqning

$$y = kx+b$$

tenglamasiga *A*(6; 0) va *B*(0; 4) nuqtalarning koordinatalarini qo‘yib, ushbu

$$0 = k\cdot 6+b$$

$$4 = k\cdot 0+b$$

tengliklar hosil qilinadi. Ulardan

$$b = 4,\ k = -\frac{2}{3}$$

koeffitsiyentlar topiladi. Demak, (*AB*) to‘g‘ri chiziq tenglamasi

$$y = -\frac{2}{3}x+4$$

bo‘ladi.

Masalaning yechimi (*AB*) to‘g‘ri chiziqning *C*(4; 3) nuqtaga eng yaqin *D*(*x; y*) nuqtasini topishdan iborat. Bu vaziyatning matematik modeli quyidagicha yoziladi:

$$F = \sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2} \to min,$$

$$y = -\frac{2}{3}x+4$$

MISOLLAR

1. Har bir berilgan topshiriqning chiziqli modelini burchak koeffitsiyenti bilan yozing:

a) Siz velosipedni 10 000 so‘m boshlang‘ich to‘lov va soatiga 5000 so‘m tarif bo‘yicha ijaraga oldingiz.

b) Avtomobillarni ta’mirlash ustaxonasi 50 000 so‘m bazaviy to‘lov hamda soatiga 15 000 so‘mdan to‘lov belgiladi.

c) Shamning uzunligi 30 cm va u soatiga 1,4 cm tezlikda yonadi.

d) Dasturlash bo‘yicha mutaxassis maslahat uchun alohida $75 va undan so‘ng soatiga $35 oladi.

e) Hozirgi harorat 25 °C va u kechasi har soatda 2 °C ga tushishi kutilmoqda.

f) Qishloq aholisi 6791 kishini tashkil etadi va yiliga 7 taga kamayib bormoqda.

2. Berilgan jadvaldagi funksiya chiziqli yoki kvadratik ekanini aniqlang.

x	0	1	3	4	6
y	5	10	20	25	35

3. To‘p tepaga va pastga sakraganda uning erishadigan balandligi doimiy ravishda kamayadi. Quyidagi jadvalda vaqt bo‘yicha sakrash balandligi ko‘rsatilgan.

a) Eng mos keladigan kvadrat funksiyani toping.

b) To‘pning maksimal balandligini toping.

c) 2,5 sekundda to‘pning qancha balandlikda bo‘lganini taxmin qiling.

t (s)	2	2,2	2,4	2,6	3
h (dyuym)	2	16	26	33	42

4. Agar tosh 70 metrli binoning tepasidan otilgan bo‘lsa, toshning vaqtga bog‘liq balandligi $h(t) = -5t^2 - 25t + 70$ kvadrat funksiya bilan berilgan, bu yerda t sekundda, balandligi esa metrda. Necha sekunddan keyin tosh yerga tushadi?

5. Malika xonasini tozalashga Umidadan ikki baravar ko‘p vaqt sarflaydi. Aziza xonasini tozalashi uchun Umidadan 10 minut ko‘proq vaqt ketkazadi. Ular xonalarini tozalash uchun jami 90 minut sarflaydi. Malika xonasini tozalashi uchun qancha vaqt sarflaydi?

6. Dilshod dengizga durni olish uchun sho‘ng‘idi. Uning t sekunddan keyingi sho‘ng‘ish chuqurligi $h(t) = -4t^2 + 4t + 3$ metr bo‘ldi, $t \geq 0$.

a) Durlar qanday chuqurlikda joylashgan?

b) Dilshod durni olish uchun qancha vaqt sarflaydi?

c) Dilshod qanday balandlikdan suvga sho‘ng‘idi?

7. Jasmina ko‘ylak tikish uchun buyurtma oldi. U bir kunda x ta ko‘ylak tiksa, $P(x) = -x^2 + 20x$ so‘m miqdorida daromad oladi.

a) Eng katta daromad olish uchun u qancha ko‘ylak tikishi kerak?

b) Eng katta daromad necha so‘mga teng?

8. 2005-yilda Zarafshon shahri aholisi 55 000 ga yaqin edi. O‘sha paytda aholi soni yiliga 2000 ga yaqin sur’atda o‘sib borardi. Har qanday yil uchun Zarafshon aholisini topish zarur. Buning uchun uning chiziqli modelini tuzing. 2010-yili Zarafshon aholisi qancha bo‘lgan? Zarafshon aholisi soni 2025-yili qancha bo‘lishini hisoblang.

LOYIHA ISHI

Dars maqsadi: grafikda tasvirlangan vaziyatga og‘zaki xulosa berishni, funksiya grafigiga qarab uning xossalarini tavsiflashni o‘rganish.

Barcha o‘quvchilar	Grafikda tasvirlangan vaziyatni aytib bera oladi. Berilgan grafikka mos hikoya tuzadi.
Aksariyat o‘quvchilar	Grafikda tasvirlangan vaziyatni ikkita o‘zgaruvchiga bog‘lab aytib bera oladi. Berilgan grafikka mos hikoya tuzadi.
Ayrim o‘quvchilar	Grafikda tasvirlangan vaziyatni ikkita o‘zgaruvchiga bog‘lab aytib bera oladi. Berilgan grafikka mos hikoya tuzadi.

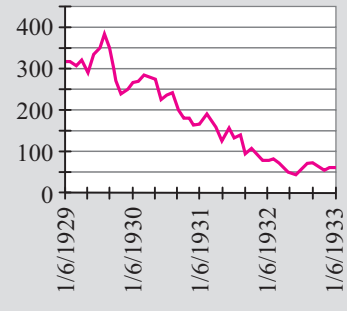
Vaqt	O‘qituvchi	O‘quvchilar	Kerakli o‘quv materiallari
3 min	O‘quvchilarni 5-6 talik kichik guruhlarga ajratadi.	Kichik guruhlarga bo‘linadi.	
5 min	Darslikdagi 1- va 2-rasmlarni tushuntiradi.	Diqqat bilan o‘qituvchini tinglaydi.	Darslik, 82-bet, 1- va 2-rasmlar.
10 min	1- topshiriq shartini guruhlarga tushuntiradi. Yangi hikoya tuzishi uchun har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz beradi.	a) 3-rasmdagi hikoyalarning har birini grafiklarning biri bilan moslaydi. b) hech qanday hikoyaga mos kelmaydigan grafik uchun xuddi shunday hikoya yozadi.	3-rasmdagi grafiklar doskaga oldindan chizib qo‘yilgan bo‘lishi kerak (agar proyektor bo‘lsa, ekranda ko‘rsatish maqsadga muvofiq). Har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz.
	Har bir guruh o‘zi javobni aytishini so‘raydi. Guruhlarning javoblarini tinglaydi, tekshiradi, izohlaydi.	Har bir guruhdan vakil chiqib, javobini izohlaydi. Tuzgan hikoyasini aytadi.	Reglament haqida ogohlantiriladi. Har bir guruhga 1 minutdan vaqt beriladi.
12 min	2-topshiriqni shartini guruhlarga tushuntiradi. Grafikda yugurish masofasi har bir yuguruvchi uchun vaqt funksiyasi sifatida ko‘rsatilganini aytadi. Guruhlarga muhokama uchun 8 minut vaqt beradi.	4-rasmda berilgan grafikka qarab poyga haqida nima deyishini tasvirlab beradi. Poygada kim g‘olib chiqqani, har bir yuguruvchi poygani tugatgan yoki tugatmagani hamda ***B*** sportchi bilan nima sodir bo‘lgani to‘g‘risidagi savollarga javob yozadi.	4-rasmdagi grafik doskaga oldindan chizib qo‘yilgan bo‘lishi kerak (agar proyektor bo‘lsa, ekranda ko‘rsatish maqsadga muvofiq). Har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz.
	Har bir guruh o‘z javobini aytishini so‘raydi. Guruhlarning javoblarini tinglaydi, tekshiradi, izohlaydi.	Har bir guruhdan vakil (oldingi topshiriqqa javob bergan o‘quvchi emas) chiqib, o‘z javobini izohlaydi. ***B*** sportchi bilan sodir bo‘lgan hodisa versiyasini aytadi.	

10 min	5-rasmda ko‘rsatilgan grafikka mos keladigan (har qanday vaziyatni o‘z ichiga olgan) hikoya tuzishni aytadi. Guruhlarning javoblarini tinglaydi, tekshiradi, izohlaydi.	Har bir guruhdan vakil (oldingi topshiriqlarda javob bergan o‘quvchilar emas) chiqib, javoblarini aytadi. *Bitta grafikka har xil hikoya tuzish mumkinligini o‘quvchilar tushunadi va anglaydi.*	5-rasmdagi grafik doskaga oldindan chizib qo‘yilgan bo‘lishi kerak (agar proyektor bo‘lsa, ekranda ko‘rsatish maqsadga muvofiq). Har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz.
5 min	Uyga vazifa sifatida har bir guruhga loyiha ishi mavzusini beradi. Loyiha ishi tayyorlash tartibi va talablarini tushuntiradi.	Diqqat bilan o‘qituvchini tinglaydi. Loyiha ishini bajarish tartibini muhokama qiladi. Topshiriqlarni o‘zaro bo‘lishadi.	Loyiha ishlari mavzulari chop etilgan qog‘oz. Har bir mavzu ro‘parasiga shu mavzuni tanlagan (berilgan) o‘quvchining ism-familiyasi yoziladi.
O‘qituvchi refleksiyasi: *darsda yaxshi o‘tgan jihatlar va nimalar ustida yana ishlash kerakligini ta’kidlang.*			

Har bir grafik hikoya qiladi

Agar rasm ming so‘zga arzigulik bo‘lsa, unda grafik hech bo‘lmaganda, bir necha qator jumlaga arziydi. Darhaqiqat, grafik ba’zan hikoyani ko‘p so‘zlarga qaraganda tezroq va samaraliroq aytib berishi mumkin. 1929-yildagi fond bozori qulashining halokatli ta’siri “Dou Jons” indeksining (DJIA) grafigidan (1-*rasm*) darhol ko‘rinadi. O‘sha paytdagi gazetalarda bunday grafiklar halokatning naqadar kattaligini yetkazishning samarali usuli sifatida chop etilgan.

1-rasm



2-rasmdagi xabarni yetkazish uchun hech qanday so‘z kerak emas. Grafik oddiy bir voqeani aytib beradi: qaysidir ko‘rsatkich pastladi – ehtimol, savdo, foyda yoki mahsuldorlik, mas’ul shaxs esa juda xavotirda.

2-rasm



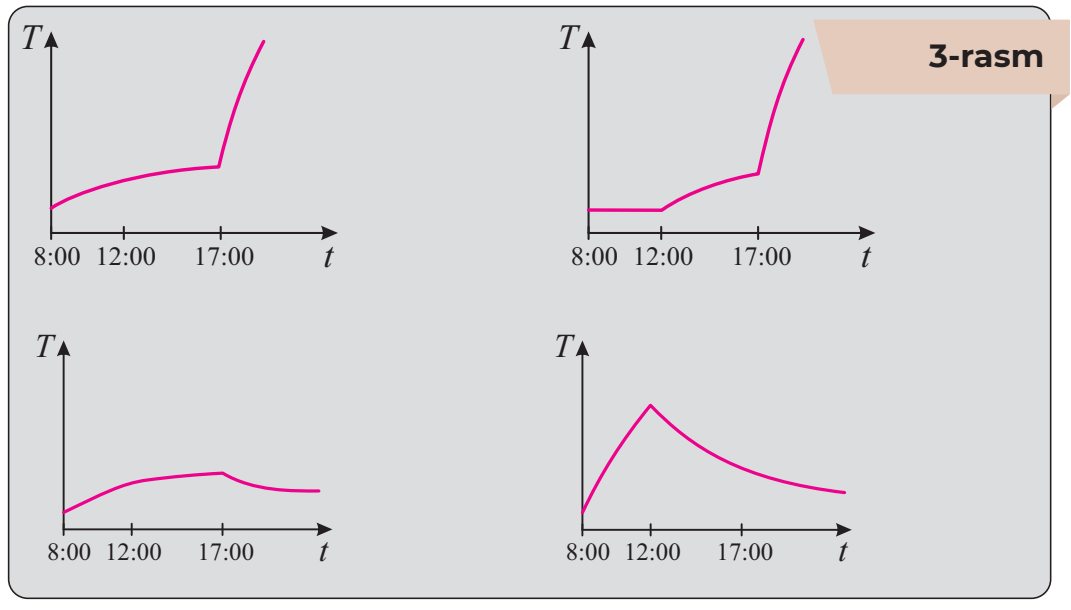
Ushbu loyiha tadqiqotida biz grafiklar “aytib beradigan” hikoyalarni o‘qiymiz va “hikoya qiluvchi” grafiklarni yaratamiz.

Hikoyani grafikdan o‘qish

1. Quyida haroratning vaqtga nisbatan to‘rtta grafigi (soat 8:00 dan boshlab) ko‘rsatilgan bo‘lib, ulardan keyin uchta hikoya berilgan (3-*rasm*).

a) hikoyalarning har birini grafiklarning biri bilan moslang.

b) hech qanday hikoyaga mos kelmaydigan grafik uchun xuddi shunday hikoya yozing.

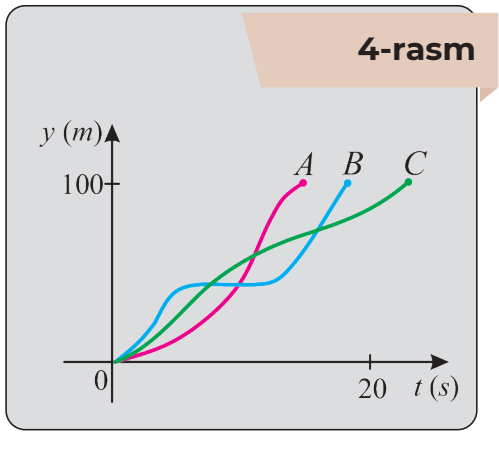


3-rasm

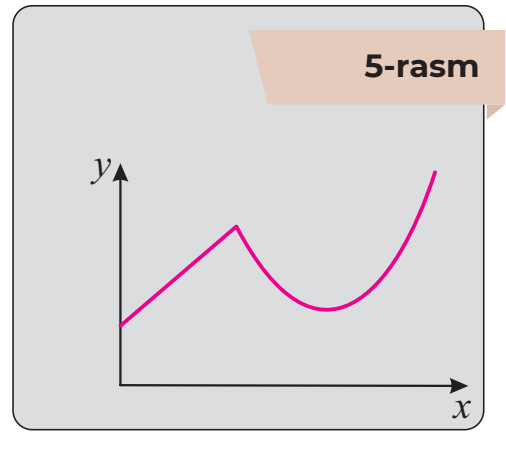
1-hikoya	Tushda muzlatkichdan go‘shtni olib, eritish uchun peshtaxtaga qo‘ydim va ishga ketdim. Ishdan uyga qaytganimdan keyin go‘shtni pechda pishirdim.
2-hikoya	Ertalab muzlatkichdan go‘shtni olib, eritish uchun peshtaxtaga qo‘ydim va ishga ketdim. Ishdan uyga qaytganimdan keyin go‘shtni pechda pishirdim.
3-hikoya	Ertalab muzlatkichdan go‘shtni olib, eritish uchun peshtaxtaga qo‘ydim va ishga ketdim. Buni unutib, ishdan uyga qaytyotganimda kafeda ovqatlandim. Uyga kelganimdan so‘ng esa go‘shtni muzlatkichga qayta qo‘ydim.

2. 100 metrga to‘siqlar osha yugurishda uchta sportchi qatnashdi. Grafikda yugurish masofasi har bir sportchi uchun vaqt funksiyasi sifatida ko‘rsatilgan (4-rasm). Grafik sizga ushbu poyga haqida nima deyishini tasvirlab bering. Poygada kim g‘olib chiqdi? Hamma sportchi poygani tugatdimi? Sizningcha, B sportchi bilan nima sodir bo‘lgan?

3. Quyidagi chizmaga mos keladigan (har qanday vaziyatni o‘z ichiga olgan) hikoya tuzing (5-*rasm*).



4-rasm



5-rasm

Loyiha ishini bajarish tartibi:

1. Berilgan grafik (diagramma) haqida ma’lumot topish.
2. Berilgan grafik (diagramma) turlarini keltirish.
3. Berilgan grafik (diagramma) qaysi ma’lumot turlari uchun ishlatilishi maqsadga muvofiqligini aniqlash va misollar bilan yozib kelish.
4. 3 ta grafik chizish va har bir grafikka mos hikoya tuzish.

Loyiha ishini bajarish talablari:

1. Referat (eng kami 5 sahifa), hoshiyalar – standart (chapdan – 3, o‘ngdan – 1,5, yuqoridan – 2, pastdan – 2 mm, shrift – “Times New Roman” 14 birlik, satrlararo oraliq 1,5 o‘lcham.
2. “Power Point” taqdimoti (eng kami 8 ta slayd).
3. Loyiha ishi himoyasi (taqdimot bilan) – 5 minut.

Loyiha ishini bajarish muhlati: 1 hafta.

Baholash mezonlari: rubrika.

Kategoriya/ Baho	**5**	**4**	**3**	**2**
Referat	Referatning mazmuni mavzuga to‘liq javob beradi. 5 ta va undan ko‘p sahifadan iborat.	Referatning mazmuni mavzuga ko‘p qismida javob beradi. 4 ta sahifadan iborat.	Referatning mazmuni mavzuga qisman javob beradi. 2 ta yoki 3 ta sahifadan iborat.	Referatning mazmuni mavzuga javob bermaydi. 1 ta sahifadan iborat yoki referat bajarilmagan.
Taqdimot (Power Point)	Taqdimotning tarkibi mavzuga to‘liq javob beradi. 8 ta va undan ko‘p slayddan iborat.	Taqdimotning tarkibi mavzuga ko‘p qismida javob beradi. 6 ta yoki 7 ta slayddan iborat.	Taqdimotning tarkibi mavzuga qisman javob beradi. 4 ta yoki 5 ta slayddan iborat.	Taqdimotning tarkibi mavzuga javob bermaydi.3 tadan kam slayddan iborat yoki taqdimot bajarilmagan.
Loyihaning matematik tarkibi (3 ta grafik va 3 ta hikoya)	3 ta grafik to‘g‘ri va mavzuga mos tanlangan. Bir-biriga o‘xshash emas. Har bir grafikka mos va mazmunan to‘g‘ri keladigan hikoya yozilgan.	2 ta grafik to‘g‘ri va mavzuga mos tanlangan. Har bir grafikka mos va mazmunan to‘g‘ri keladigan hikoya yozilgan.	1 ta grafik to‘g‘ri va mavzuga mos tanlangan. Har bir grafikka mos va mazmunan to‘g‘ri keladigan hikoya yozilgan.	Grafik va hikoyalar keltirilmagan.
Talab va tartibga rioya qilingani	Talab va tartibga to‘liq rioya qilingan va vaqtida topshirilgan.	Talab va tartibga ko‘p joyda rioya qilingan. Ba’zi joylarda rioya qilinmagan va vaqtida topshirilgan.	Talab va tartibga ko‘p joyda rioya qilinmagan va vaqtida topshirilgan.	Talab va tartibga ko‘p joyda rioya qilinmagan va vaqtida topshirilmagan.
Loyiha taqdimoti mahorati	Ma’lumot a’lo darajadagi bilim va ijodkorlik bilan taqdim etildi.	Ma’lumotlar maqbul bilim va ijodkorlik bilan taqdim etildi.	Ma’lumot cheklangan bilim va ijodkorlik bilan taqdim etildi.	Ma’lumotlar noaniq yoki yetishmaydi, cheklangan ijodkorlik bilan taqdim etildi.
Guruhda ishlash mahorati	Har bir guruh a’zosi loyiha materiali va taqdimotiga o‘z hissasini qo‘shdi.	Guruh a’zolarining aksariyati loyiha materiallari va taqdimotiga o‘z hissalarini qo‘shdi.	Ba’zi guruh a’zolari loyiha materiallari va taqdimotiga o‘z hissasini qo‘shdi.	Guruhning bir-ikkita a’zosi loyiha materiallari va taqdimotiga hissa qo‘shdi.

SUMMATIV BAHOLASH. 1-NAZORAT ISHI

I variant

1. $f(x)$ funksiya x va 3 ning yig‘indisini 2 ga bo‘lish orqali topiladi.

   a) $f(x)$ funksiyaning analitik shaklini yozing, b) $f(x)$ ning $x=-3,-1,1,3$ qiymatlarga mos qiymatlari jadvalini tuzing va c) $f(x)$ funksiyaning grafigini chizing.

2. $f(x)=\sqrt{x^2-1}$ funksiyaning aniqlanish sohasini va qiymatlar to‘plamini toping.

3. $f(x)=\dfrac{2x+1}{3}$ va $g(x)=\dfrac{1}{2}x-2$ funksiyalar berilgan. $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f\cdot g)(x)$ va $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$ funksiyalarni toping.

4. $f(x)=\dfrac{4x-3}{2}$ va $g(x)=\dfrac{1}{4}x+1$ funksiyalar berilgan.

   a) $f(g(x))$ ni toping. b) $f^{-1}(x)$ ni toping.

5. $f(x)=x^2-\sqrt[3]{x}$ funksiyaning juft yoki toqligini tekshiring.

II variant

1. $f(x)$ funksiya x ning yarmiga 4 ni qo‘shish orqali topiladi.

   a) $f(x)$ funksiyaning analitik shaklini yozing, b) $f(x)$ ning $x=-2,0,2,4$ qiymatlarga mos qiymatlari jadvalini tuzing, c) $f(x)$ funksiyaning grafigini chizing.

2. $f(x)=\sqrt{x^2-3x-4}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

3. $f(x)=3x-5$ va $g(x)=2x+1$ funksiyalar berilgan. $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f\cdot g)(x)$ va $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ funksiyalarni toping.

4. $f(x)=2x-8$ va $g(x)=\dfrac{3}{2}x+6$ funksiyalar berilgan.

   a) $g(f(x))$ ni toping. b) $g^{-1}(x)$ ni toping.

5. $f(x)=x-\sqrt[3]{x^2}$ funksiyaning juft yoki toqligini tekshiring.

2-BOB. RATSIONAL TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR. IRRATSIONAL TENGLAMALAR

RATSIONAL TENGLAMALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar sodda ratsional tenglamalarni yechadi.

Barcha o‘quvchilar	Sodda ratsional tenglamalarni yechadi.
Aksariyat o‘quvchilar	Sodda kasr-ratsional tenglamalarni yechadi. Aniqlanish sohasini topadi.
Ayrim o‘quvchilar	Kasr-ratsional tenglamalarni o‘zgaruvchini almashtirish usuli bilan yechadi. Aniqlanish sohasini topadi. Ildizlarni tekshiradi.

Baholash

O‘quvchilar darsda formativ baholash asosida baholanadi.

2 ta dars davomida 1–35-misollarning toqlarini bajarish tavsiya etiladi.

O‘quvchilarning o‘zlashtirishiga qarab differensiallashgan yondashuvni qo‘llash tavsiya etiladi, bunda yashil rangli misollarni barcha o‘quvchilar yecha olishlari kerak.

Eng kamida 1 ta yashil rangli, 1 ta ko‘k rangli va 1 ta qizil rangli misollarni yechib ko‘rsatish tavsiya etiladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}$ ifodani bir xil maxrajga keltiring.
2. Yuqoridagi ifodaning aniqlanish sohasi nimaga teng?
3. Yo‘l va vaqt berilganda tezlikni qanday formula bilan topish mumkin?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

1. O‘quvchi tenglamadagi kasr-ratsional ifodalarni bir xil maxrajga keltirishda xatoga yo‘l qo‘yishi mumkin. Buning oldini olish uchun dars boshida o‘quvchilarga kasrlarni bir xil maxrajga keltirish qoidalarini eslatib o‘tish tavsiya etiladi.

2. Kasr ratsional ifodaning aniqlanish sohasini inobatga olmaslik o‘quvchilarda ko‘p uchraydi. Aniqlanish sohasining ahamiyati haqida tushuntirib ketish tavsiya etiladi.

3. Topilgan yechimlarning barchasi yoki ayrimlari berilgan tenglamaning ildizi bo‘lmasligi, ya’ni tenglamaning chet ildizi mavjud bo‘lish holatlarini o‘quvchilar inobatga olmasligi mumkin. Buning oldini olish uchun topilgan yechimni dastlabki tenglamaga qo‘yib, tekshirishni o‘rgatish tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

68-69-bet, 2–36-misollar, juftlari.

MAVZU BAYONI

Ta’rif

$f(x) = g(x)$ ko‘rinishidagi tenglik ***bir noma’lumli tenglama*** deyiladi (bu yerda $f(x)$ va $g(x)$ lar x noma’lumli ifodalar).

Tenglamaning ildizi deb noma'lumning berilgan tenglamani to'g'ri sonli tenglikka aylantiradigan qiymatiga aytiladi.

Tenglamani yechish deganda uning barcha ildizlarini topish yoki uning ildizi mavjud emasligini ko'rsatish tushuniladi.

Tenglamaning barcha ildizlari to'plami ***tenglamaning yechimi*** deyiladi.

Agar x noma'lumning hech bir qiymati tenglamani to'g'ri sonli tenglikka aylantirmasa, u holda "***tenglamaning ildizi yo'q***" yoki "***tenglamaning yechimi – bo'sh to'plam***" iborasi ishlatiladi, bu holatni $x \in \varnothing$ kabi ham yozish mumkin.

1-misol. $(x+3)(2x-1)(x-2)=0$ tenglamani yeching.

Yechish. Bu tenglamaning o'ng tarafi nolga teng, chap tarafi esa 3 ta ifodaning ko'paytmasidan iborat. Ko'paytuvchilaridan hech bo'lmaganda bittasi nolga teng bo'lgandagina ko'paytma nolga teng bo'lgani uchun har bir ko'paytuvchi nolga teng bo'lgan holni alohida ko'rib chiqamiz: $x+3=0$, $2x-1=0$, $x-2=0$. Hosil bo'lgan ushbu tenglamalardan tenglamaning ildizlari

$x_1=-3$, $x_2=\frac{1}{2}$, $x_3=2$ ekanini aniqlab olamiz.

Ta'rif

Agar $f(x)=g(x)$ tenglamaning barcha ildizlari $f_1(x)=g_1(x)$ tenglamaning ildizlari bo'lsa va, aksincha, $f_1(x)=g_1(x)$ tenglamaning barcha ildizlari $f(x)=g(x)$ tenglamaning ildizlari bo'lsa, ya'ni ularning yechimlari ustma-ust tushsa, bunday tenglamalar ***teng kuchli tenglamalar*** deyiladi.

3-misol. $3x-6=0$ va $2x-1=3$ tenglamalarning teng kuchliligini tekshiring.

Yechish. $3x-6=0$ va $2x-1=3$ tenglamalar teng kuchli, chunki har birining ildizi $x=2$ dan iborat.
Yechimi bo'sh to'plam bo'lgan har qanday ikkita tenglama ham teng kuchli bo'ladi.

Teng kuchli tenglamalar quyidagicha belgilanadi: $3x-6=0 \Leftrightarrow 2x-1=3$.

Tenglama quyidagi holatlarda o'ziga teng kuchli bo'lgan tenglamaga o'tadi:

a) Tenglamaning biror-bir hadi tenglikning bir qismidan ikkinchi qismiga qarama-qarshi ishora bilan o'tkazilganda. Masalan: $f(x)=g(x)+t(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=t(x)$.

b) Tenglamaning ikkala tarafi noldan farqli songa ko'paytirilganda yoki bo'linganda.

Butun ratsional tenglamalar

Agar $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar butun ratsional ifodalar bilan berilgan bo'lsa, $f(x)=g(x)$ tenglama ***butun ratsional tenglama*** deyiladi.

Ta'rif

$a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ldots+a_{n-1}x+a_n=0$, $a_0 \neq 0$ ko'rinishidagi tenglama **standart ko'rinishdagi *n*-darajali butun ratsional tenglama** deb ataladi. Bu yerda a_0, a_1, ..., a_{n-1} koeffitsiyentlar, a_n ozod had, $n \in N$.

Agar $a_0 = 1$ bo'lsa, $x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n=0$ tenglama **keltirilgan *n*-darajali butun ratsional tenglama** deb ataladi.

Teorema. Butun koeffitsiyentli keltirilgan butun ratsional tenglamaning ildizlari butun son bo‘lsa, ular ozod hadning bo‘luvchilari bo‘ladi.

4-misol. $x^4+2x^3=11x^2-4x-4$ tenglamani yeching.

Yechish. Avval uni standart ko‘rinishga keltiramiz: $x^4+2x^3-11x^2+4x+4=0$.

Bu tenglamaning butun ildizlari borligini tekshirish uchun ozod hadi 4 ning barcha butun bo‘luvchilarini yozib olamiz: $\pm1, \pm2, \pm4$. Bu sonlarni ketma-ket tenglamaga qo‘yib ko‘rib, $x_1=1$ va $x_2=2$ sonlar tenglamaning ildizlari bo‘lishini aniqlab olamiz. Demak, $x^4+2x^3-11x^2+4x+4$ ko‘phad $(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$ ko‘phadga qoldiqsiz bo‘linadi.

$$\begin{array}{r|l} x^4+2x^3-11x^2+4x+4 & x^2-3x+2 \\ \underline{-\,x^4-3x^3+2x^2} & \hline \\ 5x^3-13x^2+4x+4 & x^2+5x+2 \\ \underline{-\,5x^3-15x^2+10x} & \hline \\ 2x^2-6x+4 & \\ \underline{-\,2x^2-6x+4} & \\ 0 & \end{array}$$

Tenglamani $(x-1)(x-2)(x^2+5x+2)=0$ ko‘rinishida yozib olamiz.

Hosil bo‘lgan tenglama berilgan tenglamaga teng kuchli tenglamadir. Har bir ko‘paytuvchini nolga tenglashtirib, tenglamaning ildizlarini topamiz.

Javob: $x_1=1;\ x_2=2,\ x_{3,4}=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$.

Kasr-ratsional tenglamalar

8-misol. Tenglamaning ildizini toping: $\dfrac{2x+3}{x-1}=0$.

Yechish. $\begin{cases}2x+3=0\\ x-1\neq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x=-3\\ x\neq1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1,5\\ x\neq1\end{cases}$

Javob: $x=-1,5$.

9-misol. Tenglamani yeching: $\dfrac{4x+4}{3(x+2)-3}=0$.

Yechish. $\begin{cases}4x+4=0\\ 3(x+2)-3\neq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x=-4\\ 3x+6-3\neq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\ x\neq-1\end{cases}$.

Ko‘rinib turibdiki, x ning qiymati -1 ga teng bo‘lishi mumkin emas.

Javob: $x\in\varnothing$.

Diqqat qiling! Kasr-ratsional tenglamani yechishda har doim suratining nollari tenglama aniqlanish sohasiga tegishli ekanini tekshiring.

Matnli masalalar yechishda ratsional tenglamalar ishlatilishi mumkin. Quyida harakat va ishga doir masalalar ratsional tenglama ko‘rinishida modellashtirib yechilgan.

Harakatga doir masala. Vertolyot avvaliga shamol yo‘nalishida 120 km masofani uchib o‘tdi, keyin ortga qaytdi. Bunga u 6 soat vaqt sarfladi. Agar vertolyotning shamolsiz havodagi tezligi 45 km/h ga teng bo‘lsa, shamolning tezligini toping.

Yechish: shamolning tezligini x km/h bilan belgilaylik. Unda shamol yo‘nalishi bo‘yicha vertolyotning tezligi $(45 + x)$ km/h va shamolga qarshi yo‘nalishda esa $(45 – x)$ km/h ga teng bo‘ladi. Masalaning sharti bo‘yicha, vertolyot jami 6 soat vaqt sarflagan. Masofani tezlikka bo‘lib, qo‘shsak, jami vaqtga teng bo‘ladi.

$$\frac{120}{45+x}+\frac{120}{45-x}=6$$

Kasr-ratsional tenglama hosil bo‘ldi: $\frac{120}{45+x}+\frac{120}{45-x}-6=0$

$$\frac{120(45-x)+120(45+x)-6(45+x)(45-x)}{(45+x)(45-x)}=0$$

Suratini soddalashtiramiz va nolga tenglab yechamiz:

$$6x^2-1350=0$$
$$x^2=225$$
$$x_1=-15;\ x_2=15$$

Tezlik manfiy qiymat qabul qilmagani uchun $x=-15$ ildiz bo‘la olmaydi. Demak, shamolning tezligi 15 km/h.

Javob: shamolning tezligi 15 km/h.

Ishga doir masala. Ikkita traktorchi birgalikda dalani 4 kunda shudgor qildi. Agar 1-traktorchiga shudgorni alohida bajarishi uchun 2-traktorchiga nisbatan 6 kun kam vaqt kerak bo‘lsa, har bir traktorchi ishni necha kunda bajaradi?

Yechish. 1-traktorchi dalani x kunda shudgor qilsin. Unda 2-traktorchi shu dalani $(x + 6)$ kunda shudgor qiladi. Demak, 1-traktorchi 1 kunda dalaning $\frac{1}{x}$ qismini, 2-traktorchi esa $\frac{1}{x+6}$ qismini shudgor qiladi. Masalaning shartiga ko‘ra, shu dalani ular birgalikda 4 kunda shudgor qiladi. Ya’ni ikkalasi 1 kunda dalaning $\frac{1}{4}$ qismini shudgor qiladi.

Tenglamani tuzamiz va yechamiz: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+6}=\frac{1}{4}$

$$\frac{4(x+6)+4x-x(x+6)}{4x(x+6)}=0$$

$$\frac{-x^2+2x+24}{4x(x+6)}=0$$

Hosil bo‘lgan ratsional tenglama quyidagi sistemaga teng kuchli.

$\begin{cases} x^2-2x-24=0; \\ 4x(x+6)\neq 0; \end{cases}$ $D=(-2)^2-4\cdot(-24)=100;\ x_{1,2}=\dfrac{2\pm 10}{2}\Rightarrow x_1=6;\ \ x_2=-4$

Kunlar soni manfiy bo‘lmaydi, shuning uchun $x = -4$ javob bo‘la olmaydi. Demak, 1-traktorchi shudgorlashni 6 kunda, 2-traktorchi esa $x+6=6+6=12$ kunda bajaradi.

Javob: 1-traktorchi 6 (kun), 2-traktorchi 12 (kun).

MISOLLAR

Kasr-ratsional tenglamalarni yeching (1–10).

1. $\dfrac{1}{x}-\dfrac{2x}{x+1}=0$

2. $\dfrac{2y-5}{y+5}=\dfrac{3y+21}{2y-1}$

3. $\dfrac{5x-7}{x-3}=\dfrac{4x-3}{x}$

4. $\dfrac{x+1}{2(x-1)}=\dfrac{9}{2(x+4)}+\dfrac{1}{x-1}$

5. $\dfrac{2x}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{4x}{x^2-1}$

6. $\dfrac{x^2-2x}{x-2}=x^2-2$

Yechish. $\dfrac{x^2-2x}{x-2}=x^2-2\Rightarrow\dfrac{x(x-2)}{x-2}=x^2-2\Rightarrow\begin{cases}x=x^2-2\\x\neq 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2-x-2=0\\x\neq 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_{1,2}=-1;2\\x\neq 2\end{cases}\Rightarrow x=-1$

Javob: $x=-1$.

7. $\dfrac{7}{2x+9}-6=5x$

8. $\dfrac{15}{x-2}=\dfrac{14}{x}+1$

9. $\dfrac{4}{x-2}+\dfrac{4}{x+2}=\dfrac{3}{2}$

10. $\dfrac{3x}{x^2-1}=2\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)$

Kasr-ratsional tenglamalarni yeching (11–30).

11. $\dfrac{1}{x^2-12x+36}+\dfrac{12}{36-x^2}=\dfrac{1}{x+6}$

12. $\dfrac{8c-3}{4c^2-2c+1}+\dfrac{6}{8c^3+1}=\dfrac{2}{2c+1}$

13. $\dfrac{3x-2}{x-1}+\dfrac{x-4}{x+3}=\dfrac{3x^2+1}{(x-1)(x+3)}$

14. $\dfrac{2-3x}{x+1}-\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{x+1}{2-3x}=\dfrac{4}{3}$

15. $\dfrac{x-49}{x+6}+\dfrac{2x+50}{x+5}=2$

16. $\dfrac{(x+2)^2-9}{x-1}\cdot(x-5)=-24$

17. $(x+4)(x^2-1)=4x^2+24x-\dfrac{4x^2+20x}{5x+x^2}$

Yechish.

$$(x+4)(x^2-1)=4x^2+24x-\frac{4x^2+20x}{5x+x^2}\Rightarrow x^3+4x^2-x-4=4x^2+24x-\frac{4\,\cancel{x(x+5)}}{\cancel{x(5+x)}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x^3-x-4=24x-4\\ x\neq 0;x\neq -5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^3-25x=0\\ x\neq 0;x\neq -5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=0,x_{2,3}=\pm 5\\ x\neq 0;x\neq -5\end{cases}\Rightarrow x=5$$

Javob: $x=5$.

18. $\dfrac{25x-21}{2x^2+5x-12}=\dfrac{x-4}{2x-3}-\dfrac{2x-3}{x+4}$

19. $\dfrac{3}{x^2-2x+1}+\dfrac{2}{1-x^2}=\dfrac{1}{1+x}$

20. $\dfrac{6}{x-1}+\dfrac{6}{(x-1)(x-3)}+\dfrac{3}{3-x}=7$

21. $\dfrac{x^5-4x^3}{x-2}=16+2x^3$

22. $\dfrac{1}{(x-2)(x-3)}-\dfrac{9}{(x+2)(x-7)}=1$

23. $x^2+x+1=\dfrac{15}{x^2+x+3}$

24. $\dfrac{x^2+2}{3x-2}-\dfrac{3x-2}{x^2+2}=2\dfrac{2}{3}$

Yechish.

$$\frac{x^2+2}{3x-2}-\frac{3x-2}{x^2+2}=2\frac{2}{3}\Rightarrow\left[\frac{x^2+2}{3x-2}=t\right]\Rightarrow t-\frac{1}{t}=\frac{8}{3}\Rightarrow\begin{cases}3t^2-8t-3=0\\ t\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t_{1,2}=-\dfrac{1}{3};3\\ t\neq 0\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left[\begin{cases}\dfrac{x^2+2}{3x-2}=-\dfrac{1}{3}\\ x\neq\dfrac{2}{3}\end{cases}\right.\left.\begin{cases}\dfrac{x^2+2}{3x-2}=3\\ x\neq\dfrac{2}{3}\end{cases}\right.\Rightarrow\left[\begin{cases}3x^2+6=2-3x\\ x\neq\dfrac{2}{3}\end{cases}\right.\left.\begin{cases}x^2+2=9x-6\\ x\neq\dfrac{2}{3}\end{cases}\right.\Rightarrow\left[\begin{cases}x\in\varnothing\\ x\neq\dfrac{2}{3}\end{cases}\right.\left.\begin{cases}x_{1,2}=1;8\\ x\neq\dfrac{2}{3}\end{cases}\right.\Rightarrow x_{1,2}=1;8.$$

Javob: $x_1=1, x_2=8$.

25. $x^2-5x+\dfrac{24}{x^2-5x}+10=0$

26. $\dfrac{x^2+1}{x}+\dfrac{x}{x^2+1}=2\dfrac{1}{2}$

27. $\dfrac{2}{x^2+3}+\dfrac{4}{x^2+7}=1$

28. $\dfrac{1}{x(x+2)}-\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{12}$

29. $\dfrac{x^2-3x-1}{x^2-2x+4}=\dfrac{x^2-2x}{x^2-x+1}$

30. $\dfrac{x^2-4x-1}{x^2-3x+5}=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-2x+2}$

31. Ikki shahar orasidagi masofa daryo yo‘li bilan 80 km. Anvar kemada shu shaharlarning biridan ikkinchisiga borib-kelishi uchun 8 soat 20 minut vaqt sarf qildi. Daryo oqimining tezligi 4 km/h bo‘lsa, kemaning turg‘un suvdagi tezligini toping.

32. Ikki ishchi ayni bir ishni birgalashib bajarsa, 12 kunda tugatadi. Agar oldin bittasi ishlab, ishning yarmini tugatgandan keyin uning o‘rniga ikkinchisi ishlasa, ish 25 kunda tugaydi. Shu ishni har qaysi ishchi yolg‘iz o‘zi bajarsa, necha kunda tugatadi?

33. “A” traktor 3 kunda 7 ha, “B” traktor esa 2 kunda 17 ha yerni shudgor qila oladi. Fermer xo‘jaligida “A” traktordan 2 ta va “B” traktordan 1 ta bor. Agar bu traktorlar birgalikda ishlatilsa, fermer xo‘jaligining 237 ha yerini necha kunda shudgor qilinadi?

34. Avtomobil yo‘lning 80 kilometrlik qismida 120 km/h, keyingi 25 kilometrlik qismida 50 km/h hamda so‘nggi 35 kilometrlik qismida 70 km/h tezlik bilan harakatlandi. Uning butun yo‘l davomidagi o‘rtacha tezligini toping.

35. Bir ishni birinchi ishchining yolg‘iz o‘zi a kunda bajaradi, ikkinchi ishchi shu ishni bajarish uchun birinchi ishchiga qaraganda b kun ortiq vaqt sarf qiladi. Agar uchinchi ishchining yolg‘iz o‘zi birinchi ishchiga qaraganda b kun tezroq bajara olsa, shu ishni uchala ishchi birgalikda ishlab necha kunda tugatadi?

Yechish.

1-ishchi – a kunda,
2-ishchi – $a+b$ kunda,
3-ishchi – $a-b$ kunda.
Uchalasi birgalikda necha kunda bajaradi?

Ish formulasi $A=p*t$ va $A=1$ dan ishchilarning mahsuldorligi $p_1=\frac{1}{a}$, $p_2=\frac{1}{a+b}$, $p_3=\frac{1}{a-b}$.

Uchalasi ishni birgalikda bajarsa, mahsuldorlik:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}=\frac{(a-b)(a+b)+a(a-b)+a(a+b)}{a(a-b)(a+b)}=\frac{a^2-b^2+a^2\cancel{-ab}+a^2\cancel{+ab}}{a(a^2-b^2)}=\frac{3a^2-b^2}{a(a^2-b^2)}$$ ga

teng, ya’ni uchalasi birgalikda ishni $\frac{1}{\frac{3a^2-b^2}{a(a^2-b^2)}}=\frac{a(a^2-b^2)}{3a^2-b^2}$ kunda bajaradi.

Javob: $\frac{a(a^2-b^2)}{3a^2-b^2}$ kunda.

36. Daryo bo‘yida joylashgan A va B shaharlar orasidagi masofa 96 km. Katerda A shahardan B shaharga borib kelish uchun 10 soat sarflandi. Agar daryo oqimining tezligi 4 km/h bo‘lsa, katerning turg‘un suvdagi tezligini toping.

JAVOBLAR

1. –0,5; **2.** –2; 50 **3.** –9; 1 **4.** 5 **5.** –0,5 **6.** –1 **7.** –4,7; –1 **8.** –4; 7

9. $-\frac{2}{3}$; 6 **10.** $\frac{1}{4}$; 2 **11.** 7 **12.** $-\frac{1}{4}$ **13.** $\varnothing$ **14.** 0; $1\frac{1}{7}$ **15.** –1; 5

16. –1 **17.** 5 **18.** $-\frac{1}{3}$ **19.** 4 **20.** $1\frac{3}{7}$ **21.** –2 **22.** 1; 4; $\frac{5\pm\sqrt{41}}{2}$

23. –2; 1 **24.** 1; 8 **25.** 1; 2; 3; 4 **26.** $2\pm\sqrt{3}$ **27.** ±1 **28.** –3; 1

29. 0,2; 1 **30.** $\varnothing$ **31.** 20 km/h **32.** 20 kunda, 30 kunda **33.** 18 kunda

34. 84 km/h **35.** $\frac{a(a^2-b^2)}{3a^2-b^2}$ kunda **36.** 5 km

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

RATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI

Dars maqsadi: o‘quvchilar tenglama hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	Sodda ratsional tenglamalar sistemasini yechadi.
Aksariyat o‘quvchilar	Sodda kasr-ratsional tenglamalar sistemasini yechadi. Aniqlanish sohasini topadi.
Ayrim o‘quvchilar	Kasr-ratsional tenglamalar sistemalarini o‘zgaruvchini almashtirish usuli hamda algebraik qo‘shish usuli bilan yechadi. Sistemaning aniqlanish sohasini topadi. Ildizlarni tekshiradi.

Baholash

O‘quvchilar darsda formativ baholash asosida baholanadi.

3 ta dars davomida 1–29-misollarning toqlarini bajarish tavsiya etiladi.

O‘quvchilarning o‘zlashtirishiga qarab differensiallashgan yondashuvni qo‘llash tavsiya etiladi, bunda yashil rangli misollarni barcha o‘quvchilar yecha olishlari kerak.

Eng kamida 1 ta yashil rangli, 1 ta ko‘k rangli va 1 ta qizil rangli misollarni yechib ko‘rsatish tavsiya etiladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. x^3+8y^3 ifodani ko‘paytuvchilarga ajrating.

2. Tenglamalar sistemasini yechishning qanday usullarini bilasiz?

3. $\begin{cases} x+2y=12 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini o‘rniga qo‘yish usuli hamda algebraik qo‘shish usulida yeching.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

1. Tenglamalar sistemasida berilgan tenglamalarda qatnashgan ifodalarni soddalashtira olmaslik oqibatida o‘quvchilar ko‘pincha tenglamani yechishni nimadan boshlashni bilmaydi. Buning oldini olish uchun dars boshida o‘quvchilarga qisqa ko‘paytirish formulalarini, umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga qanday qilib chiqarishni eslatib o‘tish kerak.

2. Tenglamalar sistemasini yechishning usullarini to‘g‘ri qo‘llay olmaslik, ularni o‘rinli ishlatishni bilmaslikning oldini olish uchun har bir usulga doir sodda tenglamalar sistemasini yechib ko‘rsatish tavsiya etiladi.

3. Tenglamalar sistemasini bo‘lish usuli yordamida yechishda o‘quvchilar bo‘lishdan hosil bo‘ladigan kasr ifodani tasavvur qila olmaydi, bu usulni mustahkamlash uchun 1–2 ta misolni yechishda ifodalarni bo‘lishni to‘liq yozib ko‘rsatish tavsiya etiladi. Masalan, quyidagi sistemada (1) tenglamani (2) tenglamaga bo‘lamiz va ifodani soddalashtiramiz:

$$\begin{cases} x^2(1+y+y^2+y^3)=160 \\ x^2(1-y+y^2-y^3)=-80 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2(1+y+y^2+y^3)}{x^2(1-y+y^2-y^3)}=\frac{160}{-80} \Rightarrow \frac{\cancel{x^2}(1+y)\cancel{(1+y^2)}}{\cancel{x^2}(1-y)\cancel{(1+y^2)}}=\frac{160}{-80} \Rightarrow \frac{1+y}{1-y}=-2$$

Uyga vazifa

72-bet, 2–30-misollar, juftlari.

MAVZU BAYONI

O‘rniga qo‘yish usuli

1-misol. Quyidagi tenglamalar sistemasini o‘rniga qo‘yish usulidan foydalanib yeching.

$$\begin{cases} 3xy = 21 \\ x - 8y = -1 \end{cases}$$

Yechish. 2-tenglamadan $x - 8y = -1 \Rightarrow x = 8y - 1$.

x ning hosil bo‘lgan bu qiymatini 1-tenglamaga qo‘yib, $3(8y-1)y = 21$ tenglamaga kelamiz. Bu tenglamani yechib,

$$(8y-1)y = 7$$

$8y^2 - y - 7 = 0 \Rightarrow y_1 = -\frac{7}{8}; y_2 = 1$ qiymatlarni topamiz va ularni $x = 8y - 1$ ga qo‘yib $\Rightarrow x_1 = -8$; $x_2 = 7$ ekanini aniqlaymiz.

Javob: $\left(-8; -\frac{7}{8}\right), (7;1)$.

Algebraik qo‘shish usuli

3-misol. Ushbu tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} x^2 + y = 27 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Yechish. Ikkala tenglamada y noma’lum qarama-qarshi ishorali koeffitsiyent bilan qatnashgan, shuning uchun bu tenglamalarni hadma-had qo‘shamiz.

$$+\begin{cases} x^2 + y = 27 \\ x - y = 3 \end{cases}$$
$$x^2 + x = 30$$

$x^2 + x - 30 = 0$ bir noma’lumli kvadrat tenglamaga keltirib oldik.

$$x_1 = \frac{-1-11}{2} = -6 \Rightarrow y_1 = -9$$

$$x_2 = \frac{-1+11}{2} = 5 \Rightarrow y_2 = 2$$

Javob: (–6; –9), (5; 2).

O‘zgaruvchini almashtirish usuli

5-misol. Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} x + xy + y = 11 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$.

Yechish. Quyidagicha belgilash kiritamiz. $x + y = a$ va $xy = b$

Shunda sistema quyidagi ko‘rinishga keladi: $\begin{cases} a + b = 11 \\ ab = 30 \end{cases}$

Bu sistemani yechib, $a_1 = 6$, $b_1 = 5$ va $a_2 = 5$, $b_2 = 6$ larni aniqlaymiz. Endi quyidagi sistemalarni yechamiz:

$$\begin{cases} x+y=6 \\ xy=5 \end{cases} \text{ va } \begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$$

Ularning ildizlaridan tuzilgan to‘plam tenglamalar sistemasining yechimi bo‘ladi.

Javob: $(5;1)$, $(1;5)$, $(2;3)$, $(3;2)$.

MISOLLAR

1. $\begin{cases} y-x^2+x=1 \\ x=y-4 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x^2-y=2 \\ 3x-2y=-1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x+3y=-1 \\ 2x^2=y+11 \end{cases}$

4. $\begin{cases} xy=20 \\ x-4y=2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x^2+y^2-2xy=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x-y=10 \\ x^2-y^2=20-xy \end{cases}$

Yechish.

$$\begin{cases} 3x-y=10 \\ x^2-y^2=20-xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-(3x-10)^2=20-x(3x-10) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-9x^2+60x-100=20-3x^2+10x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=3x-10 \\ 5x^2-50x+120=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-10x+24=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_{1,2}=2;8 \\ x_{1,2}=4;6 \end{cases}.$$

Javob: (4;2), (6;8).

7. $\begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=36 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x\cdot y=300 \\ x+y=35 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x^2+y^2=74 \\ x+y=12 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x+y=1 \\ x^3+y^3=19 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x^3+8y^3=35 \\ x^2-2xy+4y^2=7 \end{cases}$

13. $\begin{cases} \dfrac{xy}{x+2y}+\dfrac{x+2y}{xy}=2 \\ \dfrac{xy}{x-2y}+\dfrac{x-2y}{xy}=4 \end{cases}$

14. $\begin{cases} x^2-xy+\dfrac{1}{4}y^2+x-\dfrac{1}{2}y=2 \\ \dfrac{1}{4}x^2+xy+y^2+2y+x=3 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x^2-xy+y^2=19 \\ x^2+xy+y^2=49 \end{cases}$

16. $\begin{cases} x^2+y^2=x+y \\ x^4+y^4=\dfrac{1}{2}(x+y)^2 \end{cases}$

17. $\begin{cases} \dfrac{x-y}{x+y}+6\dfrac{x+y}{x-y}=5 \\ xy=-2 \end{cases}$

18. $\begin{cases} \dfrac{2x}{y}+\dfrac{3y}{x}+6=\dfrac{3}{xy} \\ \dfrac{6y}{x}+\dfrac{4x}{y}-1=\dfrac{45}{xy} \end{cases}$

Yechish.

$$\begin{cases} \dfrac{2x}{y}+\dfrac{3y}{x}+6=\dfrac{3}{xy} \\ \dfrac{6y}{x}+\dfrac{4x}{y}-1=\dfrac{45}{xy} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2x^2+3y^2}{xy}+6=\dfrac{3}{xy} \\ \dfrac{4x^2+6y^2}{xy}-1=\dfrac{45}{xy} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{2x^2+3y^2}{xy}=a \\ \dfrac{3}{xy}=b \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+6=b \\ 2a-1=15b \end{cases} \Rightarrow -\begin{cases} 2a-2b=-12 \\ 2a-15b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b-6 \\ 13b=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-7 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2x^2+3y^2}{xy}=-7 \\ \dfrac{3}{xy}=-1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2+3y^2=21 \\ xy=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{18}{y^2}+3y^2=21 \\ x=-\dfrac{3}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^4-7y^2+6=0 \\ x=-\dfrac{3}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_{1,2}=\pm 1; y_{3,4}=\pm\sqrt{6}; \\ x_{1,2}=\mp 3; x_{3,4}=\mp\dfrac{\sqrt{6}}{2}. \end{cases}$$

Javob: $\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2};\sqrt{6}\right),\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2};-\sqrt{6}\right),(-3;1),(3;-1)$.

19. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=13 \end{cases}$

20. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{xy}+\dfrac{xy}{x+y}=2 \\ \dfrac{x-y}{xy}+\dfrac{xy}{x-y}=\dfrac{5}{2} \end{cases}$

21. $\begin{cases} x^3-y^3=61(x-y) \\ (x+1)(y+1)=12 \end{cases}$

22. $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{x}=\dfrac{9}{2} \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

23. $\begin{cases} x^4+y^4=17(x+y)^2 \\ xy=2(x+y) \end{cases}$

24. $\begin{cases} x^2+y^2=x-y \\ x^4+y^4=\dfrac{1}{2}(x-y)^2 \end{cases}$

25. $\begin{cases} x^2\left(1+y+y^2+y^3\right)=160 \\ x^2\left(1-y+y^2-y^3\right)=-80 \end{cases}$

26. $\begin{cases} 2x^2y^2-3y^2+5xy-6=0 \\ 3x^2y^2-4y^2+3xy-2=0 \end{cases}$

Yechish.

$$\begin{cases}2x^2y^2-3y^2+5xy-6=0,(1)\\3x^2y^2-4y^2+3xy-2=0,(2)\end{cases}\Rightarrow[(2)-(1)]\Rightarrow x^2y^2-y^2-2xy+4=0\Rightarrow y^2=x^2y^2-2xy+4\to(1)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2y^2-3x^2y^2+6xy-12+5xy-6=0\Rightarrow x^2y^2-11xy+18=0\Rightarrow[xy=a]\Rightarrow\begin{vmatrix}a^2-11a+18=0\\a_{1,2}=2;9\end{vmatrix}\Rightarrow$$

1) $xy=2\to(1)$

$2\cdot2^2-3y^2+5\cdot2-6=0$

$3y^2=12\Rightarrow y^2=4\Rightarrow y_{1,2}=\pm2, x_{1,2}=\pm1$

2) $xy=9\to(1)$

$2\cdot81-3y^2+45-6=0$

$3y^2=201\Rightarrow y^2=67\Rightarrow y_{3,4}=\pm\sqrt{67}, x_{3,4}=\pm\dfrac{9}{\sqrt{67}}$

Javob: (1; 2), (-1; -2), $\left(\dfrac{9}{\sqrt{67}};\sqrt{67}\right),\left(-\dfrac{9}{\sqrt{67}};-\sqrt{67}\right)$.

27. $\begin{cases}x^3y+xy^3=\dfrac{10}{9}(x+y)^2\\x^4y+xy^4=\dfrac{2}{3}(x+y)^3\end{cases}$

Yechish.

$$\begin{cases}x^3y+xy^3=\dfrac{10}{9}(x+y)^2\\x^4y+xy^4=\dfrac{2}{3}(x+y)^3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}xy(x^2+y^2)=\dfrac{10}{9}(x+y)^2\\xy(x^3+y^3)=\dfrac{2}{3}(x+y)^3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}xy((x+y)^2-2xy)=\dfrac{10}{9}(x+y)^2\\xy(x+y)(x^2-xy+y^2)=\dfrac{2}{3}(x+y)^3\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}xy((x+y)^2-2xy)=\dfrac{10}{9}(x+y)^2\\xy(x+y)((x+y)^2-3xy)=\dfrac{2}{3}(x+y)^3\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}x+y=a\\xy=b\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}b(a^2-2b)=\dfrac{10}{9}a^2\\ab(a^2-3b)=\dfrac{2}{3}a^3\end{cases}\Rightarrow[(1):(2)]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{a^2-2b}{a^2-3b}=\frac{5}{3}\Rightarrow\frac{a^2-2b}{a^2-3b}=\frac{5}{3}\Rightarrow5a^2-15b=3a^2-6b\Rightarrow a^2=4,5b\Rightarrow b(4,5b-2b)=\frac{10}{9}\cdot\frac{9}{2}b\Rightarrow$$

$$\Rightarrow2,5b^2=5b\Rightarrow\begin{bmatrix}b_1=0\\b_2=2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}a^2=0\\a^2=9\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}a_1=0\\a_{2,3}=\pm3\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}\begin{cases}x+y=0\\xy=0\end{cases}\\\begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases}\\\begin{cases}x+y=-3\\xy=2\end{cases}\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x_1=0;y_1=0\\x_2=1;y_2=2\\x_3=2;y_3=1\\x_2=-1;y_2=-2\\x_3=-2;y_3=-1\end{bmatrix}$$

Javob: (0;0), (2; 1), (–2; –1), (1; 2), (–1; –2).

28. $\begin{cases} \dfrac{x\left(y^2+1\right)}{x^2+y^2}=\dfrac{3}{5} \\ \dfrac{y\left(x^2-1\right)}{x^2+y^2}=\dfrac{4}{5} \end{cases}$

29. $\begin{cases} \dfrac{y^2}{x}+\dfrac{x^2}{y}=12 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

30. $\begin{cases} xy=6 \\ yz=15 \\ zx=10 \end{cases}$

JAVOBLAR

1. (3; 7),(–1; 3) **2.** (1; 2),$\left(-\frac{5}{8};-\frac{7}{16}\right)$ **3.** (2; –3),$\left(-\frac{8}{3};\frac{29}{9}\right)$ **4.**(10; 2), (–8;–2,5)

5. (2; 1), (1; 2) **6.** (6; 8), (4; 2) **7.** $\left(4+\sqrt{2};4-\sqrt{2}\right),\left(4-\sqrt{2};4+\sqrt{2}\right)$

8. (20; 15), (15; 20) **9.** (5; 7), (7; 5) **10.** (3; 5), (5; 3) **11.** (–2; 3), (3; –2)

12. (3; 1), $\left(2;\frac{3}{2}\right)$ **13.** $\left(2+2\sqrt{3};1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ **14.** $\left(-\frac{14}{5};-\frac{8}{5}\right),\left(-\frac{2}{5};-\frac{14}{5}\right),\left(-\frac{6}{5};\frac{8}{5}\right),\left(\frac{6}{5};\frac{2}{5}\right)$

15. (3; 5), (5; 3), (–3; –5), (–5; –3) **16.** (0; 0), (1; 1)

17. $\left(\sqrt{6};-\frac{\sqrt{6}}{3}\right),\left(-\sqrt{6};\frac{\sqrt{6}}{3}\right),(2;-1),(-2;1)$ **18.** $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};\sqrt{6}\right),\left(\frac{\sqrt{6}}{2};-\sqrt{6}\right),(-3;1),(3;-1)$

19. $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$ **20.** $\left(-2;\frac{2}{3}\right),\left(4;\frac{4}{3}\right)$

21. $(-4;-5),(-5;-4),\left(-1+2\sqrt{3};-1+2\sqrt{3}\right),\left(-1-2\sqrt{3};-1-2\sqrt{3}\right),\left(4+\sqrt{13};4-\sqrt{13}\right),\left(4-\sqrt{13};4+\sqrt{13}\right)$

22. $(2;1),(1;2),\left(\frac{-1+\sqrt{\frac{11}{3}}}{2};\frac{-1-\sqrt{\frac{11}{3}}}{2}\right),\left(\frac{-1-\sqrt{\frac{11}{3}}}{2};\frac{-1+\sqrt{\frac{11}{3}}}{2}\right)$

23. (0; 0), (6; 3), (3; 6), (–2; 1), (1; –2) **24.** (0; 0), (1; –1) **25.** (2; 3), (–2; 3)

26. (1; 2), (–1; –2), $\left(\frac{9}{\sqrt{67}};\sqrt{67}\right),\left(-\frac{9}{\sqrt{67}};-\sqrt{67}\right)$ **27.** (0;0), (2; 1), (–2; –1), (1; 2), (–1; –2)

28. (3; 1), $\left(\frac{1}{3};-1\right)$ **29.** $(6;6),\left(\frac{3}{2}\left(\sqrt{5}-1\right);\frac{3}{2}\left(-\sqrt{5}-1\right)\right),\left(\frac{3}{2}\left(-\sqrt{5}-1\right);\frac{3}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)\right)$

30. (2; 3; 5), (–2; –3; –5).

RATSIONAL TENGSIZLIKLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar tengsizliklarni yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	Sodda ratsional tengsizliklarni yechadi.
Aksariyat o‘quvchilar	Sodda kasr-ratsional tengsizliklarni yechadi. Aniqlanish sohasini topadi.
Ayrim o‘quvchilar	Kasr-ratsional tengsizliklarni o‘zgaruvchini almashtirish usuli bilan yechadi. Aniqlanish sohasini topadi. Yechimlarni tekshiradi.

Baholash

O‘quvchilar darsda formativ baholash asosida baholanadi.

3 ta dars davomida 1–25-misollarning toqlarini bajarish tavsiya etiladi.

O‘quvchilarning o‘zlashtirishiga qarab differensiallashgan yondashuvni qo‘llash tavsiya etiladi, bunda yashil rangli misollarni barcha o‘quvchilar yecha olishlari kerak.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. $-2x<10$ tengsizlikni yeching.
2. $\frac{1}{x-2}\geq 0$ tengsizlikni yeching.
3. $x^2<9x$ tengsizlikni yeching.
4. Yechishmi $(-\infty;-2)$ bo‘lgan tengsizlikka misol keltiring.
5. Yechimi (-1;3) bo‘lgan tengsizlikka misol keltiring.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

1. Tengsizlikning ikkala tarafida hosil bo‘lgan bir xil ifodalarga qisqartirib yuborish noto‘g‘ri yechimga olib keladi. Masalan, $\frac{x^2+2x}{x-1}<\frac{x}{x+1}\Rightarrow\frac{\cancel{x}(x+2)}{x-1}<\frac{\cancel{x}}{x+1}\Rightarrow\frac{x+2}{x-1}<\frac{1}{x+1}$. Bunday xatoning oldini olish uchun tengsizlikdagi barcha ifodalarni chap tarafga o‘tkazish, umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish (va lozim bo‘lsa, intervallar usuli yordamida yechish) kerakligi tushuntiriladi.

2. Tengsizlikning ikkala tarafini manfiy songa ko‘paytirish yoki bo‘lishda tengsizlik ishorasini qarama-qarshi ishoraga o‘zgartirmaslik ko‘p uchraydigan xatodir. Buning oldini olish uchun dars boshida tengsizlikni mustaqil yechishga berish kerak. Agar o‘quvchilarda xatolar kuzatilsa, qoida eslatiladi.

3. Tengsizlikda berilgan kasr-ratsional ifodalarni bir xil maxrajga keltirishda o‘quvchi xatoga yo‘l qo‘yishi mumkin. Buning oldini olish uchun dars boshida o‘quvchilarga kasrlarni bir xil maxrajga keltirish qoidalarini eslatib o‘tish tavsiya etiladi.

4. Tengsizlikni intervallar usuli bilan yechishda tengsizlikdagi ifodaning juft karrali nollari bilan chegaralangan qo‘shni intervallarda bu ifoda bir xil ishora qabul qilishini hisobga olish tavsiya etiladi.

5. O‘quvchilarda algebraik ifodaning aniqlanish sohasini inobatga olmaslik ko‘p uchraydi. Aniqlanish sohasining ahamiyati haqida tushuntirib ketish tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

76-bet, 2–24-misollar, juftlari.

MAVZU BAYONI

Ratsional tengsizliklarni yechish xuddi ratsional tenglamalarni yechish kabi avval tengsizlikni sodda teng kuchli tengsizlikka keltirish orqali bajariladi. Bunda quyidagi qoidalarga rioya etiladi:

1-qoida. Tengsizlikning ixtiyoriy hadini tengsizlikning bir qismidan ikkinchi qismiga qarama-qarshi ishora bilan o‘tkazish mumkin.

2-qoida. Tengsizlikning ikkala qismini bir xil musbat songa ko‘paytirish yoki bo‘lish mumkin, bunda tengsizlik belgisi o‘zgarmaydi.

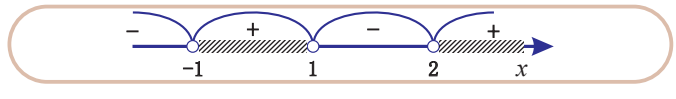
3-qoida. Tengsizlikning ikkala qismini bir xil manfiy songa ko‘paytirish yoki bo‘lish mumkin, bunda tengsizlik belgisi qarama-qarshisiga o‘zgaradi.

Ratsional tengsizlikni yechishda ***intervallar usulidan*** foydalaniladi.

1-misol. Tengsizlikni yeching: $(x-1)(x+1)(x-2)>0$.

Yechish: 1. Tengsizlikning o‘ng tarafi nolga teng, demak, chap tarafdagi ifodaning nollarini topamiz: $x=1, x=-1, x=2$.

2. x ning bu qiymatlarini son o‘qida belgilaymiz va hosil bo‘lgan intervallarda chap tarafining ishorasini aniqlaymiz.



3. Tengsizlik belgisi noldan katta bo‘lgani uchun musbat ishorali oraliqlar berilgan tengsizlikning yechimi bo‘ladi.

Javob: $x\in(-1;1)\cup(2;\infty)$

Kasr-ratsional tengsizliklar

$\frac{f(x)}{g(x)}>0$, $\frac{f(x)}{g(x)}<0$, $\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0$, $\frac{f(x)}{g(x)}\leq 0$ ko‘rinishga keltirish mumkin bo‘lgan tengsizliklar ***kasr-ratsional tengsizliklar*** deyiladi.

Kasr-ratsional tengsizliklarni yechish qadamlari:

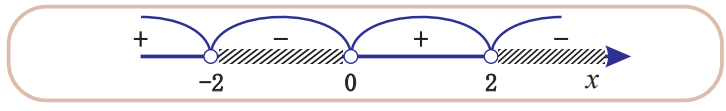
- suratining nollari topiladi;
- maxrajining nollari topiladi;
- surat va maxrajning nollari son o‘qida belgilanadi;
- hosil bo‘lgan intervallarda $\frac{f(x)}{g(x)}$ ning ishoralari topiladi;
- tengsizlikni qanoatlantiradigan oraliq(lar) tengsizlikning yechimi bo‘ladi.

3-misol. Tengsizlikni yeching: $\frac{4}{x}-x<0$.

Yechish: 1. Umumiy maxrajga keltiramiz: $\frac{4-x^2}{x}<0$.

2. Suratning nollari $x=2$, $x=-2$, maxrajning noli $x=0$.

3. Nollarni son o‘qida belgilaymiz va intervallarda ishoralarni aniqlaymiz.



Tengsizlik belgisi noldan kichik bo‘lgani uchun manfiy ishorali oraliqlar berilgan tengsizlikning yechimi bo‘ladi.

Javob: $x\in(-2;0)\cup(2;\infty)$.

Diqqat qiling! $\frac{f(x)}{g(x)}<a$ ko‘rinishdagi tengsizliklarni yechishda tengsizlikning ikkala tarafini $g(x)\neq 0$ deb hisoblab, $g(x)$ ga ko‘paytirish noto‘g‘ri javobga olib kelishi mumkin. Chunki $g(x)$ ning musbat yoki manfiy ekanligi aniq emas.

MISOLLAR

Tengsizliklarni yeching.

1. $\frac{x+4}{(x+5)x}<0$ **2.** $\frac{x-4}{(x-3)x}<0$ **3.** $\frac{5+4x}{(x-2)(x+1)}\geq 0$

4. $\frac{4-3x}{(x+2)(x-1)}\geq 0$ **5.** $\frac{4x+3}{x+2}>5$ **6.** $\frac{4x-3}{x-5}>5$

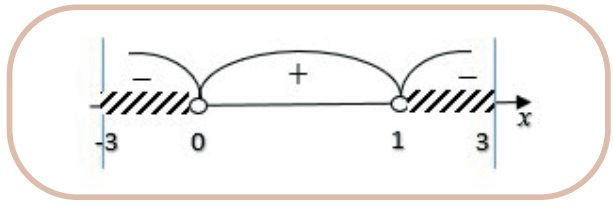
7. $\frac{25-16x^2}{x^2+4x+4}>0$ **8.** $\frac{16-25x^2}{x^2-4x+4}>0$

9. $\frac{2x-7}{6}+\frac{7x-2}{3}<3-\frac{1-x}{2}$ tengsizlikning butun sonlardan iborat yechimlaridan eng kattasini ko‘rsating.

10. $\frac{x-4}{2x+6}\leq 0$ tengsizlikning barcha butun sonlardagi yechimlari yig‘indisini toping.

11. $\frac{1}{x}<1$ tengsizlikning (–3; 3) oraliqdagi butun yechimlari sonini toping.

Yechish: $\frac{1}{x}<1\Rightarrow\frac{1}{x}-1<0\Rightarrow\frac{1-x}{x}<0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x\neq 0\end{array}\right.\Rightarrow$ Sonlar o‘qida nollarni belgilab, intervallarning ishoralarini topamiz:



Tengsizlikning yechimi $(-\infty;0)\cup(1;\infty)$ ekanligi va misol shartida (–3; 3) oraliqdagi faqat butun yechimlar sonini topish kerakligidan bu yechimlar –2, –1, 2, ya'ni 3 ta butun yechimi bor.

Javob: 3 ta

12. $\frac{(x+3)(x-5)}{x+1}\geq 0$ tengsizlikning butun sonlardan iborat yechimlaridan eng kattasidan eng kichigining ayirmasini toping.

13. $\frac{(x+4)^2-8x-25}{(x-6)^2}\geq 0$ tengsizlikning manfiy butun sonlardan iborat yechimlaridan nechtasi [–5; 6] kesmada joylashgan?

14. $\frac{6x-1}{4x+3}\leq\frac{3x-2}{2x-1}$

15. $\frac{5}{-6x+3}+\frac{6x}{1-2x}\geq 0$

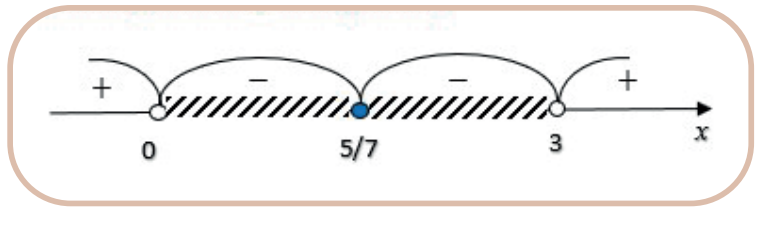
16. $\frac{x^2+3x}{49x^2+70x+25}\leq 0$

17. $\frac{6x+1}{4x-3}\leq\frac{3x+2}{2x+1}$

18. $\frac{6}{-4x+2}-\frac{5x}{1-2x}\leq 0$

19. $\frac{49x^2-70x+25}{x^2-3x}\leq 0$

Yechish: $\frac{49x^2-70x+25}{x^2-3x}\leq 0\Rightarrow\frac{(7x-5)^2}{x(x-3)}\leq 0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5}{7}\\x\neq 0;3\end{array}\right.\Rightarrow$ Sonlar o'qida nollarni belgilab, bunda intervallarning ishoralarini topishda $x=\frac{5}{7}$ nuqtaning ikkala tarafidagi interval bir xil ishorada bo'lishini yodda tutamiz:



Javob: (0; 3)

20. $\frac{x^2+3x-2}{(x-1)^2-9}-\frac{3x+1}{3x-12}\leq 0$

21. $\frac{x^2+7x+8}{(x+1)^2-9}-\frac{3x+7}{3x-6}\leq 0$

22. $\frac{1}{2x^2-5x}-\frac{2}{25+10x}+\frac{4}{25-4x^2}\geq 0$

23. $\frac{6}{-4x-x^2}-\frac{2}{x^2-4x}+\frac{x}{x^2-16}\geq 0$

24. $\left(\frac{4}{x^2+4x}+\frac{32-3x}{x^3+64}\right):\frac{x+8}{x^3-4x^2+16x}\geq\frac{4}{4+x}$

25. $\left(\frac{x^2+2x+4}{4x^2-1}\cdot\frac{2x^2-x}{-x^3+8}-\frac{2-x}{2x^2+x}\right):\frac{4}{x^2-2x}\geq\frac{4-x}{x+2x^2}$

Yechish:

$$\left(\frac{x^2+2x+4}{4x^2-1}\cdot\frac{2x^2-x}{-x^3+8}-\frac{2-x}{2x^2+x}\right):\frac{4}{x^2-2x}\geq\frac{4-x}{x+2x^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\frac{\cancel{x^2+2x+4}}{\cancel{(2x-1)}(2x+1)}\cdot\frac{x\cancel{(2x-1)}}{(2-x)\cancel{(x^2+2x+4)}}-\frac{2-x}{x(2x+1)}\right):\frac{4}{x(x-2)}-\frac{4-x}{x(2x+1)}\geq 0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\frac{x}{(2x+1)(2-x)}-\frac{2-x}{x(2x+1)}\right):\frac{4}{x(x-2)}-\frac{4-x}{x(2x+1)}\geq 0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\cancel{x^2}-4+4x\cancel{-x^2}}{\cancel{x}(2x+1)\cancel{(2-x)}}\cdot\frac{\cancel{x(x-2)}}{4}-\frac{4-x}{x(2x+1)}\geq 0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1-x}{2x+1}-\frac{4-x}{x(2x+1)}\geq 0\Rightarrow\frac{x(1-x)-4+x}{x(2x+1)}\geq 0$$

$$\Rightarrow\frac{-x^2+2x-4}{x(2x+1)}\geq 0\Rightarrow\frac{-(x^2-2x+4)}{x(2x+1)}\geq 0\Rightarrow\begin{cases}x^2-2x+4>0\\ x\neq -\frac{1}{2};0\end{cases}\Rightarrow$$

Javob: $x\in\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

JAVOBLAR

1. $(-\infty;-5)\cup(-4;0)$ **2.** $(-\infty;0)\cup(3;4)$ **3.** $\left[-1\frac{1}{4};-1\right)\cup(2;+\infty)$

4. $(-\infty;-2)\cup\left(1;1\frac{1}{3}\right]$ **5.** (-7; -2) **6.** (5; 22) **7.** $\left(-1\frac{1}{4};1\frac{1}{4}\right)$

8. $\left(-\frac{4}{5};\frac{4}{5}\right)$ **9.** 1 **10.** 7 **11.** 3 ta **12.** 1 **13.** 6 tasi

14. $\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{7}{9};+\infty\right)$ **15.** $\left[-\frac{5}{18};\frac{1}{2}\right)$ **16.** $\left[-3;-\frac{5}{7}\right)\cup\left(-\frac{5}{7};0\right]$

17. $\left(-\infty;-\frac{7}{9}\right]\cup\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$ **18.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right]$ **19.** (0; 3) **20.** $(-\infty;-2)$

21. $(-\infty;-4)$ **22.** $(-\infty;-2,5)\cup(-2,5;0)$ **23.** $(-4;0)\cup(4;+\infty)$

24. $(-\infty;-8)\cup(-8;-4)\cup(-4;0)\cup(0;+\infty)$ **25.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$

RATSIONAL TENGSIZLIKLAR SISTEMASI

Dars maqsadi: o‘quvchilar tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	Sodda ratsional tengsizliklar sistemasini yechadi.
Aksariyat o‘quvchilar	Ifodaning va funksiyaning aniqlanish sohasini topish uchun ratsional tengsizliklar sistemasini tuzadi va yechadi.
Ayrim o‘quvchilar	Ratsional tengsizliklar sistemasini bir necha usul bilan yechadi. Aniqlanish sohasini topadi. Yechimlarni tekshiradi.

Baholash

O‘quvchilar darsda formativ baholanadi.

3 ta dars davomida 79-betdagi 1–5, 7-misollarning (a), (c) larini, 6-misolning (a), (c), (e), 8-misolning (a), (c), (e), (g), (i), (k) topshiriqlarini bajarish tavsiya etiladi.

O‘quvchilarning o‘zlashtirishiga qarab differensiallashgan yondashuvni qo‘llash tavsiya etiladi, bunda yashil rangli misollarni barcha o‘quvchilar yecha olishlari kerak.

Eng kamida 1 ta yashil rangli, 1 ta ko‘k rangli va 1 ta qizil rangli misollarni yechib ko‘rsatish tavsiya etiladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Funksiyaning aniqlanish sohasi deb nimaga aytiladi?
2. $\begin{cases} x+3 \le 2 \\ x-1 > -5 \end{cases}$ tengsizliklar sistemasini yeching.
3. Yechimi $(-1;3)$ bo‘lgan tengsizliklar sistemasiga misol tuzing.
4. Yechimi $(-\infty;-2) \cup (1;2]$ bo‘lgan tengsizliklar sistemasiga misol tuzing.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

1. Ratsional tengsizliklarni yechishda yo‘l qo‘yiladigan xatolar ularning sistemalarini yechishda ham kuzatilishi mumkin, shuning uchun ko‘p uchraydigan xatolarni sinf bilan muhokama qilish, xatoliklar ustida ishlash va o‘quvchilarda o‘z-o‘zini tekshirish ko‘nikmalarini hosil qilish kerak.

2. Ba’zida o‘quvchilar xuddi tenglamalar sistemasi kabi algebraik qo‘shish metodidan foydalanib tengsizlikni noto‘g‘ri usul bilan ishlay boshlaydi, buning oldini olish uchun tengsizliklar sistemasida berilgan tengsizliklarni alohida-alohida yechish kerakligi uqtiriladi.

3. Sistemadagi har bir tengsizlikning yechimi alohida topilsa-da, tengsizliklar sistemasining umumiy yechimini topish o‘quvchilar uchun qiyin bo‘lishi mumkin. Shuning uchun barcha tengsizliklarning yechimlarini bitta son o‘qida tasvirlash va sistemaning barcha tengsizliklarini qanoatlantiradigan intervallarni to‘g'ri tanlashni qayta-qayta o‘rgatish tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

79-bet, 1–7-misollarning (b), (d), 8-misolning (b), (d), (f), (h), (j), (l) topshiriqlari.

MAVZU BAYONI

Tengsizliklar sistemasini yechish qadamlari:

- har bir tengsizlikning yechimi alohida topiladi;
- ikkala tengsizlik uchun umumiy yechim topiladi (bu qadam son o‘qida tasvirlash orqali bajarilishi mumkin).

1-misol. Tengsizliklar sistemasini yeching: $\begin{cases} x^2-9\ge 0 \\ 2x-8<0 \end{cases}$

Yechish

$$\begin{cases} x^2-9\ge 0 \\ 2x-8<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+3)(x-3)\ge 0 \\ x<4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-3]\cup[3;\infty) \\ x<4 \end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty;-3]\cup[3;4)$$

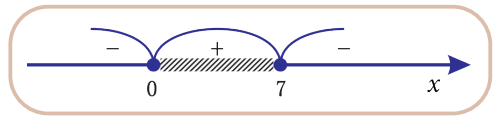
Javob: $x\in(-\infty;-3]\cup[3;4)$.

2-misol. Tengsizliklar sistemasini yeching: $\begin{cases} 7x-x^2\ge 0 \\ x^2-6x+5<0 \end{cases}$

Yechish

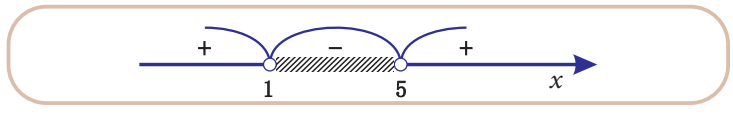
1-tengsizlikni yechamiz: $x(7-x)\ge 0$.

$x=0$ va $x=7$ nollarini son o‘qida belgilaymiz va hosil bo‘lgan intervallarda ishoralarni aniqlaymiz.



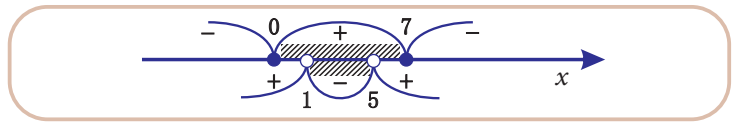
2-tengsizlikni yechamiz: $x^2-6x+5<0$.

Nollari $x=1$ va $x=5$ ga teng. Ularni son o‘qida belgilaymiz va hosil bo‘lgan intervallarda ishoralarni aniqlaymiz.



Ikkala tengsizlikning yechimini bitta son o‘qida belgilaymiz va ikkala tengsizlikni ham qanoatlantiradigan oraliq sistemaning yechimi bo‘ladi.

Javob: $x\in(1;5)$.



MISOLLAR

1. Tengsizliklar sistemasining yechimi bo‘lgan barcha butun sonlarni toping.

a) $\begin{cases} 0,2x>-1 \\ -\frac{x}{3}\ge 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x-1}{2}<\frac{x}{3} \\ \frac{x+1}{2}\ge\frac{x}{5} \end{cases}$ c) $\begin{cases} 1-\frac{x}{4}>x \\ x-\frac{x-4}{5}>1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-\frac{x}{4}\ge 2 \\ \frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}>1 \end{cases}$

2. Tengsizliklar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases} \frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{3}\ge\frac{x-3}{4}-x \\ 1-x>0,5x-4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{5x+7}{6}-\frac{3x}{4}<\frac{11x-7}{12} \\ \frac{1-3x}{2}-\frac{1-4x}{3}\ge\frac{x}{6}-1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{2x-1}{6}+\frac{x+2}{3}-\frac{x-8}{2}>x-1 \\ 2-2x>0,5+0,5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{8x+1}{3}>\frac{4x+9}{2}-\frac{x-1}{3} \\ \frac{5x-2}{3}<\frac{2x+13}{2}-\frac{x+2}{3} \end{cases}$

3. Ifodaning aniqlanish sohasini toping.

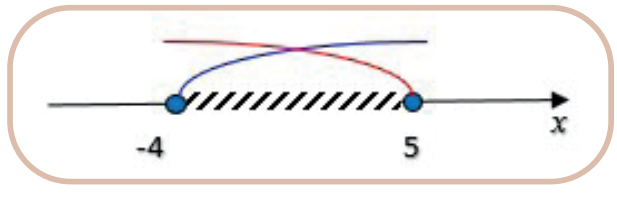
a) $\sqrt{(x-3)(x-5)}+\sqrt{(1-x)(7-x)}$ b) $\sqrt{\frac{3x+2}{5-x}}+\sqrt{\frac{4-x}{7-2x}}$

c) $\sqrt{(x-2)(x-3)}+\sqrt{(5-x)(6-x)}$ d) $\sqrt{\frac{4x+1}{x+2}}+\sqrt{\frac{2x+1}{x-7}}$

4. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $y=\sqrt{12-3x}+\sqrt{x+2}$ b) $y=\frac{\sqrt{3-5x-2x^2}}{10x}$ c) $y=\sqrt{15-3x}+\sqrt{4+x}$ d) $y=\frac{\sqrt{-3x^2+12}}{1-5x}$

Yechish. c) $y=\sqrt{15-3x}+\sqrt{4+x}\Rightarrow\begin{cases}15-3x\ge0\\4+x\ge0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x\le15\\x\ge-4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\le5\\x\ge-4\end{cases}\Rightarrow x\in[-4;5]$



Javob: $x\in[-4;5]$

5. Tengsizliklar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases} \frac{2x+1}{x-2}<1 \\ \frac{3x+2}{2x-3}>2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{7-3x}{2-5x}\le2 \\ \frac{2x+1}{3x-3}>4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{3x-2}{x-2}<2 \\ \frac{5x+1}{4x-5}\ge3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{x+3}{3x-1}\le1 \\ \frac{2x+5}{x-4}\ge2 \end{cases}$

6. Tengsizliklar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases} x^2\le9 \\ x>0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x^2+7x-6\le0 \\ 6(x+4)-3(4-3x)<2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x^2-2x+1\le0 \\ 2(x+3)-(x-8)<4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -2x^2+3x-2<0 \\ -3(6x-1)-2x<x \end{cases}$ e) $\begin{cases} 12(x+2)-5(5-4x)<2 \\ 9x^2-6x-8\le0 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x-1<0 \\ x^2-3x+2\ge0 \end{cases}$

Yechish. d) $\begin{cases} -2x^2+3x-2<0 \\ -3(6x-1)-2x<x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2-3x+2>0 \\ 21x>3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in R \\ x>\frac{3}{7} \end{cases} \Rightarrow x>\frac{3}{7}$

Javob: $x\in\left(\frac{3}{7};\infty\right)$.

7. Tengsizliklar sistemasini qanoatlantiruvchi butun sonlar yig‘indisini toping.

a) $\begin{cases} \frac{9-x^2}{x}\ge 0 \\ 2x-1\ge 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{(x+5)(x-1)}{x}\ge 0 \\ 10x-1<0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{x(x+7)}<0 \\ 20x\ge 20 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{25-x^2}{x}\le 0 \\ 5x-10\le 35 \end{cases}$

8. Tengsizliklar sistemasini yeching.

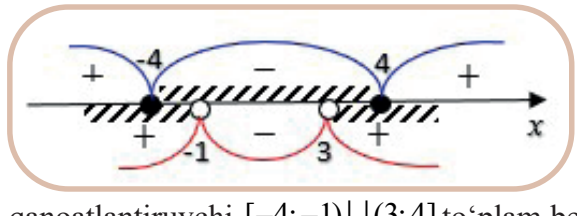
a) $\begin{cases} 3x^2-5x-2<0 \\ 4-x^2>0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x^2+x+2>0 \\ x^2<9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x^2+5x+10>0 \\ x^2\ge 16 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -7x^2+5x-2>0 \\ x^2\le 25 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x+7}{x-5}+\frac{3x+1}{2}\ge 0 \\ (5-x)^2\le 4 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -5x^2+x-1>0 \\ x^2>81 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x^2-6x+8<0 \\ x^2-36\ge 0 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x^2-16\ge 0 \\ x^2-7x+12\ge 0 \end{cases}$

i) $\begin{cases} x^2-5x+4\ge 0 \\ 2x^2-5x+2\le 0 \end{cases}$ j) $\begin{cases} x^2-9x+14<0 \\ x^2-7x-8\le 0 \end{cases}$ k) $\begin{cases} x^2+4x+3\le 0 \\ 2x^2+5x<0 \end{cases}$ l) $\begin{cases} \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+1)}\ge 0 \\ (x-4)(x+4)\le 0 \end{cases}$

Yechish. l)

$\begin{cases} \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+1)}\ge 0 \\ (x-4)(x+4)\le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_{1,2}\ne -1;3 \\ x_{1,2}=\pm 4 \end{bmatrix} \Rightarrow$ Sistemaning tengsizliklaridagi surat va maxrajlarning nollarini sonlar o‘qida belgilab, ularning hosil bo‘lgan intervallardagi ishoralarini topamiz:



Ikkala tengsizlikni ham qanoatlantiruvchi $[-4;-1)\cup(3;4]$ to‘plam berilgan tengsizliklar sistemasining yechimi bo‘ladi.

Javob: $[-4;-1)\cup(3;4]$.

JAVOBLAR

1. a) (-5; -3] **b)** $\left[-\frac{5}{3};3\right)$ **c)** $\left(\frac{1}{4};\frac{4}{5}\right)$ **d)** $\left[\frac{8}{3};+\infty\right)$

2. a) $\left[-1;\frac{10}{3}\right)$ **b)** (2,1; 3,5] **c)** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ **d)** (4,5; 6,5)

3. **a)** $(-\infty;1]\cup[7;+\infty)$ **b)** $\left[-\frac{2}{3};\frac{7}{2}\right)\cup[4;5)$ **c)** $(-\infty;2]\cup[3;5]\cup[6;+\infty)$ **d)** $(-\infty;-2)\cup[7;+\infty)$

4. **a)** $[-2;\ 4]$ **b)** $[-3;0)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right)$ **c)** $[-4;\ 5]$ **d)** $[-2;0,2)\cup(0,2;2]$

5. **a)** $(1{,}5;\ 2)$ **b)** $(1;\ 1{,}3)$ **c)** $\left(\frac{5}{4};2\right)$ **d)** $(4;+\infty)$

6. **a)** $(0;\ 3)$ **b)** $\left[-3;-\frac{2}{3}\right)$ **c)** $\varnothing$ **d)** $\left(\frac{1}{7};+\infty\right)$ **e)** $\left[-\frac{2}{3};\frac{3}{22}\right)$ **f)** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$

7. **a)** $\left[\frac{1}{2};3\right]$ **b)** $[-5;\ 0)$ **c)** $[1;\ 2)$ **d)** $[-5;0)\cup[5;9]$

8. **a)** $\left(-\frac{1}{3};2\right)$ **b)** $(-3;\ 3)$ **c)** $(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$ **d)** $\varnothing$ **e)** $(5;\ 7]\cup\{3\}$

f) $\varnothing$ **g)** $\varnothing$ **h)** $(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$ **i)** $\left[\frac{1}{2};1\right]$ **j)** $(2;\ 7)$

k) $(-2{,}5;\ -1]$ **l)** $[-4;-1)\cup(3;4]$

IRRATSIONAL TENGLAMALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar irratsional tenglamalarni yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	Sodda irratsional tenglamalarni yechadi. Aniqlanish sohasini topadi. Masalan, $\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x)=g(x) \\ g(x)\geq 0 \end{cases}$ *yoki* $\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f(x)\geq 0 \end{cases}$
Aksariyat o‘quvchilar	Irratsional tenglamalarni yechadi. Aniqlanish sohasini topadi. Chet ildizlarni saralaydi. Masalan, $\sqrt{f(x)}=g(x)$ tenglamani $f(x)=g^2(x)$ tenglamaga keltirish yo‘li bilan yechishda ikkinchi tenglamaning $f(x)<0$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi ildizlari birinchi tenglama uchun chet ildiz bo‘lishini biladi.
Ayrim o‘quvchilar	Irratsional tenglamalarni bir necha usul bilan yechadi. Aniqlanish sohasini topadi. Yechimlarni tekshiradi.

Baholash

O‘quvchilar darsda formativ baholanadi.

3 ta dars davomida 86-betdagi 1–39-misollarning toqlarini bajarish tavsiya etiladi.

O‘quvchilarning o‘zlashtirishiga qarab differensiallashgan yondashuvni qo‘llash tavsiya etiladi, bunda yashil rangli misollarni barcha o‘quvchilar yecha olishlari kerak.

Eng kamida 1 ta yashil rangli, 1 ta ko‘k rangli va 1ta qizil rangli misolni yechib ko‘rsatish tavsiya etiladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. “Teng kuchli tenglamalar” deb qanday tenglamalarga aytiladi? Teng kuchli tenglamalarga misol keltiring.

2. $\sqrt{\dfrac{2}{x-2}}$ ifodaning aniqlanish sohasini toping.

3. $\sqrt{5-x}=-1$ tenglamani yeching.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

1. Irratsional tenglamalarni yechishda o‘quvchilarda “teng kuchli tenglamaga o‘tish” tushunchasi yo‘qligi yoki u yetarli darajada shakllantirilmagani ko‘p uchraydi. Shuning uchun dars boshida “teng kuchli tenglama” tushunchasini eslatib o‘tish tavsiya etiladi.

2. O‘quvchilarda tenglamaning ikkala tarafini juft yoki toq darajaga ko‘tarish farqini bilmaslik hollari uchraydi. Juft darajaga oshirilganda chet ildiz paydo bo‘lishi mumkinligi, shuning uchun topilgan ildizlarni albatta dastlabki tenglamaga qo‘yib, tekshirib ko‘rishni o‘rgatish tavsiya etiladi.

3. Tenglamadagi ildizli ifodalarni darajaga oshirishda mexanik xatolarga ko‘pincha qisqa ko‘paytirish formulalarini noto‘g‘ri ishlatish oqibatida yo‘l qo‘yish mumkin.

Uyga vazifa

86-bet, 2–40-misollar, juftlari.

MAVZU BAYONI

Ko‘p hollarda irratsional tenglamalar o‘zining natijasi bo‘lgan ratsional tenglamalarga keltirib yechiladi. Bunda **quyidagi qadamlar bajariladi:**

- irratsional tenglamani ratsional tenglamaga keltirish uchun berilgan tenglamaning ikki tarafini bir yoki bir necha marta biror natural darajaga ko‘tariladi;
- hosil bo‘lgan ratsional tenglamaning ildizlari topiladi va berilgan tenglamani qanoatlantirishi tekshiriladi.

Buni quyidagi teorema tasdiqlaydi.

Teorema. $f_1(x)=f_2(x)$ tenglamaning ikki tomonini kvadratga ko‘tarishdan hosil bo‘lgan $f_1^2(x)=f_2^2(x)$ tenglamaning ildizlari $f_1(x)=f_2(x)$ va $f_1(x)=-f_2(x)$ tenglamalarning ildizlaridan iborat bo‘ladi.

I. $\sqrt{f(x)}=g(x)$ tenglama $\begin{cases} g(x)\ge 0 \\ f(x)=g^2(x) \end{cases}$ sistemaga teng kuchli.

3-misol. $\sqrt{3x^2-6x+16}=2x-1$ tenglamani yeching.

Yechish

$$\sqrt{3x^2-6x+16}=2x-1 \Rightarrow \begin{cases} 3x^2-6x+16=(2x-1)^2 \\ 2x-1\ge 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x^2-6x+16=4x^2-4x+1 \\ 2x\ge 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+2x-15=0 \\ x\ge \frac{1}{2} \end{cases}$$

$x^2+2x-15=0$ tenglamani yechamiz. $x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+60}}{2}=\frac{-2\pm 8}{2}, \Rightarrow x_1=3,\ x_2=-5.$

$x\ge\frac{1}{2}$ bo‘lgani sababli tenglamaning yechimi $x=3$.

Javob: $x=3$.

II. $\sqrt{f(x)}\cdot g(x)=0$ ko‘rinishidagi tenglama quyidagicha yechiladi.

1-qadam: $g(x)=0$ va $f(x)\ge 0$ 2-qadam: $f(x)=0$

4-misol. Tenglamani yeching: $(x^2-25)\sqrt{6-2x}=0$.

Yechish

1-qadam: $\begin{cases} x^2-25=0 \\ 6-2x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2}=\pm 5 \\ x<3 \end{cases} \Rightarrow x=-5$

2-qadam: $6-2x=0 \Rightarrow x=3$

Javob: $x_1=-5; x_2=3$.

III. $\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}$ ko‘rinishidagi tenglama quyidagicha yechiladi:

$$\begin{cases} f(x)=g(x), \\ f(x)\geq 0 \end{cases} \quad \text{yoki} \quad \begin{cases} f(x)=g(x), \\ g(x)\geq 0 \end{cases}$$

5-misol. Tenglamani yeching: $\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-3}$.

Yechish

$$\begin{cases} x+1=2x-3 \\ 2x-3\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x\geq 1,5 \end{cases} \Rightarrow x=4$$

Javob: $x = 4$.

IV. $\sqrt{f(x)}\cdot\sqrt{g(x)}=0$ ko‘rinishidagi tenglamani o‘ziga teng kuchli ikkita sistemalarga keltirib yechish mumkin:

$$\begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)>0 \end{cases} \quad \text{va} \quad \begin{cases} g(x)=0 \\ f(x)>0 \end{cases}$$

Ba’zi hollarda tenglamaning aniqlanish sohasini bilish tenglamaning yechimi mavjud yoki mavjud emasligini aniqlashga yoki yechimini topishga yordam beradi.

7-misol. Tenglamani yeching: $\sqrt{x^2-4}\cdot\sqrt{x+5}=0$.

1) $\begin{cases} x^2-4=0 \\ x+5\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2}=\pm 2 \\ x\geq -5 \end{cases} \Rightarrow x_1=-2;\ x_2=2$

2) $\begin{cases} x+5=0 \\ x^2-4\geq 0 \end{cases} \Rightarrow x=-5$

Javob: $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = -5$.

Tenglamaning aniqlanish sohasi deb noma’lumning shunday qiymatlari to‘plamiga aytiladiki, bu qiymatlarda tenglamaning chap va o‘ng taraflari ma’noga ega bo‘ladi. Irratsional tenglamani aniqlanish sohasini topmasdan ham to‘g‘ri yechish mumkin. Buning uchun tekshirish kifoya. Ba’zi tenglamalarda aniqlanish sohasini topish foydali.

Masalan:

1) $\sqrt{x^3+4x-1-8\sqrt{x^4-x}}=\sqrt{x^3-1}+2\sqrt{x}$ tenglamaning aniqlanish sohasini topish yetarlicha murakkab va foydasiz (*ko‘rsatma: tenglamaning o‘ng va chap tarafini kvadratga oshiring*).

2) $\sqrt{x^2-x}+\sqrt{2-x-x^2}=\sqrt{x}-1$ tenglamani yechish uchun uning aniqlanish sohasini topish kifoya qilishini mustaqil tekshiring.

V. $\sqrt{f^2(x)} = f(x)$ tenglama $f(x) \geq 0$ tengsizlikka teng kuchli,

$\sqrt{f^2(x)} = -f(x)$ tenglama esa $f(x) \leq 0$ tengsizlikka teng kuchli.

MISOLLAR

Tenglamalarni yeching.

1. $\sqrt{5x+2} = 10$ **2.** $\sqrt{4x-6} = 12$ **3.** $\sqrt{10-2x} = 4$

4. $\sqrt{-12+7x} = x$ **5.** $\sqrt{x+12} + x = 0$ **6.** $\sqrt{4+3x} = -x$

7. $x-3 = \sqrt{9-x}$ **8.** $-x = \sqrt{15-2x}$ **9.** $x-6 = \sqrt{8-x}$

10. $\sqrt{\dfrac{3x-17}{7}} = 4$ **11.** $\sqrt{\dfrac{11}{6-4x}} = \dfrac{1}{2}$ **12.** $\sqrt{\dfrac{4}{5x-2}} = 1$

13. $\sqrt{5x-3} = \sqrt{2x}$ **14.** $\sqrt{4-2x} = 2\sqrt{x-1}$

15. $\sqrt{x^2-3x+1} = \sqrt{2x-5}$ **16.** $3x + 2\sqrt{2x^2+3x-5} = 12$

17. $3 + \sqrt{3x^2-8x+14} = 2x$

Yechish.

$$3+\sqrt{3x^2-8x+14}=2x \Rightarrow \sqrt{3x^2-8x+14}=2x-3 \Rightarrow \begin{cases} 3x^2-8x+14=(2x-3)^2 \\ 2x-3\geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x^2-8x+14=4x^2-12x+9 \\ x\geq 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-4x-5=0 \\ x\geq 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2}=-1;\ 5 \\ x\geq 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow x=5$$

Javob: $x = 5$.

18. $\sqrt{15x^2-7x+8} = 4x$ **19.** $\sqrt{x^2+x} = 2-x$

20. $(x^2-25)\sqrt{6-2x} = 0$ **21.** $(4-x^2)\sqrt{-1-3x} = 0$

22. $(x^2-16)(x-3)(x-6)\sqrt{5-x} = 0$ **23.** $(x^2-9x+14)\sqrt{x^2-9} = 0$

24. $(x-4)\cdot\sqrt{3+2x-x^2} = 0$ **25.** $\sqrt{5x+4} - \sqrt{x+3} = 1$

26. $\sqrt{x-2} + \sqrt{1-x} = 2$ **27.** $\sqrt{x-13} + \sqrt{10-x} = 4$

28. $\sqrt{(2x-3)^2} = 2x-3$ **29.** $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$

30. $2\sqrt{x-2}+2=\sqrt{3x+1}$

31. $\sqrt{x^2+77}-2\sqrt[4]{x^2+77}-3=0$

Yechish.

$$\sqrt{x^2+77}-2\sqrt[4]{x^2+77}-3=0\Rightarrow\left[\sqrt[4]{x^2+77}=t\right]\Rightarrow t^2-2t-3=0\Rightarrow t_{1,2}=-1;3\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\sqrt[4]{x^2+77}=3\Rightarrow x^2+77=81\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x_{1,2}=-2;2.$$

Javob: –2; 2.

32. $\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}=12$

33. $\sqrt{x}+\sqrt{x-2}=1-x$

34. $\sqrt{x^2+32}=2\sqrt[4]{x^2+32}+3$

35. $x^2+5x+4-5\sqrt{x^2+5x+28}=0$

36. $x^2+\sqrt{x^2+2x+8}=12-2x$

37. $\sqrt{x-2}+\sqrt{x-1}=\sqrt{3x-5}$

Yechish.

$$\sqrt{x-2}+\sqrt{x-1}=\sqrt{3x-5}\Rightarrow\begin{cases}\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{x-1}\right)^2=\left(\sqrt{3x-5}\right)^2\\ x-2\ge 0\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-2+x-1+2\sqrt{x-2}\sqrt{x-1}=3x-5\\ x\ge 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\sqrt{x-2}\sqrt{x-1}=x-2\\ x\ge 2\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}4(x-2)(x-1)-(x-2)^2=0\\ x\ge 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x-2)(4x-4-x+2)=0\\ x\ge 2\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}(x-2)(3x-2)=0\\ x\ge 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=2;x_2=\dfrac{2}{3}\Rightarrow x=2\\ x\ge 2\end{cases}$$

Javob: $x=2$.

38. $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+5}=\sqrt{2x+11}$

39. $\sqrt[3]{2-x}=1-\sqrt{x-1}$

40. $\sqrt[3]{7-x}=\sqrt{3-x}$

JAVOBLAR

1. 19,6	**2.** 37,5	**3.** –3	**4.** 3; 4	**5.** –3	**6.** –1	**7.** 5	**8.** –5	**9.** 7
10. 43	**11.** –9,5	**12.** 1,2	**13.** 3	**14.** $1\frac{1}{3}$	**15.** 3	**16.** 2	**17.** 5	**18.** 1
19. 0,8	**20.** –5; 3	**21.** $-2;-\frac{1}{3}$	**22.** –4; 3; 5	**23.** –3; 3; 7	**24.** –1; 3	**25.** 1		
26. $\varnothing$	**27.** $\varnothing$	**28.** $\varnothing$	**29.** 2	**30.** 2	**31.** –2; 2	**32.** 81	**33.** 1	
34. –7; 7	**35.** –9; 4	**36.** –4; 2	**37.** 2	**38.** –1	**39.** 1; 2; 10	**40.** –1		

IRRATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI

Dars maqsadi: o‘quvchilar irratsional tenglama va ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	Sodda irratsional tenglamalar sistemasini yechadi.
Aksariyat o‘quvchilar	Elementar irratsional tenglamalar va elementar irratsional tenglamalar sistemasini yechadi. Aniqlanish sohasini topadi.
Ayrim o‘quvchilar	Irratsional tenglamalar va tengsizliklar hamda ularning sistemalarini yechadi, yechimini tekshiradi.

Baholash

O‘quvchilar darsda formativ baholanadi.

3 ta dars davomida 86-betdagi 1–39-misollarning toqlarini bajarish tavsiya etiladi.

O‘quvchilarning o‘zlashtirishiga qarab differensiallashgan yondashuvni qo‘llash tavsiya etiladi, bunda yashil rangli misollarni barcha o‘quvchilar yecha olishlari kerak.

Eng kamida 1 ta yashil rangli, 1 ta ko‘k rangli va 1ta qizil rangli misollarni yechib ko‘rsatish tavsiya etiladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Tenglamalar sistemasini yechishning qanday usullarini bilasiz?

2. Irratsional tenglama qatnashgan tenglama sistemasiga misol yozing va uni yeching.

3. Irratsional tenglamalar sistemasini yechishda nimaga alohida e’tibor qaratish kerak?

4. Belgilash usuli bilan yechiladigan irratsional tenglama qatnashgan sodda sistema tuzing va uni yeching.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

1. Irratsional tenglamalarni yechishda yo‘l qo‘yiladigan xatolar ularning sistemalarini yechishda ham kuzatilishi mumkin, shuning uchun ko‘p uchraydigan xatolarni sinf bilan muhokama qilish, xatolar ustida ishlash va o‘quvchilarda o‘z-o‘zini tekshirish ko‘nikmalarini hosil qilish kerak.

2. O‘quvchilarda irratsional tenglamaning aniqlanish sohasini inobatga olmaslik ko‘p uchraydi. Aniqlanish sohasining ahamiyati haqida tushuntirib ketish tavsiya etiladi.

3. Topilgan yechimlar berilgan tenglamalar sistemasining ildizi bo‘lmasligi, ya’ni sistemaning chet ildizi mavjud bo‘lishi holatlari o‘quvchilar tomonidan inobatga olinmasligi mumkin. Buning oldini olish uchun topilgan yechimni dastlabki tenglamalarga qo‘yib, tekshirib ko‘rishni o‘rgatish tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

91-93-bet, 1 – 17-misollarning (b) topshiriqlari.

MAVZU BAYONI

Irratsional tenglamalar sistemasini yechishda turli usullar qo‘llanadi: ko‘paytuvchilarga ajratish, belgilash, algebraik qo‘shish, o‘zgaruvchilarni almashtirish va boshqalar.

1-misol. $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=8\\ \sqrt{xy}=7\end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish

Tenglamalar sistemasining aniqlanish sohasini topamiz: $x\ge 0$, $y\ge 0$.

$\sqrt{x}=a, \sqrt{y}=b$ belgilash kiritamiz.

$$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=8\\ \sqrt{xy}=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=8\\ ab=7\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=8-b\\ (8-b)b=7\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=8-b\\ b^2-8b+7=0\end{cases}$$

$b^2-8b+7=0$ tenglamani yechamiz, $b_{1,2}=\dfrac{8\pm\sqrt{64-28}}{2}=\dfrac{8\pm 6}{2}, \Rightarrow b_1=7,\ b_2=1.$

$a_1=8-b_1=8-7=1, \Rightarrow a_1=1.$

$a_2=8-b_2=8-1=7, \Rightarrow a_2=7.$

4) $a_1=1,\ b_1=7$ da $\sqrt{x}=1,\ \sqrt{y}=7. \Rightarrow x=1,\ y=49.$

$a_2=7,\ b_2=1$ da $\sqrt{x}=7,\ \sqrt{y}=1. \Rightarrow x=49,\ y=1.$

Tekshirish: $x=1,\ y=49$ da

$$\begin{cases}\sqrt{1}+\sqrt{49}=8\\ \sqrt{49}=7\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}1+7=8\\ 7=7\end{cases}$$

$x=49,\ y=1$ da

$$\begin{cases}\sqrt{49}+\sqrt{1}=8\\ \sqrt{49}=7\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}7+1=8\\ 7=7\end{cases}$$

Javob: $(1;\ 49),\ (49;\ 1)$.

2-misol. $\begin{cases}x-y=21\\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=3\end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish

Tenglamalar sistemasining aniqlanish sohasini topamiz: $x\ge 0$, $y\ge 0$.

$x-y=(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$ qisqa ko‘paytirish formulasidan foydalanib yechamiz.

$$\begin{cases} x-y=21 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=21 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=21 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$+\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=7 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=5 \\ \sqrt{y}=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=25 \\ y=4. \end{cases}$$

Tekshirish: $x=25,\ y=4$ da $\begin{cases} 25-4=21 \\ \sqrt{25}-\sqrt{4}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21=21 \\ 5-2=3 \end{cases}$

Javob: (25; 4).

5-misol. $\begin{cases} 3x-\sqrt{y+2x}=1 \\ y+3x=5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish. 1) $\begin{cases} 3x-\sqrt{y+2x}=1 \\ y+3x=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-\sqrt{y+2x}=1 \\ y=5-3x \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-\sqrt{5-3x+2x}=1 \\ y=5-3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5-x}=3x-1 \\ y=5-3x \end{cases}$$

2) $\sqrt{5-x}=3x-1$ tenglamani yechamiz. $\sqrt{5-x}\geq 0$ bo‘lgani uchun

$$3x-1\geq 0,\ \Rightarrow\ 3x\geq 1,\ \Rightarrow\ x\geq \frac{1}{3},\ \Rightarrow\ x\in\left[\frac{1}{3};\infty\right).$$

$\sqrt{5-x}=3x-1$ tenglikning ikki tomonini kvadratga ko‘tarsak,

$5-x=\left(3x-1\right)^2,\ \Rightarrow\ 5-x=9x^2-6x+1,\ \Rightarrow\ 9x^2-5x-4=0$ kvadrat tenglama hosil bo‘ladi. Tenglamaning ildizlarini topamiz:

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25+144}}{18}=\frac{5\pm 13}{18},\ \Rightarrow\ x_1=1,\ x_2=-\frac{4}{9}.$$

$x\in\left[\frac{1}{3};\infty\right)$ bo‘lgani uchun $1\in\left[\frac{1}{3};\infty\right),\ -\frac{4}{9}\notin\left[\frac{1}{3};\infty\right).$

$x=1$ da $y=5-3x=5-3=2,\ y=2.$ (1; 2) sistemaning yechimi.

Tekshirish: (1; 2) da $\begin{cases} 3\cdot 1-\sqrt{2+2\cdot 1}=3-\sqrt{4}=3-2=1 \\ 2+3\cdot 1=5 \end{cases}$

Javob: (1; 2).

MISOLLAR

Tenglamalar sistemasini yeching.

1. a) $\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=4 \\ 2\sqrt{x}+3\sqrt{y}=18 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3\sqrt{x}-\sqrt{y}=8 \\ \sqrt{x}+2\sqrt{y}=19 \end{cases}$

2. a) $\begin{cases} \sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=3 \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=1 \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=3 \end{cases}$

3. a) $\begin{cases} 2\sqrt[3]{x}+3\sqrt[3]{y}=-1 \\ 2\sqrt[3]{x}-3\sqrt[3]{y}=-7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{y}=3 \\ 3\sqrt[3]{x}-2\sqrt[3]{y}=-9 \end{cases}$

4. a) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=26 \\ \sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}=6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=5 \\ \sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}=1 \end{cases}$

5. a) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \\ \sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=7 \\ \sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}=1 \end{cases}$

Yechish. a) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \\ \sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sqrt[6]{x}=a \\ \sqrt[6]{y}=b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a^3+b^3=9 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)(a^2-ab+b^2)=9 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (a+b)\left((a+b)^2-3ab\right)=9 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9-3ab=3 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=2 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{1,2}=1;2 \\ b_{1,2}=2;1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2}=1;64 \\ y_{1,2}=64;1 \end{cases}.$

Javob: (1; 64), (64; 1).

6. a) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=8 \\ \sqrt{x}\sqrt{y}=15 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=7 \\ \sqrt{x}\sqrt{y}=12 \end{cases}$

7. a) $\begin{cases} \sqrt{x}+3\sqrt{y}=10 \\ \sqrt{x}\sqrt{y}=8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2\sqrt{x}-\sqrt{y}=5 \\ \sqrt{x}\sqrt{y}=3 \end{cases}$

8. a) $\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=4 \\ x-y=32 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=8 \\ x-y=16 \end{cases}$

9. a) $\begin{cases} \sqrt{6+x}-3\sqrt{3y+4}=-10 \\ 4\sqrt{3y+4}-\sqrt{6+x}=14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2\sqrt{x-2}+\sqrt{5y+1}=8 \\ 3\sqrt{x-2}-2\sqrt{5y+1}=-2 \end{cases}$

10. a) $\begin{cases}\sqrt[4]{x+y}-\sqrt[4]{x-y}=2\\ \sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}=8\end{cases}$ b) $\begin{cases}\sqrt[4]{x+y}+\sqrt[4]{x-y}=4\\ \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=10\end{cases}$

11. a) $\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=5\\ x\cdot y=216\end{cases}$ b) $\begin{cases}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=3\frac{3}{4}\\ x\cdot y=1\end{cases}$

c) $\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=-3\\ x\cdot y=8\end{cases}$ d) $\begin{cases}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=2\\ x\cdot y=27\end{cases}$

Yechish. c)

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=-3\\ x\cdot y=8\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}\sqrt[3]{x}=a\\ \sqrt[3]{y}=b\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}a+b=-3\\ a^3b^3=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b=-3\\ ab=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_{1,2}=-2;-1\\ b_{1,2}=-1;-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_{1,2}=-8;-1\\ y_{1,2}=-1;-8\end{cases}.$$

Javob: (–8; –1), (–1; –8).

12. a) $\begin{cases}y\sqrt{x}+x\sqrt{y}=30\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=5\end{cases}$ b) $\begin{cases}y\sqrt{x}-x\sqrt{y}=-12\\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=1\end{cases}$

13. a) $\begin{cases}y+x-\sqrt{xy}=7\\ xy=9\end{cases}$ b) $\begin{cases}x-y+\sqrt{xy}=20\\ xy=64\end{cases}$

14. a) $\begin{cases}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=3\\ \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}=3\end{cases}$ b) $\begin{cases}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=-1\\ \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}=7\end{cases}$

Yechish. a) $\begin{cases}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=3,(1)\\ \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}=3,(2)\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}\sqrt[3]{x}=a\\ \sqrt[3]{y}=b\\ (1)\cdot(2)\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}a-b=3\\ a^3-b^3=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-b=3\\ (a-b)^2+3ab=3\end{cases}\Rightarrow$

$$\Rightarrow\begin{cases}a-b=3\\ ab=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_{1,2}=-2;-1\\ b_{1,2}=1;2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_{1,2}=8;1\\ y_{1,2}=-1;-8\end{cases}.$$

Javob: (1; –8), (8; –1).

15. a) $\begin{cases}3\sqrt{\frac{x}{y}}+2\sqrt{\frac{y}{x}}=5\\ 4\sqrt{x}+\sqrt{y}=10\end{cases}$ b) $\begin{cases}4\sqrt{\frac{x}{y}}+2\sqrt{\frac{y}{x}}=9\\ 7\sqrt{x}+2\sqrt{y}=48\end{cases}$

16. a) $\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{10}{3}\\ y^2+x^2=82\end{cases}$ b) $\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{2}\\ y^2-x^2=15\end{cases}$

17. a) $\begin{cases}4y+5x-\sqrt{xy}=79\\ 5x-4y+\sqrt{xy}=81\end{cases}$ b) $\begin{cases}9y+2x-\sqrt{xy}=71\\ 2x-9y+\sqrt{xy}=73\end{cases}$

JAVOBLAR

1. **a)** (36; 4) **b)** (25; 49) **2.** **a)** (64; 1) **b)** (8; 1) **3.** **a)** (–8; 1) **b)** (–1; 27)

4. **a)** (1; 625), (625; 1) **b)** (81; 16) **5.** **a)** (1; 64), (64; 1) **b)** (64; 1)

6. **a)** (9; 25), (25; 9) **b)** (9; 16), (16; 9) **7.** **a)** (16; 4), $\left(36;\frac{16}{9}\right)$ **b)** (9; 1)

8. **a)** (36; 4) **b)** (25; 9) **9.** **a)** (–2; 4) **b)** (6; 3) **10.** **a)** (41; 40) **b)** (41; 40), (41; –40)

11. **a)** (8; 27), (27; 8) **b)** $\left(64;\frac{1}{64}\right)$ **c)** (–8; –1), (–1; –8) **d)** (–1; –27), (27; 1)

12. **a)** (4; 9), (9; 4) **b)** (16; 9) **13.** **a)** (1; 9), (9; 1) **b)** (16; 4)

14. **a)** (1; –8), (8; –1) **b)** (1; 8), (–8; –1) **15.** **a)** (4; 4), $\left(\frac{400}{121};\frac{900}{121}\right)$ **b)** (36; 9), $\left(\frac{256}{25};\frac{4096}{25}\right)$

16. **a)** (–9; –1), (–1; –9) **b)** (–1; –4), (1; 4) **17.** **a)** $\left(16;\frac{1}{4}\right)$ **b)** $\left(36;\frac{1}{9}\right)$

SUMMATIV BAHOLASH. 2-NAZORAT ISHI

I variant

1. Tenglamalarni yeching.

a) $\frac{x}{3}-\frac{x+8}{6}=\frac{3x+2}{9}-\frac{x+1}{6}$.

b) $3x^4 - 5x^3 + 2 = 0$

2. Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} x^2-1=0 \\ xy^2=-4 \end{cases}$

3. Irratsional tenglamani yeching: $\sqrt{3x-7}-\sqrt{7-3x}=0$

4. Agar $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=3 \\ \sqrt{xy}=4 \end{cases}$ bo‘lsa, $x - y$ ni toping.

5. $\frac{2x-7}{6}+\frac{7x-2}{3}<3-\frac{1-x}{2}$ tengsizlikni yeching.

II variant

1. Tenglamalarni yeching.

a) $\frac{3x-2}{4}+\frac{3x+3}{2}-2{,}5x+2=0$

b) $x^3 - 6x^2 + x + 4 = 0$

2. Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} y-x^3=0 \\ y=16x \end{cases}$

3. Irratsional tenglamani yeching: $\sqrt{6+x}-\sqrt{8-x}=0$

4. Agar $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=5 \\ \sqrt{xy}=4 \end{cases}$ bo‘lsa, $x + y$ ni toping.

5. $\frac{5x-8}{10}>\frac{x-2}{6}+\frac{1-5x}{5}$ tengsizlikni yeching.

3-BOB. KO‘RSATKICHLI VA LOGARIFMIK FUNKSIYALAR

KO‘RSATKICHLI FUNKSIYA

Dars maqsadi: o‘quvchilar ko‘rsatkichli funksiyalarning grafiklarini yasaydi. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.

Barcha o‘quvchilar	Ko‘rsatkichli funksiya xossalarini biladi, ko‘rsatkichli funksiya grafigini sxematik tasvirlay oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Grafik bo‘yicha funksiya xossalarini ko‘ra oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Nostandart masalalarni hal qilishda ko‘rsatkichli funksiya xossalarini o‘rinli qo‘llay oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Sonning darajasi, daraja asosi, daraja ko‘rsatkichi deb nimaga aytiladi?
2. Sonning 0-chi darajasi nimaga teng?
3. Sonning 1-chi darajasi nimaga teng?
4. Darajaning qanday xossalarini bilasiz?
5. Daraja ko‘rsatkichi manfiy bo‘lgan sonni daraja ko‘rsatkichi musbat son ko‘rinishida qanday yoziladi?

Yo‘l qo‘yilish mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

Ko‘rsatkichli funksiyaning aniqlanish sohasi va qiymatlar to‘plami (grafigining asimptotalari) ga e’tibor bermaslik holatlari kuzatiladi. Bu tipdagi xatolarni bartaraf qilish uchun asoslari turlicha bo‘lgan ko‘rsatkichli funksiyalar grafiklarini chizish orqali ko‘nikma hosil qilish zarur.

Uyga vazifa

1–7-misollarning b), d) topshiriqlari.

Ko‘rsatkichli funksiyalarni o‘rganish uchun quyidagi xossalarni bilish talab etiladi:

1) $a^0 = 1, \quad a \neq 0$ 2) $a^1 = a$ 3) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ 5) $\left(a^n\right)^m = a^{nm}$ 6) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0$ 8) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, n \in N, m \in Z$

Xulosa. Ixtiyoriy p haqiqiy ko‘rsatkichli a^p daraja aniq qiymat qabul qilishi uchun a asos $a>0$ va $a \neq 1$ shartlarni bajarishi talab etiladi.

$a > 0$ va $a \neq 1$ shartlarni qanoatlantiradigan a haqiqiy son uchun ushbu $y = a^x$ ko‘rinishdagi funksiya ***ko‘rsatkichli funksiya*** deyiladi (daraja ko‘rsatkichi – o‘zgaruvchi miqdor).

$y = a^x$ ko‘rsatkichli funksiya quyidagi xossalarga ega:

- **$y = a^x$** ko‘rsatkichli funksiyaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to‘plamidan iborat:

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

- **$y = a^x$** ko‘rsatkichli funksiyaning qiymatlar to‘plami barcha musbat haqiqiy sonlar to‘plamidan iborat:

$$E(y) = (0; +\infty)$$

- **$y = a^x$** ko‘rsatkichli funksiya Ox o‘qi bilan kesishmaydi.
- **$y = a^x$** ko‘rsatkichli funksiya Oy o‘qi bilan $(0,1)$ nuqtada kesishadi.
- Ko‘rsatkichli funksiya davriy bo‘lmaydi, juft ham emas, toq ham emas.
- a asosning $0 < a < 1$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi qiymatlarida **$y = a^x$** funksiya kamayadi: kamayish oralig‘i $(-\infty; +\infty)$ dan iborat.
- a asosning $a > 1$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi qiymatlarida **$y = a^x$** funksiya o‘sadi: o‘sish oralig‘i $(-\infty; +\infty)$ dan iborat.

MISOLLAR

1. Funksiya xossalarini ayting va uning grafigini yasang.

a) $y = 3^x$ b) $y = 0,4^x$ c) $y = 0,8^x$ d) $y = 1,5^x$

2. Funksiyaning qiymatlar sohasini toping.

a) $y = 3^x$ b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$

c) $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$ d) $y = 4^x + 2$

3. Sonlarni taqqoslang.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ va 1 b) $3,2^{-\sqrt{2}}$ va 1 c) $0,7^{\frac{\sqrt{5}}{9}}$ va $0,7^{\frac{1}{6}}$ d) $5^{-\sqrt{13}}$ va $\left(\frac{1}{5}\right)^{2,1}$

4. Hisoblang.

a) $((\sqrt{3})^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$ b) $3^{1-2\sqrt{3}} \cdot 9^{1+\sqrt{3}}$ c) $64^{\sqrt{2}} : 64^{3\sqrt{2}}$ d) $(5^{\sqrt[5]{16}})^{\sqrt[5]{2}}$

5. Ifodani soddalashtiring.

a) $(c^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$ b) $b^{\sqrt{2}} \cdot (\frac{1}{b})^{\sqrt{2}-1}$ c) $x^{\pi} \cdot \sqrt[4]{x^2 : 6x^{4\pi}}$ d) $y^{\sqrt{2}} \cdot y^{1,5} : 6\sqrt[3]{y^{3\sqrt{2}}}$

Yechish. d) Xossaga ko‘ra, $y^{\sqrt{2}} \cdot y^{1,5} : 6\sqrt[3]{y^{3\sqrt{2}}} = \frac{y^{\sqrt{2}+1,5-\frac{3\sqrt{2}}{3}}}{6} = \frac{y^{\sqrt{2}+1,5-\sqrt{2}}}{6} = \frac{y^{1,5}}{6} = \frac{\sqrt{y^3}}{6}$

Javob: $\frac{\sqrt{y^3}}{6}$

6. Ushbu $y = \left(\frac{5}{9}\right)^x$, $y = \pi^x$, $y = 1,7^x$ funksiyalardan qaysilari o‘suvchi?

7. Quyidagi funksiyalar grafiklarini sxematik ko‘rinishda tasvirlang.

a) $y=2^{|x|}$ b) $y=-2^{|x|+1}$ c) $y=2^{-|x|}-1$

8. Ifodani soddalashtiring.

a) $\dfrac{a^{2\sqrt{2}}-b^{2\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}}-b^{\sqrt{3}})^2}+1$ b) $\dfrac{\left(a^{2\sqrt{3}}-1\right)\left(a^{2\sqrt{3}}+a^{\sqrt{3}}+a^{3\sqrt{3}}\right)}{a^{4\sqrt{3}}-a^{\sqrt{3}}}$

c) $\dfrac{a^{\sqrt{5}}-b^{\sqrt{7}}}{a^{\frac{2\sqrt{5}}{3}}+a^{\frac{\sqrt{5}}{3}}b^{\frac{\sqrt{7}}{3}}+b^{\frac{2\sqrt{7}}{3}}}$ d) $\sqrt{\left(x^{\pi}+y^{\pi}\right)^2-\left(4^{\frac{1}{\pi}}xy\right)^{\pi}}$

9. Ikkita funksiyadan qaysi biri o‘suvchi, qaysi biri kamayuvchi ekanini aniqlang.

a) $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$, $y=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ b) $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$, $y=\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^x$

c) $y=\left(\sqrt{5}-2\right)^x$, $y=\dfrac{1}{\left(\sqrt{5}-2\right)^x}$ d) $y=\left(3-\sqrt{7}\right)^x$, $y=\dfrac{1}{\left(3-\sqrt{7}\right)^x}$

10. Funksiyaning qiymatlar sohasini toping.

a) $y=3^{x+1}-3$ b) $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}+2$ c) $y=\left|2^x-2\right|$ d) $y=4^{|x|}$

11. Funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatini toping.

a) $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\sin x}$ b) $y=4^{\cos x}$ c) $y=5+3^{|\cos x|}$ d) $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{|\sin x|}-2$

12. a ning ishorasini aniqlang.

a) $3^a=10$ b) $10^a=4$ c) $0,3^a=0,1$ d) $0,7^a=5$

13. Ifodaning qiymatini toping.

a) $6^{x-1}=12$ bo‘lsa, $6^x=?$ b) $5^{x-3}=4$ bo‘lsa, $5^{4-x}=?$ c) $12^{x+5}=6$ bo‘lsa, $12^{-3-x}=?$

Yechish. c) $12^{x+5}=6\Rightarrow 12^x\cdot 12^5=6\Rightarrow 12^x=\dfrac{6}{12^5}$ topib olamiz.

$$12^{-3-x}=\frac{12^{-3}}{12^x}=\frac{12^{-3}}{\frac{6}{12^5}}=\frac{12^{-3+5}}{6}=\frac{12^2}{6}=\frac{144}{6}=24$$

Javob: 24

14. Qaysi hollarda $3^{x_1}>3^{x_2}$ tengsizlik bajariladi?

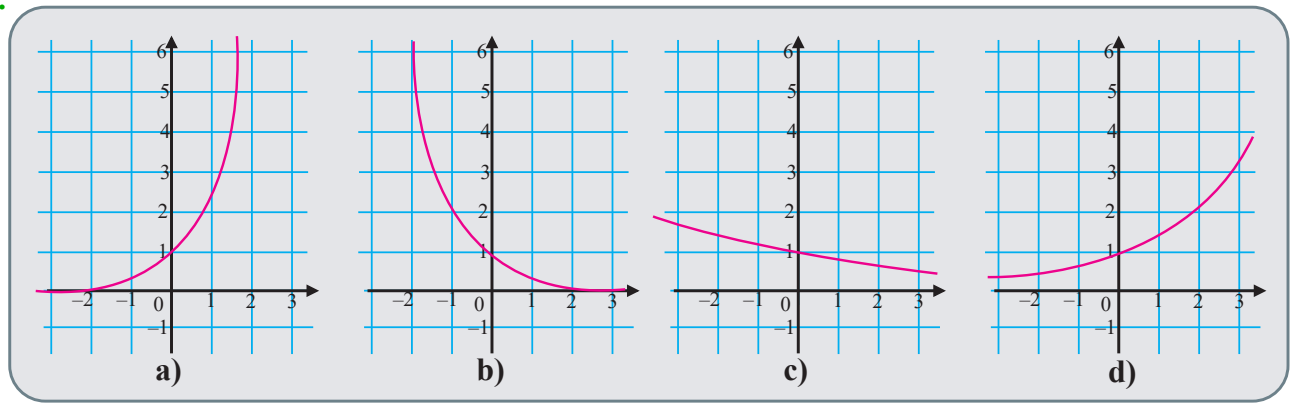
15. $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ funksiyaning x natural son bo‘lgandagi qiymatlari ketma-ketligi geometrik progressiya tashkil etishini isbotlang.

Isbot: x o‘rniga natural sonlarni ketma-ket qo‘yganimizda $\frac{1}{3};\frac{1}{9};\frac{1}{27};\frac{1}{81};\cdots$ ketma-ketlik hosil bo‘ladi.

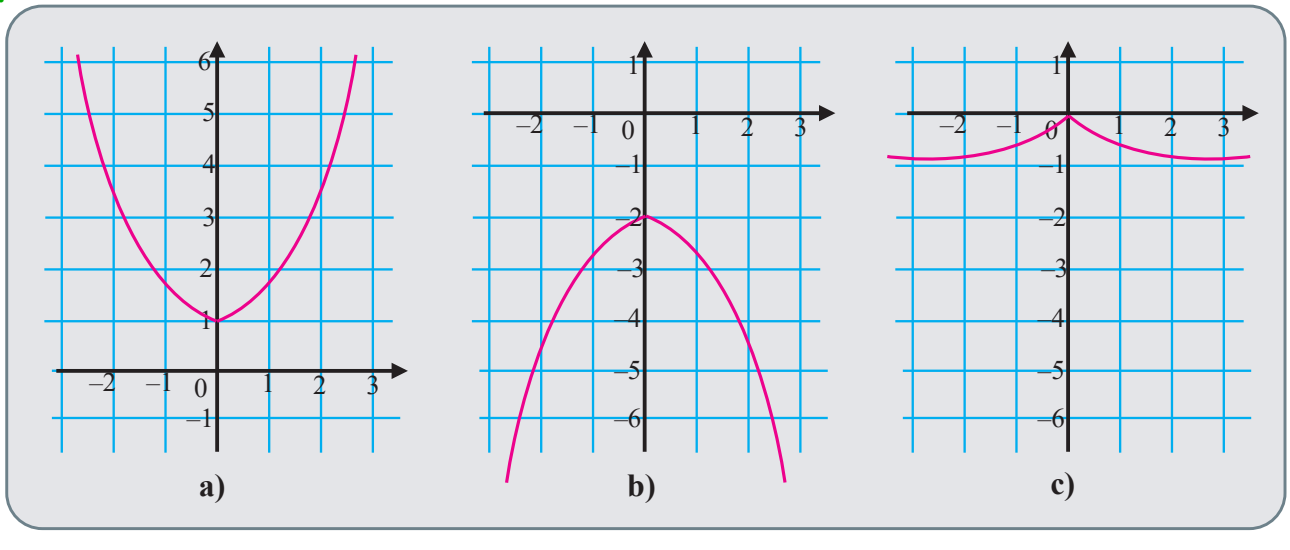
Bu sonlar esa $b_n = b_{n-1}\cdot q$ tenglikni qanoatlantiradi. Bu yerda, $q=\frac{1}{3}<1$. Demak, hosil bo‘lgan ketma-ketlik cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyani tashkil qiladi.

JAVOBLAR

1.



7.



8. **a)** $\frac{2a^{\sqrt{2}}}{a^{\sqrt{2}}-b^{\sqrt{3}}}$ **b)** $a^{\sqrt{3}}+1$ **c)** $a^{\frac{\sqrt{5}}{3}}-b^{\frac{\sqrt{7}}{3}}$ **d)** $\left|x^{\pi}-y^{\pi}\right|$

9. **a)** o‘suvchi; kamayuvchi **b)** o‘suvchi; kamayuvchi

c) kamayuvchi; o‘suvchi **d)** kamayuvchi; o‘suvchi

10. **a)** $(-3;\infty)$ **b)** $(2;\infty)$ **c)** $[0;\infty)$ **d)** $(0;\infty)$

KO‘RSATKICHLI TENGLAMALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar sodda ko‘rsatkichli tenglamalarni yechadi.

Barcha o‘quvchilar	Darajaning xossalarini qo‘llab, ko‘rsatkichli tenglamalarni yecha oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Ko‘rsatkichli tenglamalarni grafik usulda yechish mumkinligini anglaydi.
Ayrim o‘quvchilar	Nostandart masalalarni hal qilishda darajaning xossalarini o‘rinli qo‘llay oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Sonning darajasi, daraja asosi, daraja ko‘rsatkichi deb nimaga aytiladi?
2. Agar daraja asoslari teng bo‘lsa, darajalar qachon teng bo‘ladi?
3. Agar daraja ko‘rsatkichlari teng bo‘lsa, darajalar qachon teng bo‘ladi?
4. Darajaning qanday xossalarini bilasiz?
5. Eng sodda ko‘rsatkichli tenglamalar qanday yechiladi?

Yo‘l qo‘yilish mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

O‘quvchilar tomonidan daraja xossalaridan o‘rinli foydalana olmaslik, aniqlanish sohasiga e’tibor bermaslik kuzatiladi. Ushbu turdagi xatolarni bartaraf etish uchun eksponensial tenglamalarni yechish orqali ko‘proq tajriba orttirish kerak.

Uyga vazifa

1–2 (b, d, f, h, j, l), 5, 6, 8, 10.

MAVZU BAYONI

Ko‘rsatkichli tenglamalar

Daraja ko‘rsatkichida noma’lum qatnashgan tenglama ***ko‘rsatkichli tenglama*** deyiladi. $3^x = 9$, $4^x - 9 = 7$, $2^{x+1} = 2^{8-2x}$ tenglamalar ko‘rsatkichli tenglamaga misol bo‘la oladi.

Noma’lumning berilgan ko‘rsatkichli tenglamani to‘g‘ri sonli tenglikka aylantiradigan qiymati ko‘rsatkichli tenglamaning ***ildizi*** deyiladi.

1-misol. Tenglamani yeching. $2^{x-1} = 16$

Yechish.

Tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz: $2^{x-1} = 2^4 \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$

Javob: $x = 5$

2-misol. Tenglamani yeching. $3^{2x}\cdot 3^{x^2}=3^{15}$

Yechish.

Tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz: $3^{2x+x^2}=3^{15} \Rightarrow 2x+x^2=15$.

$x^2+2x-15=0$ kvadrat tenglamaning ildizlari $x_1=-5; x_2=3$ bo‘ladi

Javob: $x_1=-5;\ x_2=3$

3-misol. Tenglamani yeching. $\left(5^{x+1}\right)^x=\left(\frac{5^x}{5^{24}}\right)^{-1}$

Yechish.

Tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz: $5^{x^2+x}=5^{24-x} \Rightarrow x^2+x=24-x$

$x^2+2x-24=0$ kvadrat tenglama ildizlari $x_1=-6; x_2=4$ bo‘ladi.

Javob: $x_1=-6; x_2=4$.

4-misol. $6^{x^2}+36=2^{1-x^2}\cdot 12^{x^2}$ tenglamaning ildizlari ko‘paytmasini toping.

Yechish.

$12^{x^2}=(6\cdot 2)^{x^2}=6^{x^2}\cdot 2^{x^2}$ ekanligidan foydalanib tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz:

$$6^{x^2}+36=2^{1-x^2}\cdot 6^{x^2}\cdot 2^{x^2} \Rightarrow 6^{x^2}+36=2^{1-x^2+x^2}\cdot 6^{x^2} \Rightarrow 6^{x^2}+36=2\cdot 6^{x^2}; \Rightarrow 6^{x^2}=36 \Rightarrow 6^{x^2}=6^2$$

$$x^2=2 \Rightarrow x_{1,2}=\pm\sqrt{2}$$

Demak, $x_1\cdot x_2=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=-2$

Javob: –2.

5-misol. Tenglamani yeching. $3^{2x-1}=7^{2x-1}$

Yechish.

Berilgan tenglamada tenglikning ikkala tarafidagi ko‘rsatkichli ifodalarning daraja ko‘rsatkichlari bir xil bo‘lgani uchun tenglikning ikkala tarafini 7^{2x-1} ifodaga bo‘lamiz:

$$\frac{3^{2x-1}}{7^{2x-1}}=\frac{7^{2x-1}}{7^{2x-1}} \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{2x-1}=1 \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{2x-1}=\left(\frac{3}{7}\right)^0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

Javob: $x=\frac{1}{2}$.

MISOLLAR

1. Ko‘rsatkichli tenglamalarni yeching.

a) $3^x\cdot 3=81$ b) $4^{3x}\cdot 2^x=128$ c) $5^{x+1}-4\cdot 5^x=25$ d) $7^x\cdot 8^x=1$

e) $4^{x^2-3x-4}=1$ f) $0,3^{2x-1}=0,09$ g) $2^{2x}=4^{2\sqrt{3}}$ h) $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x}=9$

i) $27^x = \frac{1}{3}$ j) $400^x = \frac{1}{20}$ k) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81}$ l) $0,6^{x+3} = 0,6^{2x-5}$

2. Tenglamani yeching.

a) $3^x = 81$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{1024}$ c) $7^x = -49$ d) $13^x = -169$

e) $5^x = 0$ f) $8^{2x} = 0$ g) $3^{6-x} = 3^{3x-2}$ h) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-9}$

i) $2^{7x-15} = 2^{9-4x}$ j) $13^{5-2x} = 13^{6x+1}$ k) $2^{x^2+x-0,5} = 4\sqrt{2}$ l) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$

3. $\left(\frac{21}{6}\right)^{29x^2-8x} = \left(\frac{6}{21}\right)^{8x^2-29x}$

4. $\sqrt[3]{5^{2x-3}} = \frac{5}{\sqrt[4]{5}}$

5. $\left(\frac{37}{5}\right)^{71\sqrt{x}-3} = \left(\frac{5}{37}\right)^{3\sqrt{x}-293}$

6. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{x^2-9x} = 1$

7. $2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0,01\left(10^{x-1}\right)^3$

8. $2^{x+1} = 5^{x+1}$

Yechish. $2^{x+1} = 5^{x+1} \mid :5^{x+1} \Rightarrow \frac{2^{x+1}}{5^{x+1}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} = \left(\frac{2}{5}\right)^0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1.$ **Javob:** $x=-1$

9. $7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x-1} = 347$

10. $2 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 150$

11. $5^{2x} + 5^{2x+2} + 5^{2x+4} = 651$

12. $4 \cdot 7^{x+3} - 7^{x+2} - 3 \cdot 7^{x+1} = 1302$

13. $6 \cdot 2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+3} + 3 \cdot 2^{x+2} = 152$

14. $7^{3x} - 7^{3x-1} = 6$

15. $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

16. $5 \cdot 25^x - 6 \cdot 5^x + 1 = 0$

17. $9^x + 3 \cdot 3^x - 18 = 0$

Yechish. Bu yerda $3^x = t$, $9^x = \left(3^x\right)^2 = t^2$ belgilash kiritib, $t^2 + 3t - 18 = 0$ kvadrat tenglamani hosil qilamiz. Viyet teoremasiga ko‘ra, $t_1 = -6$; $t_2 = 3$. Bu qiymatlarni belgilashga qo‘ysak,

1) $3^x = -6 - \varnothing$ 2) $3^x = 3 \Rightarrow x = 1$ **Javob:** $x = 1$

18. $3^{2x+3} - 4 \cdot 3^{x+1} + 1 = 0$

19. $(0,25)^{2-x} = \frac{256}{2^{x+3}}$

20. $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$

21. $9 \cdot 16^x + 2 \cdot 12^x - 32 \cdot 9^x = 0$

22. $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$

23. $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

Yechish. $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x \mid \div 36^x$

$3\cdot\left(\frac{16}{36}\right)^x+2\cdot\left(\frac{81}{36}\right)^x=5$

$3\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^x+2\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^x=5$, bu yerda $\left(\frac{4}{9}\right)^x=t$ belgilash kiritamiz va $3t+\frac{2}{t}=5$ ni hosil qilamiz.

$3t+\frac{2}{t}=5\,|\cdot t\Rightarrow 3t^2-5t+2=0$. Ushbu kvadrat tenglamani yechib, $t_1=\frac{2}{3}$; $t_2=1$ ga ega bo‘lamiz.

Bundan, $x_1=\frac{1}{2}$; $x_2=0$ni hosil qilamiz.

Javob: $x_1=\frac{1}{2};\ x_2=0$

24. $4^{x^2}+6^{x^2}=2\cdot 9^{x^2}$

25. $8^x-6\cdot 12^x+11\cdot 18^x=2\cdot 27^{x+\frac{1}{3}}$

26. $x\cdot 3^{x-1}+3\cdot 3^{\sqrt{3-x}}=3^x+x\cdot 3^{\sqrt{3-x}}$

27. $x^2\cdot 4^{\sqrt{6-x}}+4^{2+x}=16\cdot 2^{2\sqrt{6-x}}+x^2\cdot 2^{2x}$

28. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x}+2^{x-3}=80+\sqrt{4^{x-4}}$

JAVOBLAR

1. a) $x=3$ **b)** $x=1$ **c)** $x=2$ **d)** $x=0$ **e)** $x_1=-1;x_2=4$ **f)** $x=3$

g) $x=2\sqrt{3}$ **h)** $x=-\frac{2}{3}$ **i)** $x=-\frac{1}{3}$ **j)** $x=-\frac{1}{2}$ **k)** $x=4$ **l)** $x=8$

2. a) $x=4$ **b)** $x=10$ **c)** ildizi yo‘q **d)** $x\in\varnothing$ **e)** $\varnothing$ **f)** $\varnothing$ **g)** $x=2$ **h)** $x=1$

i) $x=\frac{24}{11}$ **j)** $x=\frac{1}{2}$ **k)** $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$ **l)** $x=2$

3. $x_1=0;x_2=1$ **4.** $x=\frac{21}{8}$ **5.** $x=16$ **6.** $x_1=0;x_2=9$ **7.** $x_1=1;x_2=2$

8. $x=-1$ **9.** $x=1$ **10.** $x=3$ **11.** $x=0$ **12.** $x=0$ **13.** $x=1$

14. $x=\frac{1}{3}$ **15.** 1; 2 **16.** 0; –2 **17.** 1 **18.** –1; –2 **19.** 3

20. $0;\frac{1}{4}$ **21.** $x=2$ **22.** 1; 2 **23.** $0;\frac{1}{2}$ **24.** 0 **25.** $x=0$ **26.** –2; 3

27. –4; 2; 4. **28.** 8

KO‘RSATKICHLI TENGSIZLIKLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar sodda ko‘rsatkichli tengsizliklarni yechadi.

Barcha o‘quvchilar	Eng sodda ko‘rsatkichli tengsizliklarni yechishni biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Ko‘rsatkichli tengsizliklarni bir xil asosga keltirib yechishni biladi.
Ayrim o‘quvchilar	Boshqa turdagi tengsizliklarga keltiriladigan ko‘rsatkichli tengsizliklarni yecha oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Ko‘rsatkichli tenglama qanday yechiladi?
2. Agar daraja asoslari teng bo‘lsa, darajalar qachon teng bo‘ladi?
3. Agar daraja ko‘rsatkichlari teng bo‘lsa, darajalar qachon teng bo‘ladi?
4. Darajaning qanday xossalarini bilasiz?

Yo‘l qo‘yilish mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

O‘quvchilar tomonidan daraja xossalaridan o‘rinli foydalana olmaslik, aniqlanish sohasiga e’tibor bermaslik holati kuzatiladi. Bir xil asosli ko‘rsatkichli tengsizliklarni ratsional tengsizliklarga keltirish va har xil asosli ko‘rsatkichli tengsizliklarni yechish qoidasini yaxshi esda saqlab qolishlarini ta’kidlang.

Uyga vazifa

2, 4, 6, 8, 10, 15.

MAVZU BAYONI

Quyidagi jadvalda bir xil asosli ko‘rsatkichli tengsizliklarni ratsional tengsizliklarga keltirish ko‘rsatilgan.

Ko‘rsatkichli tengsizliklar turlari	$a^{f(x)} \le a^{g(x)}$	$a^{f(x)} < a^{g(x)}$	$a^{f(x)} > a^{g(x)}$	$a^{f(x)} \ge a^{g(x)}$
$0 < a < 1$ bo‘lganda	$f(x) \ge g(x)$	$f(x) > g(x)$	$f(x) < g(x)$	$f(x) \le g(x)$
$a > 1$ bo‘lganda	$f(x) \le g(x)$	$f(x) < g(x)$	$f(x) > g(x)$	$f(x) \ge g(x)$

1-misol. Tengsizlikni yeching: $2^x > 32$.

Yechish. Tengsizlikni quyidagicha yozib olamiz: $2^x > 2^5$. $2 > 1$ bo‘lgani uchun $x > 5$.

Javob: $(5;\infty)$.

2-misol. Tengsizlikni yeching: $\left(\frac{3}{4}\right)^x \ge \frac{16}{9}$.

Yechish. Tengsizlikni quyidagicha yozib olamiz: $\left(\frac{3}{4}\right)^x \ge \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$, $0 < \frac{3}{4} < 1$ bo‘lgani uchun $x \le -2$.

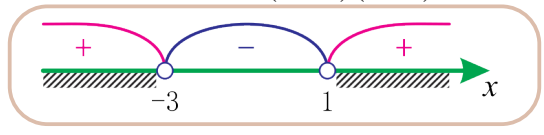
Javob: $(-\infty;-2]$

3-misol. $3^{x^2+2x} > 3^3$ tengsizlikni yeching.

Yechish.

$3 > 1$ bo‘lgani uchun $x^2 + 2x > 3$ tengsizlikning yechimini topish kifoya.

$$x^2 + 2x - 3 > 0,\ (x+3)(x-1) > 0,$$



Javob: $x \in (-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$.

Har xil asosli ko‘rsatkichli tengsizliklarni yechish: $a > 0$, $a \neq 1$ va $b > 0$, $b \neq 1$ bo‘lganda ushbu $a^{f(x)} < b^{f(x)}$ ko‘rsatkichli tengsizlik $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} < 1$ tengsizlikka keltirilib, yechiladi.

MISOLLAR

1. $4^x > 256$

2. $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{729}$

3. $7^x < -49$

4. $13^x > -169$

5. $5^x < 0$

6. $8^{2x} > 0$

7. $10^x \leq 0$

8. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{x}{2}}$

9. $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{2x}{15}}$

10. $2^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

Yechish. $2^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \Rightarrow 2^x > 2^{-x-1}$. Asos $2 > 1$ bo‘lgani uchun $x > -x-1 \Rightarrow 2x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$

Javob: $x > -\frac{1}{2}$.

11. n ning nechta natural qiymati $9 \leq 3^n \leq 79$ qo‘sh tengsizlikni qanoatlantiradi?

12. x ning qanday qiymatlarida $y = 5^x - 5$ funksiya musbat qiymatlarni qabul qiladi?

13. $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x > \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2x}$ tengsizlikning eng katta butun yechimini toping.

14. $3 \cdot 9^{2x-2} > \left(\frac{1}{27}\right)^{3x-1}$

15. $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-3} > 4^{1-2x}$

16. $2 \cdot 8^{4-5x} < \left(\frac{1}{16}\right)^{x+2}$

17. $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{x+1}{x+2}} > \frac{\sqrt{3}}{2}$

18. $6\cdot 2^{x+3}-5\cdot 2^{x+2}+4\cdot 2^{x}>128$ **19.** $7\cdot 3^{x+4}+2\cdot 3^{x+3}-5\cdot 3^{x+2}\le 192$

20. $10\cdot 3^{x+2}-4\cdot 10^{x+2}<3^{x+4}-3\cdot 10^{x+2}$ **21.** $5^{x+2}-5^{x+1}>2^{x+2}+2^{x+4}$

Yechish. $5^{x+2}-5^{x+1}>2^{x+2}+2^{x+4} \Rightarrow 25\cdot 5^{x}-5\cdot 5^{x}>4\cdot 2^{x}+16\cdot 2^{x} \Rightarrow 20\cdot 5^{x}>20\cdot 2^{x} \mid :\left(20\cdot 2^{x}\right)$

$\left(\frac{5}{2}\right)^{x}>1 \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{x}>\left(\frac{5}{2}\right)^{0} \Rightarrow x>0$, chunki $\frac{5}{2}>1$.

Javob: $x>0$

22. $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2}<\frac{27}{64}$ **23.** $\left(\frac{1}{25}\right)^{2x}<\left(\sqrt{5}\right)^{x^2+2.75}$

24. $\left(\frac{1}{16}\right)^{x^2}<8\cdot\sqrt{2}^{16-2x}$ **25.** $2^{x^2}>\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$

26. $0,04^{x}-26\cdot(0,2)^{x}+25\le 0$ **27.** $25^{x}-4\cdot 5^{x}-5\ge 0$

28. $4^{x}-10\cdot 2^{x}+16<0$ **29.** $3^{2x+1}+1<4\cdot 3^{x}$

30. $3^{8x}-4\cdot 3^{4x}\le -3$ tengsizlikning butun yechimlari yig‘indisini toping.

31. $x^{2}\cdot 3^{x}-3^{x+1}\le 0$ tengsizlikning butun sonlardan iborat yechimlari nechta?

Yechish. $x^{2}\cdot 3^{x}-3^{x+1}\le 0 \Rightarrow x^{2}\cdot 3^{x}-3^{x}\cdot 3\le 0 \Rightarrow 3^{x}\cdot\left(x^{2}-3\right)\le 0 \Rightarrow 3^{x}\cdot\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)\le 0$

Bundan $x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. $x\in Z$ bo‘lgani uchun $x=-1;\ 0;\ 1$

Javob: 3 ta.

JAVOBLAR

1. $(4;\infty)$ **2.** $[6;\infty)$ **3.** $\varnothing$ **4.** R **5.** $\varnothing$ **6.** R **7.** $\varnothing$

8. $(1;\infty)$ **9.** $(-1,5;\infty)$ **10.** $\left(-\frac{1}{2};\infty\right)$ **11.** 2 ta **12.** $(1;\infty)$ **13.** 1

14. $\left(\frac{6}{13};\infty\right)$ **15.** R. **16.** $\left(\frac{21}{11};\infty\right)$ **17.** $(-2;0)$ **18.** $(2;\infty)$

19. $(-\infty;-1]\ \frac{1}{2}$ **20.** $(-2;\infty)$ **21.** $(0;\infty)$ **22.** $(-1;7)$

23. $\left(-\infty;\frac{-8-\sqrt{53}}{2}\right)\cup\left(\frac{-8+\sqrt{53}}{2}:\infty\right)$ **24.** $x\in R$ **25.** $(-\infty;-3)\cup(1;\infty)$

26. $[-2;0]$ **27.** $[1;\infty)$ **28.** $(1;3)$ **29.** $(-1;0)$ **30.** 0 **31.** 3 ta

LOGARIFM TUSHUNCHASI. LOGARIFMIK FUNKSIYA

Dars maqsadi: o‘quvchilar logarifmik funksiya grafigini yasay oladi, logarifmik ifodalarning ayniy almashtirishlarini biladi. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.

Barcha o‘quvchilar	Logarifm tushunchasini biladi. Logarifmik funksiya va uning xossalarini biladi. Logarifmik funksiya grafigini sxematik tasvirlay oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Grafik bo‘yicha funksiya xossalarini aniqlaydi.
Ayrim o‘quvchilar	Nostandart masalalarni hal qilishda logarifmik funksiya xossalarini o‘rinli qo‘llay oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Sonni “darajaga ko‘tarish” deganda nimani tushunasiz?

2. Biror sonni boshqa sonning qandaydir darajasi ko‘rinishida yozish mumkin bo‘lsa, shu daraja ko‘rsatkichini qanaqa nomlagan bo‘lar edingiz?

3. “b sonining a asosga ko‘ra logarifmi aslida daraja ko‘rsatkichidir” deya xulosa qilish to‘g‘ri bo‘ladimi?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

Logarifmni tushunishda qiyinchilik kuzatiladi. Bu vaziyatdan chiqish uchun o‘quvchilar bilan birga ko‘proq sodda misollarni tahlil qilish tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

1 (d, e, f), 2 (b), 3 (b, c), 4 (b, d), 5 (b, d, f, h)

MAVZU BAYONI

Logarifm haqida tushuncha

1-misol. Tenglamani yeching: $3^x = 27$

Yechish. $3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$ **Javob:** $x = 3$.

2-misol. Tenglamani yeching: $2^x = 5$

Yechish. bu tenglama ildizga ega va bu ildiz ratsional son emas. Shu kabi tenglamalarning ildizini ifodalash uchun ***logarifm*** tushunchasi kiritilgan. Berilgan tenglamaning ildizi 5 ning 2 *asosga ko‘ra logarifmi* deb ataluvchi kattalikka teng bo‘ladi va u $\log_2 5$ kabi yoziladi. Demak, $x = \log_2 5$.

Javob: $x = \log_2 5$.

Umuman olganda, $a^x = b$ tenglamaning ildizi $x = \log_a b$ ga teng. Bu yerda $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$.

Ta’rif

b sonning a asosga ko‘ra logarifmi deb b ni hosil qilish uchun a ni ko‘tarish kerak bo‘lgan daraja ko‘rsatkichiga aytiladi. b ning a asosga ko‘ra logarifmi $\log_a b$ orqali belgilanadi. Bu yerda a – logarifm asosi, b – logarifmosti ifodasi. $\log_a b$ ifoda ***logarifm a asosga ko‘ra b*** deb o‘qiladi.

3-misol. Ta'rif bo'yicha hisoblang: a) $\log_2 32$; b) $\log_3 \frac{1}{9}$; c) lg100; d) $\ln e^3$.

Yechish.

a) $\log_2 32 = 5$, chunki $2^5 = 32$ b) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, chunki $3^{-2} = \frac{1}{9}$

c) $\lg 100 = 2$, chunki $10^2 = 100$ d) $\ln e^3 = 3$, chunki $e^3 = e^3$

Javob: a) 5; b) –2; c) 2; d) 3.

Masalan, $\log_2 5$ ifoda logarifm 2 asosga ko'ra 5 deb o'qiladi.

$\log_{10} b$ ifoda qisqacha lg$b$ kabi belgilanadi va o'nli logarifm deyiladi, ya'ni $\log_{10} b = \lg b$.

$\log_e b$ ifoda qisqacha ln$b$ kabi belgilanadi va natural logarifm deyiladi, ya'ni $\log_e b = \ln b$. Bunda $e \approx 2{,}71$.

$a^x = b$ tenglamaning ildizi $\log_a b$ ni tenglamadagi x ning o'rniga qo'ysak,

$$a^{\log_a b} = b \qquad (a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0)$$

tenglik hosil bo'ladi. Bu tenglik ***asosiy logarifmik ayniyat*** deyiladi.

Logarifmik funksiya va uning xossalari, grafigi

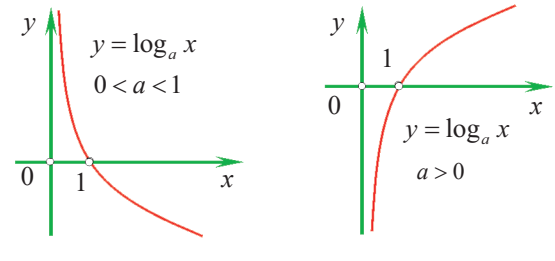
$a > 0$ va $a \neq 1$ shartlarni qanoatlantiradigan a haqiqiy sonni qaraylik. Ushbu $y = \log_a x$ ko'rinishdagi funksiya ***logarifmik funksiya*** deyiladi.

Masalan, $y = \log_2 x$, $y = \log_{\frac{1}{3}} x$, $y = \lg x$, $y = \ln x$ kabi funksiyalar logarifmik funksiyalardir.

Logarifmik funksiyalar quyidagi* xossalar*ga ega:

- $y = \log_a x$ logarifmik funksiyaning aniqlanish sohasi barcha musbat haqiqiy sonlar to'plamidan iborat: $D(y) = (0; +\infty)$
- $y = \log_a x$ logarifmik funksiyaning qiymatlar to'plami esa barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat: $E(y) = (-\infty; +\infty)$
- $y = \log_a x$ davriy funksiya emas;
- $y = \log_a x$ funksiya juft ham emas, toq ham emas;
- $0 < a < 1$ bo'lganda $y = \log_a x$ funksiya $(0; +\infty)$ oraliqda kamayuvchi;
- $a > 1$ bo'lganda $y = \log_a x$ funksiya $(0; +\infty)$ oraliqda o'suvchi.

1-rasm



Logarifmik funksiya grafigi

6-misol. Taqqoslang: a) $\log_{0,3} 7$ va $\log_{0,3} 8$ b) $\log_7 0{,}28$ va $\log_7 0{,}31$.

Yechish.

$y = \log_{0,3} x$ funksiya kamayuvchi hamda $7 < 8$ ekanidan $\log_{0,3} 7 > \log_{0,3} 8$ bo'ladi.

$y = \log_7 x$ funksiya o'suvchi hamda $0{,}28 < 0{,}31$ ekanidan $\log_7 0{,}28 < \log_7 0{,}31$ bo'ladi.

7-misol. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping: $y=\log_7\left(x^2-5x+6\right)$.

Yechish.

Logarifmosti ifoda musbat bo‘lishi kerak, bundan

$x^2-5x+6>0\Rightarrow(x-2)(x-3)>0\Rightarrow x\in(-\infty;2)\cup(3;\infty)$

Javob: $D(y)=(-\infty;2)\cup(3;\infty)$.

8-misol. $y=\log_{4-x}\left(x^2-9\right)$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

Yechish.

$\begin{cases}4-x>0\\4-x\neq 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<4\\x\neq 3\end{cases}$ $\qquad x^2-9>0\Rightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(3;\infty)$

Javob: $D(y)=(-\infty;-3)\cup(3;4)$.

MISOLLAR

1. Berilgan funksiyalarning o‘suvchi yoki kamayuvchi ekanini aniqlang.

a) $y=\log_{0,075}x$ b) $y=\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}x$ c) $y=\lg x$

d) $y=\log_{11}x$ e) $y=-\log_{\frac{1}{e}}x$ f) $y=-\log_{\pi}x$

2. Taqqoslang.

a) $\log_e 0,5$ va $\log_e 0,35$ b) $\log_{0,1}100$ va $\log_{0,1}101$ c) $\log_{\frac{\sqrt{15}}{4}}\sqrt{37}$ va $\log_{\frac{\sqrt{15}}{4}}6$

3. Sonlarni o‘sish tartibida joylashtiring.

a) $a=\log_{\frac{1}{5}}10,\ b=\log_{\frac{1}{5}}15,\ c=\log_{\frac{1}{5}}20$

b) $a=\log_2 5,\ b=\log_{\frac{1}{4}}3,\ c=\log_{\frac{1}{2}}3$

c) $a=\log_{\frac{1}{6}}4,\ b=\log_{\frac{1}{5}}6,\ c=\log_{\frac{1}{5}}4$

4. Ushbu mulohazalar to‘g‘ri ekanini misollar tuzib, tekshiring.

a) $a>1$ va $b>1$ bo‘lsa, $\log_a b>0$

b) $0<a<1$ va $0<b<1$ bo‘lsa, $\log_a b>0$

c) $a>1$ va $0<b<1$ bo‘lsa, $\log_a b<0$

d) $0<a<1$ va $b>1$ bo‘lsa, $\log_a b<0$

5. Berilgan sonlardan qaysilari musbat?

a) $a=\log_{0,2}8$ b) $b=\log_3 0,8$ c) $c=\log_{0,9}9$

d) $d=\log_4 2$ e) $p=\log_{0,9}0,6$ f) $l=\log_{1,2}\frac{3}{8}$

g) $z=\log_{0,02}0,001$ h) $p=\log_{|-13,08|}2022$ i) $q=\log_{|-3|}3$

6. $y=\log_2 x$ va $y=-\log_2 x$ funksiyalarning grafiklari abssissa o‘qiga nisbatan simmetrik ekanini ko‘rsating.

7. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $y=\log_4 x$ b) $y=\log_2(x-1)$

c) $y=\log_3(x^2-2x-3)$ d) $y=\log_4(x^2-4)$

e) $y=\lg(3-x)$ f) $y=-\log_2(x^2+5x-6)$

Yechish. c) $x^2+5x-6>0\Rightarrow(x-1)(x+6)>0\Rightarrow x\in(-\infty;-6)\cup(1;\infty)$

Javob: $D(y)=(-\infty;-6)\cup(1;\infty)$

8. Funksiyaning grafigini yasang.

a) $y=\log_3 x$ b) $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ c) $y=\lg x$ d) $y=\ln x$

9. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $y=\log_{x^2}(4-x)$ b) $f(x)=\log_{x^2}(x-1)+\sqrt{2-x}$

c) $f(x)=\sqrt{9-x^2}+\lg(x-1)-\sqrt{x}$ d) $f(x)=\sqrt{x+4}+\log_2(x^2-4)$

e) $f(x)=\dfrac{\log_{x^2+1}(6-x)}{\sqrt{x+2}}$ f) $y=\sqrt{2+\log_{\frac{1}{2}}(3-x)}$

Yechish. d) $\begin{cases}x+4\ge 0\\ x^2-4>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge -4\\ (x-2)(x+2)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge -4\\ x\in(-\infty;-2)\cup(2;\infty)\end{cases}\Leftrightarrow x\in[-4;-2)\cup(2;\infty)$

Javob: $x\in[-4;-2)\cup(2;\infty)$.

10. Funksiyaning grafigini yasang.

a) $y=\log_2(x-1)$ b) $y=\log_3(5x+1)$ c) $y=\log_4(1-x)$

d) $y=\lg(x-3)$ e) $y=\log_6(3x-2)$ f) $y=1-\ln x$

g) $y=\log_8 x-4$ h) $y=\lg x+3$ i) $y=\log_6(x-2)-1$

11. Funksiyalarning kesishish nuqtalari nechta?

a) $y=\log_2 x;\quad y=-x+1$ b) $y=\log_{\frac{1}{2}} x;\quad y=2x-5$ c) $y=\log_{\frac{1}{2}} x;\quad y=4x^2$

d) $y=\log_3 x;\quad y=2-\frac{1}{3}x^2$ e) $y=2^x;\quad y=\log_{0,5} x$ f) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x;\quad y=\log_3 x$

JAVOBLAR

1. **a)** kamayuvchi **b)** kamayuvchi

c) o‘suvchi **d)** o‘suvchi

e) o‘suvchi **f)** kamayuvchi

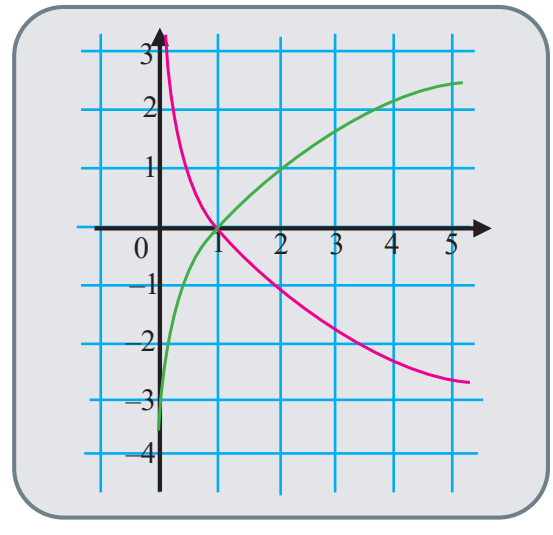
2. **a)** $(0;\infty)$ **b)** $(-1;\infty)$

c) $(-\infty;0)$ **d)** $(2;\infty)$

3. **a)** $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{\sqrt{3}}{2}}<1;$ **b)** $3,2^{-\sqrt{2}}<1;$

c) $0,7^{\frac{\sqrt{5}}{9}}<0,7^{\frac{1}{6}};$ **d)** $5^{-\sqrt{13}}<\left(\frac{1}{5}\right)^{2,1}.$

6.

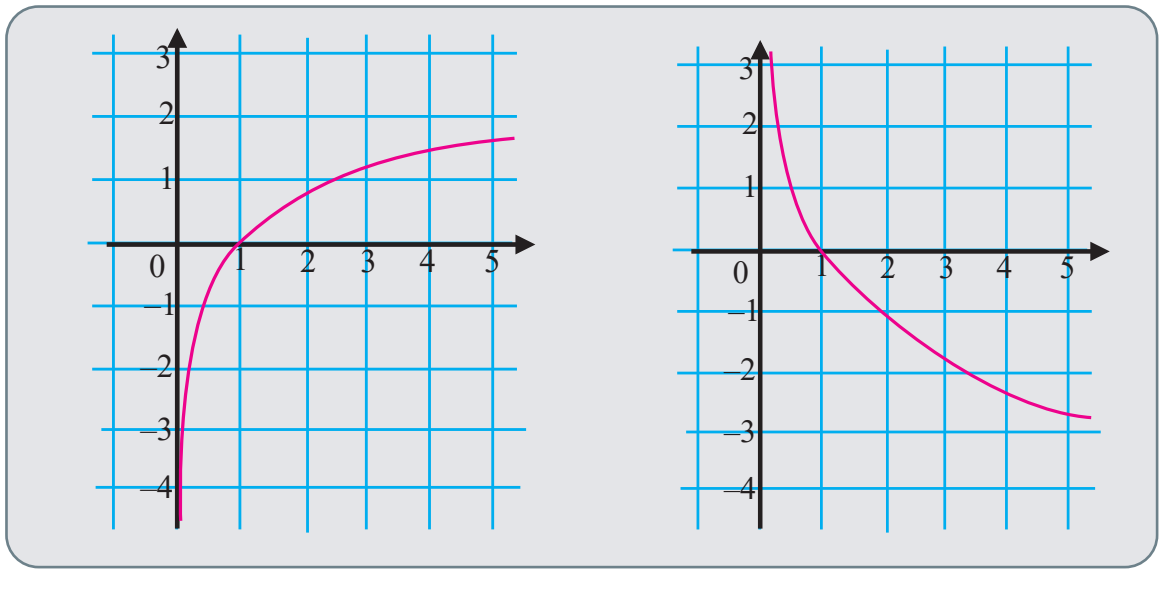


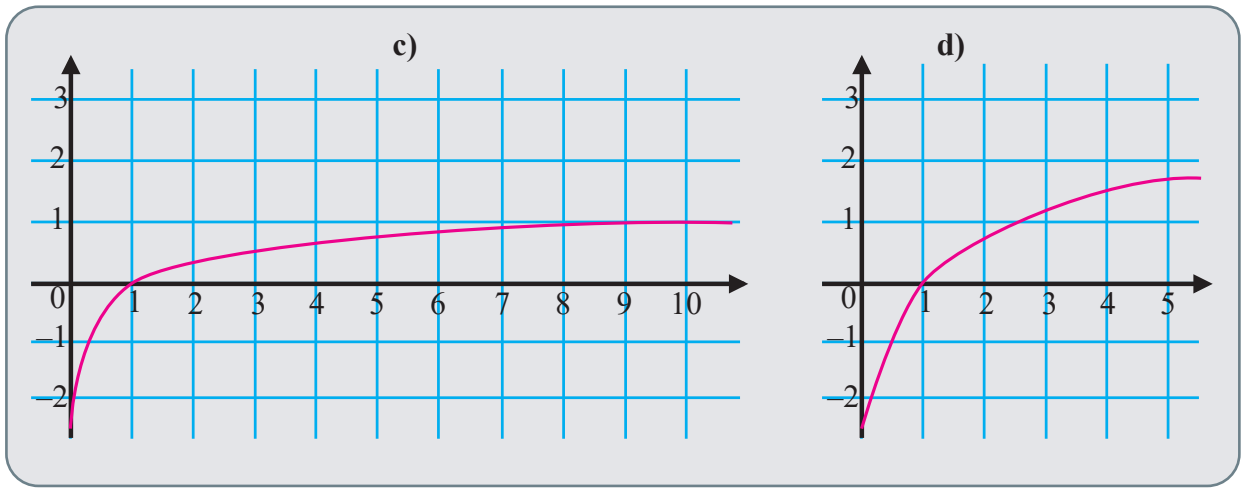
4. **a)** $3\sqrt{3}$ **b)** 27 **c)** $64^{-2\sqrt{2}}$ **d)** 25

5. **a)** c^3 **b)** b **c)** $\sqrt[4]{\frac{x^2}{6}}$ **d)** $\frac{y^{1,5}}{6}$

7. **a)** $(0;\infty)$ **b)** $(1;\infty)$ **c)** $(-\infty;-1)\cup(3;\infty)$ **d)** $(-\infty;-2)\cup(2;\infty)$ **e)** $(-\infty;3)$ **f)** $(-\infty;-6)\cup(1;\infty)$

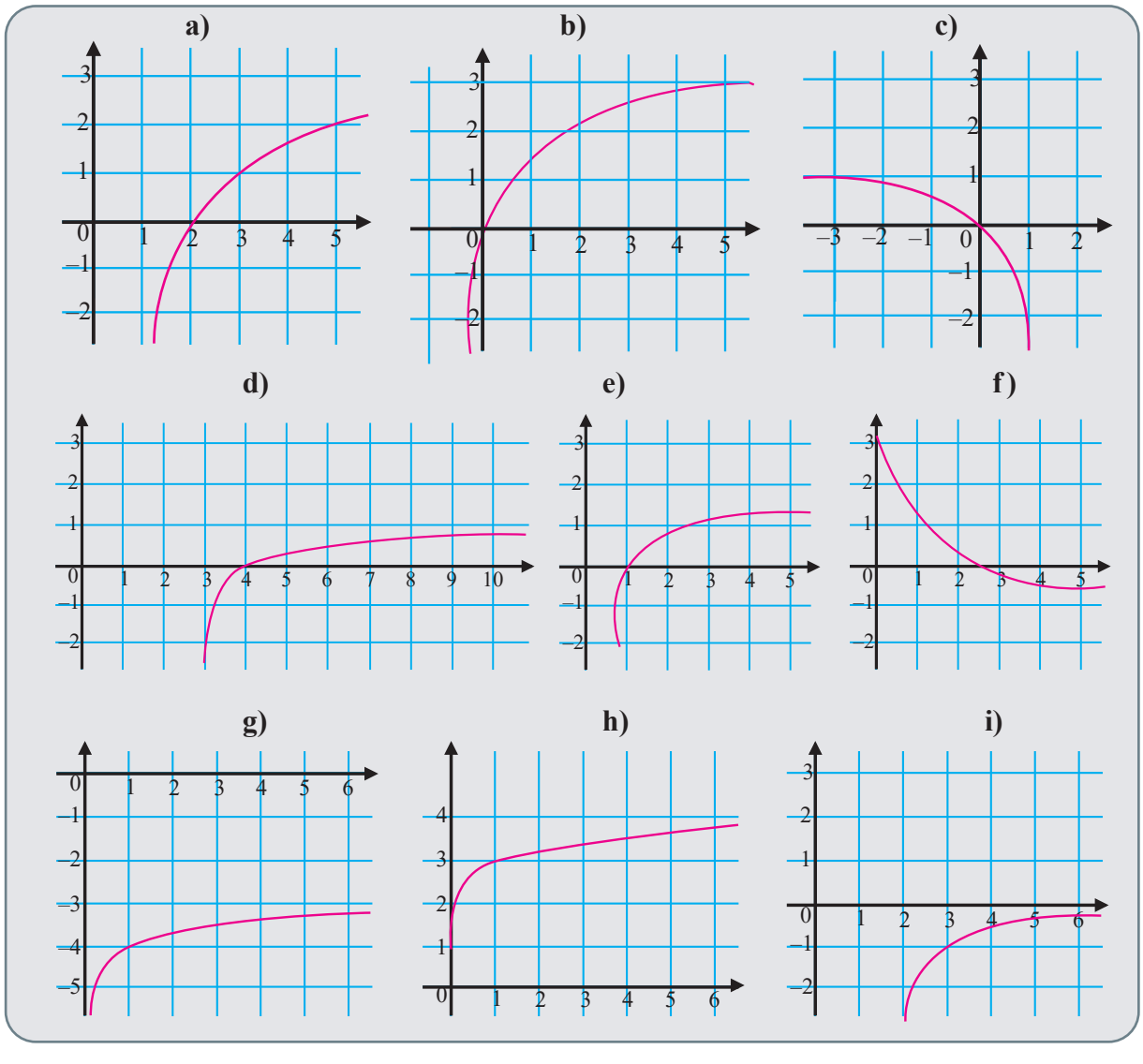
8. **a)** **b**





9. **a)** $(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;4)$ **b)** $(1;2]$ **c)** $(1;3]$ **d)** $[-4;-2)\cup(2;\infty)$ **e)** $(-2;0)\cup(0;6)$ **f)** $[1;3)$

10.



11. **a)** 1 ta **b)** 1 ta **c)** 1 ta **d)** 1 ta **e)** 1 ta **f)** 1 ta

LOGARIFMIK IFODALARNI AYNIY ALMASHTIRISH

Dars maqsadi: o‘quvchilar logarifmik ifodalarni ayniy almashtira oladi.

Barcha o‘quvchilar	Logarifmik ayniyatlarni biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Logarifmik ayniyatlarning ma’nosini tasavvur qiladi.
Ayrim o‘quvchilar	Masalalarni yechishda logarifmik ayniyatlarni qo‘llay oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Har bir a haqiqiy son uchun o‘rinli bo‘lgan $a^0 = 1$ tenglikdan $a > 0$, $a \neq 1$ bo‘lganda $\log_a 1 = 0$ tenglikni keltirib chiqaring.

2. $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ va $c > 0$ bo‘lsin. $a^n a^m = a^{n+m}$, $b = a^{\log_a b}$, $c = a^{\log_a c}$ va $bc = a^{\log_a (bc)}$ tengliklardan $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ tenglik kelib chiqishini qayd etib qo‘ying.

3. $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ bo‘lsin. $\log_a b^k = k \log_a b$ tenglikni hosil qilish uchun qaysi ko‘rsatkichli ayniyatlarni qo‘llash afzal deb hisoblaysiz?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Ko‘rsatkichli ayniyatlar va logarifmning ta’rifi (ya’ni asosiy logarifmik ayniyat $b = a^{\log_a b}$)ni tizimli qo‘llashda qiyinchiliklar kuzatiladi. O‘quvchilarda asosiy logarifmik ayniyat $b = a^{\log_a b}$ – logarifmning ta’rifi bilan ishlash ko‘nikmasini shakllantirish tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

1 (b, d, f, h), 2 (b, d, f, h), 3 (b, d, f), 4 (b, d), 5 (b, d)

MAVZU BAYONI

Logarifmning ta’rifidan uning quyidagi ***xossalari*** kelib chiqadi:

1°. $\log_a 1 = 0$.

2°. $\log_a a = 1$.

3°. $a^{\log_a b} = b$ $(a > 0, a \neq 1, b > 0)$.

4°. Ko‘paytmaning logarifmi ko‘paytuvchilar logarifmlarining yig‘indisiga teng:

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c.$$

5°. Bo‘linmaning logarifmi bo‘linuvchi va bo‘luvchi logarifmlarining ayirmasiga teng:

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c.$$

6°. Darajaning logarifmi daraja ko‘rsatkichi bilan asos logarifmining ko‘paytmasiga teng:

$$\log_a b^p = p \log_a b.$$

7°. Bir asosdan boshqa asosga o‘tish formulasi: $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

8°. $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$.

9°. $\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k}\log_a b$.

10°. $\log_{a^k} b^p = \dfrac{p}{k}\log_a b$.

1-misol. Hisoblang: $\log_3 18 + \log_3 \dfrac{1}{54}$

Yechish.

$$\log_3 18 + \log_3 \frac{1}{54} = \log_3\left(18 \cdot \frac{1}{54}\right) = \log_3 \frac{1}{3} = -1$$

Javob: –1.

2-misol. Hisoblang: $3\log_2 8 - 2\log_3 9$

Yechish.

$$3\log_2 8 - 2\log_3 9 = 3\log_2 2^3 - 2\log_3 3^2 = 3\cdot 3\cdot \log_2 2 - 2\cdot 2\cdot \log_3 3 = 9\cdot 1 - 4\cdot 1 = 5$$

Javob: 5.

3-misol. Hisoblang: $10^{1+\lg 5}$.

Yechish.

$$10^{1+\lg 5} = 10^1 \cdot 10^{\lg 5} = 10\cdot 5 = 50$$

Javob: 50.

4-misol. Hisoblang: $\log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$.

Yechish.

$$\log_2 \log_5 \sqrt[8]{5} = \log_2 \log_5 5^{\frac{1}{8}} = \log_2\left(\frac{1}{8}\cdot \log_5 5\right) = \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3\log_2 2 = -3.$$

Javob: –3.

5-misol. Hisoblang: $2^{\log_4\left(2-\sqrt{3}\right)^2} + 3^{\log_9\left(2+\sqrt{3}\right)^2}$.

Yechish.

$$2^{\log_4\left(2-\sqrt{3}\right)^2} + 3^{\log_9\left(2+\sqrt{3}\right)^2} = 2^{\log_{2^2}\left(2-\sqrt{3}\right)^2} + 3^{\log_{3^2}\left(2+\sqrt{3}\right)^2} = 2^{\frac{1}{2}\cdot 2\log_2\left(2-\sqrt{3}\right)} + 3^{\frac{1}{2}\cdot 2\log_3\left(2+\sqrt{3}\right)} =$$

$$= 2^{\log_2\left(2-\sqrt{3}\right)} + 3^{\log_3\left(2+\sqrt{3}\right)} = 2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3} = 4.$$

Javob: 4.

MISOLLAR

1. Logarifmik ifodalarning qiymatini toping.

a) $\log_2 4$ b) $\log_2 1$ c) $\log_2 16$ d) $\log_4 16$

e) $\log_2 64$ f) $\log_8 64$ g) $\log_4 64$ h) $\log_{64} 64$

2. Logarifmik ifodalarning qiymatini toping.

a) $\log_5 25$ b) $\log_2 18$ c) $\log_{12} 4$ d) $\log_{10}(0{,}001)$

e) $\log_9 3$ f) $\lg 1000$ g) $\ln e$ h) $\lg\left(\frac{1}{100}\right)$

3. Hisoblang.

a) $\log_2 8+\log_2 4$ b) $\log_3 6+\log_3 \frac{3}{2}$ c) $\log_2 15-\log_2 \frac{15}{16}$

d) $\log_{\frac{1}{3}} 54-\log_{\frac{1}{3}} 2$ e) $\log_{0,2} 75-\log_{0,2} 3$ f) $\log_{36} 9+\log_{36} 4$

4. Ushbu sonlardan qaysi biri qolgan uchtasiga teng emas?

a) $m=2\log_2 8-\log_2 4$ b) $n=\log_2 400-2\log_2 5$

c) $p=\log_5 125+\log_5 5$ d) $q=\ln 12e-\ln 2$

5. Quyidagi sonlardan qaysi biri 2 dan kichik?

a) $M=\log_5 100-\log_5 4$ b) $N=4\log_2 3-\log_2 9$

c) $P=\log_6 72-\log_6 2$ d) $Q=\log_4 16+\log_4 \frac{1}{8}$

6. Hisoblang.

a) $3-\lg 50+\frac{1}{2}\lg 25$ b) $\log_2 32+\log_{32} 2$ c) $\frac{\log_4 13+\log_4 25}{\log_{64} 325}$

d) $\frac{\log_4 11+\log_4 23}{\log_8 253}$ e) $\frac{1}{\log_8 12}+\frac{1}{\log_{18} 12}$. f) $\frac{1}{\log_{45} 15}+\frac{1}{\log_5 15}$

7. Hisoblang.

a) $81^{\log_3 5}$ b) $4^{-2\log_{\frac{1}{4}} 3}$ c) $32^{\log_8 27}$

d) $121^{\log_{11} 12}$ e) $3\log_{\sqrt{8}} 2+2^{-2\log_{\frac{1}{2}} 2}$ f) $3\log_{\sqrt{64}} 4+4^{-2\log_{\frac{1}{4}} 3}$

8. a ning berilgan qiymati uchun ifoda qiymatini hisoblang.

a) $3\log_{\frac{1}{3}} a,\ a = 2\cos\frac{\pi}{6}$. b) $3\log_{\frac{1}{3}} a,\ a = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$. c) $4\log_3 a,\ a = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$

9. Hisoblang.

a) $\log_{\frac{1}{3}} \log_3 27$ b) $\log_4 \log_3 \sqrt{81}$ c) $\log_3^2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$

10. Hisoblang.

a) $$\frac{2\log_3 12 - 4\log_3^2 2 + \log_3^2 12 + 4\log_3 2}{3\log_3 12 + 6\log_3 2}$$

b) $$\frac{\log_2^2 28 + \log_2 28 \cdot \log_2 7 - 2\log_2^2 7}{\log_2 28 + 2\log_2 7}$$

c) $$\frac{\log_{35}^2 7 - 2\log_{35} 7 \cdot \log_{35} 5 - 3\log_{35}^2 5}{2\left(\log_{35} 7 - 3\log_{35} 5\right)}$$

d) $$\frac{\log_2^2 12 - 2\log_2 12 + 2\log_2^2 3 - 3\log_2 3 \cdot \log_2 12 + 4\log_2 3}{\log_2 12 - 2\log_2 3}$$

Yechish. d) Bu yerda, $\log_2 12 = \log_2 (4 \cdot 3) = \log_2 2^2 + \log_2 3 = 2 + \log_2 3$. Demak,

$$\frac{\log_2^2 12 - 2\log_2 12 + 2\log_2^2 3 - 3\log_2 3 \cdot \log_2 12 + 4\log_2 3}{\log_2 12 - 2\log_2 3} =$$

$$= \frac{\left(2 + \log_2 3\right)^2 - 2\left(2 + \log_2 3\right) + 2\log_2^2 3 - 3\log_2 3 \cdot \left(2 + \log_2 3\right) + 4\log_2 3}{2 + \log_2 3 - 2\log_2 3} =$$

$$= \frac{4 + 4\log_2 3 + \log_2^2 3 - 4 - 2\log_2 3 + 2\log_2^2 3 - 6\log_2 3 - 3\log_2^2 3 + 4\log_2 3}{2 - \log_2 3} = = \frac{0}{2 - \log_2 3} = 0$$

Javob: 0

11. Quyidagi funksiyalarning aniqlanish sohalarini toping.

a) $y = \log_2 (x + 3)$ b) $y = \log_{0,2} (x^2 - 4x)$

c) $y = \log_{0,7}\left(2x - \frac{1}{8}\right)$ d) $y = \log_2 \left(5 - 3x\right)$

12. a orqali ifodalang.

a) $a = \log_2 3$ bo‘lsa, $\log_{36} 108 = ?$ b) $a = \log_7 3$ bo‘lsa, $\log_{147} 63 = ?$

c) $a = \log_{288} 72$ bo‘lsa, $\log_3 2 = ?$ d) $a = \log_{441} 189$ bo‘lsa, $\log_3 7 = ?$

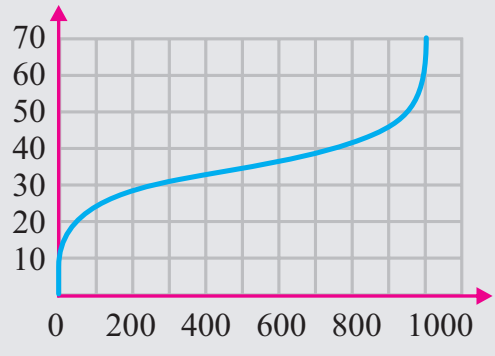
Yechish. a) $\log_{36} 108 = \log_{36}(36\cdot 3) = \log_{36} 36 + \log_{36} 3 = 1 + \dfrac{1}{\log_3 36} = 1 + \dfrac{1}{\log_3 9 + \log_3 4} =$

$$= 1 + \frac{1}{2 + 2\log_3 2} = 1 + \frac{1}{2 + \dfrac{2}{\log_2 3}} = 1 + \frac{\log_2 3}{2\log_2 3 + 2} = 1 + \frac{a}{2a+2} = \frac{3a+2}{2a+2}$$

Javob: $\dfrac{3a+2}{2a+2}$

13. Agar chorvadorning 1 000 bosh sigiridan bittasi yuqumli kasallikka chalingan bo‘lsa, u holda t kunda n ta sigirning kasallanish ko‘rsatkichi $t = -5\cdot \ln\left(\dfrac{1000-n}{999n}\right)$ formula bilan modellashtirilgan. 100 ta, 800 ta, 1 000 ta sigir necha kunda kasallanishini toping. Chizma asosida xulosa tayyorlang (1-*rasm*).

1-rasm





14. Jadvallar asosida funksiya grafigini yasang.

a)

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2	3

b)

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	2	1	0	-1	-2	-3

15. Quyidagi funksiyalarga teskari funksiyalarni aniqlang.

a) $f(x) = 10^x$

b) $f(x) = \log_3(x+1)$

c) $f(x) = 2 + e^{x+4}$

d) $f(x) = 5 + \log_2(x-3)$

Yechish. d) Funksiyani $y = 5 + \log_2(x-3)$ kabi yozib olamiz va x ni y orqali ifodalaymiz:

$\log_2(x-3) = y-5 \quad \Rightarrow \quad \log_2(x-3) = y-5 \quad \Rightarrow \quad x-3 = 2^{y-5} \quad \Rightarrow$

$x = 3 + 2^{y-5} \quad \Rightarrow \quad y = 3 + 2^{x-5}$

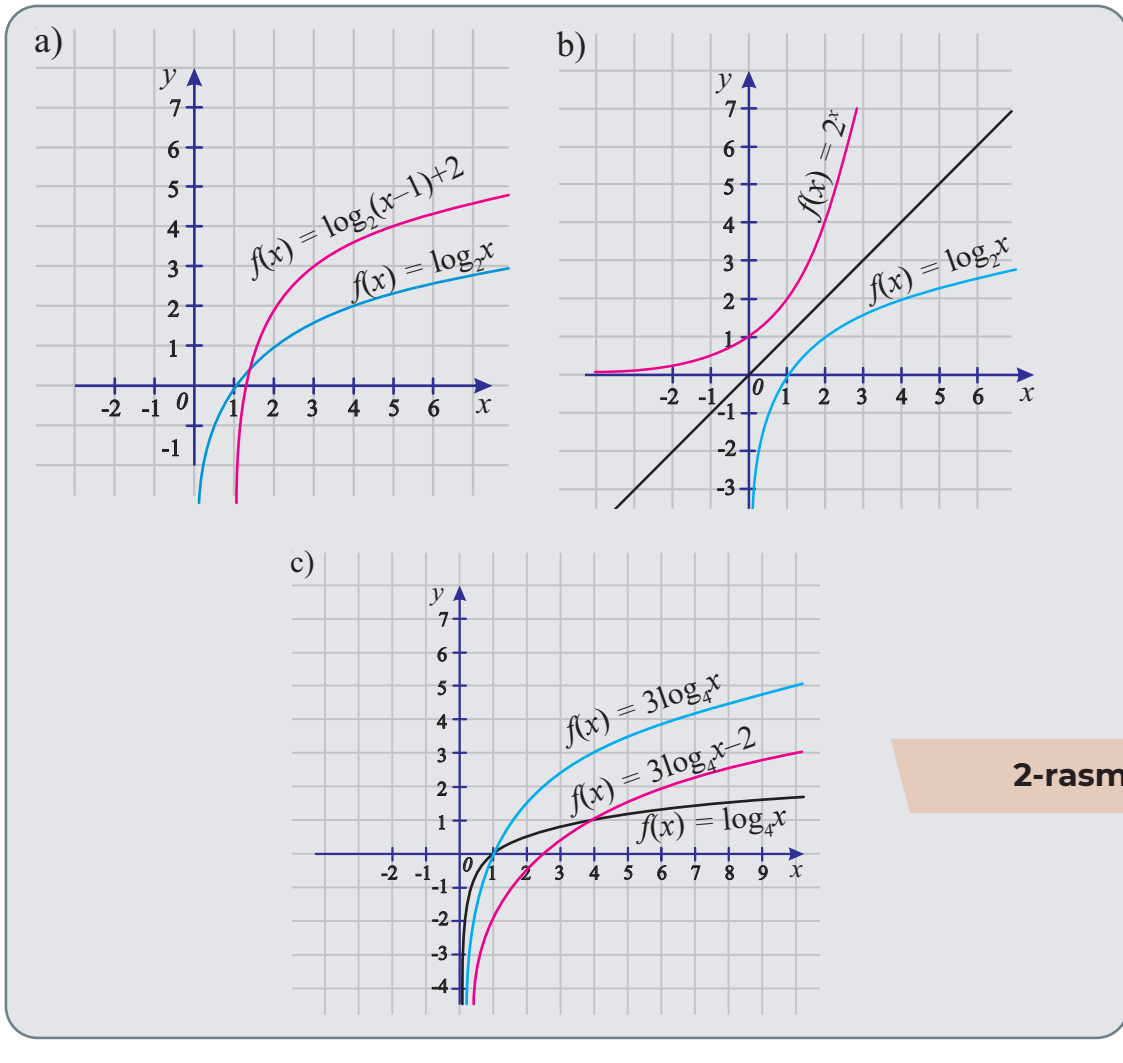
Javob: $y = 3 + 2^{x-5}$

16. a va b larning qiymatini toping.

a) $\log_3 b = 2$ b) $\log_a 8 = 3$ c) $\log b^2 = \lg 4$ d) $\log_a 36 = 2$

17. $y = \ln e^x$ va $y = e^{\ln x}$ funksiyalarining grafigini yasang. O‘xshashlik va farqlarini tushuntiring.

18. 2-rasmda funksiyalar ustida qanday almashtirishlar bajarilganini bayon qiling.



2-rasm

JAVOBLAR

1. **a)** 2 **b)** 0 **c)** 4 **d)** 2 **e)** 6 **f)** 2 **g)** 3 **h)** 1

2. **a)** 2 **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{2}{7}$ **d)** –3 **e)** $\frac{1}{2}$ **f)** 3 **g)** 1 **h)** –2

3. **a)** 5 **b)**2 **c)**4 **d)** –3 **e)** –2 **f)** 1

4. d.

5. d.

6. **a)** 2 **b)** 5,2 **c)** 3 **d)** 1,5 **e)** 2 **f)** 2

7. **a)** 4 **b)** 9 **c)** 243 **d)** 144 **e)** 6 **f)** 11

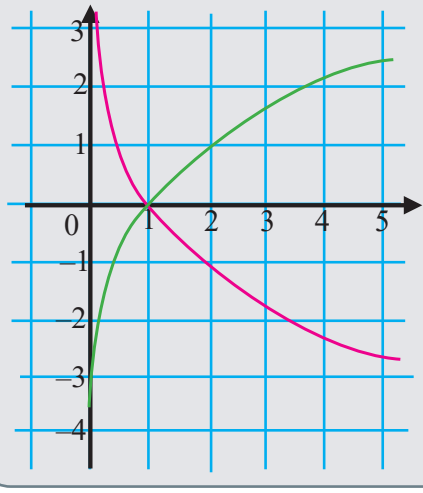
8. **a)** –1,5 **b)** –1,5 **c)** 2 **9.** **a)** –1 **b)** $\frac{1}{2}$ **c)**1

10. **a)** 1 **b)** 2 **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** **0**

11. **a)** $x > -3$ **b)** $(-\infty;0)\cup(4;\infty)$ **c)** $x > \frac{1}{16}$ **d)** $x < \frac{5}{3}$

12. **a)** $\frac{2+3a}{2+2a}$ **b)** $\frac{1+2a}{2+a}$ **c)** $\frac{2-2a}{5a-3}$ **d)** $\frac{2a-3}{1-2a}$

14.



15. **a)** $y = \lg x$ **b)** $y = 3^x - 1$ **c)** $y = \ln(x-2) - 4$ **d)** $y = 2^{x-5} + 3$

16. **a)** b=9 **b)** a=2 **c)** b=2 **d)** a=6

LOGARIFMIK TENGLAMALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar logarifmik tenglamalarni yechadi.

Barcha o‘quvchilar	Eng sodda logarifmik tenglamalarni yechishda logarifm ta’rifidan foydalana oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Logarifmik tenglamalarni potensirlash, o‘zgaruvchini almashtirish usullari yordamida yecha oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Logarifmik tenglamalarni grafik usul bilan, tenglamaning ikkala qismini logarifmlash yordamida yecha oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. “Logarifm” deb nimaga aytiladi?
2. Logarifmning qanday xossalarini bilasiz?
3. “Logarifmik tenglama” deb nimaga aytiladi? Misol keltiring.
4. Logarifmik tenglamani yechish algoritmi qanday?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Logarifmik tenglamani yechishning algoritmini bilmaslik, dastlabki tenglamaga teng kuchli bo‘lmagan shakl almashtirishlarni bajarish holatlari uchraydi. Darsda 1-(a, c, e, g, i), 2-(a, c, e, g, i, k, m), 4-misollarni ko‘rib chiqish maqsadga muvofiq.

Uyga vazifa

1-(b, d, f, h), 2-(b, d, f, h, j, l, n), 3-misollar.

MAVZU BAYONI

Logarifmik tenglamalarni yechish

$a > 0$, $a \neq 1$ bo‘lganda ushbu $\log_a x = b$ tenglama eng sodda logarifmik tenglama bo‘ladi. Bu tenglamaning yechimi $x = a^b$ bo‘ladi.

Logarifmik tenglamalarni yechishda ushbu qoida ishlatiladi:

$a > 0$, $a \neq 1$ bo‘lganda $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ tenglamaning ildizlari $f(x) = g(x)$ tenglamaning $f(x) > 0$ (yoki $g(x) > 0$) shartni qanoatlantiruvchi ildizlaridan iborat bo‘ladi.

Quyida logarifmik tenglamalarni yechishning namunalarini keltiramiz.

1-misol. $\log_5 x = -2$ tenglamani yeching.

Yechish.

Tenglamani yechishda $x > 0$ shart ostida logarifm ta’rifidan foydalanamiz:

$$\log_5 x = -2 \Rightarrow x = 5^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{25}$$

$x = \frac{1}{25} > 0$ ekanidan topilgan bu qiymat berilgan tenglamaning ildizi bo‘ladi.

Javob: $x=\frac{1}{25}$.

2-misol. $\log_3\left(x^2-4\right)=\log_3\left(5x-8\right)$ logarifmik tenglamani yeching.

Yechish.

Aniqlanish sohasini topamiz:

$$\begin{cases}x^2-4>0\\5x-8>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x-2)(x+2)>0\\5x>8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;-2)\cup(2;\infty)\\x>1,6\end{cases}\Rightarrow x\in(2;\infty)$$

Endi $x^2-4=5x-8$ tenglamani yechamiz:

$$x^2-5x+4=0\ \Rightarrow\ (x-1)(x-4)=0\ \Rightarrow\ x_1=1,\ x_2=4$$

Noma'lumning $x_1=1$ qiymati $(2;\infty)$ to'plamga tegishli emas, $x_2=4$ qiymati esa bu to'plamga tegishli. Demak, $x_1=1$ qiymat berilgan tenglamaning chet ildizi, $x_2=4$ esa berilgan tenglamaning ildizi bo'ladi.

Javob: $x=4$.

1. Logarifmik tenglamalarni yeching.

a) $\log_2 x=-3$ b) $\log_4 2x=\frac{1}{2}$ c) $\lg\frac{5x}{2}=1$

d) $\log_{\frac{1}{4}} x=-2$ e) $\log_3\left(3x-1\right)=2$ f) $\log_7\left(x+3\right)=2$

g) $\log_9 x^3+\log_{\sqrt{3}} x=3$ h) $\log_4\left(2x-3\right)=4$ i) $\log_2 x-2\log_{\frac{1}{2}} x=9$

Yechish. g) Aniqlanish sohasi: $x>0$

$$\log_{3^2} x^3+\log_{3^{\frac{1}{2}}} x=3\ \Rightarrow\ \frac{3}{2}\log_3 x+2\log_3 x=3\ \Rightarrow\ \log_3 x=\frac{6}{7}\ \Rightarrow\ \log_3 x=\frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow\ x=3^{\frac{6}{7}}=\sqrt[7]{3^6}=\sqrt[7]{729}.$$

Javob: $x=\sqrt[7]{729}$

2. Logarifmik tenglamalarni yeching.

a) $\log_5 x=2\log_5 3+4\log_{25} 2$ b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(7-8x\right)=2$

c) $\log_2 x+\log_8 x=0$ d) $\log_3 x=9\log_{27} 8-3\log_3 4$

e) $\log_{0,5}\left(3x+1\right)=-2$ f) $\log_{0,2}\left(x+3\right)=-1$

g) $\log_{0,25}\left(x+30\right)=-2$ h) $\log_{\sqrt{3}}\left(1-2x\right)=4$

i) $\log_2\sqrt{x-1}=1$ j) $\log_3\left(x^2-4x+3\right)=\log_3\left(3x+21\right)$

k) $\log_3\left(2x-5\right)=\log_3\left(20-3x\right)$ l) $\log_7\left(9x-1\right)=\log_7 x$

m) $\log_3\left(2x^2-3x\right)=2\log_3 x$ n) $\lg\left(2x\right)=2\lg\left(4x-15\right)$

3. $\lg(3x-11)+\lg(x-27)=3$

4. $\log_{81} x-2\log_3 x+5\log_9 x=1,5$

5. $\log_3\left((x-1)(2x-1)\right)=0$

6. $3\lg x^2-\lg^2 x=9$

Yechish. $6\lg x-\lg^2 x=9$

$\lg^2 x-6\cdot\lg x+9=0$

$(\lg x-3)^2=0$

$\lg x=3$

$x=10^3=1000$

Javob: $x=1000$

7. $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{x^2+4x}{2x-3}=1$

8. $\log_{\frac{3}{4}}\dfrac{2x-1}{x+2}=1$

9. $\log_\pi\left(\log_2\left(\log_3 3x\right)\right)=0$

10. $\log_2^2 x+3=\log_2 x^2$

11. $\left(x^2-6x-7\right)\log_2(3x-1)=0$

Yechish. Aniqlanish sohasi: $3x-1>0\Rightarrow x>\dfrac{1}{3}$

$x^2-6x-7=0$ yoki $\log_2(3x-1)=0$

$x_1=7; x_2=-1$ $\log_2(3x-1)=\log_2 1$

$3x-1=1$

$x=\dfrac{2}{3}$

$x_2=-1$ aniqlanish sohani qanoatlantirmaydi.

Javob: $x_1=7;\ x_2=\dfrac{2}{3}$.

12. $\left(x^2-2x-15\right)\lg(4x-3)=0$

13. $\log_5(x+4)-\log_5(1-2x)=-\log_5(2x+3)$

14. $\log_2^2 x-5\log_2 x=4$

15. $\log_3 x+\log_x 9=3$

16. $\log_{x+2} 7+3\log_7(x+2)=4$

17. $\log_3 x\cdot\log_9 x\cdot\log_{27} x\cdot\log_{81} x=\dfrac{2}{3}$

18. $\log_5\sqrt{x-9}+\log_5\sqrt{2x-1}=\log_5 10$

JAVOBLAR

1. a) $x=\frac{1}{8}$ b) $x=1$ c) $x=4$ d) $x=16$ e) $x=3\frac{1}{3}$ f) $x=46$ g) $x=\sqrt[7]{729}$ h) $x=129,5$ i) $x=8$.

2. a) $x=36$ b) $x=\frac{27}{32}$ c) $x=1$ d) $x=8$ e) $x=1$ f) $x=2$ g) $x=-14$ h) $x=-4$ i) $x=5$

j) $x_1=-2; x_2=9$ k) $x=5$ l) $x=\frac{1}{8}$ m) $x=3$ n) $x=4,5$

3. $x=37$ **4.** $x=9$

5. $x_1=0; x_2=1,5$ **6.** $x=1000$ **7.** $x_1=-3; x_2=-\frac{1}{3}$ **8.** $x=2$

9. $x=3$ **10.** $\varnothing$. **11.** $x_1=7; x_2=\frac{2}{3}$ **12.** $x_1=1; x_2=5$

13. $x=-1$ **14.** $x_1=2^{\frac{5+\sqrt{41}}{2}}; x_2=2^{\frac{5-\sqrt{41}}{2}}$

15. $x_1=3; x_2=9$ **16.** $x_1=\sqrt[3]{7}-2; x_2=5$

17. $x_1=\frac{1}{9}; x_2=9$ **18.** $x=13$

Dars maqsadi: o‘quvchilar ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemalarini yechadi.

Barcha o‘quvchilar	Eng sodda ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar sistemalarini yecha oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Logarifmik tenglamalar sistemasini potensirlash, o‘zgaruvchini almashtirish usullari yordamida yecha oladi, ko‘rsatkichli tenglamalar sistemasini bir xil asosga (ko‘rsatkichga) keltirib yecha oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Logarifmik tenglamalar sistemasini tenglamalarni ikkala qismini logarifmlash yordamida yecha oladi, sistema yechimiga qo‘shimcha shartni bajara oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Ko‘rsatkichli tenglamani yechish algoritmini ayting.
2. Logarifmik tenglamani yechish algoritmini ayting.
3. “Tenglamalar sistemasining yechimi” deb nimaga aytiladi?
4. Ko‘rsatkichli funksiyaning xossalarini ayting.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

Ko‘rsatkichli va logarifmik tenglamalar tarkibidagi funksiyalarning aniqlanish sohasiga e’tibor bermaslik oqibatda xatolik kelib chiqadi. O‘quvchilarga tarkibdagi funksiyalarning aniqlanish sohasi, ko‘rsatkichli va logarifmik ifodalarning xossalarini aniq qo‘llash bo‘yicha ko‘rsatma bering. Darsda 1-(a, c, e, g, i), 2-(a, c, e), 3-(a, c, e), 4–5-misollarni ko‘rib chiqish maqsadga muvofiq.

Uyga vazifa

1 (b, d, f, h), 2 (b, d, f, h, j, l, n), 3 (b, d, f).

MAVZU BAYONI

Ko‘rsatkichli tenglamalar sistemasi va uni yechish

Ko‘rsatkichli ifoda qatnashgan tenglamalarni o‘z ichiga olgan tenglamalar sistemasi ***ko‘rsatkichli tenglamalar sistemasi*** deyiladi. Ko‘rsatkichli tenglamalar sistemasi turli xil ko‘rinishda bo‘ladi. Bunday sistemaning har birini yechishda o‘ziga xos yondashuv talab etiladi. Bunda ko‘rsatkichli va logarifmik ifodalarning xossalari keng qo‘llanadi.

1-misol. $\begin{cases} 3^x = 9^{y+1}, \\ 4y = 5 - x \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish.

$9=3^2$ ekanidan foydalanamiz. U holda $3^x=3^{2(y+1)}$ bo‘lib, bu yerdan $x=2y+2$ kelib chiqadi. Sistemadagi ikkinchi tenglikda x o‘rniga $2y+2$ ifodani qo‘yamiz:

$4y=5-(2y+2) \Rightarrow y=\frac{1}{2}$. Endi $x=2y+2$ tenglikdagi y o‘rniga uning qiymatini qo‘yib, x ning qiymatini topamiz: $x=2\cdot\frac{1}{2}+2 \Rightarrow x=3$.

Javob: $\left(3;\ \frac{1}{2}\right)$.

2-misol. $\begin{cases} 9^{x+y}=729, \\ 3^{x-y-1}=1 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish.

$729=9^3$ va $1=3^0$ ekanidan foydalanamiz. U holda

$$\begin{cases} 9^{x+y}=9^3, \\ 3^{x-y-1}=3^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3, \\ x-y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow (2;\ 1).$$

Javob: (2; 1).

Izoh. Yuqoridagi misollar har bir ko‘rsatkichli tenglamalar sistemasini yechish uchun ijodiy yondashish kerakligini ko‘rsatadi.

Logarifmik tenglamalar sistemasi va uni yechish

Logarifmik ifoda qatnashgan tenglamalarni o‘z ichiga olgan sistema ***logarifmik tenglamalar sistemasi*** deyiladi. Logarifmik tenglamalar sistemasi ham ko‘rsatkichli tenglamalar sistemasi kabi turli xil ko‘rinishda bo‘ladi. Ularning har birini yechishda ko‘rsatkichli va logarifmik ifodalarning xossalari keng qo‘llanadi hamda o‘ziga xos yondashuv talab etiladi.

5-misol. $\begin{cases} \log_9 \frac{x^2}{\sqrt{y}}=\frac{1}{2}, \\ \log_3 xy=3 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish.

Sistemadagi logarifmik ifodalar ma’noga ega bo‘lishi uchun

$$\begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{y}}>0, \\ xy>0 \end{cases}$$

tengsizliklar bajarilishi talab etiladi. $\frac{x^2}{\sqrt{y}}>0$ tengsizlik $y>0$ va $x\neq 0$ bo‘lgandagina o‘rinli. U holda sistemadagi ikkinchi $xy>0$ tengsizlikdan $x>0$ va $y>0$ bo‘lishi zarurligi kelib chiqadi. Endi logarifm xossalaridan foydalanib $x>0$ va $y>0$ bo‘lganda berilgan sistemani

$$\begin{cases} \log_9 x^2-\log_9 \sqrt{y}=\frac{1}{2}, \\ \log_3 x+\log_3 y=3 \end{cases}$$

kabi qayta yozish mumkin. $\log_9 x^2 = \log_{3^2} x^2 = \log_3 x$ hamda $\log_9 \sqrt{y} = \log_{3^2} y^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}\log_3 y$ tengliklardan foydalansak, sistema ushbu ko‘rinishga keladi $\begin{cases} \log_3 x - \frac{1}{4}\log_3 y = \frac{1}{2}, \\ \log_3 x + \log_3 y = 3. \end{cases}$

Ikkinchi tenglamadan birinchi tenglamani ayirib, $\frac{5}{4}\log_3 y = \frac{5}{2}$ tenglikka ega bo‘lamiz. Bundan $\log_3 y = 2 \Rightarrow y = 9$ ekani kelib chiqadi. Endi sistemaning ikkinchi tenglamasiga y ning bu qiymatini qo‘yib, x noma’lumni topamiz:

$$\log_3 x + \log_3 9 = 3 \Rightarrow \log_3 x + 2 = 3 \Rightarrow \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3.$$

Javob: (3; 9).

6-misol. $\begin{cases} x^{\lg y} = 1000, \\ \log_y x = 3 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish.

Sistemadagi ifodalar ma’noga ega bo‘lishi uchun $x > 0$, $x \neq 1$, $y > 0$, $y \neq 1$ shartlar bajarilishi zarur. $x^{\lg y} = 1000$ tenglikni 10 asosga ko‘ra logarifmlaymiz:

$$\lg x^{\lg y} = \lg 1000 \Rightarrow \lg y \lg x = 3$$

$\log_y x = 3$ tenglikning chap tomonidagi logarifmning asosini 10 asosga almashtiramiz:

$$\log_y x = \frac{\lg x}{\lg y} \Rightarrow \frac{\lg x}{\lg y} = 3 \Rightarrow \lg x = 3\lg y$$

Natijada $\lg^2 y = 1$ tenglamaga ega bo‘lamiz.

Bundan

$$\lg y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{10}, \quad \lg y = 1 \Rightarrow y = 10$$

ekani kelib chiqadi.

$\lg x = 3\lg y$ tenglikdan $x = y^3$ bog‘lanishni hosil qilib, x ning mos qiymatlarini topamiz:

$$y = \frac{1}{10} \Rightarrow x = \frac{1}{1000}$$
$$y = 10 \Rightarrow x = 1000$$

Javob: $\left(\frac{1}{1000}; \frac{1}{10}\right)$ va (1000; 10).

MISOLLAR

1. Tenglamalar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases} 3^x \cdot 7^y = 63 \\ 3^x + 7^y = 16 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 9^x - 3 \cdot 5^y = 3 \\ 9^x \cdot 5^y = 18 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3^y \cdot 2^x = 972 \\ y - x = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4^{x+y}=128 \\ 5^{3y-2x-3}=1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3^{-x}\cdot 2^{y}=1152 \\ x+y=5 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2^{x}\cdot 9^{y}=648 \\ 3^{x}\cdot 4^{y}=432 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3^{x}\cdot 2^{y}=\dfrac{1}{9} \\ \dfrac{1}{9}\cdot 3^{y}=3^{x} \end{cases}$ h) $\begin{cases} 2^{y}\cdot 8^{-x}=8\sqrt{2} \\ y+3x=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ i) $\begin{cases} 4^{y-1}\cdot 5^{x}=6400 \\ y-x=3 \end{cases}$

Yechish.

d) $\begin{cases} 4^{x+y}=128 \\ 5^{3y-2x-3}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{2(x+y)}=2^{7} \\ 5^{3y-2x-3}=5^{0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y=7 \\ 3y-2x=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=7-2y \\ 3y-7+2y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1,5 \\ y=2 \end{cases}$

Javob: (1, 5; 2)

e) $\begin{cases} 3^{-x}\cdot 2^{y}=1152 \\ x+y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{-x}\cdot 2^{y}=1152 \\ x=5-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{y}\cdot 2^{y}=1152\cdot 3^{5} \\ x=5-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6^{y}=279936 \\ x=5-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6^{y}=6^{7} \\ x=5-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=7 \\ x=-2 \end{cases}$

Javob: (–2; 7)

f) $\begin{cases} 2^{x}\cdot 9^{y}=648 \\ 3^{x}\cdot 4^{y}=432 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{x}\cdot 3^{2y}=648 \\ 3^{x}\cdot 2^{2y}=432 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{2}{3}\right)^{x}\cdot\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2y}=\dfrac{648}{432} \Rightarrow \\ 3^{x}\cdot 2^{2y}=432 \end{cases}$

$\begin{cases} \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2y-x}=\dfrac{3}{2} \\ 3^{x}\cdot 2^{2y}=432 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y-x=1 \\ 3^{x}\cdot 2^{2y}=432 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2y-1 \\ 3^{2y-1}\cdot 2^{2y}=432 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} x=2y-1 \\ 6^{2y}=432\cdot 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2y-1 \\ 2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

Javob: (3; 2)

2. Tenglamalar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases} \log_{7} 7x+\log_{7} y=2 \\ y-5x=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \log_{2} x-\log_{2} y=4 \\ y-x=6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log_{2}\left(x^{2}+y^{2}\right)=5 \\ \log_{2} x+\log_{2} y=4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log_{3} 2x-\log_{3}\left(\dfrac{2}{y}\right)=1 \\ 4x-y=1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \log_{2} x-\log_{4} y=0 \\ \log_{4} x+\log_{2} y=5 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \log_{2} 2x+\log_{2}\left(\dfrac{y}{2}\right)=-1 \\ x-y=-\dfrac{7}{4} \end{cases}$

Yechish.

c) $\begin{cases}\log_2\left(x^2+y^2\right)=5\\ \log_2 x+\log_2 y=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_2\left(x^2+y^2\right)=\log_2 2^5\\ \log_2(xy)=\log_2 2^4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+y^2=32\\ xy=16\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+2xy+y^2=32+32\\ xy=16\end{cases}\Rightarrow$

$$\begin{cases}(x+y)^2=64,\\ xy=16\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=8,\\ xy=16,\end{cases}\\ \begin{cases}x+y=-8,\\ xy=16\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4,\\ y=4,\end{cases}\\ \begin{cases}x=-4,\\ y=-4.\end{cases}\end{array}\right.$$

Ammo $x=-4, y=-4$ javob aniqlanish sohasini qanoatlantirmaydi.

Javob: $(4;4)$

d) $\begin{cases}\log_3 2x-\log_3\left(\dfrac{2}{y}\right)=1\\ 4x-y=1\end{cases}$ Aniqlanish sohasi: $\begin{cases}2x>0\\ \dfrac{2}{y}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$

$$\begin{cases}\log_3 2x-\log_3\left(\dfrac{2}{y}\right)=1\\ 4x-y=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_3\dfrac{2x}{\dfrac{2}{y}}=\log_3 3\\ y=4x-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}xy=3\\ y=4x-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x(4x-1)=3\\ y=4x-1\end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}4x^2-x-3=0,\\ y=4x-1\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1,\\ y=3,\end{cases}\\ \begin{cases}x=-\dfrac{3}{4},\\ y=-4\end{cases}\end{array}\right.$$

$\left(-\dfrac{3}{4};-4\right)$ aniqlanish sohasini qanoatlantirmaydi.

Javob: $(1;3)$.

3. Tenglamalar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases}3^x-2^{y^2}=77\\ 3^{\frac{x}{2}}-2^{\frac{y^2}{2}}=7\end{cases}$ b) $\begin{cases}3\cdot 2^x-2^{x+y}=-2\\ 5\cdot 2^{x+1}-2^{x+y+1}=4\end{cases}$ c) $\begin{cases}9^x-3\cdot 2^y=3\\ 9^x\cdot 5^y=18\end{cases}$

d) $\begin{cases}\lg x(\lg x+\lg y)=2\\ \lg x-\lg y=3\end{cases}$ e) $\begin{cases}3^x\cdot 25^y=5625\\ 5^x\cdot 9^y=2025\end{cases}$ f) $\begin{cases}3^x\cdot 7^y=63\\ 3^x+7^y=16\end{cases}$

4. $\begin{cases}x^{\sqrt{y}}=y\\ y^{\sqrt{y}}=x^4\end{cases}$ sistemaning ildizlarini ifodalovchi sonlar orasidagi masofani toping.

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

Yechish.

$$\begin{cases} x^{\sqrt{y}} = y \\ y^{\sqrt{y}} = x^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x^{\sqrt{y}} = \lg y \\ \lg y^{\sqrt{y}} = \lg x^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{y}\lg x = \lg y \\ \sqrt{y}\lg y = 4\lg x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x = \dfrac{\lg y}{\sqrt{y}} \\ \sqrt{y}\lg y = \dfrac{4\lg y}{\sqrt{y}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x = \dfrac{\lg 4}{2} \Rightarrow \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = \lg 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Sonlar orasidagi masofani topamiz: $4-2=2$

Javob: 2.

5. $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972, \\ \log_{\sqrt{3}}(x-y) = 2 \end{cases}$ x va y tenglamalar sistemasi ildizlari bo‘lsa, xy ni toping.

6. $\begin{cases} x^{y+1} = 27, \\ x^{2y-5} = \dfrac{1}{3} \end{cases}$ x va y tenglamalar sistemasi ildizlari bo‘lsa, $x+y$ ni toping.

JAVOBLAR

1. a) (2; 1), $(\log_3 7; 2\log_7 3)$ **b)** $(1; \log_5 2)$ **c)** (2; 5) **d)** (1,5; 2)

e) (–2; 7) **f)** (3; 2) **g)** $(-2; 0)$ **h)** $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ **i)** (2; 5)

2. a) (1; 7) **b)** $\varnothing$ **c)** (4; 4) **d)** (1; 3) **e)** (4; 16) **f)** $\left(\frac{1}{4}; 2\right)$

3. a) $\left(4; -\sqrt{2}\right), \left(4; \sqrt{2}\right)$ b) (1; 2) c) (1; 1) d) $\left(\frac{\sqrt{10}}{10}; \frac{\sqrt{10}}{10000}\right), \left(100; \frac{1}{10}\right)$

e) $(2; 2)$ f) $(2; 1), (\log_3 7; 2\log_7 3)$.

4. 2 **5.** 10 **6.** 5

LOGARIFMIK TENGSIZLIKLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar logarifmik tengsizliklarni va ularning sistemalarini yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	Eng sodda logarifmik tengsizliklarni logarifm ta’rifidan foydalanib yecha oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Logarifmik tengsizliklarni yechishda teng kuchli almashtirishlarni bajara oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Logarifmik tengsizliklarni yechishning xususiy usullarini biladi, yechimini tekshiradi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Sonning logarifmi deb nimaga aytiladi?
2. Logarifmning xossalarini ayting.
3. Chet ildiz deb nimaga aytiladi?
4. Teng kuchli tenglamalar deb nimaga aytiladi?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf etish uchun tavsiya

O‘quvchilar $0 < a < 1$ va $a > 1$ holatlarni tanlashda, funksiyaning aniqlanish sohasiga e’tibor bermaslik, teng kuchli almashtirishlar bajara olmaslik kabi xatoliklarga yol qo‘yishi mumkin. O‘quvchilarga funksiyalarning aniqlanish sohasiga, logarifmik ifodalarning xossalarini aniq qo‘llash bo‘yicha ko‘rsatma bering. Darsda 1-(a, c, e, g, i, k, m, o), 2-misollarni ko‘rib chiqish maqsadga muvofiq.

Uyga vazifa

1 (b, d, f, h, j, l, n), 3 (b, d, f, h, j), 4 (b, d, f).

MAVZU BAYONI

Logarifmik tengsizliklar

$a > 0$ va $a \neq 1$ bo‘lsin. U holda $\log_a x < b$, $\log_a x > b$, $\log_a x \leq b$, $\log_a x \geq b$ tengsizliklar logarifmik tengsizliklar bo‘ladi. Ularni yechishda $y = \log_a x$ funksiyaning monotonligidan foydalaniladi.

$\log_a x < b$ tengsizlikni qaraylik. Bu tengsizlikning yechimi x o‘zgaruvchining shunday qiymatlari to‘plamiki, bu qiymatlarda $y = \log_a x$ funksiyaning Oxy koordinatalar sistemasidagi grafigi $y = b$ to‘g‘ri chiziqdan pastda joylashgan bo‘ladi.

Logarifmik tengsizliklarni yechish

Ushbu $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ logarifmik tengsizlikning yechimi:

$0<a<1$ bo‘lganda $\begin{cases} f(x)>g(x), \\ g(x)>0 \end{cases}$ tengsizliklar sistemasining yechimidan;

$a>1$ bo‘lganda esa $\begin{cases} f(x)<g(x), \\ f(x)>0 \end{cases}$ tengsizliklar sistemasining yechimidan iborat bo‘ladi.

$\log_a f(x) \le \log_a g(x)$, $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ va $\log_a f(x) \ge \log_a g(x)$ tengsizliklarning yechilishi quyidagi jadvalda keltirilgan.

Logarifmik tengsizliklar turi	$\log_a f(x) \le \log_a g(x)$	$\log_a f(x) < \log_a g(x)$	$\log_a f(x) > \log_a g(x)$	$\log_a f(x) \ge \log_a g(x)$
$0<a<1$ bo‘lganda	$\begin{cases} f(x)\ge g(x) \\ g(x)>0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)>g(x) \\ g(x)>0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)<g(x) \\ f(x)>0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)\le g(x) \\ f(x)>0 \end{cases}$
$a>1$ bo‘lganda	$\begin{cases} f(x)\le g(x) \\ f(x)>0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)<g(x) \\ f(x)>0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)>g(x) \\ g(x)>0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)\ge g(x) \\ g(x)>0 \end{cases}$

1-misol. $\log_{27} x > \frac{1}{3}$ tengsizlikni yeching.

Yechish. Aniqlanish sohasi $x>0$. Logarifm asosi 1 dan kattaligi va logarifm ta’rifidan foydalanamiz:

$$\log_{27} x > \frac{1}{3} \Rightarrow x > 27^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x > \sqrt[3]{27} \Rightarrow x > 3 \begin{cases} x>3 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x>3 \Rightarrow x \in (3;\infty)$$

Javob: $x \in (3;\infty)$

2-misol. $\log_{0,5}(2x-3) > \log_{0,5}(x+1)$ tengsizlikni yeching.

Yechish. Tengsizlikni unga teng kuchli bo‘lgan quyidagi sistemaga keltirib yechamiz:

$$\begin{cases} 2x-3<x+1 \\ 2x-3>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<4 \\ x>1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<4 \\ x>1,5 \end{cases} \Rightarrow x \in (1,5;4)$$

Javob: (1,5; 4)

$A\cdot\log_a^2 x + B\cdot\log_a x + C<0$ kabi tengsizliklar $\log_a x$ belgilash bilan kvadrat tengsizlikka keltirib yechiladi.

4-misol. Tengsizlikni yeching: $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 \le 0$.

Yechish. Aniqlanish sohasi $x>0$. $\log_3 x = t$ belgilash kiritamiz,

$t^2 - 3t + 2 \le 0$ tengsizlikni yechamiz, $(t-1)(t-2) \le 0$, bundan $1 \le t \le 2$

$1 \le \log_3 x \le 2 \Rightarrow \log_3 3 \le \log_3 x \le \log_3 9 \Rightarrow 3 \le x \le 9$

Javob: $[3;9]$

MISOLLAR

1. Tengsizliklarni yeching.

a) $\log_2 x > 3$ b) $\log_{0,5} x > 2$ c) $\log_2 8 > x$

d) $\log_5 x > 3$ e) $\log_3 x > 4$ f) $\log_3 x \geq \log_6 36$

g) $\log_2 x < \log_{49} 7$ h) $\log_{\frac{1}{5}}(x-5) > -2$ i) $\log_3(x+20) < 3$

j) $\log_3(4x+2) - \log_3 10 < 0$ k) $\log_8 64 > \log_{\frac{1}{5}} x$ l) $\log_4(5-x^2) > 1$

m) $\log_5(3x-2x^2) > 0$ n) $\log^2_{\frac{1}{2}} x - 9 \leq 0$ o) $5^{\log_5(x-7)} < 4$

Yechish.

m) $\log_5(3x-2x^2) > 0$

Aniqlanish sohasi: $3x-2x^2 > 0 \Rightarrow x \in (0;1,5)$

$\log_5(3x-2x^2) > \log_5 1$

$3x-2x^2 > 1$, chunki $5 > 1$

$2x^2 - 3x + 1 < 0$

$x \in (0,5;1)$. (0,5; 1)oraliq aniqlanish sohani qanoatlantiradi.

Javob: (0,5; 1)

h) $\log_{\frac{1}{5}}(x-5) > -2$

Aniqlanish sohasi: $x-5 > 0 \Rightarrow x > 5$

$\log_{\frac{1}{5}}(x-5) > \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

$x-5 < \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

$x-5 < 25$

$x < 30$. Aniqlanish sohani inobatga olsak, $5 < x < 30$.

Javob: (5; 30)

f) $\log_3 x \geq \log_6 36$

Aniqlanish sohasi: $x > 0$

$\log_3 x \geq 2$

$\log_3 x \geq \log_3 3^2$

$x \geq 9$. Ushbu javob aniqlanish sohani qanoatlantiradi.

Javob: $x \geq 9$

2. $\log_2(4-x)-\log_2 7<0$ tengsizlikni qanoatlantiradigan butun sonlar nechta?

3. Tengsizliklarni yeching.

a) $\log_{\frac{4}{3}}(x+6)-\log_{\frac{4}{3}}9<\log_{\frac{4}{3}}2-\log_{\frac{4}{3}}6$

b) $\log_2(x-1)<\log_2(3x-1)$

c) $\log_{\frac{1}{3}}(2x-4)\geq\log_{\frac{1}{3}}(x+1)$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x-6)\geq -3$

e) $\lg^2 x+11\cdot\lg x+10<0$

f) $\log_2^2 x-6\log_2 x+8\leq 0$

g) $\log_2\log_{\sqrt{2}}(x+1)<1$

h) $2\log_{\frac{1}{5}}(x-2)+3\log_5(x-2)<1$

i) $\log_x x^2+x>1$

j) $\lg(x+2)+\lg(x-3)\leq\lg x^2$

h) $2\log_{\frac{1}{5}}(x-2)+3\log_5(x-2)<1$

Aniqlanish sohasi: $x-2>0\Rightarrow x>2$

$-2\log_5(x-2)+3\log_5(x-2)<1$

$\log_5(x-2)^{-2}+\log_5(x-2)^3<1$

$\log_5(x-2)^{-2}(x-2)^3<\log_5 5$

$x-2<5$

$x<7$. Aniqlanish sohani e'tiborga olsak, $2<x<7$. **Javob**: $(2;7)$

4. Tengsizliklarni yeching.

a) $\lg 10^{\lg(x^2+21)}>1+\lg x$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\log_{0,25}(x^2-5x+8)}\leq 2,5$

c) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)\geq -2$

d) $\log_{\frac{x-1}{5x-6}}\left(\sqrt{6}-2x\right)>0$

e) $x^{1+\lg\sqrt{x}}<0,1^{-2}$

f) $\sqrt{x^{4\lg x}}<10x$

c) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)\geq -2$

Aniqlanish sohasi: $6^{x+1}-36^x>0\Rightarrow 6^{x+1}>6^{2x}\Rightarrow x+1>2x\Rightarrow x<1$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)\geq\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2}$

$6^{x+1}-36^x\leq 5$

$6^{2x}-6\cdot 6^{x}+5\geq 0$

$6^{x}=t$

$t^{2}-6t+5\geq 0$

$t\in(-\infty;1]\cup[5;\infty)\Rightarrow x\in(-\infty;0]\cup[\log_6 5;\infty)$. Aniqlanish sohasini e'tiborga olsak,

$x\in(-\infty;0]\cup[\log_6 5;1)$.

Javob: $(-\infty;0]\cup[\log_6 5;1)$

5. $\log_{0,2}(x^4+2x^2+1) > \log_{0,2}(6x^2+1)$ tengsizlikning barcha manfiy yechimlari to'plamini toping.

JAVOBLAR

1. a) $x>8$ **b)** $0<x<\frac{1}{4}$ **c)** $x<3$ **d)** $x>125$ **e)** $x>81$

f) $x\geq 9$ **g)** $0<x<\sqrt{2}$ **h)** $5<x<30$ **i)** $-20<x<7$ **j)** $-\frac{1}{2}<x<2$

k) $x>\frac{1}{25}$ **l)** $-1<x<1$ **m)** $\frac{1}{2}<x<1$ **n)** $\frac{1}{8}\leq x\leq 8$ **o)** $7<x<11$

2. 6 ta butun son.

3. a) $(-6;-3)$ **b)** $(1;\infty)$ **c)** $(2;5]$ **d)** $[-2;-1)\cup(6;7]$ **e)** $\left(\frac{1}{10^{10}};\frac{1}{10}\right)$

f) $[4;16]$ **g)** $(0;1)$ **h)** $(2;7)$ **i)** $(0;1)\cup(1;\infty)$ **j)** $(3;\infty)$

4. a) $(0;3)\cup(7;\infty)$ **b)** $[1;4]$ **c)** $(-\infty;0]\cup[\log_6 5;1)$ **d)** $\left(\frac{-1+\sqrt{6}}{2};1\right)$

e) $\left(10^{-1-\sqrt{5}};10^{-1+\sqrt{5}}\right)$ **f)** $\left(\frac{\sqrt{10}}{10};10\right)$ **5.** -1

Dars maqsadi: o‘quvchilar murakkab foizni hisoblaydi va uning tatbiqlarini qo‘llaydi.

Barcha o‘quvchilar	Foiz tushunchasi shakllanadi. Murakkab foiz va oddiy foiz hisoblashlarini farqlaydi.
Aksariyat o‘quvchilar	Murakkab foiz formulasi orqali hisoblanadigan masalalarni yecha oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Murakkab foiz formulasi orqali hisoblanadigan masalalarni yecha oladi. Ipoteka kreditlarini to‘lash hisob-kitoblarini bajara oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Foiz haqida nima bilasiz?
2. Sonlarni foizda qanday ifodalaymiz?
3. Bank krediti haqida nimalarni bilasiz?
4. Ipoteka qarzi, dastlabki mablag‘, muddat, yillik foiz tushunchalarini izohlang.

Uyga vazifa

1-, 3-, 5-masalalar

Murakkab foiz formulasi va uning tatbiqlari

Aytaylik, biror Q_0 miqdordagi pul qarz olinmoqchi. Qarz beruvchi belgilangan muddatda dastlabki miqdorni biror P foyda bilan qaytarishni talab etishi mumkin. Demak, ko‘rsatilgan muddatda qarz oluvchi qaytaradigan miqdor

$$Q_1 = Q_0 + P$$

bo‘ladi. Muddat sifatida bir kun, ikki kun, …, bir hafta, ikki hafta, …, bir oy, ikki oy va hokazo olinishi mumkin. Bunda ushbu

$$p = \frac{P}{Q_0} \cdot 100\%$$

kattalik *olingan qarzni o‘z muddatida qaytarish foizi* deyiladi.

1. Oddiy foiz formulasi. Agar foiz faqatgina olingan Q_0 miqdorga qo‘llansa, birinchi muddat oxirida qarz miqdori

$$Q_1 = Q_0 + \frac{p}{100} \cdot Q_0 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) Q_0$$

bo‘ladi. Bunda

$$P_1 = \frac{p}{100} \cdot Q_0 = P$$

formula – qarz beruvchining birinchi muddat oxiridagi foydasi. Bu jarayonni n marta takrorlab, n-muddat oxirida qarz miqdori

$$Q_n = \left(1 + \frac{np}{100}\right) Q_0$$

bo‘lishi, qarz beruvchining n-muddat oxiridagi foydasi

$$P_n = \frac{np}{100} \cdot Q_0 \quad (\text{ravshanki, } P_n = nP)$$

bo‘lishi topiladi. Bunday hisoblanadigan foiz ***oddiy foiz***,

$$Q_n = \left(1 + \frac{np}{100}\right) Q_0$$

formula esa ***oddiy foiz formulasi*** deyiladi.

2. Murakkab foiz formulasi. Foizni olingan qarzga hosil bo‘lgan foydani qo‘shib qo‘llash mumkin. Bunda birinchi muddat oxirida qarz miqdori

$$Q_1 = Q_0 + \frac{p}{100} \cdot Q_0 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) Q_0$$

bo‘ladi. Bunda

$$P_1 = \frac{p}{100} \cdot Q_0 = P$$

formula – qarz beruvchining birinchi muddat oxiridagi foydasi. Bu jarayonni n marta takrorlab, n-muddat oxirida qarz miqdori

$$Q_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n Q_0$$

bo‘lishi, qarz beruvchining n-muddat oxiridagi foydasi

$$P_n = Q_n - Q_0 = \left(\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1\right) Q_0$$

bo‘lishi topiladi. Bunday hisoblanadigan foiz ***murakkab foiz***,

$$Q_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n Q_0$$

formula esa ***murakkab foiz formulasi*** deyiladi.

Radioaktiv yemirilish

Yarim yemirilish davri. Ayrim kimyoviy elementlar o‘z yadrolaridan zarralar chiqarib turadi. Bunday elementlar *radioaktiv elementlar* deb yuritiladi, ularning o‘z yadrolaridan zarra chiqarish jarayoni ***radioaktiv yemirilish*** deyiladi. Radioaktiv yemirilish natijasida dastlabki kimyoviy element boshqa kimyoviy elementga aylanib qoladi.

Dastlabki kimyoviy element massasi m_0 bo‘lib, uning yarmi yemirilishiga ketadigan vaqt T_1 bo‘lsin. U holda $t_1 = T_1$ vaqtdan keyin yemirilmay qolgan element massasi $m_1 = \frac{m_0}{2}$ bo‘lib, m_1 massaning yarmi yemirilishi uchun T_2 vaqt sarflansin. $t_2 = T_1 + T_2$ vaqtdan keyin yemirilmay qolgan element massasi $m_2 = \frac{m_1}{2} = \frac{m_0}{2^2}$ bo‘lib, massaning yarmi yemirilishi uchun T_3 vaqt sarflansin. Xuddi shuningdek, $t_3 = T_1 + T_2 + T_3$ vaqtdan keyin yemirilmay qolgan element massasi $m_3 = \frac{m_2}{2} = \frac{m_0}{2^3}$ bo‘lib, m_3 massaning yarmi yemirilishi uchun T_4 vaqt sarflansin. Bu jarayon cheksiz davom ettirilgan bo‘lsin.

Uzoq yillik tajriba natijasida $T_1 = T_2 = T_3 = \ldots = T_n = T_{n+1} = \ldots$ bo‘lishi isbotlangan. Demak, aynan bitta element massasining yarmi yemirilishi uchun ketadigan vaqt o‘zgarmas miqdor ekan. Bu miqdor ***elementning yarim yemirilish davri*** deyiladi va T orqali belgilanadi:

$$T = T_1 = T_2 = T_3 = \ldots = T_n = T_{n+1} = \ldots .$$

Natijada

$$t_1 = T_1 = T ,$$

$$t_2 = T_1 + T_2 = 2T ,$$

$$t_3 = T_1 + T_2 + T_3 = 3T ,\ldots,$$

$$t_n = T_1 + T_2 + T_3 + \ldots + T_n = nT$$

tengliklar hosil bo‘ladi. Dastlabki massasi m_0 bo‘lgan elementning $t_n = nT$ vaqtdan keyin yemirilmay qolgan qismining massasi $m_n = \frac{m_0}{2^n} = 2^{-n} m_0$ bo‘lar ekan. Bu yerda $n = \frac{t_n}{T}$ ekanini e’tiborga olsak, $m_n = 2^{-\frac{t_n}{T}} m_0$ tenglikka ega bo‘lamiz. Bu formula ixtiyoriy t moment uchun ham o‘rinli:

$$m(t) = 2^{-\frac{t}{T}} m_0 .$$

Shunday qilib, radioaktiv elementning yemirilmay qolgan qismining massasi vaqtning ko‘rsatkichli funksiyasi ekan.

Qo‘shilgan qiymat solig‘i

Qo‘shilgan qiymat solig‘i qisqacha QQS deb nomlanadi.

Siz *soliq* tushunchasi bilan tanishsiz. Tovarlarni ishlab chiqaruvchi yoki import qiluvchi (ulgurji sotuvchi yoki chakana sotuvchi) davlatga savdo solig‘ini to‘lashi kerak. *Qo‘shilgan qiymat solig‘i* – ishlab chiqaruvchidan tortib to chakana sotuvchiga qadar ta’minot zanjirining ko‘p nuqtalarida hukumat tomonidan amalga oshiriladigan soliq. Har bir bosqichda faqat tovarga qo‘shilgan qiymat savdo solig‘iga tortiladi. Savdo solig‘ining yakuniy holati iste’molchida qoladi.

Bu asl ishlab chiqaruvchidan sotuvchiga tovarlarning har bir o‘tkazilishida qo‘shilgan qiymatga soliq.

Aytaylik, QQS stavkasi 10% va tadbirkor 8 000 000 so‘mga mahsulot sotib oldi, u to‘laydigan soliq = 8 000 000 so‘mning 10 foizi = 800 000 so‘m.

Xuddi shu mahsulotni 11 500 000 so‘mga sotsa, undan undiradigan soliq = 11 500 000 ning 10 foizi = 1 150 00 so‘m.

Tadbirkor uchun QQS = 1 150 000 – 800 000 = 350 000 so‘m bo‘ladi.

MASALALAR

1. Dastlabki narxi 360 million so‘m bo‘lgan xonadonni yillik 18% bilan 20 yilga ipoteka qarzi orqali olgan oila muddat oxirida bankka qancha mablag‘ qaytargan bo‘ladi? Bank foydasi qancha bo‘ladi?

2. Yillik 8% bilan 3 yil muddatga 5000 AQSh dollari qarz olish bo‘yicha murakkab foizlarni toping.

3. Vohid 50 million so‘m qarz oldi va birinchi, ikkinchi va uchinchi yil uchun mos ravishda 10%, 12% va 14% stavkada foiz to‘lashga rozi bo‘ldi. 3 yildan keyin to‘lashi kerak bo‘lgan umumiy miqdorni toping.

Yechish.

Masala shartiga ko‘ra, Vohid olgan qarzini va uning foizlarini 3 yildan keyin to‘laydi. Vohid qarzni oddiy foizlarda yoki murakkab foizlarda olgan bo‘lishi mumkin. Ikkala holatni alohida hisoblaymiz.

1-holat. Vohid qarzni oddiy foizlarda olgan bo‘lsin. U holda 1-yil oxirida Vohidning qarzi

$Q_1 = \left(1+\frac{10}{100}\right)\cdot 50\ \text{mln} = 55\,\text{mln}$ so‘m

bo‘lib, asosiy qarzga $55\,\text{mln} - 50\ \text{mln} = 5\ \text{mln}$ so‘m qo‘shiladi. 2-yil oxirida asosiy 50 mln so‘m qarzning 12% i

$Q_2 = \left(1+\frac{12}{100}\right)\cdot 50\ \text{mln} = 56\,\text{mln}$ so‘m

kabi hisoblanadi. 2-yil oxirida asosiy qarzga $56\,\text{mln} - 50\ \text{mln} = 6\ \text{mln}$ so‘m qo‘shiladi. Nihoyat, 3-yil oxirida asosiy 50 mln so‘m qarzning 14% i

$Q_3 = \left(1+\frac{14}{100}\right)\cdot 50\ \text{mln} = 57\,\text{mln}$ so‘m

kabi hisoblanadi. 3-yil oxirida asosiy qarzga $56\,\text{mln} - 50\ \text{mln} = 6\ \text{mln}$ so‘m qo‘shiladi.

Demak, 3 yil muddat o‘tgach, Vohid asosiy qarz va foizlarni qo‘shib hisoblaganda jami

50 mln + 5 mln + 6 mln + 7 mln = 68 mln so‘m

miqdordagi summani to‘lashi kerak.

2-holat. Vohid qarzni murakkab foizlarda olgan bo‘lsin. U holda Vohidning 3 yildan keyingi umumiy qarzi

$$Q = \left(1+\frac{14}{100}\right)\left(1+\frac{12}{100}\right)\left(1+\frac{10}{100}\right)\cdot 50\ \text{mln} = 70\ \text{mln}\ 224\ \text{ming}$$ so‘m

bo‘ladi.

4. Bir kishi bankka 100 million so‘m qo‘ygan. Buning evaziga u 1,331 million so‘m oldi. Bank yiliga 10% foiz berdi. U pulni qancha vaqt bankda saqlagan?

5. Omonatchi 26 million so‘mni bank hisobiga o‘tkazdi. 18 oydan keyin uning hisobida 32 million so‘m bo‘ldi. Yillik foiz stavkasi qancha?

6. Menda 400 dollar bor. Do‘stim menga bankka sarmoya kiritishni taklif qildi. Men yillik 13% xorijiy valyutadagi hisob raqamiga va har oyda 1% to‘ldiriladigan summa hisobiga sarmoya kiritdim.

a) Agar valyuta hisob raqamiga pul kiritsam, bir yilda qancha olaman?

b) Agar men bu pulni so‘mga to‘liq aylantirib, summa hisobiga qo‘ygan bo‘lsam, bir yilda qanday miqdorda dollar olaman? Dollar va so‘m kursi o‘zgarishini hisobga oling.

Yechish.

a) Bu holda bank tomonidan 1 yilda qaytariladigan umumiy mablag‘

$$\left(1+\frac{13}{100}\right)\cdot 400 = 452$$

dollardan iborat.

b) Bu holda dollarning so‘mga nisbatan qiymati 1 yilda 10% ga oshadi deb olaylik. U holda dollarning so‘mga nisbatan joriy qiymati $1\$=C_0$ so‘m bo‘lsa, 1 yildan keyin $1\$=1{,}1C_0=C_1$ so‘m bo‘ladi. Men bankka qo‘ygan $400C_0$ so‘mni bank menga 1 yildan keyin

$$\left(1+\tfrac{1}{100}\right)^{12}\cdot 400C_0 \approx 1{,}381\cdot 400C_0 = 455{,}24C_0$$

so‘m miqdorida qaytaradi. Bu miqdorni dollarga aylantirsak, bank menga 1 yildan keyin

$$\frac{455{,}24C_0}{C_1}=\frac{455{,}24C_0}{1{,}1C_0}\approx 413{,}85$$

dollar qaytarishi kerakligi ma’lum bo‘ladi.

7. Murod 10 million so‘mga tovar sotib olsa, 7% soliq to‘laydi. U xuddi shu tovarni 13 million so‘mga sotsa, 9% soliq oladi. Murod to‘laydigan QQSni toping.

8. Tadbirkor buyumni 7,5 millionga sotsa, xaridordan 12% stavkada savdo solig‘i oladi. Agar u 180 000 so‘m miqdorida QQS to‘lasa, tadbirkor to‘lagan soliqni hisobga olgan holda dastlabki narxni aniqlang.

9. Ishlab chiqaruvchi o‘z mahsulotining narxini har biri uchun 12 million deb e’lon qildi. U ulgurji sotuvchiga 30% chegirmaga ruxsat berdi, ulgurji sotuvchi esa, o‘z navbatida, chakana sotuvchiga e’lon qilingan narxdan 20% chegirmaga ruxsat berdi. Agar tovar uchun belgilangan savdo solig‘i stavkasi 10% bo‘lsa va chakana sotuvchi uni iste’molchiga e’lon qilingan narxda sotsa, ulgurji va chakana sotuvchi to‘lagan qo‘shilgan qiymat solig‘ini toping.

Yechish.

Savdo solig‘i stavkasi 10% etib belgilangani uchun ulgurji sotuvchi mahsulotni chakana sotuvchiga

$1{,}1\cdot 12\,\text{mln}=13{,}2\,\text{mln}$

so‘mga sotishi, chakana sotuvchi esa o‘sha mahsulotni iste’molchiga

$1{,}1\cdot 13{,}2\,\text{mln}=14{,}52\,\text{mln}$

so‘mga sotishi kerak edi.

Lekin ishlab chiqaruvchi 30% chegirma bergani uchun u mahsulotni ulgurji sotuvchiga

$0{,}1\cdot 8{,}4\,\text{mln}=840\,\text{ming}$

so‘mga sotib, $0{,}1\cdot 8{,}4\,\text{mln}=840\,\text{ming}$ so‘m soliq to‘laydi.

Ulgurji sotuvchi 20% chegirma bergani uchun u mahsulotni chakana sotuvchiga

$0{,}8\cdot 13{,}2\,\text{mln}=10{,}56\,\text{mln}$

so‘mga sotadi. Bunda ulgurji sotuvchi $0{,}1\cdot 10{,}56\,\text{mln}=1\,\text{mln}\,56\,\text{ming}$ so‘m soliq to‘laydi.

Chakana sotuvchi iste’molchiga hech qanday chegirma bermaydi va bitta mahsulotni $14{,}52\,\text{mln}$ so‘mga sotadi. Bunda u $0{,}1\cdot 14{,}52\,\text{mln}=1\,\text{mln}\,452\,\text{ming}$ soliq to‘laydi.

Natijada ulgurji sotuvchi to‘lagan QQS $1\,\text{mln}\,56\,\text{ming}-840\,\text{ming}=216\,\text{ming}$ so‘m, chakana sotuvchi to‘lagan QQS esa $1\,\text{mln}\,452\,\text{ming}-1\,\text{mln}\,56\,\text{ming}=396\,\text{ming}$ so‘m bo‘ladi.

10. Chakana sotuvchi ulgurji sotuvchidan buyumni 80 000 so‘mga sotib oldi va ulgurji sotuvchi belgilangan 8% miqdorida savdo solig‘ini oldi. Chakana sotuvchi narxni 100 000 so‘m qilib belgilab qo‘ydi va xuddi shu stavkada savdo solig‘ini iste’molchidan undiradi. Chakana sotuvchi davlatga qancha QQS to‘laydi?

SUMMATIV BAHOLASH. 3-NAZORAT ISHI

I variant

1. Ifodalarni soddalashtiring.

a) $a^{\sqrt{3}} : \left(\frac{1}{a}\right)^{2-\sqrt{3}}$

b) $\log_2 16 - \ln e - \lg 10$

2. Tenglamalarni yeching.

a) $6^{2x-1} = \frac{1}{216}$

b) $\log_7 (1+3x) = 2$

3. Tengsizliklarni yeching.

a) $0,6^x > 1\frac{2}{3}$

b) $\log_2 (x+3) \geq -1$

4. Tenglamalar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases} x+y=-2 \\ 6^{x+5y}=36 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \log_6 3x + \log_6 y = 1 \\ y-x=1 \end{cases}$

5. Omonatchi 2 400 AQSH dollarini bank hisobiga o‘tkazdi. Agar yillik foiz stavkasi 19% bo‘lsa, omonatchi 3 yildan keyin qancha pul oladi?

II variant

1. Ifodalarni soddalashtiring.

a) $x^e \cdot \sqrt[3]{a^6 : x^{3e}}$

b) $\ln e - \log_3 27 + \lg 1000$

2. Tenglamalarni yeching.

a) $0,2^{3-5x} = 25$

b) $\log_4 (5x-1) = 3$

3. Tengsizliklarni yeching.

a) $\left(1\frac{1}{4}\right)^x < \frac{16}{25}$

b) $\log_3 (2-x) \leq 2$

4. Tenglamalar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases} x-y=4 \\ 5^{x+y}=25 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-2y=1 \\ \log_3 y + \log_3 x = 1 \end{cases}$

5. Tadbirkor bankdan 5 yilga 3 000 AQSH dollari miqdorida kredit oldi. Agar u bankka 8 100 dollar qaytarishi kerak bo‘lsa, kreditning foiz stavkasini toping.

4-BOB. TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR. DAVRIY JARAYONLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar trigonometrik funksiyalarning grafiklarini yasaydi va xossalarini aniqlaydi. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi. Davriy jarayonlarni aniqlaydi.

Barcha o‘quvchilar	$y = sinx$, $y = cosx$, $y = tgx$, $y = ctgx$ funksiyalar va ularning xossalarini biladi. Trigonometrik funksiyalarning asosiy davrini biladi va topa oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	$y = sin(ax+b)$, $y = cos(ax+b)$, $y = tg(ax+b)$, $y = ctg(ax+b)$ funksiyalarning xossalarini biladi, davrini topa oladi, juft-toqlikka tekshira oladi.
Ayrim o‘quvchilar	$y = \|sinx\|$, $y = \|cosx\|$, $y = \|tgx\|$, $y = \|ctgx\|$ funksiyalar va ularning xossalarini biladi. Murakkab trigonometrik funksiyalarning davrini va juft-toqligini aniqlay oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Burchak radian o‘lchovi deb nimaga aytiladi?
2. $sinx$, $cosx$, tgx, $ctgx$ ifodalarning ta’rifini keltiring.
3. Berilgan α burchak uchun $sin\alpha$, $cos\alpha$, $tg\alpha$, $ctg\alpha$ kattaliklarini aniqlang.
3. Asosiy trigonometrik ayniyatlarni yozib bering.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

1. $y = tgx$ va $y = ctgx$ funksiya grafiklarini chizishda aniqlanish sohasiga e’tibor berishni o‘rgatish kerak.

$$y = tgx = \frac{\sin x}{\cos x}, \cos x \neq 0, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \qquad y = ctgx = \frac{\cos x}{\sin x},\ \sin x \neq 0,\ x \neq \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$$

2. $y = \sin x$, $\sin x \in [-1;\ 1]$ va $y = \cos x$, $\cos x \in [-1;\ 1]$ ekanini, $y = sinx$ va $y = cosx$ funksiyalarda $x \in (-\infty;\infty)$ oraliqdagi barcha sonlar bo‘lishini yodda tutish kerak.

3. Ko‘pincha o‘quvchilar $y = tgx$ va $y = ctgx$ funksiyalarning davri 2π ga teng deb o‘ylashadi, bu xatoni bartaraf etish uchun trigonometrik funksiyalarning davrini birlik aylanada ko‘rsatib, batafsil tushuntirish tavsiya etiladi.

Uyga vazifa

137-bet, 1 (d, e, g), 2 (a, b), 3 (a, b), 7 (b, c, d), 9 (a, b, c), 10 (c, d).

MAVZU BAYONI

Burchakning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi

Ta'rif

1) x kattalik α burchakning *kosinusi* deyiladi va *cos*α orqali belgilanadi.

2) y kattalik α burchakning *sinusi* deyiladi va *sin*α orqali belgilanadi.

3) $\frac{y}{x}$ nisbat α burchakning *tangensi* deyiladi va *tg*α orqali belgilanadi.

4) $\frac{x}{y}$ nisbat α burchakning *kotangensi* deyiladi va *ctg*α orqali belgilanadi.

Demak, ta'rifga ko'ra:

$$cos\alpha = x, \qquad sin\alpha = y, \qquad tg\alpha = \frac{y}{x}, \qquad ctg\alpha = \frac{x}{y} \tag{1}$$

bo'ladi.

Eslatma! Agar birlik aylana o'rniga ixtiyoriy R radiusli aylana olinsa, u holda

$$cos\,\alpha = \frac{x}{R}, \quad sin\,\alpha = \frac{y}{R}, \quad tg\,\alpha = \frac{y}{x}, \quad ctg\,\alpha = \frac{x}{y} \tag{1'}$$

tengliklar hosil bo'ladi.

***y = sinx, y = cosx, y = tgx, y = ctgx* funksiyalar va ularning xossalari, grafigi**

1. $y = sinx$, $y = cosx$, $y = tgx$, $y = ctgx$ funksiyalar davriy, ya'ni har bir $k \in Z$ uchun quyidagi tengliklar o'rinli bo'ladi:

$$sin(x + 2\pi k) = sin\,x$$
$$cos(x + 2\pi k) = cos\,x$$
$$tg(x + \pi k) = tgx$$
$$ctg(x + \pi k) = ctgx$$

$y = sinx$ va $y = cosx$ funksiyalarning asosiy davri $T_0 = 2\pi$ hamda $y = tgx$ va $y = ctgx$ funksiyalarning asosiy davri $T_0 = \pi$.

2. $y = cosx$ funksiya juft: $f(-x) = cos(-x) = cos\,x = f(x)$.

$y = sinx$, $y = tgx$, $y = ctgx$ funksiyalar esa toq:

$$f(-x) = sin(-x) = -sin\,x = -f(x)$$
$$f(-x) = tg(-x) = -tg\,x = -f(x)$$
$$f(-x) = ctg(-x) = -ctg\,x = -f(x)$$

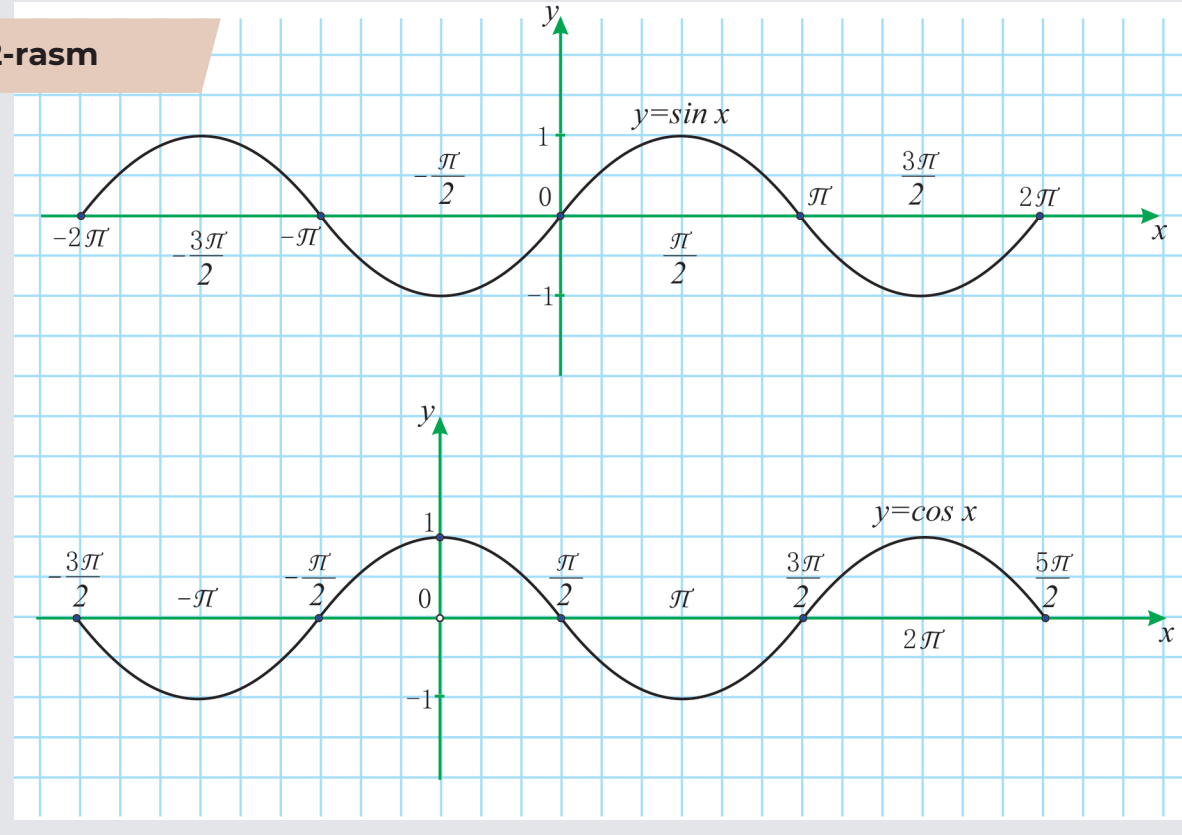
3. $y = sinx$ va $y = cosx$ funksiyalar uchun $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = [-1; 1]$,

$y = tgx$ funksiya uchun $D(y) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$, $k \in Z$, $E(y) = (-\infty, +\infty)$,

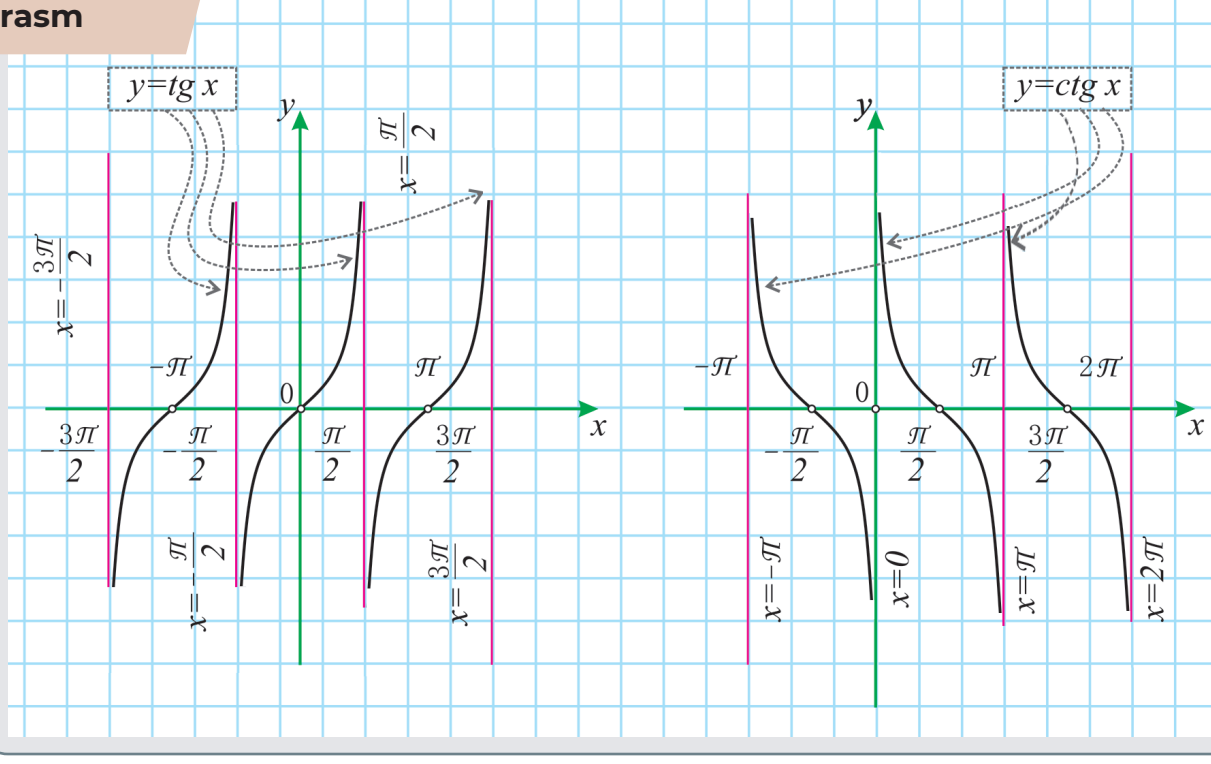
$y = ctgx$ funksiya uchun $D(y) = (\pi k;\ \pi + \pi k)$, $k \in Z$, $E(y) = (-\infty, +\infty)$ bo'ladi.

Quyidagi rasmlarda trigonometrik funksiyalar grafiklari keltirilgan.

2-rasm



3-rasm



Bu grafiklardan quyidagi muhim xulosalar kelib chiqadi:

1) $y = sinx$ funksiya $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ oraliqda o‘sadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning $[-1; 1]$ kesmadagi yagona qiymati mos keladi;

2) $y = cosx$ funksiya $[0; \pi]$ oraliqda kamayadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning $[-1; 1]$ kesmadagi yagona qiymati mos keladi;

3) $y = tgx$ funksiya $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ oraliqda o‘sadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning $(-\infty; +\infty)$ oraliqdagi yagona qiymati mos keladi;

4) $y = ctgx$ funksiya $(0; \pi)$ oraliqda kamayadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning $(-\infty; +\infty)$ oraliqdagi yagona qiymati mos keladi.

1-misol. $y = 2tg(3x-1)$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

Yechish. Ma’lumki, $y = tgx$ funksiya $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$ nuqtalarda aniqlanmagan, shuning uchun $y = 2tg(3x-1)$ funksiya argumentning $3x-1 = \frac{\pi}{2} + \pi n$ qiymatlarida aniqlanmagan. Bu yerdan $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$.

Javob: $y = 2tg(3x-1)$ funksiya $x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$ nuqtalardan boshqa barcha haqiqiy sonlarda aniqlangan.

2-misol. $y = 2 - \frac{1}{3}cos(5x-4)$ funksiyaning qiymatlar to‘plamini toping.

Yechish. Bu misolni Yechish:da

$$-1 \le cos\, x \le 1$$

qo‘shtengsizlik x ning barcha qiymatlarida o‘rinli bo‘lishidan foydalanamiz. Demak,

$$-1 \le cos(5x-4) \le 1$$

Yuqoridagi qo‘shtengsizlikni $-\frac{1}{3}$ ga ko‘paytiramiz va quyidagi qo‘shtengsizlikni hosil qilamiz:

$$-\frac{1}{3} \le -\frac{1}{3}cos(5x-4) \le \frac{1}{3}$$

Bu qo‘shtengsizlikning har bir tarafiga 2 ni qo‘shsak,

$$2 - \frac{1}{3} \le 2 - \frac{1}{3}cos(5x-4) \le 2 + \frac{1}{3}$$

$$1\frac{2}{3} \le 2 - \frac{1}{3}cos(5x-4) \le 2\frac{1}{3}$$

yoki

$1\frac{2}{3} \le y \le 2\frac{1}{3}$ hosil bo‘ladi.

Javob: Berilgan funksiyaning qiymatlar to‘plami $\left[1\frac{2}{3};2\frac{1}{3}\right]$ kesmadan iborat.

Ma'lumki, $y=f(x)$ funksiyaning asosiy davri T bo'lsa, $y=af(kx+b)$ funksiya uchun $\frac{T}{|k|}$ miqdor eng kichik musbat davri bo'ladi.

3-misol. $y=2\sin\left(\frac{4}{3}x+7\right)$ funksiyaning eng kichik musbat davrini toping.

Yechish. $y=\sin x$ funksiyaning asosiy davri 2π ga teng. Shuning uchun $y=2\sin\left(\frac{4}{3}x+7\right)$ funksiyaning eng kichik musbat davri

$$T=\frac{2\pi}{\frac{4}{3}}=\frac{3\pi}{2}$$ bo'ladi.

Javob: Berilgan funksiyaning eng kichik musbat davri $\frac{3\pi}{2}$.

MISOLLAR

1. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $y=\cos 3x$ b) $y=\sin\frac{2x-1}{5}$ c) $y=\sin\frac{1}{x+5}$ d) $y=\sin\sqrt{\frac{1-x}{x+3}}$

e) $y=tg3x$ f) $y=ctg\frac{2x}{5}$ g) $y=tg\frac{1}{x}$

Yechish.

f) $y=ctgx$ funksiya argumentning $x=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$ qiymatlarida aniqlanmagan. Shuning uchun $y=ctg\frac{2x}{5}$ funksiya argumentning $\frac{2x}{5}=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$ qiymatlarida aniqlanmagan. Bundan, $\frac{2x}{5}\neq\pi n$, $n\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\neq\frac{5\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z}$.

Javob: $y=ctg\frac{2x}{5}$ funksiya $x\neq\frac{5\pi n}{2},n\in\mathbb{Z}$ qiymatlardan boshqa barcha qiymatlarda aniqlangan.

2. Funksiyaning qiymatlar to'plamini toping.

a) $y=-1+\cos x$ b) $y=-6\sin 3x\cos 3x$ c) $y=2+\cos x$ d) $y=-3\sin 2x+2$

e) $y=5tg4x$ f) $y=3-4\cos 5x$ g) $y=-5+\frac{1}{x}\cos x\sin x$

Yechish. f)

1. $y=\cos x$ funksiyada $y\in[-1;\ 1]$. Bundan, $-1\le\cos 5x\le 1$.

2. Qo'sh tengsizlikni –4 ga ko'paytiramiz: $-4\le -4\cos 5x\le 4$.

3. Hosil bo'lgan tengsizlikka 3 ni qo'shamiz: $3-4\le 3-4\cos 5x\le 3+4$, $-1\le 3-4\cos 5x\le 7$

Demak, $y=3-4\cos 5x$ funksiyaning qiymatlar sohasi [–1;7].

Javob: $E(y)\in[-1;7]$.

3. Funksiyaning juft yoki toqligini aniqlang.

a) $y=2xtgx$ b) $y=x^3-tg^3x$ c) $y=tgx\sin^2 x$ d) $y=tg2x+2\sin x$

e) $y = x^2 + tg^2x$ f) $y = tg10|x|$ g) $y = \frac{x^2 + \cos x}{2}$ h) $y = \frac{\sin x + \cos x}{x+5}$

4. $y = sinx$ funksiya grafigidan foydalanib quyidagi funksiyalarning grafiklarini yasang.

a) $y = -sinx$ b) $y = 2sinx$ c) $y = -0{,}5sinx$ d) $y = |sinx|$

e) $y = sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ f) $y = |sin|x||$ g) $y = 1 + sinx$ h) $y = sin2x$

5. $y = cosx$ funksiya grafigidan foydalanib quyidagi funksiyalarning grafiklarini yasang.

a) $y = -cosx$ b) $y = 0{,}5cosx$ c) $y = cos2x$ d) $y = |cosx|$

e) $y = cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ f) $y = |cos|x||$ g) $y = 2 - cosx$ h) $y = cos4x$

6. Funksiya grafigini yasang.

a) $y = tg2x$ b) $y = ctg\frac{x}{2}$ c) $y = 2tgx$ d) $y = \frac{1}{3}ctgx$

7. Funksiyaning juft yoki toqligini aniqlang.

a) $y = \frac{\cos 2x - \sin^2 x}{x^2}$ b) $y = ctg3x + 5sinx$ c) $y = sin5x$

d) $y = 2sin^2x$ e) $y = sin^2x + sinx$ f) $y = 5sin^3x + 2sinx$

Yechish. a)

1) $y = cosx$ funksiya juft funksiya. Demak, $y_1 = cos2x$ funksiya ham juft.

2) $y = sinx$ funksiya toq. $y_2 = sinx \cdot sinx = sin^2x$ funksiya juft.

3) Ikkita juft funksiya ayirmasi juft bo‘ladi, ya’ni: $y_1 - y_2 = cos2x - sin^2x$ ham juft funksiya.

4) $y_3 = x^2$ funksiya juft.

5) Juft funksiyalar nisbati juft funksiya bo‘ladi. Bundan esa $y = \frac{\cos 2x - \sin^3 x}{x^2}$ funksiya juft funksiya ekani kelib chiqadi.

Javob: $y = \frac{\cos 2x - \sin^2 x}{x^2}$ – juft funksiya.

8. $f(x)$ funksiya $(-\infty;\infty)$ oraliqda aniqlangan bo‘lsin:

a) $f(x) + f(-x)$ juft funksiya ekanini ko‘rsating.

b) $f(x) - f(-x)$ toq funksiya ekanini ko‘rsating.

9. Funksiyaning eng kichik musbat davrini toping.

a) $f(x) = cos(3x+1)$ b) $f(x) = sin\left(\frac{x}{4} - 3\right)$ c) $f(x) = tg(2x+1)$

d) $f(x) = sin2\pi x$ e) $f(x) = cos\sqrt{3x}$ f) $f(x) = tg(4\pi x - 3)$

10. Berilgan $f(x)$ funksiyaning eng kichik musbat davrini toping.

a) $f(x) = sin\frac{3x}{2} + tg7x$ b) $f(x) = cos x + 2sin\left(\frac{3x}{5} + \frac{\pi}{6}\right)$

c) $f(x) = ctg(x-1) - 3sin3x$ d) $f(x) = sin3x + cos\frac{3x}{4} + \frac{1}{2}tg\frac{9x}{5}$

Yechish. d)

1) $y = sinx$ funksiyaning eng kichik musbat davri 2π ga teng. $y_1 = sin3x$ funksiyaning davri $T_1 = \frac{2\pi}{3} = 120^o.$

2) $y = cosx$ funksiyaning eng kichik musbat davri 2π ga teng. $y_2 = cos\frac{3x}{4}$ funksiyaning davri $T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3} = 480^o.$

3) $y = tgx$ funksiyaning eng kichik musbat davri π ga teng. $y_3 = tg\frac{9x}{5}$ funksiyaning davri $T_3 = \frac{\pi}{\frac{9}{5}} = \frac{5\pi}{9} = 100^o.$

4) $f(x) = sin3x + cos\frac{3x}{4} + \frac{1}{2}tg\frac{9x}{5}$ funksiyaning eng kichik musbat davrini topish uchun $EKUK\ (T_1;\ T_2;\ T_3)$ ni hisoblaymiz.

5) $EKUK\left(120^o, 480^o, 100^o\right) = 24000 = \frac{40\pi}{3}.$

Javob: $f(x) = sin3x + cos\frac{3x}{4} + \frac{1}{2}tg\frac{9x}{5}$ funksiyaning eng kichik musbat davri $\frac{40\pi}{3}$ ga teng.

11. $T = -5\pi$ soni $f(x) = sin6x$ funksiyaning davri bo‘lishini ko‘rsating.

12. $T = \pi$ soni $f(x) = \sqrt{sin2x + 1}$ funksiyaning davri bo‘lishini ko‘rsating.

13. Quyidagi funksiyalardan qaysilarining eng kichik musbat davri π ga teng?

a) $y = sinx$ b) $y = cosx$ c) $y = tgx$ d) $y = ctgx$

14. Funksiya grafigini yasang.

a) $y = |sin\,x|$ b) $y = |cos\,x|$ c) $y = |tgx|$ d) $y = |ctgx|$

Yechish. a)

1) $y = sinx$ funksiya grafigini yasaymiz.

2) $|x| \geq 0$ bo‘lgani uchun $y = |sin\,x| \geq 0$. Demak, $y = sinx$ grafigining Ox o‘qidan pastda joylashgan qismini yuqoriga ko‘chirsak, $y = |sinx|$ grafigi hosil bo‘ladi.

JAVOBLAR

1. a) $\mathbb{R}$ **b)** $\mathbb{R}$ **c)** $x \neq -5$ **d)** $(-3;1]$ **e)** $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ **f)** $x \neq \frac{5\pi}{2} + \frac{5\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

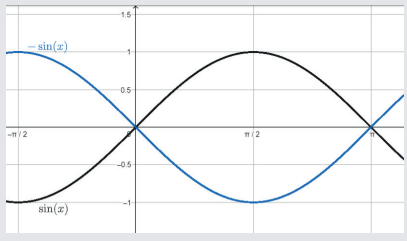
g) $x \neq 0, x \neq \frac{2}{\pi(1+2k)}, k \in \mathbb{Z}$ **2. a)** [–2; 0] **b)** [–3; 3] **c)** [1; 3] **d)** [–1; 5]

e) $\mathbb{R}$ **f)** [–1; 7] **g)** [–5,25; 4,75] **3. a)** juft **b)** toq **c)** toq

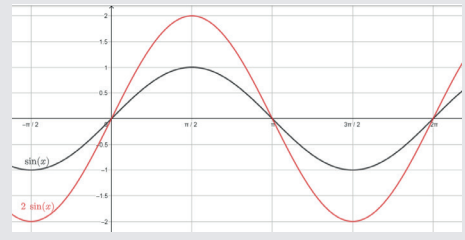
d) toq **e)** juft **f)** juft **g)** juft **h)** juft ham emas, toq ham emas

4.

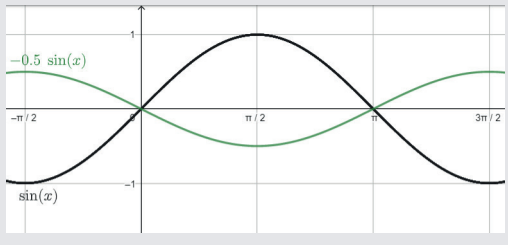
a)



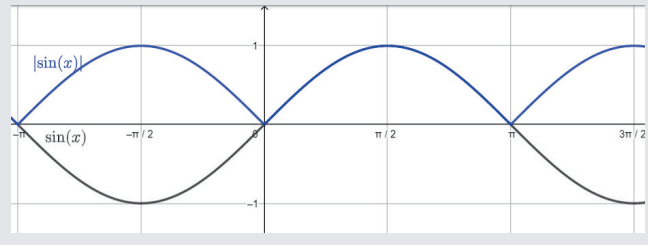
b)



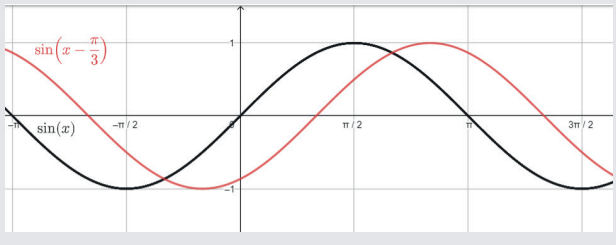
c)



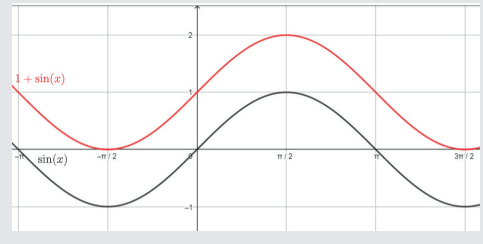
d)



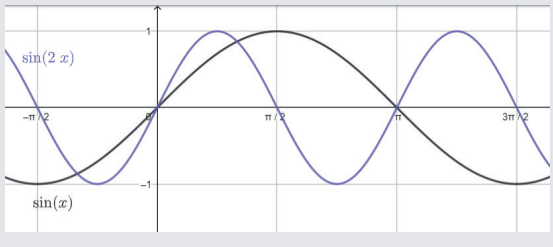
e)



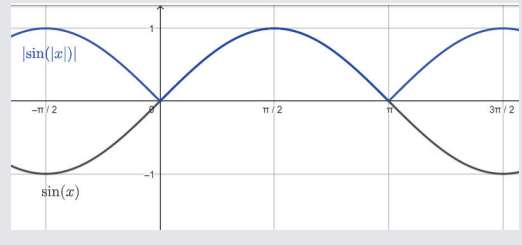
f)



g)

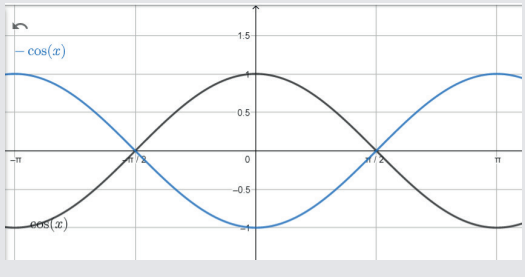


h)

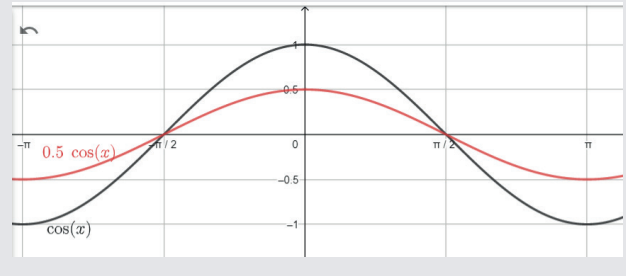


5.

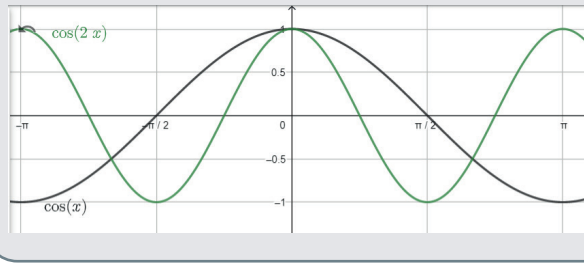
a)



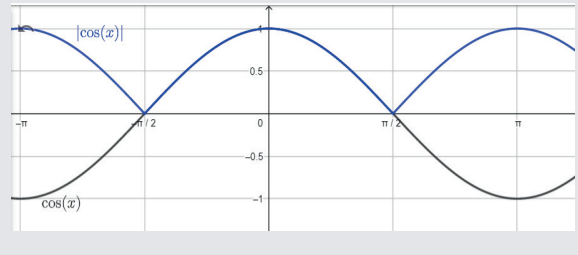
b)



c)

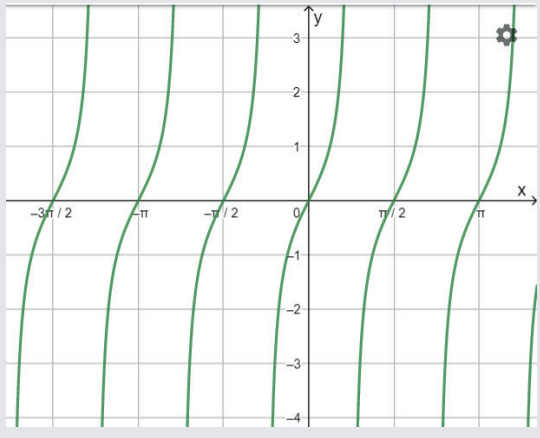


d)

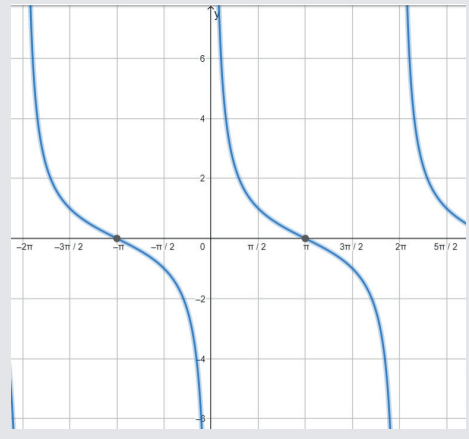


5.

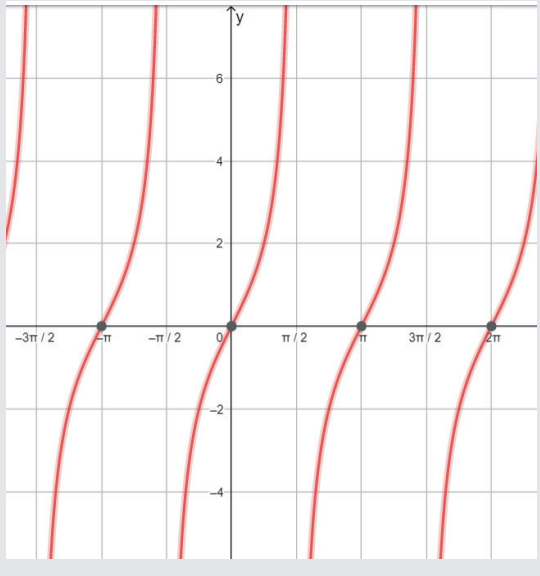
a)



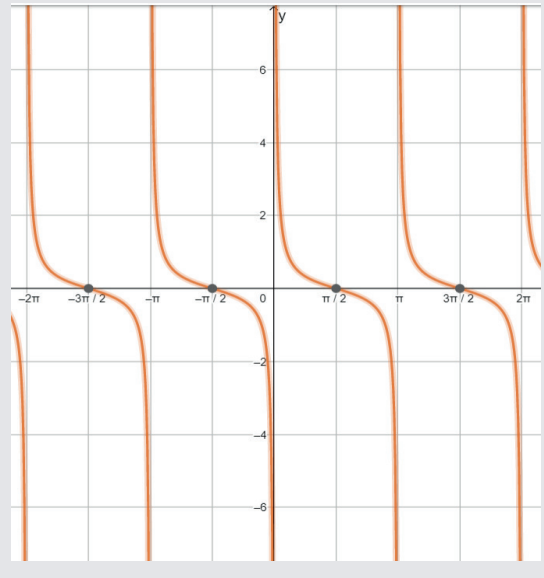
b)



c)



d)



7. **a)** juft **b)** toq **c)** toq **d)** juft **e)** juft ham emas, toq ham emas **f)** toq

9. **a)** $\frac{2\pi}{3}$ **b)** 3π **c)** $\frac{\pi}{2}$ **d)** 1 **e)** $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ **f)** 0,25

10. **a)** 4π **b)** 10π **c)** 2π **d)** $\frac{40\pi}{3}$

13. **c)** va **d)**

TESKARI TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar teskari trigonometrik funksiyalarning grafiklarini yasaydi va xossalarini aniqlaydi. Grafigi asosida funksiyani aniqlaydi.

Barcha o‘quvchilar	$y = arcsinx$, $y = arccosx$, $y = arctgx$, $y = arcctgx$, $y = sinx$, $y = cosx$ funksiyalar va ularning xossalarini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	$sin(arcsina)$, $cos(arccosa)$, $tg(arctga)$, $ctg(arcctga)$ ko‘rinishdagi ifodalarning qiymatlarini topa oladi. $y = arcsinx$, $y = arccosx$, $y = arctgx$, $y = arcctgx$, $y = sinx$, $y = cosx$ funksiyalar grafigini yasay oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalar orasidagi bog‘lanishlarni o‘rnatuvchi ayniyatlarni biladi. $sin(arcsina)$, $sin(arccosa)$, $sin(arctga)$, $sin(arcctga)$ ning qiymatlarini topishni biladi.

Baholash

O‘quvchilar darsda formativ baholanadi.

5 ta dars davomida 144-betdagi 1-(c–f), 2-(f, i, t), 3-(c), 4-(e–l), 5-(d–i) misollarni bajarish tavsiya etiladi.

O‘quvchilarning o‘zlashtirishiga qarab differensiallashgan yondashuvni qo‘llash tavsiya etiladi, bunda yashil rangli misollarni barcha o‘quvchilar yecha olishlari kerak.

Eng kamida 1 ta yashil rangli va 2 ta ko‘k rangli misollarni yechib ko‘rsatish tavsiya etiladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. $y = sinx$, $y = cosx$, $y = tgx$, $y = ctgx$ funksiyalarning aniqlanish sohasini ayting.
2. $y = sinx$, $y = cosx$, $y = tgx$, $y = ctgx$ funksiyalarning qiymatlar sohasini keltiring.
3. Trigonometrik funksiyalardan qaysilari o‘zining aniqlanish sohasida o‘suvchi (kamayuvchi)?
4. Trigonometrik funksiyalardan qaysilari juft (toq)?
5. Qaysi trigonometrik funksiya grafigi Oy o‘qiga nisbatan simmetrik?
6. Qaysi trigonometrik funksiya grafigi koordinata boshiga nisbatan simmetrik?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Ko‘pchilik hollarda o‘quvchilar $y = sinx$ va $y = cosx$ funksiyalar o‘zlarining aniqlanish sohalarida $(-\infty; +\infty)$ oraliqda teskari funksiyalarga ega deb o‘ylashadi. Bunday tushunmovchilikning oldini olish uchun har qanday funksiya faqatgina o‘zining o‘zaro bir qiymatlilik oraliqlarida (agar shunday oraliq mavjud bo‘lsa) teskarilanuvchan bo‘lishiga o‘quvchilar diqqatini qaratish kerak.

Uyga vazifa

144-bet, **1 (a, b), 2 (f, i, t), 3 (a, b, d), 4 (a, b, d), 5 (a, b, c)**.

MAVZU BAYONI

y = arcsinx funksiya va uning xossalari, grafigi

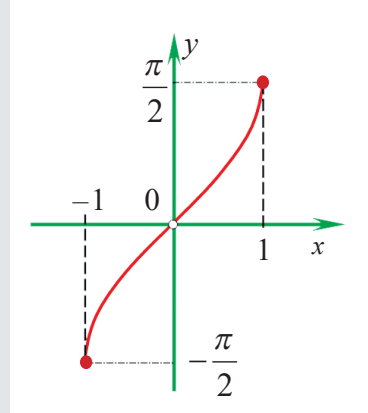
$y = arcsinx$ funksiya $y = sinx$ funksiyaga teskari funksiya bo‘ladi: $sin(arcsinx) = x,\ x \in [-1; 1]$

$arcsin(sinx) = x,\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

$y = arcsinx$ funksiya quyidagi xossalarga ega:

- $D(y) = [-1; 1]$;
- $E(y) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;
- $y = arcsinx$ – o‘suvchi funksiya;
- $y = arcsinx$ funksiyaning eng katta qiymati $\frac{\pi}{2}$ ga, eng kichik qiymati $-\frac{\pi}{2}$ ga teng;
- $y = arcsinx$ funksiya grafigi koordinata boshidan o‘tadi;
- $y = arcsinx$ – toq funksiya, ya’ni $arcsin(-x) = -arcsinx$;
- $y = arcsinx$ funksiya davriy emas.

1-rasm



***y = arcsinx* funksiyaning grafigi**

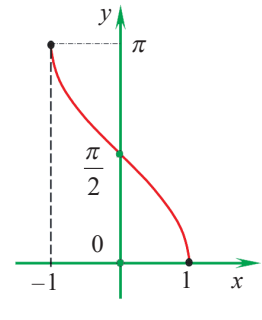
y = arccosx funksiya va uning xossalari, grafigi

$y = arccosx$ funksiya $y = cosx$ funksiyaga teskari funksiya bo‘ladi: $cos(arccosx) = x,\ \ x \in [-1; 1]$
$arccos(cosx) = x,\ x \in [0; \pi]$

$y = arccosx$ funksiya quyidagi xossalarga ega:

- $D(y) = [-1; 1]$;
- $E(y) = [0; \pi]$;
- $y = arccosx$ – kamayuvchi funksiya;
- $y = arccosx$ funksiyaning eng katta qiymati π ga, eng kichik qiymati 0 ga teng;
- $y = arccosx$ funksiya grafigi Ox o‘qini abssissasi $x = 1$ bo‘lgan (1; 0) nuqtada, Oy o‘qini esa ordinatasi $y = \frac{\pi}{2}$ bo‘lgan $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nuqtada kesib o‘tadi;
- $y = arccosx$ – toq ham emas, juft ham emas. Bu yerda $arccos(-x) = \pi - arccosx$ tenglik o‘rinli bo‘ladi;
- $y = arccosx$ funksiya davriy emas.

2-rasm



***y = arccosx* funksiyaning grafigi**

$y = arctgx$ funksiya va uning xossalari, grafigi

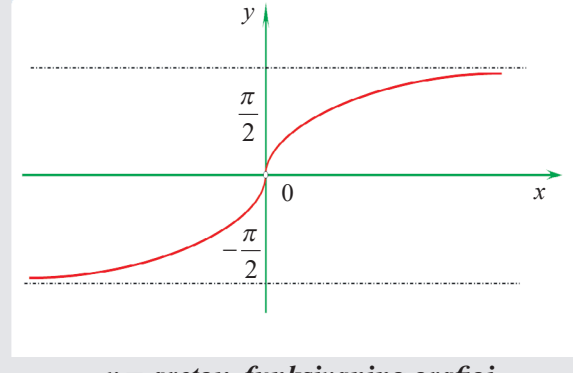
$y = arctgx$ funksiya $y = tgx$ funksiyaga teskari funksiya bo‘ladi: $tg(arctgx) = x, \quad x \in (-\infty; +\infty)$

$arctg(tgx) = x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

$y = arctgx$ funksiya quyidagi xossalarga ega:

- $D(y) = (-\infty; +\infty)$;
- $E(y) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$;
- $y = arctgx$ – o‘suvchi funksiya;
- $y = arctgx$ funksiya eng katta va eng kichik qiymatlarga erishmaydi;
- $y = arctgx$ funksiya grafigi koordinata boshidan o‘tadi;
- $y = arctgx$ – toq funksiya, ya’ni $arctg(-x) = -arctgx$;
- $y = arctgx$ funksiya davriy emas.

3-rasm



$y = arctgx$ funksiyaning grafigi

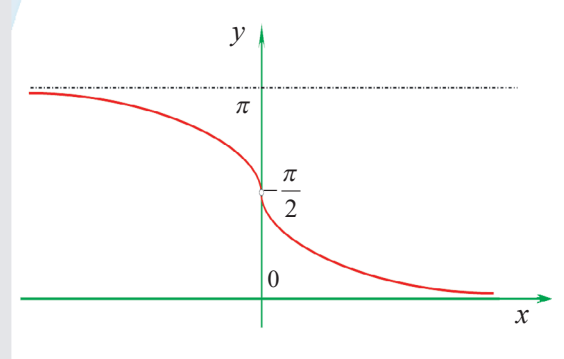
$y = arcctgx$ funksiya va uning xossalari, grafigi

$y = arcctgx$ funksiya $y = ctgx$ funksiyaga teskari funksiya bo‘ladi: $ctg(arcctgx) = x, x \in (-\infty; +\infty)$, $arcctg(ctgx) = x, x \in (0; \pi)$.

$y = arcctgx$ funksiya quyidagi xossalarga ega:

- $D(y) = (-\infty; +\infty)$;
- $E(y) = (0; \pi)$;
- $y = arcctgx$ – kamayuvchi funksiya;
- $y = arcctgx$ funksiya eng katta va eng kichik qiymatlarga erishmaydi;
- $y = arcctgx$ funksiya grafigi Ox o‘qi bilan kesishmaydi, Oy o‘qi bilan esa ordinatasi $y = \frac{\pi}{2}$ bo‘lgan $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nuqtada kesishadi;
- $y = arcctgx$ – toq ham emas, juft ham emas. Bu funksiya uchun $arcctg(-x) = \pi - arcctg\ x$ tenglik bajariladi;
- $y = arcctgx$ funksiya davriy emas.

4-rasm



$y = arcctgx$ funksiyaning grafigi

1-misol. $arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$ ifodaning qiymatini toping.

Yechish. Aytaylik, $arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}=x$ bo‘lsin. U holda berilgan topshiriqni boshqacha qo‘yish mumkin: $sinx=\frac{\sqrt{3}}{2}$ tenglikni qanoatlantiruvchi x ning $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ oraliqdagi qiymatini toping. Ma’lumki, $sinx=\frac{\sqrt{3}}{2}$ tenglik $x=\frac{\pi}{3}$ bo‘lganda bajariladi. Demak, $arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{3}$.

Quyidagi jadvalda *arcsinx* ifodaning ayrim qiymatlari keltirilgan.

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$arcsinx$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

2-misol. $arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$ ifodaning qiymatini toping.

Yechish. Aytaylik, $arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=x$ bo‘lsin. U holda berilgan vazifani quyidagicha ifodalash mumkin: $cosx=\frac{\sqrt{2}}{2}$ tenglikni qanoatlantiruvchi x ning $[0;\pi]$ oraliqdagi qiymatini toping. Ma’lumki, $cosx=\frac{\sqrt{2}}{2}$ tenglik $x=\frac{\pi}{4}$ bo‘lganda bajariladi. Demak,

$$arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4}.$$

Quyidagi jadvalda *arccosx* ifodaning ayrim qiymatlari keltirilgan.

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$arccosx$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

3-misol. $arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ifodaning qiymatini toping.

Yechish. Aytaylik, $arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=x$ bo‘lsin. U holda $tgx=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ tenglikni qanoatlantiruvchi x ning qiymatini topish talab etiladi.

Ma’lumki, $tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ bo‘ladi. Demak, $arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=-\frac{\pi}{6}$.

Quyidagi jadvalda *arctgx* ifodaning ayrim qiymatlari keltirilgan.

x	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$arctgx$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$

4-misol. $arcctg\sqrt{3}$ ifodaning qiymatini toping.

Yechish. Aytaylik, $arcctg\sqrt{3}=x$ bo‘lsin. U holda $ctgx=\sqrt{3}$ tenglikni qanoatlantiruvchi x ning qiymatini topish talab etiladi. Ma’lumki, $ctg\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$ bo‘ladi. Demak, $arcctg\sqrt{3}=\frac{\pi}{6}$.

Quyidagi jadvalda *arcctgx* ifodaning ayrim qiymatlari keltirilgan.

x	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$arcctgx$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

MISOLLAR

1. Quyidagi ifodalar ma’noga egami?

a) $arcsin(\sqrt{3}-1)$ b) $arcsin(4-\sqrt{5})$ c) $arccos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

d) $arccos\left(\sqrt{2}\right)$ e) $arctg(\sqrt{2})$ f) $arcctg(-100)$

Yechish. c)

1) $y = arccosx$ funksiyalarning aniqlanish sohasi $x\in[-1;1]$ oraliqda.

2) $x=-\frac{\pi}{3}$, $\pi\approx3{,}14$ ga teng. $-\frac{\pi}{3}<-1$. Demak, $arccos(-\frac{\pi}{3})$ ifoda ma’noga ega emas.

Javob: $arccos\ (-\frac{\pi}{3})$ ifoda ma’noga ega emas.

2. Hisoblang:

a) $arcsin\frac{1}{2}$ b) $arcsin\ (-1)$ c) $arcsin\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $arcsin\,0$

e) $arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$ f) $arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ g) $arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ h) $arccos\frac{1}{2}$

i) $arccos\,0$ j) $arccos\frac{1}{\sqrt{2}}$ k) $arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ l) $arctg\,0$

m) $arctg(-1)$ n) $arctg\frac{1}{\sqrt{3}}$ o) $arctg\sqrt{3}$ p) $arctg1$

q) $arctg(-\sqrt{3})$ r) $arcctg\sqrt{3}$ s) $arcctg(-1)$ t) $arcctg\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. Hisoblang.

a) $arcsin\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)$ b) $arccos\left(\frac{10+5\sqrt{5}}{\frac{5}{2}\left(3+\sqrt{5}\right)}-\frac{\frac{5}{2}\left(3+\sqrt{5}\right)}{10+5\sqrt{5}}\right)$

c) $arctg\left(\frac{1-2(2+\sqrt{3})}{3+\sqrt{3}}-\frac{1}{1+\sqrt{3}}\right)$ d) $arcctg\left(\frac{1+\sqrt{\frac{7}{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}}}{1-\sqrt{\frac{7}{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}}-\frac{1-\sqrt{\frac{7}{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}}{1+\sqrt{\frac{7}{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}}}\right)$

Yechish. c)

1) Avval qavs ichidagi ifodani soddalashtirib olamiz:

$$\frac{1-2(2+\sqrt{3})}{3+\sqrt{3}}-\frac{1}{1+\sqrt{3}}=\frac{1-4-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}-\frac{1}{1+\sqrt{3}}=\frac{-3-2\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}=\frac{-3(1+\sqrt{3})}{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}=-\sqrt{3}$$

$$arctg\left(\frac{1-2(2+\sqrt{3})}{3+\sqrt{3}}-\frac{1}{1+\sqrt{3}}\right)=arctg(-\sqrt{3})$$

$arctg(-x)=-arctgx$ bo‘lgani uchun $arctg(-\sqrt{3})=-arctg\sqrt{3}=-\frac{\pi}{3}$.

Javob: $arctg\left(\frac{1-2(2+\sqrt{3})}{3+\sqrt{3}}-\frac{1}{1+\sqrt{3}}\right)=-\frac{\pi}{3}$.

4. Hisoblang.

a) $cos\left(arctg2\right)$ b) $sin\left(arctg7\right)$ c) $cos\left(arcsin\frac{1}{4}\right)$

d) $ctg\left(arctg5\right)$ e) $sin\left(arctg11\right)$ f) $sin\left(arccos\frac{1}{5}\right)$

g) $cos\left(arcctg\left(-4\right)\right)$ h) $ctg\left(arcsin\left(-0,9\right)\right)$ i) $sin\left(arccos\left(-\frac{4}{7}\right)\right)$

j) $ctg\left(arctg\left(-15\right)\right)$ k) $tg\left(arccos\left(-0,3\right)\right)$ l) $ctg\left(arccos\left(-\frac{\pi}{7}\right)\right)$

5. Hisoblang.

a) $cos\left(2arcsin0,2\right)$ b) $sin\left(2\,arccos\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$ c) $sin\left(2arcctg\sqrt{26}\right)$

d) $tg\left(2arccos0,6\right)$ e) $tg\left(2arcsin\frac{7}{9}\right)$ f) $cos\left(2arccos\left(-0,8\right)\right)$

g) $tg\left(2arcctg\left(-3\right)\right)$ h) $sin\left(2arcsin\left(-0,1\right)\right)$ i) $tg\left(2arcctg20\right)$

Yechish. e)

1) $arcsin\frac{7}{9}=\alpha$ deb belgilasak, ifodaning ko‘rinishi $tg2\alpha$ bo‘ladi.

2) $tg2\alpha=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$ va $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ dan foydalanamiz.

3) $sin(arcsin\,x)=x,\ cos(arcsin\,x)=\sqrt{1-sin^2(arcsin\,x)}=1-x^2$.

4) $tg\alpha=tg\left(arcsin\frac{7}{9}\right)=\frac{sin\left(arcsin\frac{7}{9}\right)}{cos\left(arcsin\frac{7}{9}\right)}=\frac{\frac{7}{9}}{\sqrt{1-sin^2\left(arcsin\frac{7}{9}\right)}}=\frac{\frac{7}{9}}{\frac{4\sqrt{2}}{9}}=\frac{7}{4\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{8}$.

5) $tg\left(2\,arcsin\frac{7}{9}\right)=\frac{2tg\left(arcsin\frac{7}{9}\right)}{1-tg^2\left(arcsin\frac{7}{9}\right)}=\frac{2\cdot\frac{7\sqrt{2}}{8}}{1-\left(\frac{7\sqrt{2}}{8}\right)^2}=-\frac{\frac{7\sqrt{2}}{4}}{\frac{17}{32}}=-\frac{56\sqrt{2}}{17}$.

Javob: $tg\left(2\,arcsin\frac{7}{9}\right)=-\frac{56\sqrt{2}}{17}$.

JAVOBLAR

1. **a)** ega **b)** ega emas **c)** ega emas **d)** ega emas **e)** ega **f)** ega

2. **a)** $\frac{\pi}{6}$ **b)** $-\frac{\pi}{2}$ **c)** $\frac{\pi}{4}$ **d)** 0 **e)** $\frac{\pi}{3}$ **f)** $-\frac{\pi}{4}$ **g)** $\frac{3\pi}{4}$
h) $\frac{\pi}{3}$ **i)** $\frac{\pi}{2}$ **j)** $\frac{5\pi}{6}$ **k)** $\frac{\pi}{4}$ **l)** 0 **m)** $-\frac{\pi}{4}$ **n)** $\frac{\pi}{6}$
o) $\frac{\pi}{3}$ **p)** $\frac{\pi}{4}$ **q)** $-\frac{\pi}{3}$ **r)** $\frac{\pi}{6}$ **s)** $\frac{3\pi}{4}$ **t)** $\frac{\pi}{3}$

3. **a)** $\frac{\pi}{4}$ **b)** 0 **c)** $\frac{5\pi}{6}$ **d)** $\frac{\pi}{3}$

4. **a)** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **b)** $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ **c)** $\frac{\sqrt{15}}{4}$ **d)** $\frac{1}{5}$ **e)** $\frac{11\sqrt{122}}{122}$ **f)** $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ **g)** $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$
h) $-\frac{\sqrt{91}}{3}$ **i)** $\frac{\sqrt{33}}{7}$ **j)** $-\frac{1}{15}$ **k)** $-\frac{\sqrt{19}}{9}$ **l)** $-\frac{\pi\sqrt{16-\pi^2}}{16-\pi^2}$

5. **a)** 0,92 **b)** $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$ **c)** $\frac{\sqrt{26}}{54}$ **d)** $-\frac{24}{7}$ **e)** $-\frac{56\sqrt{2}}{17}$ **f)** $\frac{7}{25}$ **g)** –0,75
h) $-\frac{3\sqrt{11}}{50}$ **i)** $\frac{40}{399}$

LOYIHA ISHI

Dars maqsadi: real hayotiy vaziyatda, xususan, kinoteatrda joy tanlashda trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalardan foydalanish.

Barcha o‘quvchilar	Asosiy trigonometrik funksiyalarni biladi. Ular yordamida to‘g‘ri burchakli uchburchak tomonlari orqali undagi berilgan o‘tkir burchakni ifodalaydi.
Aksariyat o‘quvchilar	To‘g‘ri burchakli uchburchakdagi o‘tkir burchakni tomonlari hamda trigonometrik funksiyalar yordamida ifodalaydi. Burchak ifodasini teskari trigonometrik funksiyalar yordamida topadi.
Ayrim o‘quvchilar	Ixtiyoriy uchburchakdagi o‘tkir burchakni tomonlari hamda trigonometrik funksiyalar orqali ifodalaydi. Burchak ifodasini teskari trigonometrik funksiyalar yordamida topadi. Burchakning eng katta qiymatini ***Geogebra*** ilovasidan foydalanib topadi.

Vaqt	**O‘qituvchi**	**O‘quvchilar**	**Kerakli o‘quv materiallari**
2 min	O‘quvchilarni 5-6 talik kichik guruhlarga ajratadi.	Kichik guruhlarga bo‘linadi.	
3 min	Darslikdagi 1-rasmda berilgan 3 ta holni tushuntiradi.	Diqqat bilan o‘qituvchini tinglaydi.	Darslik, 145-bet, 1-rasm.
15 min	1-topshiriqning a) shartini guruhlarga tushuntiradi va shartda berilgan matematik amallarni hisoblash uchun har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz beradi.	a) 2-rasmdagi vaziyatni tahlil qiladi. Berilganlardan foydalanib θ ning x ga nisbatan funksiyasi $\theta = arctg\frac{28}{x} - arctg\frac{6}{x}$ ekanini isbotlaydi.	2-rasmdagi holat doskaga oldindan chizib qo‘yilgan bo‘lishi kerak. Har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz.
	Har bir guruh o‘z javobini aytishini so‘raydi. Guruhlarning javoblarini tinglaydi, tekshiradi, izohlaydi.	Har bir guruhdan vakil chiqib, javoblarini izohlaydi. Doskaga yozadi.	Doskaga guruhlar javob yozishi uchun jadval chizilgan bo‘lishi kerak. Reglament haqida ogohlantiriladi. Har bir guruhga 1 minutdan vaqt beriladi.
10 min	1-topshiriqning b) shartini guruhlarga tushuntiradi. Ayirmaning tangensi formulasidan foydalanishni aytadi: $\theta = arctg\left(\frac{22x}{x^2+168}\right)$. Guruhlarga muhokama uchun 5 minut vaqt beradi.	Ayirmaning tangensi formulasidan foydalanib quyidagini keltirib chiqaradi: $\theta = arctg\left(\frac{22x}{x^2+168}\right)$. θ burchakning maksimal qiymatini ***Geogebra*** ilovasidan foydalanib topadi.	Yig‘indi va ayirmaning sinusi, kosinusi formulalari, shu jumladan, ayirmaning tangensi formulasi doskaga yozib qo‘yilishi kerak. Har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz.

	Har bir guruh o‘z javobini aytishini so‘raydi. Guruhlarning javoblarini tinglaydi, tekshiradi, izohlaydi.	Har bir guruhdan vakil (oldingi topshiriqqa javob bergan o‘quvchi emas) chiqib, guruh javobini izohlaydi. Doskaga yozadi.	Reglament haqida ogohlantiriladi. Har bir guruhga 1 minutdan vaqt beriladi.
10 min	1-topshiriqning c) shartini guruhlarga tushuntiradi. Geogebra ilovasidan foydalanib θ ning x ga nisbatan funksiya sifatida grafigini tuzishni aytadi. x ning qaysi qiymati θ ni maksimal darajada oshiradi? Qaysi qatorda o‘tirish kerak? Ushbu qatordagi ko‘rish burchagi qanday?	Har bir guruhdan 2 ta vakil (oldingi topshiriqlarda javob bergan o‘quvchilar emas) chiqib, guruh javobini izohlaydi. Ulardan biri kompyuterda (yoki doskada) grafik eskizini chizib ko‘rsatishi mumkin. Ikkinchisi esa $\boldsymbol{x}$ ning qaysi qiymatida burchak maksimal bo‘lishini tushuntiradi.	***Geogebra*** ilovasi o‘rnatilgan kompyuter yoki telefon. Har bir guruhga A4 o‘lchamli qog‘oz. Reglament haqida ogohlantiriladi. Har bir guruhga 1 minutdan vaqt beriladi.
5 min	Har bir guruhga darslikdagi 2-topshiriqni loyiha ishi qilib beradi. Bundan tashqari, ikkala kinoteatrdagi holni baholab, qay birida ko‘rish burchagi kattaroq bo‘lishi mumkinligini va guruh bilan birgalikda ideal kinoteatr chizmasini o‘lchovlari bilan bajarib kelishni aytadi. Loyiha ishini bajarish tartibi va talablarini tushuntiradi.	Diqqat bilan o‘qituvchini tinglaydi. Loyiha ishini bajarish tartibini muhokama qiladi. Topshiriqlarni o‘zaro bo‘lishadi.	O‘quvchilar ro‘yxati. Har bir o‘quvchi ism-familiyasi yoniga qaysi guruh a’zosiligi yozib olinishi kerak.
O‘qituvchi refleksiyasi: *darsda yaxshi o‘tgan jihatlar va nimalar ustida yana ishlash kerakligini ta’kidlang.*			

Loyiha ishini bajarish tartibi:

1. Darslikning 146-betidagi loyiha ishining 2-topshirig‘ini guruhlarda bajarish.
2. a) qismida burchak uchun formulani keltirib chiqarish qadamlarini batafsil yozish.
3. b) qismida ***Geogebra*** grafik ilovasidan foydalanib θ ning $\boldsymbol{x}$ ning funksiyasi sifatidagi grafigini tuzish qadamlarini yozish va θ ni maksimallashtiruvchi $\boldsymbol{x}$ ning qiymatini topib kelish.
4. Quyidagi savollarga batafsil javob yozish:

Qaysi qatorda o‘tirish kerak? Bu qatordagi ko‘rish burchagi qanday?

5. 2-loyiha ishida berilgan ikkita kinoteatrni solishtirish va qay biri tomoshabinlar uchun qulay ekanini mantiqiy dalillar bilan izohlash.
6. Ideal kinoteatr chizmasini o‘lchovlarini keltirgan holda guruh bilan ishlash.

Loyiha ishini bajarish talablari:

1. Amaliy loyiha ishi, yozma ravishda.
2. Ideal kinoteatr chizmasi.
3. Loyiha ishi himoyasi – 5 minut.

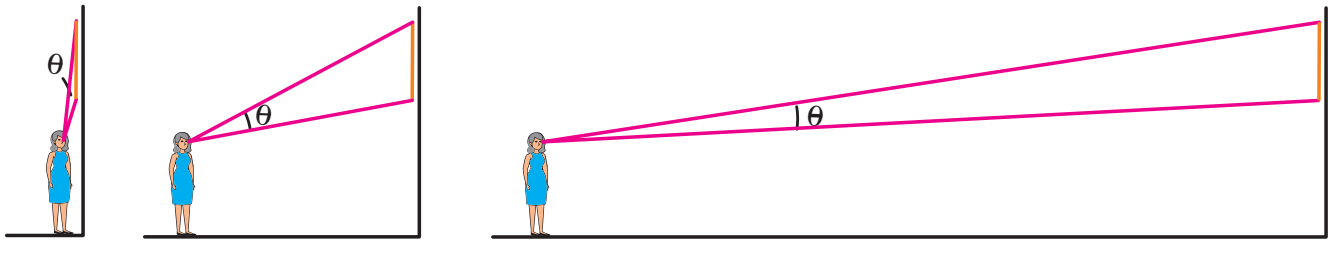
Loyiha ishini bajarish muhlati: 1 hafta.

Baholash mezonlari: rubrika.

Kategoriya/ Baho	5	4	3	2
Amaliy yozma ish	Loyiha ishi tartibidagi 1 – 5-savollarga to‘liq javob beradi.	Loyiha ishi tartibidagi 1 – 5- savollarga ko‘p qismida javob beradi. Qator va burchakni hisoblashda kichik xatolar bor.	Loyiha ishi tartibidagi 1 – 5-savollarga qisman javob beradi. Qator va burchakni hisoblashda qo‘pol xatolar bor.	Loyiha ishi tartibidagi 1 – 5-savollardan faqat 1-2 tasiga xatoliklar bilan javob beradi yoki umuman javob bermaydi.
Kinoteatr chizmasi	Kinoteatr chizmasi aniq o‘lchamlar va yorqin ranglar bilan estetik ravishda ishlangan.	Kinoteatr chizmasi aniq o‘lchamlar bilan ishlangan.	Kinoteatr chizmasidagi o‘lchamlar inobatga olinmagan yoki ko‘rsatilmagan.	Kinoteatr chizmasi bajarilmagan.
Loyihaning matematik tarkibi	Hisoblashlar to‘g‘ri bajarilgan.	Hisoblashlarning aksariyati to‘g‘ri bajarilgan.	Hisoblashlar qisman to‘g‘ri bajarilgan.	Hisoblashlar noto‘g‘ri bajarilgan.
Talab va tartibga rioya qilingani	Talab va tartibga to‘liq rioya qilingan va vaqtida topshirilgan.	Talab va tartibga ko‘p joyda rioya qilingan va vaqtida topshirilgan.	Talab va tartibga ko‘p joyda rioya qilinmagan va vaqtida topshirilgan.	Talab va tartibga rioya qilinmagan va vaqtida topshirilmagan.
Loyiha taqdimoti mahorati	Ma’lumot a’lo darajadagi bilim va ijodkorlik bilan taqdim etildi.	Ma’lumot maqbul bilim va ijodkorlik bilan taqdim etildi.	Ma’lumot cheklangan bilim va ijodkorlik bilan taqdim etildi.	Ma’lumot noaniq yoki yetishmaydi, cheklangan ijodkorlik bilan taqdim etildi.
Guruhda ishlash mahorati	Har bir guruh a’zosi loyiha materiali va taqdimotiga o‘z hissasini qo‘shdi.	Guruh a’zolarining aksariyati loyiha materiallari va taqdimotiga o‘z hissalarini qo‘shdi.	Ba’zi guruh a’zolari loyiha materiallari va taqdimotiga o‘z hissasini qo‘shdi.	Guruhning bir-ikkita a’zosi loyiha materiallari va taqdimotiga hissa qo‘shdi.

KINOTEATRDA QAYERDA O‘TIRISH KERAK?

Obyektning ko‘rinadigan o‘lchami uning tomoshabindan uzoqligiga bog‘liqligini hamma biladi. Obyekt qanchalik uzoqda bo‘lsa, uning ko‘rinadigan o‘lchami shunchalik kichik bo‘ladi. Ko‘rinadigan o‘lcham obyektning tomoshabin ko‘ziga qaragan burchagi bilan belgilanadi.



1-rasm

Devorga osilgan rasm ko‘zingizga maksimal ko‘rinishga ega bo‘lishi uchun undan qancha masofa uzoqlikda turishingiz kerak? Rasm ko‘z darajasidan yuqorida osilgan bo‘lsa, unda 1-rasmda ko‘rsatilganidek, siz juda yaqin yoki juda uzoq bo‘lsangiz, ko‘z nazari ostidagi burchak kichik bo‘lishi aniq.

Xuddi shu holat kinoteatrda o‘rindiq tanlashda ham sodir bo‘ladi.

1. Kinoteatrdagi ekran 22 fut balandlikda va tekis poldan 10 fut balandda joylashgan. O‘rindiqlarning birinchi qatori ekrandan 7 fut, qatorlar esa 3 fut masofada joylashgan. Siz ekran maksimal ko‘rinishga ega bo‘lgan qatorga o‘tirishga qaror qildingiz, ya’ni ekranning ko‘zingiz nazaridagi burchagi θ maksimal bo‘lgan joyda. Aytaylik, ko‘zlaringiz rasmdagi kabi poldan 4 fut balandlikda va siz ekrandan x masofada o‘tiribsiz (1 fut = 0,3048 m) (*2-rasm*).

a) Quyidagini isbotlang: $\theta = arctg\dfrac{28}{x} - arctg\dfrac{6}{x}$.

b) Quyidagini keltirib chiqarish uchun ayirmaning tangensi formulasidan foydalaning:

$$\theta = arctg\left(\frac{22x}{x^2+168}\right)$$

c) ***Geogebra*** ilovasidan foydalanib θ ning x ga nisbatan funksiya sifatida grafigini tuzing. x ning qaysi qiymati θ ni maksimal darajada oshiradi? Qaysi qatorda o‘tirish kerak? Ushbu qatordagi ko‘rish burchagi qanday?

2. Endi faraz qilaylik, birinchi qatordan boshlab o‘rindiqlar gorizontal tekislikdan yuqorida va kinoteatr poli α burchak ostida qiyalikda. Siz o‘tirgan joydan polgacha masofa, rasmda ko‘rsatilganidek, x ga teng (3-rasm).

Quyidagini keltirib chiqarish uchun kosinuslar formulasidan foydalaning:

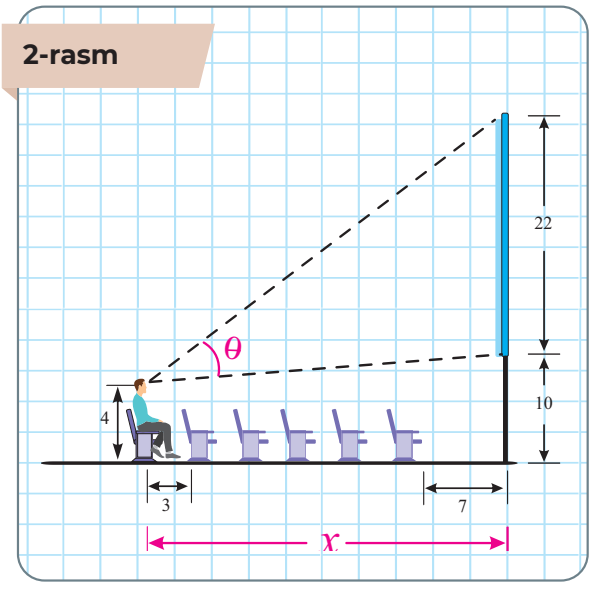
$$\theta = arccos\left(\frac{a^2+b^2-484}{2ab}\right).$$

Bu yerda

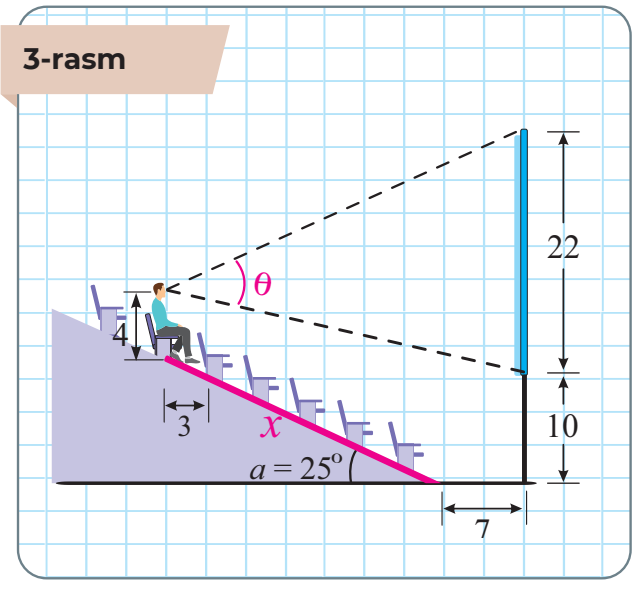
$$a^2 = (7+x\cos\alpha)^2 + (28-x\sin\alpha)^2 \quad \text{va} \quad b^2 = (7+x\cos\alpha)^2 + (x\sin\alpha-6)^2$$

Geogebra grafik ilovasidan foydalanib θ ning x ning funksiyasi sifatida grafigini tuzing va θ ni maksimallashtiruvchi x ning qiymatini toping. Qaysi qatorda o‘tirish kerak? Bu qatordagi ko‘rish burchagi qanday?

2-rasm



3-rasm



LOYIHA ISHI

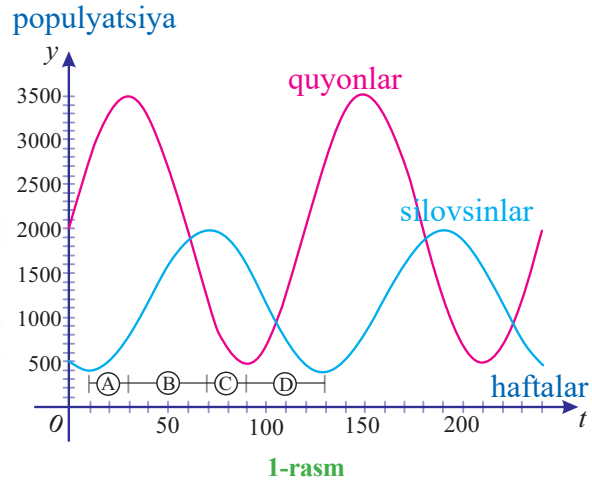
Yirtqich / o‘lja modellari

Sinus va kosinus funksiyalari asosan fizika va muhandislikda tebranish xatti-harakatlarini, masalan, mayatnikning harakati yoki elektr pallasidagi oqimni modellashtirish uchun ishlatiladi. Ammo bu funksiyalar boshqa fanlarda ham ishlatiladi. Ushbu loyihada biz trigonometrik funksiyalarning biologiyada ishlatilishini ko‘rib chiqamiz: yirtqich va uning o‘ljasi populyatsiyasini modellashtirish uchun sinus funksiyasidan foydalanamiz.

Izolyatsiya qilingan orolda sutemizuvchilarning ikki turi yashaydi: silovsin va quyonlar. Silovsin – quyonlar bilan oziqlanadigan yirtqich, quyon – uning o‘ljasi.



1-rasmda ko‘rsatilganidek, silovsin va quyon populyatsiyalari davriy ravishda o‘zgarib turadi. Grafikning A qismida quyonlar ko‘p, shuning uchun silovsinlar ko‘p ovqatlanadi va ularning soni ko‘payadi. B qismida tasvirlangan vaqtga kelib, shunchalik ko‘p silovsinlar quyonlar bilan oziqlanadiki, quyon populyatsiyasi kamayadi. C qismida quyon populyatsiyasi shunchalik kamayib ketganki, silovsinlar uchun ozuqa yetarli emas, shuning uchun ularning soni kamayishni boshlaydi. D qismida juda ko‘p silovsinlar nobud bo‘lgani natijasida, quyonlarning dushmanlari kamayadi va ularning soni yana ko‘payadi. Bu bizni boshlang‘ich nuqtaga qaytaradi va davriy jarayon qayta-qayta takrorlanadi.

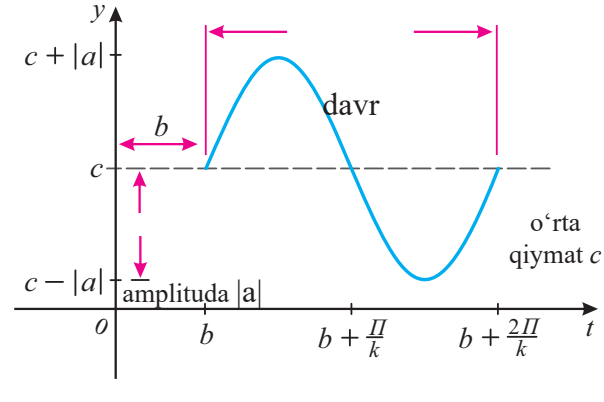


1-rasm

1-rasmdagi grafiklar yuqoriga siljigan sinusoidadan iborat, shuning uchun ular quyidagi shakldagi funksiyalarning grafiklaridir:

$$y = a\sin k(t-b)+c$$

Bu yerda c – sinus egri chizig‘ining vertikal siljishi miqdori. E’tibor bering, c funksiyaning o‘rtacha qiymati – grafikdagi eng yuqori va eng past qiymatlarning yarmi. Amplituda – |a| grafikning o‘rtacha qiymatidan yuqoriga va pastga o‘zgaruvchan miqdori (2-rasmga qarang).



$$y = a\sin k(t-b)+c$$

2-rasm

Topshiriq

1. 1-rasmda tasvirlangan silovsin va quyon populyatsiyasini modellashtiruvchi $y = a\sin k(t - b) + c$ ko‘rinishdagi funksiyalarni toping. ***Geogebrada*** ikkala funksiyaning grafigini chizing va 1-rasm bilan solishtiring. Funksiyalaringiz to‘g‘ri ekanini tekshiring.

2. Bu oroldagi sutemizuvchilarning umumiy populyatsiyasini modellashtiruvchi yangi funksiyani hosil qilish uchun silovsin va quyon populyatsiyasi funksiyalarini qo‘shing. ***Geogebrada*** ushbu funksiyaning grafigini tuzing va uning o‘rtacha qiymatini, amplitudasini, davrini va o‘zgarishlarini toping. Sut emizuvchilar populyatsiyasining o‘rtacha qiymati va davri silovsin va quyon populyatsiyasining o‘rtacha qiymati va davri bilan qanday bog‘liq?

3. Oroldagi kichik ko‘lda ikkita baliq turi mavjud: laqqa va qizil baliq. Laqqa – qizil baliqni iste’mol qiladigan yirtqich. Ko‘lda baliq populyatsiyasi davriy ravishda 180 kunda o‘zgarib turadi. Laqqa baliqlar soni 500 dan 1500 gacha, qizil baliqlar soni esa 1000 va 3000 orasida o‘zgaradi. Qizil baliqlar bir davrda maksimal populyatsiyasiga yetgach, 30 kundan keyin laqqa o‘zining maksimal populyatsiyasiga yetadi.

a) Ushbu baliq turlari uchun populyatsiya aylanishining ikkita to‘liq davrini ko‘rsatadigan grafikni (1-rasmdagi kabi) chizing. Qizil baliq populyatsiyasi maksimal bo‘lgan vaqt $t = 0$ ga to‘g‘ri keladi deb oling.

b) Ko‘ldagi laqqa va qizil baliqlar populyatsiyasini modellashtiruvchi $y = a\cos k(t - b) + c$ ko‘rinishdagi kosinus funksiyasini toping.

4. Real hayotda ko‘pchilik yirtqich/o‘lja populyatsiyalari bu yerda tasvirlangan misollardagi kabi bo‘lmaydi. Aksariyat hollarda yirtqichlar va o‘ljalar populyatsiyasi tebranadi, ammo tebranishlar amplitudasi tobora kichikroq bo‘lib boradi, natijada ikkala populyatsiya ham doimiy qiymat yaqinida barqarorlashadi. Yirtqichlar va o‘ljalar populyatsiyasi bu holatda o‘zini qanday tutishi mumkinligini ko‘rsatadigan taxminiy grafik chizing.

SUMMATIV BAHOLASH. 4-NAZORAT ISHI

I variant

1. $y = 2sin3x - 3cos3x$ funksiyaning qiymatlar to‘plamini toping.

2. $y = 3sinx - 3cosx$ funksiyaning eng katta qiymatini toping.

3. $y = (x - 10)arctgx$ funksiya grafigining Ox o‘qi bilan kesishish nuqtasini toping.

4. $cos\left(2arcsin\frac{4}{5}\right)$ ni hisoblang.

5. $arctg3 - arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$ ning qiymatini toping.

II variant

1. $y = 1 - 6sin2x + 8cos2x$ funksiyaning eng katta qiymatini toping.

2. $y = 4cos2x - 6sin2x + 5$ funksiyaning qiymatlar to‘plamini toping.

3. $y = (x - 2)arcsinx$ funksiya grafigining Ox o‘qi bilan kesishish nuqtasini toping.

4. $sin\left(2arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ni hisoblang.

5. $arctg\sqrt{2} - arctg\frac{1}{\sqrt{2}}$ ning qiymatini toping.

5-BOB. TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR

TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar eng sodda trigonometrik tenglamalarni yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	$\sin x = a, \cos x = a, tgx = a, ctgx = a$ ko‘rinishdagi tenglamalarni formula bilan yechadi. $\lvert a \rvert > 1$ bo‘lganda $\sin x = a, \cos x = a$ tenglamalar yechimga ega emasligini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	$\sin x = a, \cos x = a, tgx = a, ctgx = a$ ko‘rinishga keltiriladigan sodda tenglamalarni yechadi. Masalan: $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. $\sin x = a, \cos x = a, tgx = a, ctgx = a$ tenglamalarning berilgan oraliqdagi yechimlarini topadi. Masalan: $\sin x = \frac{1}{2}$ tenglamaning $[0;4\pi]$ kesmadagi ildizlarini topadi. Trigonometrik tenglamani trigonometrik aylana yordamida yechadi.
Ayrim o‘quvchilar	$\sin x = a, \cos x = a, tgx = a, ctgx = a$ ko‘rinishga keltiriladigan tenglamalarni yechadi. Masalan: $\sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x = -\frac{1}{2}$ Trigonometrik tenglamani grafik yordamida yechadi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Qanday sonlar “butun sonlar” deyiladi?
2. 0^o, 30^o, 45^o, 60^o, 90^o li burchaklarning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi nimaga teng?
3. Trigonometrik funksiyalardan qaysilari juft, qaysilari toq funksiyalar bo‘ladi?
4. *sinx (cosx, tgx, ctgx)* qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin?
5. Manfiy sonning arksinusi, arkkosinusi, arktangensi va arkkotangensi qanday hisoblanadi?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

$\cos x = \frac{1}{2}$ tenglama yechimini $x = \frac{\pi}{3}$ kabi yozish uchrab turadi. Agar trigonometrik tenglama yechimga ega bo‘lsa, u cheksiz ko‘p yechimga ega bo‘ladi.

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{1}{2}$ tenglamani sinus funksiyaning toqligi xossasiga ko‘ra unga teng kuchli bo‘lgan $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ tenglamaga almashtirib yechish mumkin.

O‘quvchilar $\sin x = 1, \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos x = 0, \cos x = \frac{1}{2}, tgx = \sqrt{3}$, ... kabi tenglamalarni yecha oladigan bilim va ko‘nikmalarga ega bo‘lishlari uchun mustaqil ish, matematik diktant o‘tkazish tavsiya qilinadi.

Dars rejasiga $a)\, 2\sin x\cos x = 1; b)\, \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{2}; c)\, tgx + 2 = \cos^2 x + \sin^2 x; d)\, \sin x = tgx \cdot ctgx;$ $e)\, \cos x \cdot (\sin x - 2) = 0$ va … kabi tenglamalarni kiriting.

Uyga vazifa

1 (f, l,0), 2 (f, l, o,r), 3 (f, h, k), 4 (f, h, i), 5 (d).

MAVZU BAYONI

sinx = a ko‘rinishdagi tenglama

$a > 1$ yoki $a < -1$ bo‘lsa, u holda $\sin x = a$ tenglama ildizga ega bo‘lmaydi. Shuning uchun bunday hollarda $\sin x = a$ tenglamaning yechimi bo‘sh to‘plam $\varnothing$ dan iborat degan javob yoziladi;

$-1 \le a \le 1$ bo‘lsa, $\sin x = a$ tenglamaning yechimi

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

Xususiy hollar:

1) $\sin x = -1$ tenglamaning yechimi x ning $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ qiymatlaridan iborat.

2) $\sin x = 0$ tenglamaning yechimi x ning $x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ qiymatlaridan iborat.

3) $\sin x = 1$ tenglamaning yechimi x ning $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ qiymatlaridan iborat.

cosx = a ko‘rinishdagi tenglama

cos x = a ko‘rinishdagi tenglamada agar $a > 1$ yoki $a < -1$ bo‘lsa, u holda $\cos x = a$ tenglama ildizga ega bo‘lmaydi. Bunday hollarda $\cos x = a$ tenglamaning yechimi $\varnothing$ degan javob yoziladi;

$-1 \le a \le 1$ bo‘lsa, $\cos x = a$ tenglamaning yechimi

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$$

bo‘ladi.

Xususiy hollar:

1) $\cos x = -1$ tenglamaning yechimi x ning $x = \pi + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ qiymatlaridan iborat.

2) $\cos x = 0$ tenglamaning yechimi x ning $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ qiymatlaridan iborat.

3) $\cos x = 1$ tenglamaning yechimi x ning $x = 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ qiymatlaridan iborat.

tgx = a ko‘rinishdagi tenglama

Har bir n butun son uchun x ning

$$x = arctga + \pi n$$

qiymatlari $tgx = a$ tenglamaning ildizi bo‘ladi. Bu holda yechim

$$x = arctga + \pi n,\ n \in Z$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

ctgx = a ko‘rinishdagi tenglamalar

Har bir n butun son uchun x ning

$$x = arcctga + \pi n$$

qiymatlari $ctgx = a$ tenglamaning ildizi bo‘ladi. Bu holda yechim

$$x = arcctga + \pi n,\ n \in Z$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

1-misol. $\sin x = \frac{1}{2}$ tenglamani yeching.

Yechish. Ma’lumki, $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ bo‘ladi. $\sin x = \frac{1}{2}$ tenglik x ning $\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$ qiymatida ham bajariladi (1-*rasm*). Sinus davriy funksiya ekani sababli har qanday n butun son uchun

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \ \text{ yoki } \ x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

bo‘lganda ham $\sin x = \frac{1}{2}$ bo‘ladi (2-*rasm*). Bu ikkita tenglikni quyidagicha umumlashtirish mumkin:

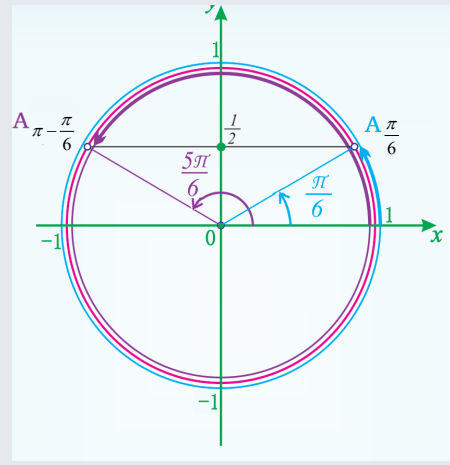
$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

Haqiqatan ham, n juft bo‘lsa, $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ tenglikka; n toq bo‘lsa, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ tenglikka ega bo‘lamiz. Shunday qilib, $\sin x = \frac{1}{2}$ tenglik x ning

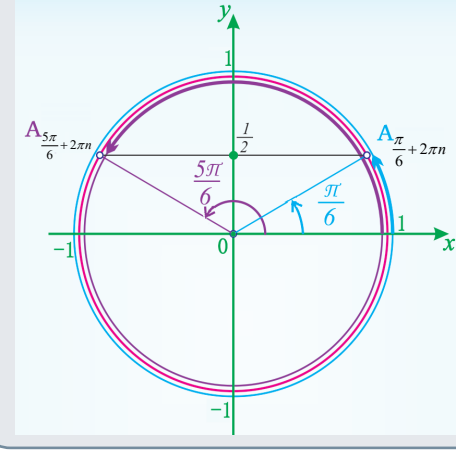
$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}.$$

qiymatlarida bajarilar ekan.

1-rasm



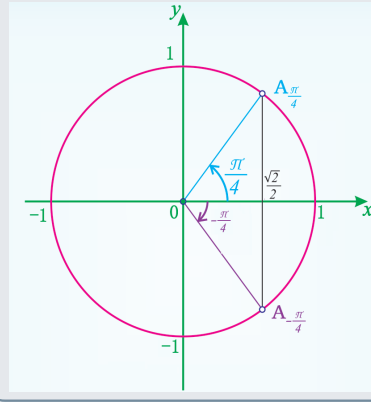
2-rasm



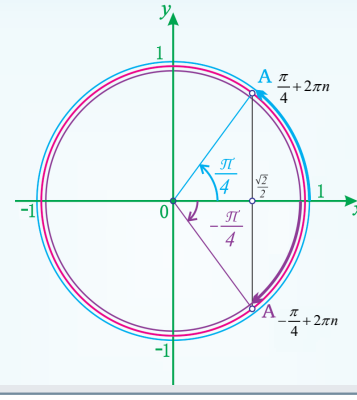
2-misol. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ tenglamani yeching.

Yechish. $\cos\frac{\pi}{4} = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bo‘lishi ma’lum (3-*rasm*). Kosinus davriy funksiya ekani sababli har qanday n butun son uchun $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$ yoki $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ bo‘lganda ham $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bo‘ladi (4-*rasm*). Bu ikkita tenglikni quyidagicha umumlashtirish mumkin: $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

3-rasm



4-rasm



MISOLLAR

1. Tenglamalarni yeching.

a) $sin2x=1$

b) $sin\frac{x}{3} = -1$

c) $sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = 0$

d) $2sin4x=\sqrt{5}$

e) $sin(4x-1) = -\frac{\pi}{3}$

f) $sinx = \frac{1}{2}$

g) $sinx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

h) $sin4x = 1$

i) $sin2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

j) $sin\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

k) $sin\frac{2x}{3} = -1$

l) $sin\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = 0$

m) $sin(3x+1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

n) $sin(-x) = -\frac{1}{2}$

o) $sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1$

2. Tenglamalarni yeching.

a) $\cos\frac{2x}{5} = 1$

b) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{7}\right) = -1$

c) $\cos 8x = 0$

d) $\cos 3x = 1,2$

e) $2\cos(x-1) = \frac{11}{2}$

f) $cosx = \frac{\sqrt{3}}{2}$

g) $cosx = -\frac{1}{2}$

h) $cosx = -1$

i) $\cos\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

j) $cos\left(x-\frac{\pi}{5}\right)=\frac{1}{2}$ k) $cos\frac{3x}{4}=0$ l) $cos\,4x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

m) $\sqrt{3}+2cos\frac{\pi x}{9}=0$ n) $1-2cos\frac{3\pi x}{4}=0$ o) $cos\left(\pi\left(x-3\right)\right)=1$

p) $sin^2\frac{2}{3}x=\frac{3}{4}$ q) $cos^2\frac{3}{2}x=\frac{1}{4}$ r) $2cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}=0$

3. Tenglamalarni yeching.

a) $tgx=\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $tgx=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ c) $tgx=-1$

d) $tgx=\sqrt{3}$ e) $tg\frac{2x}{5}=-\sqrt{3}$ f) $tg\left(x+\frac{7\pi}{3}\right)=1$

g) $tg(\frac{\pi}{4}\left(x-1\right)=0$ h) $1-\sqrt{3}tg\frac{2\pi x}{7}=0$ i) $tg9x=tg45°$

j) $tg6x=tg\frac{2\pi}{3}$ k) $3tg\left(x+\frac{5\pi}{36}\right)+\sqrt{3}=0$

4. Tenglamalarni yeching.

a) $ctgx=\sqrt{3}$ b) $ctgx=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ c) $ctg4x=sin0°$

d) $ctg(\pi\left(2x+3\right)=cos0°$ e) $\sqrt{3}+ctg\frac{\pi x}{5}=0$ f) $ctg7x=-\sqrt{3}$

g) $ctg\frac{3x}{2}=1$ h) $ctg3x=\sqrt{3}$ i) $ctg\left(2x-\frac{\pi}{5}\right)=0$

5. Tenglamalarning berilgan kesmadagi ildizlarini toping.

a) $sin3x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $[0;2\pi]$ b) $cos\,3x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $[-\pi;\pi]$

c) $tg\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $[0;\pi]$ d) $ctg4x=-1$, $[-3\pi;3\pi]$

6. a ning qanday qiymatlarida $tgx=\frac{a+1}{a-1}$ tenglik o‘rinli bo‘lishi mumkin?

7. a ning qanday qiymatlarida $sin\,x=a+\frac{1}{a}$ tenglik o‘rinli bo‘lishi mumkin?

Yechish. Bu tenglama $-1\le a+\frac{1}{a}\le 1$ bo‘lganda yechimga ega bo‘ladi.

$a=0$ da $a+\frac{1}{a}$ ifoda ma’noga ega emas. $a>0$ bo‘lganda $a+\frac{1}{a}\ge 2$, a< 0 bo‘lganda esa $a+\frac{1}{a}\le -2$.

Javob: $a \in \varnothing$.

8. a ning qanday qiymatlarida $5\cos(2x-3) = a - \frac{6}{a}$ tenglama yechimga ega?

9. a ning qanday qiymatlarida $5\sin(x-7) = a - \frac{4}{a}$ tenglama yechimga ega emas?

JAVOBLAR

1. **a)** $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ **b)** $-\frac{3\pi}{2} + 6\pi n, n \in Z$ **c)** $\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

d) yechimga ega emas **e)** yechimga ega emas **f)** $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

g) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ **h)** $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ **i)** $(-1)^n \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

j) $\frac{4\pi}{21} + 2\pi n; \frac{11\pi}{21} + 2\pi n, n \in Z$ **k)** $-\frac{3\pi}{4} + 3\pi n, n \in Z$ **l)** $-\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

m) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} - \frac{1}{3} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$ **n)** $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ **o)** $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

2. **a)** $5\pi n, n \in Z$ **b)** $\frac{4\pi}{7} + \pi n, n \in Z$ **c)** $\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{8}, n \in Z$

d) yechimga ega emas **e)** yechimga ega emas **f)** $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

g) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ **h)** $\pi + 2\pi n, n \in Z$ **i)** $\pm\frac{3\pi}{2} + 4\pi n, n \in Z$

j) $\frac{8\pi}{15} + 2\pi n; -\frac{2\pi}{15} + 2\pi n, n \in Z$ **k)** $\frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi n}{3}, n \in Z$ **l)** $\pm\frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

m) $\pm 7,5 + 18n, n \in Z$ **n)** $\pm\frac{4}{9} + \frac{8}{3}n, n \in Z$ **o)** $3 + 2n, n \in Z$

p) $\pm\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi n}{2}, n \in Z$ **q)** $\pm\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ **r)** $\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

3. **a)** $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ **b)** $-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ **c)** $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

d) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ **e)** $-\frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi n}{2}, n \in Z$ **f)** $-\frac{25\pi}{12} + \pi n, n \in Z$

g) $1 + 4n, n \in Z$ **h)** $\frac{7}{12} + \frac{7}{2}n, n \in Z$ **i)** $\frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{9}, n \in Z$

j) $-\frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{6}, n \in Z$ **k)** $-\frac{11\pi}{36} + \pi n, n \in Z$

4. **a)** $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ **b)** $\frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ **c)** $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$

d) $-1\frac{3}{8}+\frac{1}{2}n, n \in Z$ **e)** $4\frac{1}{6}+5n, n \in Z$ **f)** $\frac{5\pi}{42}+\frac{\pi n}{7}, n \in Z$

g) $\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ **h)** $\frac{\pi}{18}+\frac{\pi n}{3}, n \in Z$ **i)** $\frac{7\pi}{20}+\frac{\pi n}{2}, n \in Z$

5. **a)** $\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}$ **b)** $-\frac{13\pi}{18}, -\frac{11\pi}{18}, -\frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{18}, \frac{11\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}$ **c)** $\frac{\pi}{3}$

d) $-\frac{45\pi}{16}, -\frac{41\pi}{16}, -\frac{37\pi}{16}, -\frac{33\pi}{16}, -\frac{29\pi}{16}, -\frac{25\pi}{16}, -\frac{21\pi}{16}, -\frac{17\pi}{16}, -\frac{13\pi}{16}, -\frac{9\pi}{16}, -\frac{5\pi}{16}, -\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}, \frac{11\pi}{16}, \frac{15\pi}{16}, \frac{19\pi}{16}, \frac{23\pi}{16}, \frac{27\pi}{16}, \frac{31\pi}{16}, \frac{35\pi}{16}, \frac{39\pi}{16}, \frac{43\pi}{16}, \frac{47\pi}{16}$

6. $a \in (-\infty;1) \cup (1;\infty)$

7. $a \in \varnothing$

8. $[-6;-1] \cup [1;6]$

9. $\left[-\frac{5+\sqrt{41}}{2};\frac{5-\sqrt{41}}{2}\right] \cup \left[\frac{-5+\sqrt{41}}{2};\frac{5+\sqrt{41}}{2}\right]$

BA'ZI TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI

Dars maqsadi: o'quvchilar ba'zi trigonometrik tenglamalarni yechish usullarini biladi.

Barcha o'quvchilar	$a\cdot f^2(x)+b\cdot f(x)+c=0$ ko'rinishdagi trigonometrik tenglamalarni yechadi, bunda $f(x)$ o'rnida $\sin x, \cos x, tgx, ctgx$ lardan biri. $a\cdot \sin^2 x+b\cdot \cos x+c=0$; $a\cdot tgx+b\cdot ctgx+c=0$; $a\cdot \sin^2 x+b\cdot \sin x\cos x+c\cdot \cos^2 x=0$ ko'rinishdagi tenglamalarni yechadi.
Aksariyat o'quvchilar	$a\cdot \sin x+b\cdot \cos x=c$, $\sin kx-\sin tx=\cos mx$ kabi tenglamalarni yechadi. $a\cdot \sin x+b\cdot \cos x=c$ tenglamani yarim argumentga o'tib yoki yordamchi burchak kiritib yechadi.
Ayrim o'quvchilar	$a\cdot \sin 2x+b\cdot(\sin x\pm\cos x)+c=0$ tenglamalarni yechadi. Maxrajida o'zgaruvchi qatnashgan tenglamalarni yechadi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Qaysi tenglamalar "eng sodda trigonometrik tenglamalar" deyiladi?

2. Trigonometrik tenglamalarning shu vaqtgacha maktabda o'rganilgan har qanday tenglamalardan farqi nima bo'lishi mumkin?

3. Eng sodda trigonometrik tenglamalar yechimi formulalaridagi $n\in Z$ yozuv nimani bildiradi?

Yo'l qo'yilishi mumkin bo'lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

1. $\sin x+\cos x=1$ tenglamani yechishda uning ikkala qismini kvadratga oshirish chet ildizlar paydo bo'lishiga olib keladi. Tenglamani yarim argumentga o'tib yechish mumkin.

2. $\sin x\cdot \cos x=\sin x$ tenglamaning ikkala qismini $\sin x$ ga qisqartirib, $\cos x=1$ tenglamaning o'zini yechish yechim yo'qotilishiga olib keladi.

3. $tgx\cdot(\sin x-1)=0$, $\frac{\cos x+1}{ctgx}=0$ kabi tenglamalarni yechishda tenglamaning aniqlanish sohasiga e'tibor bering.

Uyga vazifa

2-, 6-, 9-, 13-, 16-, 21-, 26-, 30-, 35-misollar.

MAVZU BAYONI

Kvadrat tenglamaga keltiriladigan tenglamalar

1-misol. Tenglamani yeching: $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$.

Yechish.

Bu tenglama $\sin x$ ga nisbatan kvadrat tenglamadir. $\sin x = t$ deb belgilasak, $2t^2 - 3t + 1 = 0$ bundan $t_1 = 1,\ \ t_2 = \frac{1}{2}$ kelib chiqadi.

1) $\sin x = 1,\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ 2) $\sin x = \frac{1}{2},\ x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$

Javob: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,\ \ n \in Z$.

$a\sin x + b\cos x = c$ ko‘rinishdagi tenglamalar

5-misol. Tenglamani yeching: $3\sin x - 2\cos x = 0$.

Yechish.

1) Tenglamaning ikkala tarafini $\cos x$ ga bo‘lib, $3tgx - 2 = 0$ tenglamani hosil qilamiz.

2) $3tgx - 2 = 0,\ tgx = \frac{2}{3},\ \ x = arctg\frac{2}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

$a\sin x + b\cos x = 0$ tenglamani $\cos x$ (yoki $\sin x$) ga bo‘lganda berilgan tenglamaga teng kuchli tenglama hosil bo‘ladi ($\cos x = 0$ va $\sin x = 0$ tengliklar bir vaqtda bajarilmaydi).

Javob: $x = arctg\frac{2}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

Chap qismini ko‘paytuvchilarga ajratib yechiladigan tenglamalar

8-misol. Tenglamani yeching: $\sin 9x - \sin x = \cos 5x$.

Yechish.

$2\sin 4x \cos 5x = \cos 5x \quad \Rightarrow \quad \cos 5x(2\sin 4x - 1) = 0$

1) $\cos 5x = 0,\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5},\ n \in Z$

2) $\sin 4x = \frac{1}{2},\ 4x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z,\ x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4},\ n \in Z$

Javob: $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5},\ x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4},\ \text{n} \in Z$.

MISOLLAR

1. $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$
2. $\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$
3. $2ctg^2 3x - 3ctg3x + 1 = 0$
4. $tg^2 x - 2tgx = 3$
5. $2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$
6. $3\sin^2 2x + 7\cos 2x - 3 = 0$
7. $2\cos x = 1 - \sqrt{\cos x}$
8. $\sin 2x = \cos^4 x - \sin^4 x$
9. $\sin 5x = \frac{2}{3}\cos^2 5x$
10. $\cos^4 \frac{x}{5} + \sin^2 \frac{x}{5} = 1$
11. $3tg2x - 2ctg2x - 1 = 0$
12. $2tgx - 2ctgx = 3$
13. $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$
14. $\sin 2x + \cos 2x = 0$
15. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$
16. $\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = 0$
17. $\cos x - \sin x = 1$
18. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$
19. $\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2} = -1$
20. $\sqrt{3}\sin x + \cos x = \sqrt{2}$
21. $3\sin x + 4\cos x = 3$
22. $\sin 4x + \cos 4x = 4$
23. $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$
24. $\cos 2x = \sqrt{2}\left(\cos x - \sin x\right)$
25. $\cos 3x \cos 2x = \sin 3x \sin 2x$
26. $\sin 5x \cos 4x - \cos 5x \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
27. $\cos 9x - \cos 7x + \cos 3x - \cos x = 0$
28. $\cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x$
29. $\sin 3x + \sin 5x = \sin 4x$
30. $\sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x$
31. $(2\cos x - 3)\cdot ctgx = 0$
32. $(tgx - 3)(\cos x - \frac{1}{2}) = 0$
33. $tg3x\cos x = 0$
34. $\sin 2x tgx = 0$
35. $\frac{\cos 2x}{1 + tgx} = 0$

Yechish. $\cos 2x = 0$ va $1 + tgx \neq 0$.

$$\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z; x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z.$$

$k = 2n + 1, n \in Z$ bo‘lganda $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(2n + 1) = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ lar maxrajni nolga aylantiradi.

$k=2n, n\in Z$ bo‘lganda $x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$ lar yechim bo‘ladi.

Javob: $x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$.

36. $\frac{1-2cos2x}{cos2x-2}=0$

37. $\frac{tgx}{sin5x}=0$

38. $\frac{cosx}{1-cos4x}=0$

39. $|cos2x-1|-2|cos2x+2|=0$

40. $sin^3x+cos^4x=1$

41. $cosx\sqrt{sinx}=0$

42. $cos3x+2cosx=0$

43. $sin^{13}x+cos^{13}x=1$

44. $sin9x = 2sin3x$

Yechish.

$sin9x=2sin3x \Rightarrow sin9x-sin3x=sin3x \Rightarrow 2sin3xcos6x=sin3x \Rightarrow sin3x(2cos6x-1)=0$

$sin3x=0;\ 3x=\pi k, k\in Z;\ x=\frac{\pi k}{3},\ k\in Z.$

$2cos6x-1=0;\ cos6x=\frac{1}{2};\ 6x=\pm arccos\frac{1}{2}+2\pi k, k\in Z;\ 6x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in Z;\ x=\pm\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}, k\in Z$

Javob: $\frac{\pi k}{3},\ \pm\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}, k\in Z$.

JAVOBLAR

1. $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

2. $x=\pi+2\pi n, n\in Z$

3. $\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3}n,\ \frac{1}{3}arcctg\frac{1}{2}+\frac{\pi n}{3}, n\in Z$

4. $arctg3+\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$

5. $\frac{\pi}{2}+2\pi n, (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

6. $x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$

7. $x=\pm arccos\frac{1}{4}+2\pi n,\ n\in Z$

8. $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}n, n\in Z$

9. $(-1)^n\frac{\pi}{30}+\frac{\pi n}{5}, n\in Z$

10. $x=\frac{5\pi n}{2}, n\in Z$

11. $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},-\frac{1}{2}arctg\frac{2}{3}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$

12. $arctg2+\pi n,\ -arctg\frac{1}{2}+\pi n,\ n\in Z$

13. $\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

14. $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}n, n\in Z$

15. $x=-\frac{5\pi}{12}+\pi n, n\in Z$

16. $x=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$

17. $2\pi n, -\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

18. $x=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$

19. $2\pi+4\pi n,\ -\pi+4\pi n, n\in Z$

20. $x=(-1)^n\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

21. $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -2arctg\frac{1}{7}+2\pi n,\ n\in Z$

22. $x\in\varnothing$

23. $\frac{\pi}{2}+\pi n, (-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

24. $\frac{\pi}{4}+\pi n, \frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$

25. $x=\frac{\pi}{10}+\frac{\pi n}{5}, n\in Z$

26. $x=(-1)^n\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in Z$

27. $x=\frac{\pi n}{5},\ \frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{3}, n\in Z$

28. $\frac{\pi n}{5}, \frac{\pi}{10}+\frac{2\pi n}{5}, x=\frac{3\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

29. $\frac{\pi n}{4}, \pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

30. $\frac{\pi}{10}+\frac{\pi n}{5}, \frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{3}, n\in Z$

31. $x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

32. $arctg3+\pi n, \pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

33. $x=\frac{\pi n}{3}, n\in Z$

34. $x=\pi n, n\in Z$

35. $\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$

36. $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

37. *Yechimga ega emas.*

38. *Yechimga ega emas.*

39. $\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

40. $\pi n,\ \frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

41. $\pi n,\ \frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

42. $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ \pm\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in Z$

43. $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ 2\pi n, n\in Z$

44. $\frac{\pi n}{3},\ \pm\frac{\pi}{18}+\frac{\pi n}{3}, n\in Z$

TRIGONOMETRIK TENGSIZLIKLAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar eng sodda trigonometrik tengsizliklarni yechadi, yechimni tekshiradi.

Barcha o‘quvchilar	Trigonometrik tengsizliklarni trigonometrik aylana yordamida yecha oladi. Birlik aylanada tengsizlikni yechish algoritmini o‘rganadi. 1) Ordinata (*abssissa*) o‘qida a nuqtani belgilaydi va mos o‘qqa perpendikulyar qilib $y = a$ $(x = a)$ to‘g‘ri chiziqni yasay oladi. 2) Aylanada berilgan tengsizlikni qanoatlantiradigan nuqtalardan iborat yoyni belgilaydi (bu nuqtalar yasalgan to‘g‘ri chiziqdan bir tomonda yotadi). 3) Belgilangan yoyga mos nuqtalardan tashkil topgan sonli oraliqni va tengsizlikning ikkala qismiga funksiya davrini yoza oladi ($y = \sin x,\ y = \cos x$ lar uchun $T = 2\pi k,\ k \in Z$). $\sin x > a,\ \sin x < a, \cos x > a, \cos x < a,\ tgx > a, tgx < a, ctgx > a, ctgx < a$ kabi trigonometrik tengsizliklarning yechimini formula yordamida yoza oladi.
Aksariyat o‘quvchilar	$\sin x > a,\ \sin x < a, \cos x > a, \cos x < a,\ tgx > a, tgx < a, ctgx > a, ctgx < a$ ko‘rinishga keltiriladigan trigonometrik tengsizliklarni yechadi. Masalan: $\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) < \frac{1}{2};\ \sin 5x \cos 4x - \cos 5x \sin 4x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ kabi.
Ayrim o‘quvchilar	Murakkabroq yoki maxrajida o‘zgaruvchi qatnashgan tengsizliklarni yechadi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Markazi koordinata boshida, radiusi 1 ga teng bo‘lgan aylana yasang.
2. Bu aylanada ordinatasi $\frac{1}{2}$ ga teng bo‘lgan nechta nuqta bor?
3. Bu aylanada ordinatasi $\frac{1}{2}$ dan katta ($\frac{1}{2}$ dan kichik) bo‘lgan nuqtalarni toping.
4. Birlik aylanadagi $(1;0)$ nuqtani berilgan oraliqdagi burchakka burishda hosil bo‘lgan yoyni yasang: a) $(0^o; 180^o)$; b) $[-120^o; 0^o]$.

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

O‘quvchilar trigonometrik aylana yordamida tengsizlikni yechgach, javobini yozishda qiynalishadi. Javobni soat strelkasiga qarama-qarshi yo‘nalishda olishni o‘rgatish kerak.

$x \in R$ bo‘lganda $\sin x \in [-1;1]$ ekanidan $\sin x > 1,5;\ \sin x < 2$ kabi tengsizliklar yechimga ega emasligini; $\sin x < 2;\ \sin x > -1,5$ kabi tengsizliklarning yechimlari $(-\infty;\infty)$ oraliqdagi barcha sonlar

bo‘lishini yodda tutish kerak bo‘ladi. Ko‘pincha o‘quvchilar $\sin x < 2;\ \sin x > -1{,}5$ kabi tengsizliklar yechimga ega emas deb o‘ylashadi.

Uyga vazifa

1 (i, j, k, l), 2 (i, ,j, k, l), 3 (f, g, h), 4 (d), 5 (f).

MAVZU BAYONI

a soni uchun $f(x) < a$, $f(x) \le a$, $f(x) > a$, $f(x) \ge a$ ko‘rinishdagi tengsizliklar ***trigonometrik tengsizliklar*** deb yuritiladi.

$\sin x < a$ va $\sin x \le a$ tengsizlikni yechish

1) $a \le -1$ bo‘lsa, $\sin x < a$ tengsizlikning yechimi $\varnothing$ bo‘ladi (1a-*rasm*).

2) $a > 1$ bo‘lsa, $\sin x < a$ tengsizlikning yechimi $(-\infty; +\infty)$ bo‘ladi (1b-*rasm*).

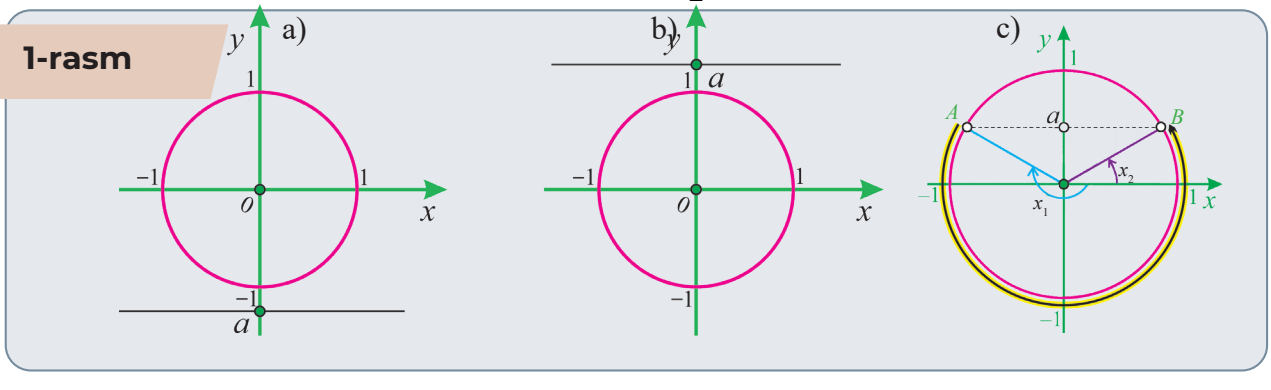
3) $a < -1$ bo‘lsa, $\sin x \le a$ tengsizlikning yechimi $\varnothing$ bo‘ladi.

4) $a \ge 1$ bo‘lsa, $\sin x \le a$ tengsizlikning yechimi $(-\infty; +\infty)$ bo‘ladi.

5) $a = -1$ bo‘lsa, $\sin x \le -1$ tengsizlikning yechimi $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ bo‘ladi.

6) $a = 1$ bo‘lsa, $\sin x < 1$ tengsizlikning yechimi $x \ne \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ bo‘ladi.

1-rasm



7) $-1 < a < 1$ bo‘lganda $\sin x < a$ tengsizlikning yechimi (1c-*rasm*).

$$x_1 < x < x_2$$

$$x_1 = -\pi - \arcsin a$$

$$x_2 = \arcsin a$$

$$-\pi - \arcsin a + 2\pi n < x < \arcsin a + 2\pi n,\ n \in Z$$

8) $-1 < a < 1$ bo‘lsa, u holda $\sin x \le a$ tengsizlikning yechimi

$$-\pi - \arcsin a + 2\pi n \le x \le \arcsin a + 2\pi n,\ n \in Z$$

$cosx < a$ va $cosx \le a$ tengsizlikni yechish

1) $a \le -1$ bo‘lsa, $cosx < a$ tengsizlikning yechimi $\varnothing$ bo‘ladi (*2a-rasm*).

2) $a > 1$ bo‘lsa, $cosx < a$ tengsizlikning yechimi $(-\infty; +\infty)$ bo‘ladi (*2b-rasm*).

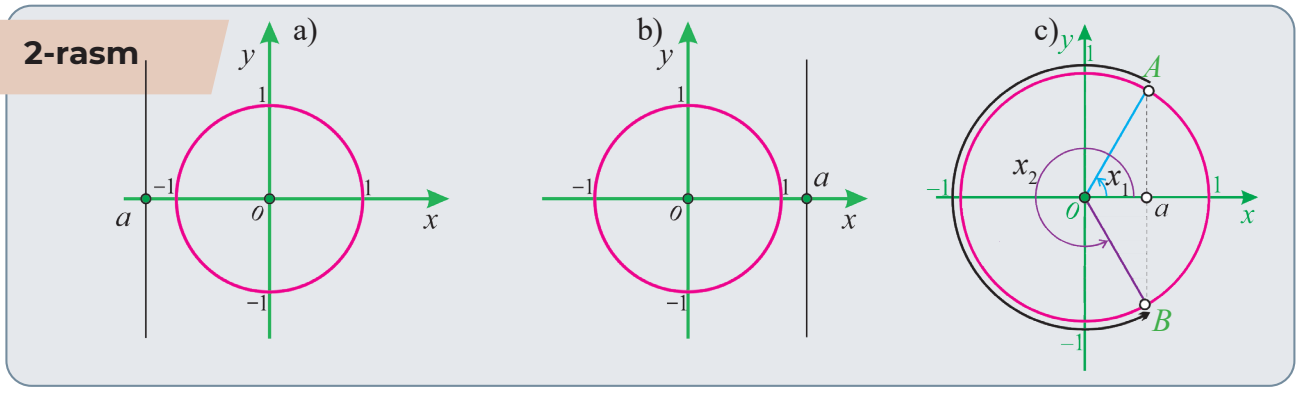
3) $a < -1$ bo‘lsa, $cosx \le a$ tengsizlikning yechimi $\varnothing$ bo‘ladi.

4) $a = -1$ bo‘lsa, $cosx \le -1$ tengsizlikning yechimi $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$ nuqtalardan iborat.

5) $a = 1$ bo‘lsa, $cosx < 1$ tengsizlikning yechimi $x \ne 2\pi n,\ n \in Z$ bo‘ladi.

6) $a \ge 1$ bo‘lsa, $cosx \le a$ tengsizlikning yechimi $(-\infty; +\infty)$ bo‘ladi.

2-rasm



7) $-1 < a < 1$ bo‘lsa, $cosx < a$ tengsizlikning yechimi (*2c-rasm*).

$$\boldsymbol{arccosa + 2\pi n < x < 2\pi - arccosa + 2\pi n,\ n \in Z}$$

8) $-1 < a < 1$ bo‘lsa, $cosx \le a$ tengsizlikning yechimi

$$\boldsymbol{arccosa + 2\pi n \le x \le 2\pi - arccosa + 2\pi,\ n \in Z.}$$

$tgx < a$ va $tgx \le a$ tengsizlikni yechish

$tgx < a$ tengsizlik x ning $-\frac{\pi}{2} < x < arctga$ qo‘shtengsizlikni qanoatlantiruvchi qiymatlarida bajariladi.

$y = tgx$ funksiya davriy ekanligidan $tgx < a$ tengsizlikning yechimi

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < arctga + \pi n,\ n \in Z$$

bo‘lishi kelib chiqadi. Xuddi shuningdek, $tgx \le a$ tengsizlikning yechimi

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \le arctga + \pi n,\ n \in Z$$

bo‘ladi.

$ctgx < a$ va $ctgx \le a$ tengsizlikni yechish

$ctgx < a$ tengsizlik x o‘zgaruvchining $arcctga < x < \pi$ qo‘shtengsizlikni qanoatlantiruvchi qiymatlarida bajariladi. $y=ctgx$ funksiya davriy ekani sababli $ctgx < a$ tengsizlikning yechimi kelib chiqadi.

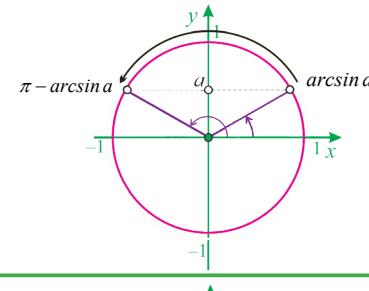
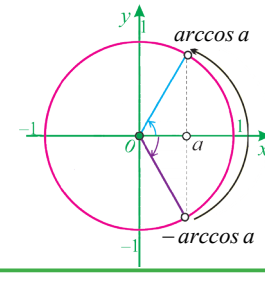
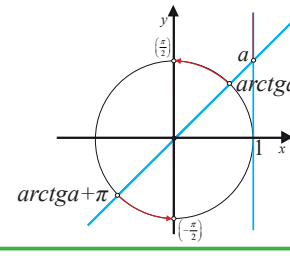
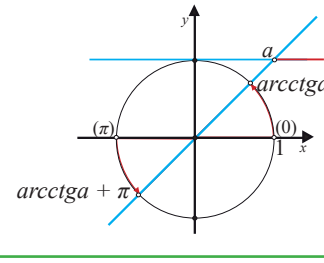
$$arcctga + \pi n < x < \pi + \pi n,\ n \in Z$$

Xuddi shuningdek, $ctgx \le a$ tengsizlikning yechimi

$$arcctga + \pi n \le x < \pi + \pi n,\ n \in Z$$

bo‘ladi.

Ba’zi tengsizliklarning yechimi

Tengsizlik	Yechimi	Trigonometrik aylanadagi tasviri
$sinx > a$	$arcsin\,a + 2\pi n < x < \pi - arcsin\,a + 2\pi n,\ n \in Z$	
$cosx > a$	$-arccos\,a + 2\pi n < x < arccos\,a + 2\pi n,\ n \in Z$	
$tgx > a$	$arctga + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$	
$ctgx > a$	$\pi n < x < arcctga + \pi n,\ n \in Z$	

1-misol. Tengsizlikni yeching: $\sin x \le -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Yechish

$$-\pi - arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n \le x \le arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \le x \le -\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Javob: $\left[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n;\ -\frac{\pi}{3} + 2\pi n\right],\ n \in Z$.

2-misol. Tengsizlikni yeching: $\cos x \le \frac{1}{2}$.

Yechish

$$-arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n \le x \le arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \le x \le \frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Javob: $\left[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n;\frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right],\ n \in Z$.

3-misol. Tengsizlikni yeching: $tg\frac{x}{4} \le -1$.

Yechish

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < \frac{x}{4} \le arctg(-1) + \pi n,\ n \in Z$$

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < \frac{x}{4} \le -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$$

$$-2\pi + 4\pi n < x \le -\pi + 4\pi n,\ n \in Z$$

Javob: $\left(-2\pi + 4\pi n; -\pi + 4\pi n\right],\ n \in Z$.

4-misol. Tengsizlikni yeching: $ctg\frac{x}{5} < -\sqrt{3}$.

Yechish

$$arcctg\left(-\sqrt{3}\right) + \pi n < \frac{x}{5} < \pi + \pi n,\ n \in Z \quad \Rightarrow \quad \frac{5\pi}{6} + \pi n < \frac{x}{5} < \pi + \pi n,\ n \in Z \quad \Rightarrow$$

$$\frac{25\pi}{6} + 5\pi n < x < 5\pi + 5\pi n,\ n \in Z$$

Javob: $\left(\frac{25\pi}{6} + 5\pi n; 5\pi + 5\pi n\right),\ n \in Z$.

MISOLLAR

1. Tengsizliklarni yeching.

a) $\sin x > 1$ b) $\sin x \geq 1$ c) $\sin x < 1$ d) $\sin x \leq 1$

e) $\sin x > -1$ f) $\sin x \geq -1$ g) $\sin x < -1$ h) $\sin x \leq -1$

i) $\sin x > 1{,}5$ j) $\sin x \geq -1{,}2$ k) $\sin x < 1{,}1$ l) $\sin x \leq -2$

2. Tengsizliklarni yeching.

a) $\cos x > 1$ b) $\cos x \geq 1$ c) $\cos x < 1$ d) $\cos x \leq 1$

e) $\cos x > -1$ f) $\cos x \geq -1$ g) $\cos x < -1$ h) $\cos x \leq -1$

i) $\cos x > 2$ j) $\cos x \geq -1{,}6$ k) $\cos x < 1{,}4$ l) $\cos x \leq -1{,}7$

3. Tengsizliklarni yeching.

a) $\sin 2x \geq 0$ b) $\cos 3x \leq 0$ c) $\cos x \leq \frac{1}{2}$ d) $\sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\cos 2x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ f) $\sin 3x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ g) $\sqrt{2} - 2\sin x > 0$ h) $2\cos x + \sqrt{3} \leq 0$

4. Tengsizliklarni yeching.

a) $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) < 0$ b) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 0$

c) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Tengsizliklarni yeching.

a) $tg\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \geq \sqrt{3}$ b) $tg\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right) > 0$ c) $ctg\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) > -\frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $ctg\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ e) $ctg\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) < 0$ f) $tg\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) \leq -1$

6. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) < -\frac{1}{2}$ tengsizlikning $[0;\ \pi]$ oraliqdagi yechimlarini toping.

7. $tg\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) < -\sqrt{3}$ tengsizlikning $\left[-\frac{3}{8}; \frac{21}{8}\right]$ oraliqdagi yechimlarini toping.

8. Tengsizliklarni yeching.

a) $\cos 2x - 3\cos x < 0$ b) $2\sin^2 x - 5\sin x + 3 \geq 0$

c) $3\cos^2 x + 7\cos x + 4 \leq 0$ d) $tg^2 x - 4tgx + 3 < 0$

9. Tengsizliklarni yeching.

a) $cos\left(3sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right)<-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $sin\left(cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)>-\frac{1}{2}$

Yechish.

$$arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k<3sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<2\pi-arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k, k\in Z$$

$$\frac{5\pi}{6}+2\pi k<3sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<2\pi-\frac{5\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$$

$$\frac{5\pi}{6}+2\pi k<3sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<\frac{7\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$$

$$\frac{5\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3}<sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<\frac{7\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3}, k\in Z$$

1) $k=0$ bo‘lganda $\frac{5\pi}{18}<sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<\frac{7\pi}{18}$ hosil bo‘ladi.

$sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)>\frac{5\pi}{18}$ ni yechishimiz kerak.

$$arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k<x-\frac{\pi}{6}<\pi-arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k, k\in Z$$

$$\frac{\pi}{6}+arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k<x<\frac{7\pi}{6}-arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k, k\in Z$$

2) $k=-1$ bo‘lganda $-\frac{7\pi}{18}<sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<-\frac{5\pi}{18}$

$sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<-\frac{5\pi}{18}$ ni yechishimiz kerak.

$$-\pi-arcsin\left(-\frac{5\pi}{18}\right)+2\pi k<x-\frac{\pi}{6}<arcsin\left(-\frac{5\pi}{18}\right)+2\pi k, k\in Z$$

$$-\pi+arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k<x-\frac{\pi}{6}<-arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k, k\in Z$$

$$arcsin\frac{5\pi}{18}-\frac{5\pi}{6}+2\pi k<x<\frac{\pi}{6}-arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k, k\in Z$$

Javob: $arcsin\frac{5\pi}{18}-\frac{5\pi}{6}+2\pi k<x<\frac{\pi}{6}-arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k,$

$\frac{\pi}{6}+arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k<x<\frac{7\pi}{6}-arcsin\frac{5\pi}{18}+2\pi k, k\in Z$.

JAVOBLAR

1. **a)** $x \in \varnothing$ **b)** $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ **c)** $x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ **d)** $x \in R$

e) $x \neq -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ **f)** $x \in R$ **g)** $x \in \varnothing$ **h)** $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

i) $x \in \varnothing$ **j)** $x \in R$ **k)** $x \in R$ **l)** $x \in \varnothing$

2. **a)** $x \in \varnothing$ **b)** $x = 2\pi n, n \in Z$ **c)** $x \neq 2\pi n, n \in Z$ **d)** $x \in R$ **e)** $x \neq \pi + 2\pi n, n \in Z$

f) $x \in R$ **g)** $x \in \varnothing$ **h)** $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$ **i)** $x \in \varnothing$ **j)** $x \in R$ **k)** $x \in R$ **l)** $x \in \varnothing$

3. **a)** $\left[\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right], n \in Z$ **b)** $\left[\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3}\right], n \in Z$ **c)** $\left[\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right], n \in Z$

d) $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in Z$ **e)** $\left(-\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{\pi}{8} + \pi n\right), n \in Z$

f) $\left(-\frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}\right), n \in Z$ **g)** $\left(-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right), n \in Z$

h) $\left[\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{7\pi}{6} + 2\pi n\right], n \in Z$

4. **a)** $\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}\right), n \in Z$ **b)** $\left[\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n\right], n \in Z$

c) $\left(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in Z$ **d)** $\left(\frac{\pi}{24} + \pi n; \frac{19\pi}{24} + \pi n\right), n \in Z$

5. **a)** $\left[\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}\right), n \in Z$ **b)** $\left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}; \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}\right), n \in Z$

c) $\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \frac{11\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}\right), n \in Z$ **d)** $\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}\right], n \in Z$

e) $\left(\frac{5\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}; \frac{4\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}\right), n \in Z$ **f)** $\left(-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}; -\frac{\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}\right], n \in Z$

6. $\left(\frac{5\pi}{12}; \frac{3\pi}{4}\right)$ **7.** $\left[-\frac{3}{8}; -\frac{\pi}{12}\right) \cup \left(\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{12}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{6}; \frac{21}{8}\right]$

8. **a)** $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in Z$ **b)** $x \in (-\infty; \infty)$

c) $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$ **d)** $\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; arctg3 + \pi n\right), n \in Z$

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

SUMMATIV BAHOLASH. 5-NAZORAT ISHI

I variant

1. Tenglamani yeching: $\sqrt{3}tg\left(3x-\frac{\pi}{7}\right)=-1$

2. Tenglamani yeching: $\sin 3x\cdot\cos x-\cos 3x\cdot\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Tenglamani yeching: $3\sin^2 2x+7\cos 2x-3=0$

4. Tengsizlikni yeching: $\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\le 0$

5. Tengsizlikni yeching: $\cos^2 2x-\sin^2 2x<\frac{\sqrt{2}}{2}$

II variant

1. Tenglamani yeching: $\sin\left(4x-\frac{\pi}{7}\right)=-1$

2. Tenglamani yeching: $3\cos^2 x-5\sin^2 x-\sin 2x=0$

3. Tenglamani yeching: $\sin 2x+\cos 2x=1$

4. Tengsizlikni yeching: $ctg\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)>-\sqrt{3}$

5. Tengsizlikni yeching: $4\sin x\cos x>-1$

6-BOB. EHTIMOLLIKLAR NAZARIYASI

TASODIFIY HODISALAR

Dars maqsadi: o‘quvchilar sodda tasodifiy hodisalarni tahlil qiladi, ularning modellarini quradi. Tajribalar asosida natijalar oladi. Hodisalar turlarini farqlaydi. Tasodifiy hodisa ehtimolligi, qarama-qarshi hodisa va uning ehtimolligini tahlil qiladi.

Barcha o‘quvchilar	Tasodifiy hodisa, birgalikda bo‘lgan hodisa, birgalikda bo‘lmagan hodisa, elementar hodisa, murakkab hodisa, teng imkoniyatli hodisalar, qarama-qarshi hodisalar ta’riflarini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Mantiqan noto‘g‘ri mulohazani ajrata oladi, ta’rif va formulalardan foydalanib masalalar yecha oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Nostandart masalalarni yecha oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Tajriba deganda nimani tushunasiz?
2. Hodisa deganda-chi?
3. “Ehtimol” so‘ziga qanday ta’rif berish mumkin?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

Javob uchun mantiqan to‘g‘ri ko‘ringan natijani olmaslik, masalaga matematika nuqtayi nazardan, ta’riflardan foydalanib yondashmaslik kuzatiladi.

Uyga vazifa

Berilgan ta’riflarga misollar tuzib kelish.

MAVZU BAYONI

Ehtimolliklar nazariyasi hozirgi zamon matematikasining asosiy yo‘nalishlaridan biridir. Ehtimolliklar nazariyasi predmeti tasodifiy hodisalar bilan boshqariladigan qonuniyatlarni o‘rganishdan iborat. Uning asosiy tushunchalari tajriba va hodisa hisoblanadi.

Hodisalar va ularning turlari

Ta’rif. Tajriba sinovlarining har qanday natijasi (yoki oqibati)ga ***hodisa*** deyiladi. Hodisalar lotin alifbosining bosh harflari bilan – ***A, B, C, ...*** tarzida belgilanadi.

Odatiy turmushda, amaliy faoliyatda hamda ilmiy tekshirishlarda natijalarni to‘la ishonch bilan oldindan aytish mumkin bo‘lmagan tajribalar va sinovlar tez-tez uchrab turadi. Masalan, tangani tashlaganda u yoki bu tomonining tushishini to‘la ishonch bilan aytish mumkin emas; nishonga o‘q uzganda tegish yoki tegmasligi aniq emas; shashqol (kubik) tashlandi, bunda 6 raqamining tushishi oldindan ma’lum emas; biror raqamli lotereya chiptasiga yutuq chiqishini ham oldindan aytib bo‘lmaydi.

Ta’rif. Tajriba natijasida albatta ro‘y beradigan hodisa ***muqarrar hodisa*** deyiladi va u odatda **Ω** harfi bilan belgilanadi.

Masalan, shashqol tashlanganda 1 dan 6 gacha bo‘lgan butun sonlarning tushishi, tavakkaliga tanlangan so‘zda 1000 dan ortiq bo‘lmagan harfning bo‘lishi, kundan so‘ng tun kelishi va hokazolar muqarrar hodisalardir.

Ta’rif. Tajriba natijasida hech qachon ro‘y bermaydigan hodisaga esa ***mumkin bo‘lmagan hodisa*** deyiladi va odatda **Ø** belgisi bilan belgilanadi.

Masalan, bitta lotereyaga ikkita yutuq chiqishi, kosmik kemaning Quyoshga qo‘nib, qaytib kelishi va hokazolar mumkin bo‘lmagan hodisalardir.

Ta’rif. Tajriba natijasida ro‘y berishi ham, ro‘y bermasligi ham mumkin bo‘lgan hodisa ***tasodifiy hodisa*** deyiladi.

Masalan, tanga tashlaganda gerbli tomonning tushishi, o‘q uzilganda nishonga tegishi, lotereya chiptasiga yutuq chiqishi, shashqol tashlanganda 6 raqamining tushishi va hokazolar tasodifiy hodisalarga misol bo‘ladi.

Ta’rif. Biri ro‘y berganda boshqasi ro‘y bermaydigan hodisalar ***birgalikdamas (birgalikda bo‘lmagan) hodisalar*** deyiladi.

1-misol. Detallar solingan qutidan tavakkaliga bitta detal olindi. Bunda sifatli detal chiqishi sifatsiz detal chiqishini yo‘qqa chiqaradi yoki aksincha. “Sifatli detal chiqdi” va “sifatsiz detal chiqdi” hodisalari birgalikda emas.

2-misol. Tanga tashlashda gerbli tomoni tushishi raqamli tomon tushishini yo‘qqa chiqardi. “Gerbli tomon tushdi” va “Raqamli tomon tushdi” hodisalari birgalikda emas.

Ta’rif. Agar hodisalar bir paytda ro‘y berishi mumkin bo‘lsa, bunday hodisalar ***birgalikda bo‘lgan hodisalar*** deyiladi.

Masalan, “quyosh chiqdi” va “kun sovuq” – bular birgalikda bo‘lishi mumkin bo‘lgan hodisalardir.

Ta’rif. Tajribaning har bir natijasini ifodalovchi hodisa ***elementar hodisa*** deyiladi.

Ta’rif. Elementar hodisalarga ajratish mumkin bo‘lgan hodisa ***murakkab hodisa*** deyiladi.

Ta’rif. Agar bir necha hodisalardan istalgan birining tajriba natijasida ro‘y berishi boshqalariga qaraganda kattaroq imkoniyatga ega deyishga asos bo‘lmasa, bunday hodisalar ***teng imkoniyatli hodisalar*** deyiladi.

Masalan, tanga tashlanganda gerbli yoki raqamli tomoni tushishi yoki shashqol tashlanganda bir raqamining tushishi, ikki raqamining tushishi,… olti raqamining tushishi – bularning barchasi teng imkoniyatli hodisalar bo‘ladi.

Ta’rif. A hodisaga ***qarama-qarshi hodisa*** deb A hodisaning ro‘y bermasligidan iborat hodisaga aytiladi va $\overline{A}$ kabi belgilanadi.

Bog‘liq va bog‘liq bo‘lmagan hodisalar haqida tushuncha

Ta’rif. Agar ikkita hodisadan birining ro‘y berishi ikkinchi hodisaning ro‘y berish yoki ro‘y bermasligiga bog‘liq bo‘lmasa, bu hodisalar ***erkli (bog‘liq bo‘lmagan) hodisalar*** deyiladi.

3-misol. Tanga ikki marta tashlangan. Birinchi tashlashda gerbli tomon tushish (A hodisa) ehtimolligi ikkinchi tashlashda gerbli tomon tushish yoki tushmasligiga (B hodisa) bog‘liq emas. O‘z navbatida, ikkinchi tajribada gerbli tomon tushish ehtimolligi birinchi tajriba natijasiga bog‘liq emas. Shunday qilib, A va B hodisalar erkli.

Ta’rif. Bir nechta hodisaning ixtiyoriy ikkitasi bog‘liq bo‘lmasa, ular ***juft-juft erkli*** deyiladi.

6-misol. Tanga 3 marta tashlangan. A, B, C mos ravishda birinchi, ikkinchi va uchinchi tajribalarda gerbli tomon tushish hodisasi bo‘lsin. Ravshanki, ko‘rilayotgan hodisalardan har ikkitasi (ya’ni A va B, A va C, B va C) bog‘liq emas. Shunday qilib, A, B va C juft-juft erkli.

Ta’rif. Agar ikki hodisadan birining ro‘y berishi ikkinchi hodisaning ro‘y berish yoki ro‘y bermasligiga bog‘liq bo‘lsa, bu hodisalar ***bog‘liq*** deyiladi.

8-misol. Idishda 80 ta oq, 20 ta qora shar bor. Tavakkaliga bitta shar olinib, qaytarib qo‘yilmaydi. Agar birinchi olishda oq shar chiqishi A hodisa bo‘lsa, u holda ikkinchi olishdagi sharning oq chiqishi B hodisasining ro‘y berishi A hodisaga bog‘liq bo‘ladi, ya’ni A va B hodisalar bog‘liqdir.

EHTIMOLLIK TA'RIFLARI

Dars maqsadi: o‘quvchilar sodda tasodifiy hodisalarni tahlil qiladi, ularning modellarini quradi. Tajribalar asosida natijalar oladi. Hodisalar turlarini farqlaydi. Tasodifiy hodisa ehtimolligi, qarama-qarshi hodisa va uning ehtimolligini tahlil qiladi.

Barcha o‘quvchilar	Ehtimollikning klassik ta’rifini, muqarrar hodisa ehtimolligini, mumkin bo‘lmagan hodisa ehtimolligini biladi.
Aksariyat o‘quvchilar	Murakkab bo‘lmagan isbotlarni bajara oladi, mulohazalar mantiqan to‘g‘riligini baholay oladi, jadvalda berilgan ma’lumotni o‘qiy oladi.
Ayrim o‘quvchilar	Murakkab masalalarni yecha oladi.

Faollashtiruvchi savol va topshiriqlar

1. Tajriba deganda nimani tushunasiz?
2. Hodisa deganda-chi?
3. “Ehtimol” so‘ziga qanday ta’rif berish mumkin?
4. “Kombinatsiyalar” so‘ziga qanday ta’rif berish mumkin?

Yo‘l qo‘yilishi mumkin bo‘lgan xatolar va ularni bartaraf qilish uchun tavsiya

O‘quvchilar orasida kombinatorikaning o‘rinlashtirish, guruhlash formulalaridan noto‘g‘ri foydalanish kuzatiladi.

Uyga vazifa

2-, **4-**, **6-**, **8-**masalalar.

MAVZU BAYONI

Ehtimollikning klassik ta’rifi

Ta’rif. ***A hodisaning ehtimolligi*** deb, tajribaning bu hodisa ro‘y berishiga qulaylik tug‘diruvchi natijalari soni – m ning tajribaning mumkin bo‘lgan barcha elementar hodisalari soni – n ga nisbatiga aytiladi va quyidagi ko‘rinishda belgilanadi:

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

Ehtimollik ta’rifidan quyidagi xossalar kelib chiqadi:

1. Muqarrar hodisaning ehtimolligi 1 ga teng, ya’ni $P(\Omega)=1$.

1-misol. Idishda 20 ta shar bo‘lib, ular 1 dan 20 gacha raqamlangan. Idishdan tavakkaliga bitta shar olindi. Bu sharning tartib raqami 20 dan katta bo‘lmaslik (A hodisa) ehtimoli qanday?

Yechish. Yashikdagi istalgan sharlarning tartib raqami 20 dan oshmaydi. Shuning uchun bu hodisaning ro‘y berishiga qulaylik tug‘diruvchi hodisalar soni va barcha mumkin bo‘lgan hollar soni o‘zaro teng: $m = n = 20$ va $P(A) = \frac{m}{n} = 1$. Bu holda A hodisa muqarrar hodisadir.

2. Mumkin bo‘lmagan hodisaning ehtimolligi nolga teng.

2-misol. Qutida 10 ta shar bo‘lib, ulardan 4 tasi oq, qolganlari qora rangda. Shu qutidan tavakkaliga bitta shar olindi. Uning qizil shar bo‘lish (A hodisa) ehtimoli qanday?

Yechish. Qutida qizil shar yo‘q, ya’ni $m = 0$, lekin $n = 10$. Demak, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0$. Bu holda A hodisa mutlaqo yuz bermaydigan, ya’ni mumkin bo‘lmagan hodisadir.

3. Tasodifiy hodisaning ehtimolligi musbat son bo‘lib, u 0 va 1 oralig‘ida bo‘ladi.

3-misol. Qopda 12 ta shar mavjud: 3 ta oq, 4 ta qora va 5 ta qizil. Tavakkaliga bitta shar olindi. Uning qora shar bo‘lishi (A hodisa) ehtimolligini toping.

Yechish. Bizga qulaylik tug‘diruvchi elementar hodisalar soni $m = 4$ hamda jami elementar hodisalar soni $n = 12$. Demak, A hodisaning ehtimolligi:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Ehtimollikning statistik ta’rifi

Nisbiy chastota ehtimol bilan bir qatorda ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri hisoblanadi.

Ta’rif. ***Hodisaning nisbiy chastotasi*** deb hodisa ro‘y bergan tajribalar sonining aslida o‘tkazilgan jami tajribalar soniga nisbatiga aytiladi. Shunday qilib, A hodisaning nisbiy chastotasi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$W(A) = \frac{M}{N}$$

bu yerda M soni – A hodisaning N tajribada ro‘y berishlari soni.

Ta’rif. Statistik ehtimollik – tajribalar sonining katta qiymatlardagi nisbiy chastotasi.

4-misol. Mergan nishonga qarata 30 ta o‘q uzdi. Bunda ulardan 23 tasi nishonga teggani ma’lum bo‘lsa, mergan o‘qlarining nishonga tegishining nisbiy chastotasini toping.

Yechish. Mergan o‘qlarining 23 tasi nishonga tegdi, demak, hodisaning ro‘y berishlar soni $M = 23$ va jami uzilgan o‘qlar soni $N = 30$. Demak, bu hodisaning nisbiy chastotasi $W(A) = \frac{23}{30}$ bo‘ladi.

Ehtimollikning geometrik ta'rifi

Agar tashlangan nuqtaning Ω sohaga tushishi muqarrar bo'lsa, u holda bu nuqtaning shu sohadan ajratilgan ω sohachaga tushish ehtimolligi ω sohacha o'lchovining Ω soha o'lchoviga nisbatiga teng bo'ladi:

$$P(A)=\frac{m(\omega)}{m(\Omega)}$$

Bu yerda ω – sohaning o'lchovi, ya'ni bir o'lchovli holda uzunlik, ikki o'lchovlida yuza, uch o'lchovlida hajm va hokazo.

Agar Ω sohaning o'lchovi L kesma va ω sohani l kesma deb olsak, L kesmagacha tashlangan nuqtaning l kesmaga tushish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi:

$$P(A)=\frac{l}{L}$$

Agar Ω sohaning S yuza va ω sohani s yuza deb olsak, S yuzaga tashlangan nuqtaning s yuzaga tushish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi:

$$P(A)=\frac{s}{S}$$

Agar Ω sohani V hajm va ω sohani v hajm deb olsak, V hajmga tashlangan nuqtaning v hajmga tushish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi:

$$P(A)=\frac{v}{V}$$

Geometrik ta'rifdan vaqtga nisbatan ham foydalanish mumkin. Agar voqea T vaqt ichida sodir bo'lishi muqarrar bo'lsa, bu voqeaning t vaqt ichida sodir bo'lish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi:

$$P(A)=\frac{t}{T}$$

1-misol. R radiusli doiraga nuqta tavakkaliga tashlangan. Tashlangan nuqtaning doiraga ichki chizilgan muntazam n-burchak ichiga tushish ehtimolligini toping.

Yechish. $S(D_n)$ – n-burchakning yuzi, $S(D)$ – doiraning yuzi. U holda

$$P(B_n)=\frac{S(D_n)}{S(D)}=\frac{n\cdot\frac{R^2}{2}\cdot\sin\frac{2\pi}{n}}{\pi R^2}=\frac{n\cdot\sin\frac{2\pi}{n}}{2\pi}=\frac{\sin\frac{2\pi}{n}}{\frac{2\pi}{n}}$$

a) R radiusli doiraga nuqta tavakkaliga tashlangan. Tashlangan nuqtaning doiraga ichki chizilgan muntazam uchburchak ichiga tushish ehtimolligini toping.

Yechish. $S(D_3)$ – uchburchakning yuzi, $S(D)$ – doiraning yuzi.

B_3 – nuqtaning uchburchakka tushish hodisasi. U holda

$$P(B_3)=\frac{S(D_3)}{S(D)}=\frac{3\sqrt{3}R^2}{4\pi R^2}=\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\approx 0,4137$$

b) R radiusli doiraga nuqta tavakkaliga tashlangan. Tashlangan nuqtaning doiraga ichki chizilgan kvadrat ichiga tushish ehtimolligini toping.

Yechish. $S(D_4)$ – kvadratning yuzi, $S(D)$ – doiraning yuzi.

B_4 – nuqtaning kvadratga tushish hodisasi. U holda

$$P(B_4)=\frac{S(D_4)}{S(D)}=\frac{2R^2}{\pi R^2}=\frac{2}{\pi}\approx 0,637$$

c) R radiusli doiraga nuqta tavakkaliga tashlangan. Tashlangan nuqtaning doiraga ichki chizilgan muntazam oltiburchak ichiga tushish ehtimolligini toping.

Yechish. $S(D_6)$ – oltiburchakning yuzi, $S(D)$ – doiraning yuzi.

B_6 – nuqtaning oltiburchakka tushish hodisasi. U holda

$$P(B_6)=\frac{S(D_6)}{S(D)}=\frac{3\sqrt{3}R^2}{2\pi R^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\approx 0,8274$$

MISOLLAR

1. Lotereyada 1000 ta chipta bor. Ulardan 500 tasi yutuqli, 500 tasi yutuqsiz. Ikkita chipta sotib olindi. Ikkala chiptaning ham yutuqli bo‘lish ehtimolligini toping.

2. Tanga ikki marta tashlandi. Ikki marta ham gerbli tomoni tushish ehtimolligini toping.

3. 20 ta kitob javonlarga tavakkaliga taxlandi. 20 ta kitobdan aniq 5 tasining yonma-yon turishi (A hodisa) ehtimolligi nimaga teng?

4. Ikkita shashqoltosh tashlangan. Ularning yoqlarida chiqqan raqamlar yig‘indisi – juft son. Shu bilan birga, tashlangan shashqollarning kamida bittasida har doim 6 raqami tushish ehtimolligini toping.

5. Ikkita shashqol tashlangan. Ularning yoqlarida chiqqan raqamlar yig‘indisi 5 ga, ko‘paytmasi esa 4 ga teng bo‘lish ehtimolligini toping.

6. Ikkita shashqol tashlangan bo‘lib, ularning yoqlarida chiqqan raqamlar yig‘indisi 7 ga teng bo‘lish ehtimolligini toping.

7. Raqamlari har xil ikki xonali son o‘ylangan. O‘ylangan son tasodifan aytilgan ikki xonali son bo‘lish ehtimolligini toping.

8. Qutida 20 ta shar bor: 10 ta qora va 10 ta oq. Qutidan tasodifiy ravishda bir shar olindi. Bu shar: a) oq; b) qora shar bo‘lish ehtimolligini toping.

9. Texnik nazorat bo‘limi tasodifan ajratib olingan 100 ta kitobdan iborat partiyada 5 ta yaroqsiz kitob topdi. Yaroqsiz kitoblar chiqishining nisbiy chastotasini toping.

10. Nishonga 20 ta o‘q uzilgan. Shundan 18 tasi nishonga teggani qayd qilindi. Nishonga tegishning nisbiy chastotasini toping.

11. Buyumlar partiyasini sinashda yaroqli buyumlar nisbiy chastotasi 0,9 ga teng bo‘ldi. Agar hammasi bo‘lib 200 ta buyum tekshirilgan bo‘lsa, yaroqli buyumlar sonini toping.

12. Bir shaharda 920 ta odamdan ishga qanday yetib borishlarini so‘rashganda, ulardan 350 tasi mashinada, 420 tasi jamoat transportida, 80 tasi velosipedda, 70 tasi piyoda borishlari ma’lum bo‘ldi.

1) mashinada;
2) jamoat transportida;
3) velosipedda;
4) piyoda boruvchilar sonining nisbiy chastotasini toping.

13. Radiusi 20 cm bo‘lgan doira ichida bir-biri bilan kesishmaydigan va birining radiusi 5 cm, ikkinchisiniki 10 cm bo‘lgan ikkita aylana o‘tkazilgan. Katta doira ichida tavakkaliga olingan nuqta kichik aylanalardan birining ichida bo‘lish ehtimolligini toping.

14. Ikki do‘st ma’lum joyda soat 10 bilan 11 orasida uchrashishga kelishishdi. Birinchi kelgan ikkinchisini 20 daqiqa davomida kutadi, shundan so‘ng ketadi. Agar ko‘rsatilgan vaqt oralig‘ida do‘stlarning kelish momentlari teng imkoniyatli bo‘lsa, ularning uchrashish ehtimolligini toping.

15. Qattiq bo‘ron natijasida 40- va 70-kilometrlar oralig‘ida telefon simi uzilgan. Uzilish 50- va 55-kilometrlar orasida sodir bo‘lish ehtimolligini toping.

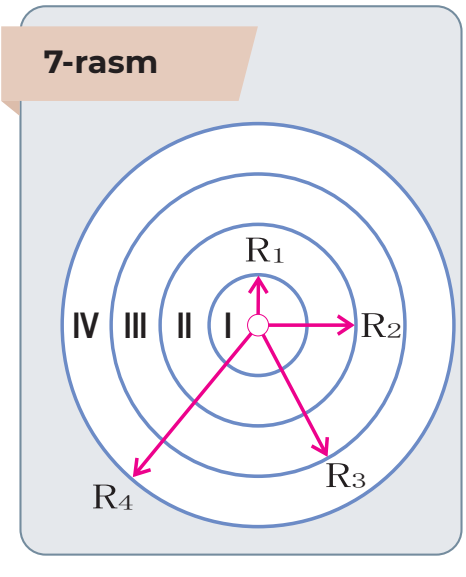
16. Doiraga kvadrat ichki chizilgan. Doira ichiga tavakkaliga qo‘yilgan nuqta kvadrat ichida bo‘lib qolish ehtimolligi qancha?

17. Nishon radiuslari $R_1 = r,\ R_2 = 2r,\ R_3 = 3r,\ R_4 = 4r$ bo‘lgan konsentrik doiradan iborat. Agar nishonga otilgan nayzaning doiraga tegishi muqarrar bo‘lsa, u holda nayzaning har bir sohaga tushish ehtimolligini toping (7-*rasm*).

18. Ikkita shashqol baravar tashlandi. Tushgan sonlar yig‘indisining beshga teng bo‘lish ehtimolligini toping.

19. Guruhda 30 ta talaba bo‘lib, ulardan 10 tasi matematika to‘garagiga qatnashadi. Guruh ichidan tavakkaliga 6 ta talaba tanlab olindi. Ularning ichidan hech bo‘lmaganda bittasi matematika to‘garagiga qatnashadigan talaba bo‘lish ehtimolligini toping.

7-rasm



20. 3 ta ko‘k va 4 ta yashil sharlardan ixtiyoriy tanlangan 3 ta sharning 2 tasi ko‘k, 1 tasi yashil rangda bo‘lishi ehtimolligini toping.

21. Shashqol bir marta tashlanganda juft raqam tushish ehtimolligini toping.

22. Tashish vaqtida 10 000 ta tarvuzdan 26 tasi yorilgan. Yorilgan tarvuzlar sonining nisbiy chastotasini toping.

23. Qutida 7 ta oq, 3 ta qora shar bor. Undan tavakkaliga olingan sharning oq bo‘lish ehtimolligini toping.

24. Telefonda raqam terayotgan abonent oxirida ikkita raqamini esdan chiqarib qo‘ydi va faqat bu raqamlar har xil ekanini bilgan holda ularni tavakkal terdi. Kerakli raqamlar terilganligi ehtimolligini toping.

25. Qurilma 5 ta elementdan iborat bo‘lib, ularning 2 tasi eskirgan. Qurilma ishga tushirilganda tasodifiy ravishda 2 ta element ulandi. Ishga tushirishda eskirmagan elementlar ulangan bo‘lish ehtimolligini toping.

26. Qutida m ta oq va n ta qora sharlar bor. Qutidan tavakkal bitta shar olingan. Olingan sharning oq bo‘lishi ehtimolligini toping.

27. Tavakkaliga 20 dan katta bo‘lmagan natural son tanlanganda, uning 5 ga karrali bo‘lish ehtimolligini toping.

JAVOBLAR

1. $\frac{C_{500}^2 \cdot C_{500}^0}{C_{1000}^2} = \frac{499}{1998}$ **2.** $\frac{1}{4}$ **3.** $\frac{16 \cdot 5! \cdot 15!}{20!} = \frac{1}{969}$ **4.** $\frac{1}{18}$

5. $\frac{1}{18}$ **6.** $\frac{1}{6}$ **7.** $\frac{1}{81}$ **8. a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **9.** $\frac{1}{20}$

10. $\frac{9}{10}$ **11.** 180 **12.** 1) $\frac{35}{92}$; 2) $\frac{21}{46}$; 3) $\frac{2}{23}$; 4) $\frac{7}{92}$ **13.** $\frac{5}{16}$

14. $\frac{1}{6}$ **15.** $\frac{1}{6}$ **16.** $\frac{2}{\pi}$ **17.** $P(I) = \frac{1}{16}$; $P(III) = \frac{5}{16}$; $P(III) = \frac{5}{16}$; $P(IV) = \frac{7}{16}$

18. $\frac{1}{9}$ **19.** $\frac{C_{30}^6 - C_{20}^6}{C_{30}^6}$ **20.** $\frac{C_3^2 \cdot C_4^1}{C_7^3} = \frac{12}{35}$ **21.** $\frac{1}{2}$ **22.** $\frac{7}{10}$

23 $\frac{7}{10}$ **24.** $\frac{1}{90}$ **25.** $\frac{3}{10}$ **26.** $\frac{m}{m+n}$ **27.** $\frac{1}{5}$

SUMMATIV BAHOLASH. 6-NAZORAT ISHI

I variant

1. Tajriba natijasida albatta ro‘y beradigan hodisa … hodisa deyiladi. Misollar keltiring.

2. Qutida 15 ta shar bo‘lib, ulardan 6 tasi oq, qolganlari qora rangda. Shu qutidan tavakkaliga ikkita shar olindi. Ularning ikkalasi ham oq rangda bo‘lishi ehtimolligini toping.

3. Qopda 20 ta shar mavjud, ular: 6 ta oq, 7 ta qora va qolganlari qizil. Tavakkaliga olingan 3 ta sharning barchasi qizil randa bo‘lmasligi ehtimolligini toping.

4. 25 ta kitob javonlarga tavakkaliga taxlandi. Shu 25 ta kitobdan aniq 3 tasining yonma-yon turishi ehtimolligi nimaga teng?

5. R radiusli doiraga tashqi chizilgan muntazam oltiburchakka tashlangan nuqtaning doira ichiga tusmasligi ehtimolligini toping.

II variant

1. Tajriba natijasida hech qachon ro‘y bermaydigan hodisaga … hodisa deyiladi. Misollar keltiring.

2. Qutida 15 ta shar bo‘lib, ulardan 6 tasi oq, qolganlari qora rangda. Shu qutidan tavakkaliga ikkita shar olindi. Ularning ikkalasi ham qora rangda bo‘lish ehtimolligini toping.

3. Qopda 20 ta shar mavjud, ular: 6 ta oq, 7 ta qora va qolganlari qizil. Tavakkaliga olingan 3 ta sharning kamida bittasi qizil rangda bo‘lish ehtimolligini toping.

4. 25 ta kitob javonlarga tavakkaliga taxlandi. Shu 25 ta kitobdan aniq 6 tasining yonma-yon turishi ehtimolligi nimaga teng?

5. R radiusli doiraga tashqi chizilgan muntazam uchburchakka tashlangan nuqtaning doira ichiga tusmasligi ehtimolligini toping.

TAKRORLASH

FUNKSIYA VA UNING XOSSALARI

1. Funksiyalarning aniqlanish sohasini toping.

a) $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-4}$ b) $y=\sqrt{3x-x^3}$ c) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-5}-\sqrt{9-x}}$

d) $y=\sqrt{\dfrac{(x-1)(3-x)}{x(4-x)}}$ e) $y=\sqrt{\dfrac{x(x+1)}{(x-2)(4-x)}}$ f) $y=\sqrt{25-x^2}+\dfrac{2x-3}{x+1}$

2. Agar $f(x)=x^2$ va $g(x)=2x-1$ bo‘lsa, x ning nechta qiymatida $f(g(x))=g(f(x))$ bo‘ladi?

3. Agar $f(x+1)=x^2-3x+2$ bo‘lsa, $f(x)=?$

4. Agar $f(x)=\sqrt{x^3-1}$ bo‘lsa, $f\left(\sqrt[3]{x^2+1}\right)$ nimaga teng?

5. Agar $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ bo‘lsa, $f\left(\dfrac{1}{x}\right)+\dfrac{1}{f(x)}$ nimaga teng?

6. Funksiyalar qanday qiymatlarni qabul qiladi?

a) $f(x)=\dfrac{3}{x-4}$ b) $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$ c) $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}+2$

d) $y=-x^4+2x^2+5$ e) $y=\dfrac{x^2-4x+9}{x^2-4x+5}$ f) $y=\sqrt{x^2-6x+11}$

7. Berilgan funksiyalardan qaysi biri juft funksiya?

a) $y=\dfrac{5x^2}{(x-3)^2}$ b) $y=\dfrac{x(x-2)(x-4)}{x^2-6x+8}$ c) $y=x^2+|x+1|$

d) $f(x)=x^3-\dfrac{2}{x^3}$ e) $y=\begin{cases}-x^2, x<0\\ x^2, x\geq 0\end{cases}$ f) $y=\sqrt{x^2-6x+11}$

8. Berilgan funksiyalardan qaysi biri toq funksiya?

a) $y=3x^5+x^3$ b) $y=(0{,}25)^x+(0{,}25)^{-x}$ c) $y=\begin{cases}x, x<0\\ -x, x\geq 0\end{cases}$

d) $y=|x|-1$ e) $y=\dfrac{x^4-2x^2}{3x}$ f) $y=\sqrt{3-x^2-2x}$

RATSIONAL TENGLAMALAR

Tenglamalarni yeching (2–21).

1. t ning qanday qiymatlarida $18x+7=5$ va $18x+7+t=5+t$ tenglamalar teng kuchli bo‘ladi?

2. $\dfrac{4x^2-7x-2}{x^2-5x+6}=0$

3. $2+\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{9}{x}$

4 $1-\dfrac{15}{x}=\dfrac{16}{x^2}$

5. $\dfrac{9}{x}+\dfrac{13}{2x}=2$

6. $\dfrac{2}{x-3}=\dfrac{x}{x+3}$

7. $\dfrac{x^3-3x^2}{x+2}\cdot\dfrac{x^2-4}{x^2}=0$

8. $\dfrac{1-x}{(2-x)(x-3)}+1=\dfrac{1}{2-x}$

9. $\dfrac{1}{x^2-9}+\dfrac{1}{3x-x^2}=\dfrac{3}{2x+6}$

10 $\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^2-\left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^2=0$

11. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{36}{9x-x^2}-\dfrac{x-5}{9-x}=0$

12. $\dfrac{x-49}{50}+\dfrac{x-50}{49}=\dfrac{49}{x-50}+\dfrac{50}{x-49}$

13. $5-\dfrac{x^2-14x-51}{x^2-x-12}=\dfrac{3}{x-4}$

14. $\dfrac{2}{x^2-4}+\dfrac{x-4}{x^2+2x}=\dfrac{1}{x^2-2x}$

15. $\dfrac{30}{x^2-1}-\dfrac{13}{x^2+x+1}=\dfrac{18x+7}{x^3-1}$

16. $\dfrac{x^2-3x}{x-2}+\dfrac{x-2}{x^2-3x}=2,5$

17. $\dfrac{4}{x^2-3x+2}-\dfrac{3}{2x^2-6x+1}+1=0$

18. $\dfrac{x-2}{x+1}+\dfrac{4(x+1)}{x-2}=5$

19. $\dfrac{x^2-x}{x^2-x+1}-\dfrac{x^2-x+2}{x^2-x-2}=1$

20. $\dfrac{1}{x^2+2x-3}+\dfrac{18}{x^2+2x+2}=\dfrac{18}{x^2+2x+1}$

21. $x^2+\dfrac{x^2}{(x+1)^2}=\dfrac{40}{9}$

22. Poyezd yo‘lda 30 minut to‘xtab qoldi. Poyezd jadval bo‘yicha yetib kelishi uchun haydovchi 80 km masofada tezlikni 8 km/h ga oshirdi. Poyezd jadval bo‘yicha qanday tezlik bilan yurishi kerak edi?

23. Daryo oqimi bo‘yicha motorli qayiqda 28 km va oqimga qarshi 25 km o‘tildi. Bunda butun yo‘lga sarflangan vaqt turg‘un suvda 54 km ni bosib o‘tish uchun ketgan vaqtga teng. Agar daryo oqimining tezligi 2 km/h bo‘lsa, motorli qayiqning turg‘un suvdagi tezligini toping.

Tenglamalarni yeching (24–38).

24. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{x}=\dfrac{x}{3}+\dfrac{3}{x}$

25. $\dfrac{1+x}{6}-\dfrac{6}{1+x}=\dfrac{4}{x+1}-\dfrac{x+1}{4}$

26. $\dfrac{x-2}{x+2}+\dfrac{x+2}{x-2}=3\dfrac{1}{3}$

27. $\dfrac{2x+1}{2x-1}+\dfrac{2x-1}{2x+1}=5,2$

28. $\dfrac{x^2-2x}{x-1}-\dfrac{2x-1}{1-x}=3$

29. $\dfrac{2}{x-4}+\dfrac{4}{x^2-4x}=0,625$

30. $\dfrac{(x^2+1)x}{(x^2-x+1)^2}=\dfrac{10}{9}$

31. $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{x-3}=\dfrac{6}{x+6}$

32. $x^2+\dfrac{1}{x^2}-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+4=0$

33. $x^4-6x^3+10x^2-6x+1=0$

34. $31\left(\dfrac{24-5x}{x+1}+\dfrac{5-6x}{x+4}\right)+370=29\left(\dfrac{17-7x}{x+2}+\dfrac{8x+55}{x+3}\right)$

35. $\dfrac{x+3}{4x^2-9}-\dfrac{3-x}{4x^2+12x+9}=\dfrac{2}{2x-3}$

36. $\dfrac{30}{x^2-1}+\dfrac{7-18x}{x^3+1}=\dfrac{13}{x^2-x+1}$

37. $\dfrac{2x+7}{x^2+5x-6}+\dfrac{3}{x^2+9x+18}=\dfrac{1}{x+3}$

38. $2x^4+x^3-x^2+x+2=0$

RATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI

Tenglamalar sistemasini yeching (1–8).

1. $\begin{cases}\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=2,5\\ x^2-y^2=3\end{cases}$

2. $\begin{cases}x+y+\dfrac{x}{y}=9\\ \dfrac{(x+y)x}{y}=20\end{cases}$

3. $\begin{cases}2xy-\dfrac{3x}{y}=15\\ xy+\dfrac{x}{y}=15\end{cases}$

4. $\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{2}{x-y}=3\\ \dfrac{3}{x+y}+\dfrac{4}{x-y}=7\end{cases}$

5. $\begin{cases}\dfrac{x}{y}-\dfrac{3y}{x}=\dfrac{1}{2}\\ x^3-\dfrac{y^3}{8}=-28\end{cases}$

6. $\begin{cases}\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{25}{12}\\ x^2-y^2=7\end{cases}$

7. $\begin{cases}\dfrac{4y}{x}+\dfrac{x}{y}=5\\ xy=4\end{cases}$

8. $\begin{cases}x+y=5\\ \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=-\dfrac{13}{6}\end{cases}$

Tenglamalar sistemasini yeching (9–13).

9. $\begin{cases}\dfrac{2}{2x-y}+\dfrac{3}{x-2y}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{2}{2x-y}-\dfrac{1}{x-2y}=\dfrac{1}{18}\end{cases}$

10. $\begin{cases}\dfrac{x+y}{x-y}+\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{10}{3}\\ 2x^2+y^2=27\end{cases}$

11. $\begin{cases}\dfrac{6}{x+y}+\dfrac{5}{x-y}=7\\ \dfrac{3}{x+y}-\dfrac{2}{x-y}=-1\end{cases}$

12. $\begin{cases} \dfrac{11}{2x-3y}+\dfrac{18}{3x-2y}=13 \\ \dfrac{27}{3x-2y}-\dfrac{2}{2x-3y}=1 \end{cases}$

13. $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{y}{3}=3 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

RATSIONAL TENGSIZLIKLAR

Tengsizliklarni yeching.

1. $(-4x+3)(-5x+4)>0$

2. $(x^2-16)^3(x+7)<0$

3. $(x-2)^2(x-1)(x+7)(x-5)\ge 0$

4. $\dfrac{(x+6)^3(x-4)}{(7-x)^5}<0$

5. $(x^2-1)(x^2+5x+6)(x^2-5x+6)\le 0$

6. $\left(2x+\dfrac{1}{x}\right)^2+2x+\dfrac{1}{x}-12<0$

7. $\dfrac{5x+4}{x-2}<1$

8. $\dfrac{3x+2}{x-3}>1$

9. $\dfrac{x-4}{x^2-9x+14}>0$

10. $\dfrac{x^4-10x^2+9}{6-2x}<0$

11. $\dfrac{x^2+1}{x-3}>0$

12. $\dfrac{x+3}{x^2+7}<0$

13. $(3-\sqrt{10})(2x-7)<0$

14. $\dfrac{(x^2-x-2)^2}{x^2+7x-8}\ge 0$

15. $\dfrac{3x-1}{x^2+x+1}\le 0$

16. $\dfrac{x^2+2x-15}{3x^2+5x-8}\le 0$

17. $\dfrac{2}{x+2}<\dfrac{1}{x-3}$

18. $\dfrac{3}{2-x}>\dfrac{1}{x+3}$

19. $\dfrac{2}{x+3}<\dfrac{1}{2x-1}$

20. $\dfrac{x+1}{x-2}>\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{1}{2}$

21. $\dfrac{x^3-5x^2+8x-4}{x-3}\le 0$

22. $\dfrac{6}{x-1}\le\dfrac{3}{x+1}+\dfrac{7}{x+2}$

23. $\dfrac{14x(2x+3)}{x+1}<\dfrac{(9x-30)(2x+3)}{x-4}$

24. $\dfrac{(5x+4)(3x-2)}{x+3}\le\dfrac{(3x-2)(x+2)}{1-x}$

25. $(x-3)^2+\dfrac{1}{x^2-6x+9}>2$

26. $\dfrac{2x-3}{4\sqrt{6}-10}>5+2\sqrt{6}$

RATSIONAL TENGSIZLIKLAR SISTEMASI

Tengsizliklar sistemasini yeching.

1. $\begin{cases} 2x-14<0 \\ -3x+9<0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 6x-1>9-4x \\ 3-2x<x+16 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3(2-3x)+2(3-2x)>x \\ 6<x^2-x(x-8) \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5\left(1-\dfrac{x-4}{4}\right)-7(2x-3)>0 \\ \dfrac{3x-14}{5}-\dfrac{3x-10}{20}-0,7(x+8)<0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x^2 \le 9 \\ x+1>0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4x+\dfrac{2x-3}{2}>\dfrac{7x-5}{2} \\ \dfrac{7x-2}{3}-2x>\dfrac{5(x-2)}{4} \end{cases}$

7. $\begin{cases} \dfrac{5x-4}{4}-\dfrac{4x+1}{3}\ge\dfrac{x+2}{4}-7 \\ \dfrac{4x}{3}-1-\dfrac{6x+2}{2}>x+\dfrac{6}{5} \end{cases}$

8. $\begin{cases} x^2+5x-6<0 \\ x+3\ge 0 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 13-\dfrac{3-7x}{10}+\dfrac{x+1}{2}<14-\dfrac{7-8x}{2} \\ 7(3x-5)+4(17-x)>18-\dfrac{5(2x-6)}{2} \end{cases}$

10. $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{3x-1}{6}<\dfrac{2-x}{12}-\dfrac{x+1}{2}+3 \\ x>\dfrac{5x-4}{10}-\dfrac{3x-1}{5}-2,5 \end{cases}$

11. $\begin{cases} \dfrac{3}{4}(x-1)+\dfrac{7}{8}<\dfrac{1}{4}(x-1)+\dfrac{5}{2} \\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{2x-3}{3}<2 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x^2+x+8<0 \\ x^2+6x+5\ge 0 \end{cases}$

13. $\begin{cases} 5x\ge 2 \\ -0,3x^2+4,8<0 \\ -2x^2+17x+19\ge 0 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2-5x\le 0 \\ x-x^2\ge 0 \\ -4x^2-5x+21\ge 0 \end{cases}$

15. $\begin{cases} \dfrac{x-4}{4}-x+1<\dfrac{x-2}{2}-\dfrac{x-3}{3} \\ 3-x>2x-10 \end{cases}$

16. $\begin{cases} \dfrac{2x}{3}-1<3-2(1-2x) \\ 3x-5>1-2(1-x) \\ 1-2x<3(2x-1) \end{cases}$

17. $\begin{cases} 7<2x+1<11 \\ \dfrac{x+2}{x-5}<\dfrac{x-6}{x-3} \end{cases}$

18. $\begin{cases} -2<2-x<1 \\ \dfrac{x+3}{1-x}\le\dfrac{8-x}{x-4} \end{cases}$

19. $\begin{cases} \dfrac{2}{7}<2^n<3 \\ 3^n>2 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 1<\left(\dfrac{2}{3}\right)^n<3 \\ \left(\dfrac{3}{4}\right)^n<1,5 \end{cases}$

21. $\begin{cases} \dfrac{1}{5}<3^n<4 \\ 2<\left(\dfrac{1}{3}\right)^n<10 \end{cases}$

IRRATSIONAL TENGLAMALAR

Tenglamani yeching.

1. $\sqrt{x-1}=-4$
2. $\sqrt{x}=8$
3. $\sqrt{x}=-16$
4. $\sqrt[3]{x+1}=2$
5. $\sqrt[4]{x-7}=-3$
6. $\sqrt{x^2+2x-6}\cdot\sqrt{x-9}=0$
7. $1+\sqrt{x+3}=0$
8. $\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}=1$
9. $\sqrt{x-4}+\sqrt{x^2-3}=0$
10. $\sqrt{1+4x-x^2}=x-1$
11. $\sqrt{x-3}+\sqrt{2x+4}=-11$
12. $\sqrt{2x^2+8x+7}-2=x$
13. $\sqrt{x^2-7x+12}=2x-6$
14. $\sqrt{4-x}=\sqrt{x-7}$
15. $\sqrt{3+\sqrt{5-x}}=\sqrt{x}$
16. $\sqrt{4-x}+\sqrt{5+x}=3$
17. $2\sqrt{x+18}+\sqrt{4x-3}=15$
18. $\sqrt{x+20}-\sqrt{x-1}=3$
19. $\sqrt{x-5}+\sqrt{1-x}=7$
20. $(x^2-5x+6)\cdot\sqrt{2-x}=0$
21. $(2-x)\cdot\sqrt{x^2-x-20}=12-6x$
22. $(x-1)\cdot\sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-1}}=0$
23. $(4x-x^2-3)\cdot\sqrt{x^2-2x}=0$
24. $\sqrt[3]{9x+1}=1+3x$
25. $\sqrt{x+5}+\sqrt[4]{x+5}=12$
26. $x^2+11+\sqrt{x^2+4}=42$
27. $x^2+5x+\sqrt{x^2+5x-5}=17$
28. $\sqrt{x^2-x}+\sqrt{2-x-x^2}=\sqrt{x}-1$
29. $\sqrt{4-x}+\sqrt{x-4}=0$
30. $\sqrt{7-5x}+\sqrt{5x-7}=29$
31. $\sqrt{\dfrac{x-1}{2x+1}}+\sqrt{\dfrac{2x+1}{x-1}}=\dfrac{10}{3}$
32. $\sqrt{5+2x}=10-3\sqrt[4]{5+2x}$
33. $\sqrt{3-x}+\sqrt{x-2}=(x-7)^2\cdot(x-5)$
34. $2\sqrt{x-1}-5=\dfrac{3}{\sqrt{x-1}}$
35. $\dfrac{\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}=\dfrac{\sqrt{x^2-3x-4}}{4-x}$
36. $x^2+\sqrt{x^2+20}=22$
37. $\sqrt{x^3+4x-1-8\sqrt{x^4-x}}=\sqrt{x^3-1}+2\sqrt{x}$
38. $6x^2+7x\sqrt{1+x}=24(1+x)$
39. $\sqrt{(x^2+8x)^2}=x^2+8x$
40. $\sqrt{(4x^2-5x)^2}=5x-4x^2$
41. $\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}=2-\sqrt{x-4}$
42. $\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x^2}-2}=x-\dfrac{1}{x}$

43. $\sqrt{5-x}+\sqrt{x-6}=x^2+2x$

44. $\sqrt{x+6\sqrt{x-9}}+\sqrt{x-6\sqrt{x-9}}=6$

45. $\sqrt{x+8\sqrt{x-16}}+\sqrt{x-8\sqrt{x-16}}=2\sqrt{x-16}$

46. $\dfrac{\sqrt[4]{x^4-16}+\sqrt[6]{x^3-8}}{3x-x^2-2}=0$

IRRATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI

Tenglamalar sistemasini yeching.

1. $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=8\\ \sqrt{x}\cdot\sqrt{y}=15\end{cases}$

2. $\begin{cases}\sqrt{xy}=12\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=7\end{cases}$

3. $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=6\\ x-y=12\end{cases}$

4. $\begin{cases}\sqrt{x+3y+6}=2\\ \sqrt{2x-y+2}=1\end{cases}$

5. $\begin{cases}x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=30\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=5\end{cases}$

6. $\begin{cases}3\sqrt{x}-\sqrt{y}=8\\ \sqrt{x}+2\sqrt{y}=19\end{cases}$

7. $\begin{cases}25y+x=100-10\sqrt{xy},\\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=4,\end{cases}$

8. $\begin{cases}xy=64\\ x-y+\sqrt{xy}=20\end{cases}$

9. $\begin{cases}\sqrt{x+y-1}=1\\ \sqrt{x-y+2}=2y-2\end{cases}$

10. $\begin{cases}x+y-\sqrt{xy}=7\\ xy=9\end{cases}$

11. $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=26\\ \sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}=6\end{cases}$

12. $\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=-3\\ xy=8\end{cases}$

13. $\begin{cases}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=3\dfrac{3}{4}\\ xy=1\end{cases}$

14. $\begin{cases}\sqrt{x}-\sqrt{y}=5\\ \sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}=1\end{cases}$

15. a) $\begin{cases}5x+3\sqrt{xy}+4y=12\\ 3x+2\sqrt{xy}+3y=8\end{cases}$ b) $\begin{cases}2x-6\sqrt{xy}+7y=9\\ x-4\sqrt{xy}+5y=6\end{cases}$

16. a) $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=5\\ x+y+4\sqrt{xy}=37\end{cases}$ b) $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=4\\ x+y-3\sqrt{xy}=1\end{cases}$

17. a) $\begin{cases}x\sqrt{x}+12y\sqrt{x}=28\\ 8y\sqrt{y}+6x\sqrt{y}=36\end{cases}$ b) $\begin{cases}x\sqrt{x}+27y\sqrt{x}=36\\ 27y\sqrt{y}+9x\sqrt{y}=28\end{cases}$

KO‘RSATKICHLI TENGLAMALAR

1. Tenglamani yeching.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{1024}$ b) $\left(\frac{5}{4}\right)^{2x-1} = (0{,}8)^{x-2}$ c) $0{,}5^{\sqrt{x+1}} \cdot 0{,}5^{-1} = 0{,}5^{\sqrt{x}}$

d) $4^{x-1} - 4^{x+1} + 4^{x+2} = 49$ e) $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ f) $5^{x+1} + 3 \cdot 5^{x-1} - 6 \cdot 5^x + 10 = 0$

2. $49^x + 7^x + 1 = 57$ tenglama nechta ildizga ega?

3. $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$ tenglamaning eng katta ildizini toping.

KO‘RSATKICHLI TENGSIZLIKLAR

1. Tengsizlikni yeching.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x^2-3x} \le \frac{3}{2}$ b) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+4} \cdot 7\sqrt{7} < \frac{1}{7}$ c) $(0{,}04)^{2x} > (0{,}2)^{x(3-x)}$

d) $25^x + 5^x > 0$ e) $3^{\frac{x-1}{x+1}} > 27$ f) $3{,}2^{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \ge 3{,}2\sqrt{3{,}2}$

g) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}$ h) $0{,}5^{4x+3} \le 0{,}5^{6x-1}$ i) $2\sqrt{2} \cdot 2^{x-3} \ge \frac{1}{2}$

2. Tengsizlikning yechimini qanoatlantiruvchi natural sonlar nechta?

a) $8^{-2x+8} > 512$ b) $2^{5x-7} \le 16$ c) $2^{5x-7} \ge 16$ d) $0{,}1^{4x-5} > 0{,}001$

3. Tengsizlikning eng katta butun yechimini toping.

a) $2{,}5^{2x+3} \le 6{,}25$ b) $1{,}1^{5x-3} < 1{,}21$ c) $0{,}7^{9x+4} > 0{,}343$ d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{7x-9} \ge \frac{8}{125}$

LOGARIFM TUSHUNCHASI. LOGARIFMIK FUNKSIYA

1. $A(-2;-1)$ nuqta qaysi funksiya grafigiga tegishli emas?

1) $y = \log_2\left(-\frac{1}{x}\right)$ 2) $y = \log_2|x|$ 3) $y = \log_{\frac{1}{2}}|x|$ 4) $y = -\log_2(-x)$

2. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $y = \lg(x+2) + \lg(3-x)$ b) $y = \ln(x + |x|)$

3. $y = \log_x(x+1)$ funksiya $x \in \{2;3;4;5;6\}$ bo‘lganda argumentning qaysi qiymatida eng katta qiymatga erishadi?

4. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ funksiya grafigini $y = \log_3 x$ funksiya grafigidan qanday usul bilan hosil qilish mumkin?

LOGARIFMIK IFODALARNI AYNIY ALMASHTIRISH

1. Ifodaning qiymatini hisoblang.

a) $\log_{12}\sqrt[5]{144}$

b) $\log_3 5-\log_3\frac{5}{27}$

c) $\frac{\log_{27}2}{\log_3 8}$

d) $\frac{\log_{11}12}{\log_{11}6}+\frac{\log_5 3}{\log_5 6}$

e) $\frac{3\log_7 2-\frac{1}{2}\log_7 64}{4\log_5 2+\frac{1}{3}\log_5 27}$

f) $81^{\frac{1}{\log_5 3}}+27^{\log_3 4}+3^{\frac{4}{\log_7 9}}$

g) $\frac{1}{2}\log_3\log_5 125$

h) $-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt[4]{2}}$

LOGARIFMIK TENGLAMALAR

1. Tenglamani yeching.

a) $\log_5 x=2$

b) $\log_{0,2} x=4$

c) $\log_{\frac{1}{3}} x=-1$

d) $\log_7 x=\frac{1}{3}$

2. Tenglamani yeching.

a) $\log_3 x+\log_{\frac{1}{3}} x+2=0$

b) $3\log_{\frac{1}{7}} x=\log_{\frac{1}{7}} 9+\log_{\frac{1}{7}} 3$

c) $\log_2(3x-6)=\log_2(2x-3)$

d) $\log_6(14-4x)=\log_6(2x+2)$

3. Tenglamani yeching.

a) $\log_2^2\left(x+\frac{1}{x}\right)-1=0$

b) $\log_{\frac{1}{2}}^2\left(x^2+x\right)+\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+x\right)=0$

c) $\lg^2 x-\lg x+1=\frac{9}{\lg 10x}$

d) $\log_2^2 x+7\log_2 x+49=\frac{-218}{\log_2\frac{x}{128}}$

4. Tenglamani yeching.

a) $x^{5+\log_2 x}=\frac{1}{16}$

b) $5^{2(\log_5 2+x)}-2=5^{x+\log_5 2}$

c) $\lg\left(625\sqrt[5]{5^{x^2-20+5}}\right)=0$

d) $x^{\lg 2}+2^{\lg x}=4$

5. $\log_2(x+4)=-2\log_2\frac{1}{2-x}$ tenglamaning nechta butun ildizi bor?

KO‘RSATKICHLI VA LOGARIFMIK TENGLAMALAR SISTEMASI

1. Tenglamalar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases}3\cdot 7^x-3^y=12\\7^x\cdot 3^y=15\end{cases}$

b) $\begin{cases}3^{-x}-2^y=\frac{4}{9}\\x+y=4\end{cases}$

c) $\begin{cases}2^x+2y=1\\3y-6y^2=2^{x-1}\end{cases}$

d) $\begin{cases}2^x+2y=1\\3y-6y^2=2^{x-1}\end{cases}$

e) $\begin{cases}3\cdot 2^x+y=13\\2^{2x+1}+3y=35\end{cases}$

f) $\begin{cases}3\cdot 7^x-3^y=12\\7^x\cdot 3^y=15\end{cases}$

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

2. Tenglamalar sistemasini yeching.

a) $\begin{cases}\log_5(x+y)=1\\ 2^x+2^y=12\end{cases}$ b) $\begin{cases}\log_4 x+\log_4 y=1+\log_4 9\\ 2^{\frac{x+y}{2}}=1024\end{cases}$

LOGARIFMIK TENGSIZLIKLAR

1. Tengsizlikni yeching.

a) $\log_4(x+5)<0$ b) $\log_3(2-5x)<1$ c) $\log_{\frac{1}{7}}(x+5)>-1$

d) $\log_{0,2}(x-3)+2\ge 0$ e) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)>\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ f) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+x+1)\le 0$

g) $\log_3(13-4^x)>2$ h) $2\log_3 x-\log_x 81<2$ i) $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)\ge 3$

2. $\frac{1}{\log_3 x-2}>\frac{1}{\log_3 x}$ tengsizlikning 5 dan kichik natural yechimlari nechta?

3. $2\log_5 x-\log_x 125<1$ tengsizlikning natural yechimlari yig‘indisini toping.

4. $\log_x(3-x)>1$ tengsizlikning nechta butun yechimi bor?

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

1. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $y=\frac{1}{\sin x}$ b) $y=\frac{1}{\cos x}$ c) $y=\frac{\cos x}{\sin x-2\sin^2 x}$

d) $y=\frac{1}{2\cos x-1}$ e) $y=\cos x+\sin x$ f) $y=\cos x+ctgx$

2. Funksiyaning qiymatlar to‘plamini toping.

a) $y=3\cos x-1$ b) $y=2-\sin x$ c) $y=1-2\sin^2 x$ d) $y=2\cos^2 x-1$

3. Berilgan funksiyaning juft yoki toqligini aniqlang.

a) $y=\frac{\sin x}{x}$ b) $y=x\cos x$ c) $y=\sin x+x^2$ d) $y=\cos x-x^2$

4. Funksiyaning eng kichik musbat davrini toping.

a) $y=\sin\frac{x}{2}$ b) $y=\cos(3x-1)$ c) $y=tg2x$ d) $y=\cos\frac{x}{3}$

5. Funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatini toping.

a) $y=\cos^4 x-\sin^4 x$ b) $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ c) $y=1-2|\sin 3x|$

6. Funksiya nollarini toping.

a) $y=\sin x-2$ b) $y=2\cos x+1$ c) $y=x\cos x$ d) $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

TESKARI TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

1. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

a) $y = arccos\dfrac{2x+3}{4}$ b) $y = arcsin(2 + 3x)$

c) $y = arcsin\left(3\sqrt{x}+2\right)$ d) $y = arccos\dfrac{4-x}{3}$

2. Taqqoslang.

a) $arccos\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ va $arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ b) $arctg(-1)$ va $arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

c) $arccos\sqrt{3}$ va $arcsin1$ d) $arccos\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ va $arcsin\dfrac{1}{2}$

3. Ifodalarning qiymatini toping.

a) $2\,arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+arctg\,(-1)+arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ b) $arcsin\dfrac{1}{2}+4\,arccos\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)+arctg\left(-\sqrt{3}\right)$

c) $arctg\left(-\sqrt{3}\right)+arccos\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+arccos1$ d) $arcsin1-\dfrac{1}{2}+arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)+6arctg\sqrt{3}$

4. Hisoblang.

a) $2\,arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}+3\,arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ b) $2\,arc\,cos\left(-\dfrac{1}{2}\right)+arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) $2\,arc\,tg1+3arctg\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ d) $2\,arc\,tg\,(-1)+3arctg\left(\sqrt{3}\right)$

5. Hisoblang.

a) $sin\left(arccos\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $tg\left(arccos\dfrac{1}{2}\right)$ c) $tg\left(arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) $sin(4arcsin1)$ e) $cos(arcsin1)$ f) $sin\left(arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

TRIGONOMETRIK TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR

1. $0 \le x < 360^\circ$ oraliqda tenglamalarni yeching.

a) $sinx = -0{,}3$ b) $sinx = 0{,}15$ c) $cosx = 0{,}6$ d) $cosx = -0{,}43$

2. Oraliqlarni hisobga olgan holda x ning qiymatini toping.

a) $4sinx + 2 = 0,\ 0 \le x < 2\pi$ b) $ctgx - \sqrt{3} = 0,\ 0 \le x < 2\pi$

c) $2sin^2x + 5sinx = 3\ \ 0 \le x < 2\pi$ d) $cos2x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ 0 \le x < 2\pi$

3. $0 \le x < 360^\circ$ oraliqda tenglamalarni yeching.

a) $7 - 6\cos^2 x = 5\sin x$ b) $7 + 2cosx = 8sin^2x$ c) $2sinx - 3cosx = 0$

4. Tenglamalarni yeching.

a) $sin10x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $cos10x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $tg10x = \sqrt{3}$ d) $ctg10x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

5. Tenglamalarni yeching.

a) $sin4xcos3xtg8x = 0$ b) $cos4x = -cos5x$ c) $tg5x = -tg\frac{x}{3}$

6. Tenglamalarni yeching.

a) $2sin^2x + cos^2x - 2 = 0$ b) $2sin^2x + cosx = 0$ c) $sinxcosx = 0$

7. Tenglamalarni yeching.

a) $sin^2x - 2sinxcosx + cos^2x = 0$ b) $7cos^2x - 3sin^2x = 0$

c) $cos^22x - 10sin2xcos2x + 21sin^22x = 0$ d) $8sin^2x - cos^2x = 0$

8. O‘rniga qo‘yish usulidan foydalanib yeching.

a) $cos^22x + 1 = 2cos^2x$ b) $3cos^2xsinx + 1 = 3cos^2x + sinx$

c) $6cos^2x + 6sin^2x - 3cosx - 3 = 0$ d) $5sin^2xcosx + 6cos^2x - 10cosx + 6 = 0$

9. Tenglamalarni yeching.

a) $cos2x + cosx = 0$ b) $cos3x = 2cos2x - 1$

c) $2cos^2x = 4sinxcosx - 1$ d) $cos^2x - 3sinxcosx = -1$

10. Tenglamalarni $sinx + cosx = t$ almashtirish yordamida yeching.

a) $2(sinx + cosx) + sin2x + 1 = 0$ b) $sin\,x + cos\,x = 1 + \frac{sin\,2x}{2}$

11. Tenglamalarni baholash usuli bilan yeching.

a) $2sin^8x - 3cos^8x = 5$ b) $(cos2x - cos4x)^2 = 4 - 4cos^23x$

12. Tenglamalarni yordamchi burchak kiritish usuli bilan yeching.

a) $12cosx - 5sinx = -13$ b) $sinx + cosx = \sqrt{2}$

13. Tengsizliklarni yeching.

a) $\sqrt{2}\,cos\,2x \le 1$ b) $2sin3x > -1$ c) $sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $sin\left(\frac{x}{4} - 3\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$ f) $cos\left(\frac{x}{3} + 2\right) < \frac{1}{2}$

14. Tengsizlikni yeching.

a) $sin^2x + 2sinx > 0$ b) $cos^2x - cosx < 0$

EHTIMOLLIKLAR NAZARIYASI

1. Lotereyada 2000 ta chipta bo‘lib, ulardan 400 tasi yutuqli. Tavakkaliga olingan 2 ta chiptadan faqat bittasi yutuqli bo‘lish ehtimolligini toping.

2. Ikkita shashqoltosh tashlangan bo‘lib, ularning yoqlarida chiqqan ochkolar yig‘indisi 7 ga, ko‘paytmasi 6 ga teng bo‘lish ehtimolligini toping.

3. 7 ta qora va 8 ta oq shar bo‘lgan idishdan tasodifiy ravishda bitta shar olinganda uning: a) oq; b) qora shar bo‘lish ehtimolligini toping.

4. Tavakkaliga 25 dan katta bo‘lmagan natural son tanlanganda uning 3 ga karrali bo‘lish ehtimolligini toping.

5. Nashriyotda tasodifan ajratib olingan 1000 ta kitobdan iborat partiyada 7 tasi yaroqsiz deb topildi. Yaroqsiz kitoblar chiqishining nisbiy chastotasini toping.

6. Kvadratga ichki doira chizilgan. Kvadratga tavakkaliga qo‘yilgan nuqtaning doira ichida bo‘lib qolish ehtimolligini toping.

7. Ikkita shashqoltosh baravar tashlanganda tushgan sonlar yig‘indisi oltidan kichik bo‘lish ehtimolligini toping.

8. Yashikda 11 ta oq va 9 ta qora shar bor. Tavakkaliga olingan 4 ta shardan 2 tasi oq bo‘lish ehtimolligini toping.

9. Idishda 7 ta qizil va 13 ta ko‘k koptok bor. Tavakkaliga olingan 2 ta koptokning har xil rangli bo‘lish ehtimolligini toping.

10. Qutida 7 ta oq, 3 ta qora shar bor. Undan tavakkaliga olingan 2 ta sharning har xil rangda bo‘lish ehtimolligini toping.

11. Telefon raqamini terayotgan abonent oxiridagi uchta raqamni esdan chiqarib qo‘ydi. Tavakkaliga terganda kerakli raqamlar terilgani ehtimolligini toping.

12. Qutida 100 ta lampochka bo‘lib, ularning 10 tasi yaroqsiz. Tavakkaliga 4 ta lampochka olinganda, ulardan 2 tasi yaroqsiz bo‘lish ehtimolligini toping.

13. 3 ta ko‘k, 4 ta qizil va 5 ta yashil shardan ixtiyoriy tanlangan 3 ta sharning turli rangda bo‘lish ehtimolligini toping.

14. Yaroqliligining nisbiy chastotasi 0,8 ga teng bo‘lgan buyumlar partiyasida 250 ta buyum tekshirilgan bo‘lsa, yaroqli buyumlar sonini toping.

15. Xaltada 5 ta ko‘k va 7 ta sariq shar bo‘lib, tasodifiy ravishda olingan ikkita shar har xil rangda bo‘lish ehtimolligi toping.

16. Savatda 5 ta yashil, 7 ta sariq va 8 ta qizil olma bor. Ixtiyoriy ravishda olingan 3 ta olma har xil rangda bo‘lish ehtimolligini toping.

17. Qutichada 6 ta bir xil raqamlangan donacha bor. Tavakkaliga bitta-bittadan barcha donachalar olinganda donachalarning raqamlari kamayib borish tartibida chiqishi ehtimolligini toping.

18. Qutida 12 ta oq, 18 ta qizil shar bor. Tavakkaliga olingan 4 ta sharning 3 tasi qizil bo‘lish ehtimolligini toping.

19. Sinfda 36 ta o‘quvchi bo‘lib, ulardan 13 tasi shaxmat to‘garagiga qatnashadi. Shu sinfdan tavakkaliga olingan 7 ta o‘quvchidan hech bo‘lmaganda bittasi shaxmat to‘garagiga qatnashadigan bo‘lishi ehtimolligini toping.

TAKRORLASH (JAVOBLAR)

FUNKSIYA VA UNING XOSSALARI

1. **a)** $x \neq \pm 2$ **b)** $(-\infty;-\sqrt{3}]\cup[0;\sqrt{3}]$ **c)** $[5;7)\cup(7;9]$

d) $(-\infty;0)\cup[1;3]\cup(4;\infty)$ **e)** $[-1;0]\cup(2;4)$ **f)** $[-5;-1)\cup(-1;5]$

2. **1 ta** **3.** $f(x)=x^2-5x+6$ **4.** x **5.** $\dfrac{4x}{1-x^2}$

6. **a)** $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$ **b)** $[-1;1]$ **c)** $\{1,3\}$ **d)** $(-\infty;6]$ **e)** $(1;5]$ **f)** $[\sqrt{2};\infty)$

7. a) juft ham, toq ham emas b) juft ham, toq ham emas c) juft ham, toq ham emas

d) toq funksiya e) toq funksiya f) juft ham, toq ham emas

8. a) toq b) juft c) juft d) juft e) toq f) juft ham, toq ham emas

RATSIONAL TENGLAMALAR

1. $t \in R$ **2.** $x=-\dfrac{1}{4}$ **3.** $x_1=4;\ x_2=\dfrac{1}{2}$ **4.** $x_1=-1;\ x_2=16;$ **5.** $x=7,75$

6. $x_1=-1;\ x_2=6;$ **7.** $x_1=3;\ x_2=2;$ **8.** $x=1$ **9.** $x_1=1;\ x_2=2;$ **10.** $x=0$

11. $x=-5$ **12.** $x_1=0;\ x_2=99;\ x_3=49\dfrac{50}{99}$ **13.** $x=1,5$ **14.** $x=3$

15. $x_1=-4;\ x^2=9$ **16.** $x_1=1;\ x_2=4;\ x_{3,4}=\dfrac{7\pm\sqrt{33}}{4}$ **17.** $x_1=0;\ x_2=3$ **18.** $x=-2$

19. $x_1=0;\ x^2=1$ **20.** $x_1=-4;\ x_2=2;\ x_1=-1\pm2\sqrt{2}$ **21.** $x_1=-\dfrac{2}{3}$ va $x_2=2$ **22.** $32\ \dfrac{km}{h}$

23. $12\ \dfrac{km}{h}$ **24.** $x_1=-\sqrt{6},\ x_2=\sqrt{6}$ **25.** $x_1=-2\sqrt{7}-1,\ x_2=2\sqrt{7}-1$

26. $x_1=-4,\ x_2=4$ **27.** $x_1=-\dfrac{3}{4},\ x_2=\dfrac{3}{4}$ **28.** $x=2$

29. $x_1=-0,8,\ x_2=8$ **30.** $x_1=2,\ x_2=\dfrac{1}{2}$ **31.** $x_1=1,2\ ,\ x_2=2,4$ **32.** $x=1$

33. $x_1=2+\sqrt{3},\ x_2=2-\sqrt{3},\ x_3=1$ **34.** $x=-2,5$ **35.** $x_1=-6,\ x_2=0$

36. $x_1=-9,\ x_2=4$ **37.** $x=-8$ **38.** Ildizga ega emas

RATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI

1. $(-2;-1),(2;1)$ 2. $\left(\frac{10}{3};\frac{2}{3}\right),(4;1)$ 3. $(6;2)(-6;-2)$ 4. $(1;0)$

5. $\left(-4\sqrt[3]{\frac{4}{9}};-2\sqrt[3]{\frac{4}{9}}\right),(-3;2)$ 6. $(4;3),(-4;-3)$ 7. $(4;1),(-4;-1),(2;2),(-2;-2)$

8. $(-10;15),(15;-10)$ 9. $(5;-2)$

10. $\left(2\sqrt{3};\sqrt{3}\right),\left(-2\sqrt{3};-\sqrt{3}\right),\left(-2\sqrt{3};\sqrt{3}\right),\left(2\sqrt{3};-\sqrt{3}\right)$ 11. $(2;1)$ 12. $(5;3)$

13. $(1;3),(2;6)$

RATSIONAL TENGSIZLIKLAR

1. $\left(-\infty;\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{4}{5};\infty\right)$ 2. $(-\infty;-7)\cup(-4;4)$ 3. $[-7;1]\cup\{2\}\cup[5;\infty)$

4. $(-6;4)\cup(7;\infty)$ 5. $[-3;-2]\cup[-1;1]\cup[2;3]$ 6. $\left(\frac{-2-\sqrt{2}}{2};\frac{-2+\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};1\right)$

7. $(-1,5;2)$ 8. $(-\infty;-2,5)\cup(3;\infty)$ 9. $(2;4)\cup(7;\infty)$

10. $(-3;-1)\cup(1;3)\cup(3;\infty)$ 11. $(3;\infty)$ 12. $(-\infty;-3)$ 13. $(3,5;\infty)$

14. $(-\infty;-8)\cup\{-1\}\cup(1;\infty)$ 15. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$ 16. $\left[-5;-\frac{8}{3}\right)\cup(1;3]$

17. $(-\infty;-2)\cup(3;8)$ 18. $(-\infty;-3)\cup\left(-\frac{7}{4};2\right)$ 19. $(-\infty;-3)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{5}{3}\right)$

20. $(-\infty;2)\cup(2;\infty)$ 21. $[1;3)$ 22. $\left(-2;-\frac{5}{4}\right]\cup(-1;1)\cup[5;\infty)$ 23. $(-\infty;-1,5)\cup(-1;1)\cup(4;6)$

24. $(-\infty;-3)\cup\left[\frac{2}{3};1\right)$ 25. $(-\infty;2)\cup(2;3)\cup(3;4)\cup(4;\infty)$ 26. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$

RATSIONAL TENGSIZLIKLAR SISTEMASI

1. $(3;7)$ 2. $(1;\infty)$ 3. $\left(\frac{3}{4};\frac{6}{7}\right)$ 4. $\left(-31\frac{3}{5};2\frac{2}{61}\right)$ 5. $(-1;3]$ 6. $\left(-\frac{2}{3};2\right)$

7. $(-\infty;-1,2)$ 8. $[-3;1)$ 9. $\left(\frac{27}{28};\infty\right)$ 10. $\left(-\frac{27}{11};6\right)$ 11. $(-2,4;4,25)$

12. Yechimga ega emas. 13. $(4;9,5]$ 14. $[0,4;1]$ 15. $\left(0;4\frac{1}{3}\right)$ 16. $(4;\infty)$

17. $(3,6;5)$ 18. $(1;2,5]$ 19. $n=1$ 20. $n=-1$ 21. $n=-1$

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

IRRATSIONAL TENGLAMALAR

1. $\varnothing$ **2.** 64 **3.** $\varnothing$ **4.** 7 **5.** $\varnothing$ **6.** 9 **7.** $\varnothing$
8. 1 **9.** $\varnothing$ **10.** 3 **11.** $\varnothing$ **12.** -1 **13.** 3 **14.** $\varnothing$
15. 4 **16.** $-5;4$ **17.** 7 **18.** 5 **19.** $\varnothing$ **20.** 2 **21.** $-7;8$
22. 2 **23.** $0;2;3$ **24.** $-1;0$ **25.** 76 **26.** $-\frac{\sqrt{126-2\sqrt{141}}}{2};\frac{\sqrt{126-2\sqrt{141}}}{2}$
27. $-7;2$ **28.** 1 **29.** 4 **30.** $\varnothing$ **31.** $\frac{10}{7};-\frac{10}{17}$ **32.** 5,5 **33.** $\varnothing$
34. 10 **35.** -1 **36.** $-4;4$ **37.** 1 **38.** $3;-\frac{8}{9}$ **39.** $(-\infty;-8]\cup[0;\infty)$
40. $\left[0;\frac{5}{4}\right]$ **41.** $[4;8]$ **42.** $[-1;0)\cup[1;\infty)$ **43.** $x\in\varnothing$ **44.** $[9;18]$ **45.** $[32;\infty)$
46. $x\in\varnothing$

IRRATSIONAL TENGLAMALAR SISTEMASI

1. $(25;9),(9;25)$ **2.** $(16;9),(9;16)$ **3.** $(16;4)$ **4.** $\left(-\frac{5}{7};\frac{3}{7}\right)$ **5.** $(4;9),(9;4)$
6. $(25;49)$ **7.** $(25;1)$ **8.** $(16;4),(-4;-16)$ **9.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ **10.** $(1;9),(9;1)$
11. $(625;1),(1;625)$ **12.** $(-1;-8),(-8;-1)$ **13.** $\left(64;\frac{1}{64}\right)$ **14.** $(81;16)$
15. a) $(1;1)$ **b)** $(3;3)$ **16. a)** $(4;9),(9;4)$ **b)** $(1;9),(9;1)$
17. a) $\left(9;\frac{1}{4}\right)$ Tuzatish: $\begin{cases}x\sqrt{x}+12y\sqrt{x}=36\\8y\sqrt{y}+6x\sqrt{y}=28\end{cases}$ **b)** $\left(9;\frac{1}{9}\right)$

KO‘RSATKICHLI TENGLAMALAR

1. a) 10 **b) 1** **c) 0** **d) 1** **e) 2** **f) 2** **2.** 1 ta ildizga ega **3.** $\log_3 2$

KO‘RSATKICHLI TENGSIZLIKLAR

1. a) $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[1;\infty)$ **b)** $\left(-\frac{1}{2};\infty\right)$ **c)** $(-1;0)$ **d)** $x\in R$ **e)** $(-2;-1)$ **f)** $\left[\frac{5}{4};\infty\right)$
g) $(-\infty;-3)$ **h)** $(-\infty;2]$ **i)** $\left[\frac{1}{2};\infty\right)$

2. a) 2ta b) 2 ta c) cheksiz ko‘p d) 1 ta **3.** a) -1 b) 0 c) -1 d)1

LOGARIFM TUSHUNCHASI. LOGARIFMIK FUNKSIYA

1. **1)** tegishli **2)** tegishli emas **3)** tegishli **4)** tegishli

2. **a)** $(-2;3)$ **b)** $(0;\infty)$ **3.** $x=2$

4. $y=\log_3 x$ funksiya grafigini Ox o‘qiga nisbatan simmetrik akslantirib

LOGARIFMIK IFODALARNI AYNIY ALMASHTIRISH

1. **a)** $\frac{2}{5}$ **b) 3** **c)** $\frac{1}{9}$ **d)2** **e) 0** **f) 738** **g)** $\frac{1}{2}$ **h) 3**

LOGARIFMIK TENGLAMALAR

1. **a) 25** **b)** $\frac{1}{625}$ **c) 3** **d)** $\sqrt[3]{7}$ **2.** **a)** $x\in\varnothing$ **b) 3** **c) 3** **d) 2**

3. **a) 1** **b)** $-2;\frac{-1-\sqrt{5}}{2};\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\ 1$ **c) 100** **d) 32** **4.** **a)** $\frac{1}{16};\ \frac{1}{2}$ **b) 0** **c)** $x\in\varnothing$ **d) 10**

KO‘RSATKICHLI VA LOGARIFMIK TENGLAMALAR SISTEMASI

1. **a)** yechimga ega emas **b)** $(2;2)$ **c)** $\left(1-\log_3 2;\frac{1}{6}\right)$ **d)** $\left(1-\log_3 2;\frac{1}{6}\right)$ **e)** $\left(-1;\frac{23}{2}\right)$ **va** $(2;1)$

2. **a)** $(2;3),(3;2)$ **b)** $(2;18),(18;2)$

LOGARIFMIK TENGSIZLIKLAR

1. **a)** $(-5;-4)$ **b)** $(-0,2;0,4)$ **c)** $(-5;2)$ **d)** $(3;28]$ **e)** $x\in\varnothing$ **f)** $(-\infty;-1]\cup[0;\infty)$

g) $(-\infty;1)$ **h)** $\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup(1;9)$ **i)** $[3;\infty)$ **2.** mavjud emas **3.** 65 **4.** mavjud emas

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

1. **a)** $x\neq\pi n,\ n\in Z$ **b)** $x\neq\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z$ **c)** $x\neq\pi n;x\neq(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z$

d) $x\neq\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$ **e)** $x\in R$ **f)** $x\neq\pi n,\ n\in Z$

2. **a)** $E(y)=[-4;2]$ **b)** $E(y)=[1;3]$ **c)** $E(y)=[-1;1]$ **d)** $E(y)=[-1;1]$

3. **a)** *juft* **b)** *toq* **c)** juft ham emas, toq ham emas **d)** *juft*

4. **a)** $T=4\pi$ **b)** $T=\frac{2\pi}{3}$ **c)** $T=\frac{\pi}{2}$ **d)** $T=6\pi$

5. **a)** **1 va –1** **b)** $\frac{1}{2}$ **va** $-\frac{1}{2}$ **c)** **1 va –1**

6. **a)** nollari mavjud emas **b)** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$ **c)** $x=0; x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$ **d)** $x=\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in Z$

TESKARI TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

1. **a)** $x\in[-3,5;0,5]$ **b)** $x\in\left[-1;-\frac{1}{3}\right]$ **c)** $x\in\varnothing$ **d)** $x\in[1;7]$

2. **a)** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}>\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ **b)** $arctg(-1)<\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

c) $\arccos\sqrt{3}$ ma'noga ega emas, taqqoslab bo'lmaydi. **d)** $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)>\arcsin\frac{1}{2}$

3. **a)** $-\frac{2\pi}{3}$ **b)** $\frac{17\pi}{6}$ **c)** $\frac{\pi}{2}$ **d)** $\frac{19\pi}{6}-\frac{1}{2}$

4. **a)** $\frac{\pi}{6}$ **b)** $\frac{5\pi}{3}$ **c)** 0 **d)** $\frac{\pi}{2}$

5. **a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\sqrt{3}$ **c)** 1 **d)** 0 **e)** 0 **f)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

TRIGONOMETRIK TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR

1. a) $arcsin\,0,3+\pi\,; -arcsin\,0,3+2\pi$ b) $arcsin\,0,15; -arcsin\,0,15+\pi$

c) $arccos\,0,6;\ -arccos\,0,6+2\pi$ d) $\pi-arccos\,0,43; \pi+arccos\,0,43$

2. a) $\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$ d) $\frac{3\pi}{8},\frac{5\pi}{8},\frac{11\pi}{8},\frac{13\pi}{8}$

3. a) $\frac{\pi}{6},\ \frac{5\pi}{6},\ arcsin\frac{1}{3},\ -arcsin\frac{1}{3}+\pi$ b) $\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}, arccos\frac{1}{4}, -arccos\frac{1}{4}+2\pi$

c) $arctg1,5; arctg1,5+\pi$

4. a) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{30}+\frac{\pi n}{10},\ n\in Z$ b) $\pm\frac{\pi}{60}+\frac{\pi n}{5},\ n\in Z$ c) $\frac{\pi}{30}+\frac{\pi n}{10}, n\in Z$ d) $\frac{\pi}{30}+\frac{\pi n}{10},\ n\in Z$

5. a) $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{3};\ \frac{\pi n}{8},\ n\in Z$ b) $\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi n}{9},\ n\in Z$ c) $\frac{3\pi n}{16}, n\in Z$

6. a) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z$ b) $\pm arccos\frac{1-\sqrt{17}}{4}+2\pi n,\ n\in Z$ c) $\frac{\pi n}{2},\ n\in Z$

7. a) $\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$ b) $\pm\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}arccos\,0{,}4\right)+\pi n,\ n\in Z$

c) $\frac{1}{2}arcctg7+\frac{\pi n}{2};\ \frac{1}{2}arcctg3+\frac{\pi n}{2},\ n\in Z$ d) $\pm\frac{1}{2}arccos\frac{7}{9}+\pi n,\ n\in Z$

8. a) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2};\ \pi n,\ n\in Z$ b) $\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ \pm\frac{1}{2}arccos\left(-\frac{1}{3}\right)+\pi n,\ n\in Z$ c) $2\pi n,\ n\in Z$ d) $x\in\varnothing$

9. a) $\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$ b) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n;\ 2\pi n,\ n\in Z$

c) $\frac{\pi}{4}+\pi n;\ arctg3+\pi n,\ n\in Z$ d) $\frac{\pi}{4}+\pi n;\ arctg2+\pi n,\ n\in Z$

10. a) $-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$ b) $\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ 2\pi n,\ n\in Z$ **11.** a) $x\in\varnothing$ b) $\frac{\pi n}{3},\ \frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z$

12. a) $2arctg5+2\pi n,\ n\in Z$ b) $\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$ **13.** a) $\left[\frac{\pi}{8}+\pi n;\ \frac{7\pi}{8}+\pi n\right],\ n\in Z$

b) $\left(-\frac{\pi}{18}+\frac{2\pi n}{3};\ \frac{7\pi}{18}+\frac{2\pi n}{3}\right),\ n\in Z$ c) $\left[-\frac{3\pi}{2}+2\pi n;2\pi n\right],\ n\in Z$

d) $\left[2\pi n;\ \frac{\pi}{3}+2\pi n\right],\ n\in Z$ e) $(12-5\pi+8\pi n;\ 12+\pi+8\pi n),\ n\in Z$

f) $(\pi-6+6\pi n;\ 5\pi-6+6\pi n),\ n\in Z$

14. a) $(2\pi n;\ \pi+2\pi n),\ n\in Z$ b) $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ 2\pi n\right)\cup\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n\right),\ n\in Z$

EHTIMOLLIKLAR NAZARIYASI

1. $\frac{C^1_{400}\cdot C^1_{600}}{C^2_{2000}}=\frac{240}{1999}$ **2.** $\frac{1}{18}$ **3.** a) $\frac{8}{15}$; b) $\frac{7}{15}$ **4.** $\frac{8}{25}$ **5.** $\frac{7}{1000}$

6. $\frac{\pi}{4}$ **7.** $\frac{5}{18}$ **8.** $\frac{C^2_{11}\cdot C^2_9}{C^4_{20}}=\frac{132}{323}$ **9.** $\frac{C^1_7\cdot C^1_{13}}{C^2_{20}}=\frac{91}{190}$ **10.** $\frac{C^1_7\cdot C^1_3}{C^2_{10}}=\frac{7}{15}$

11. $\frac{1}{1000}$ **12.** $\frac{C^2_{10}\cdot C^2_{90}}{C^4_{100}}$ **13.** $\frac{C^1_3\cdot C^1_4\cdot C^1_5}{C^3_{12}}=\frac{3}{11}$ **14.** $250\cdot 0{,}8=200$ **15.** $\frac{C^1_5\cdot C^1_7}{C^2_{12}}=\frac{35}{66}$

16. $\frac{C^1_5\cdot C^1_7\cdot C^1_8}{C^3_{20}}=\frac{14}{57}$ **17.** $\frac{1}{6!}=\frac{1}{120}$ **18.** $\frac{C^1_{12}\cdot C^3_8}{C^4_{30}}=\frac{32}{1305}$

O‘quv nashri

ALGEBRA
va analiz asoslari

10-sinf
O‘qituvchilar uchun metodik qo‘llanma

Muharrir Xurshid Ibrohimov
Badiiy muharrir Sarvar Farmonov
Texnik muharrir Akmal Sulaymonov
Dizayner Dilmurod Mulla-Oxunov
Sahifalovchi Rustam Xudayberganov
Musahhih Orifjon Madvaliyev

Bosishga 00.00.2022-yilda ruxsat etildi. Bichimi 60x84 1/8.
“Times New Roman” garniturasi. Kegli 12. Ofset bosma.
Shartli bosma tabog‘i 20,46. Nashriyot-hisob tabog‘i 21,59.
Adadi nusxa. Buyurtma №