Алгебра

Методическое пособие для учителей

7

Рекомендован к изданию Министерством народного образования Республики Узбекистан



Новое издание

Ташкент – 2022

скачано с сайта www.idum.uz

УДК 512 (072)
ББК 22.141
А 45

Составители:

Аббос Акмалов, Жамоладдин Сапарбоев, Дилмурод Бойтиллаев, Холмирза Юсупов, Эргаш Каримов, Мураджан Ходжаниязов

Рецензенты:

Б.Б. Камолов – методист точных наук ОНО Кашкадарьинской области;

Д. Н. Камолова – учитель математики СГОШ №12 города Навои Навоийской области;

Б. Х. Умирзаков – учитель математики СГОШ №5 города Чартак Наманганской области

Алгебра 7 класс [Текст]: методическое пособие для учителей / А. Акмалов [и др.]. – Ташкент: Республиканский центр образования, 2022. – 240 стр.

Подготовлен в сотрудничестве с представительством ЮНИСЕФ в Узбекистане

Оригинал-макет и концепция дизайна разработаны Республиканским центром образования.

Издано за счёт средств Республиканского целевого книжного фонда.

ISBN 978-9943-8377-3-7

© Республиканский центр образования, 2022

скачано с сайта www.idum.uz

СОДЕРЖАНИЕ

Вводное слово 5
Абу Абдуллох Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми....6
Национальная учебная программа по математике....7
Учебный план по алгебре для 7 класса и рекомендуемое распределение часов ...12
Организация процесса обучения математике....15
Повторение пройденного в 6 классе 25

ГЛАВА I. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И СТЕПЕНЬ

Числовые выражения....34
Алгебраические выражения....39
Алгебраические равенства. Формулы 43
Правила раскрытия скобок, коэффициент....46
Свойства арифметических действий....50
Степень с натуральным показателем 54
Свойства степени с натуральным показателем 59
Одночлен и его стандартный вид 64
Умножение и деление одночленов 66
Многочлены....70
Подобные члены и их приведение 73
Сложение и вычитание многочленов....76
Умножение многочленов....80
Деление многочленов 83
Разложение многочленов на множители....87
Суммативное оценивание. Контрольная работа 1 91

ГЛАВА II. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

Квадрат суммы и разности....92
Разность квадратов....96
Куб суммы....100
Разность и сумма кубов....103
Способы разложения на множители 108
Применение формул сокращённого умножения....112
Суммативное оценивание. Контрольная работа 2 116

ГЛАВА III. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

Алгебраическая дробь. Сокращение дробей....117
Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю....123
Сложение и вычитание алгебраических дробей....127
Умножение и деление алгебраических дробей 131
Проектная работа....136
Суммативное оценивание. Контрольная работа 3 138

скачано с сайта www.idum.uz

ГЛАВА IV. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнение и его корень 139
Линейные уравнения с одним неизвестным 143
Способ решения уравнений аль-Хорезми 149
Решение задач с помощью уравнений 154
Суммативное оценивание. Контрольная работа 4 163

ГЛАВА V. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

Декартова система координат 164
Понятие функции 171
Линейная функция 178
Проектная работа 187
Суммативное оценивание. Контрольная работа 5 190

ГЛАВА VI. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Системы линейных уравнений 191
Способы решения систем линейных уравнений 201
Решение задач с помощью систем линейных уравнений 209
Суммативное оценивание. Контрольная работа 6 212

ГЛАВА VII. РАБОТА С ДАННЫМИ

Основные правила комбинаторики 213
Виды комбинаторных задач 217
Способы решения комбинаторных задач 225
Суммативное оценивание. Контрольная работа 7 228

Повторение 229
Дополнительные задания 236
Математические термины 239

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ИГРЫ К УЧЕБНИКУ 7 КЛАССА “АЛГЕБРА”

ВИДЕОУРОКИ К УЧЕБНИКУ 7 КЛАССА “АЛГЕБРА”

ВВОДНОЕ СЛОВО

Уважаемые учителя!

Наши великие учёные, такие как Мухаммад аль-Хоразми, Ахмад аль-Фаргани, Абу Райхан Беруни и Мирзо Улугбек, внесли большой вклад в создание основ математики, в воспитание достойного молодого поколения, донесли до молодёжи современные знания и создали условия для того, чтобы молодёжь нашей страны наслаждалась красотой математики.

Известно, что математика обостряет ум человека, развивает внимание, побуждает человека к целеустремлённости, обучает дисциплине алгоритмическим путём, а главное, побуждает к рассуждениям, решению задач, новаторству, расширяет мышление.

Настоящее учебное пособие подготовленное авторами Акмаловым А., Сапарбаевым Ж., Бойтиллаевым Д., Каримовым Э., Ходжаниязовым М. и предназначено для учителей математики, в котором даны инструкции по описанию тем учебника “Алгебра” для 7 класса (далее - кратко учебник).

В данном пособии простым языком объясняются теоретические знания, решение примеров и задач, математические модели жизненных нет описания основных направлений.

Авторский коллектив при создании учебника:

– старался использовать самые простые способы и методы объяснения, которые были бы приемлемы для учителей математики и школьников;

– дал методические указания по каждой теме;

– в пособии приведены типичные примеры, решены примеры и задачи, даны ответы.

В конце пособия к некоторым урокам добавлены примеры заданий из раздела “Дополнительные задания”, “Задания, связанные с программой международного оценивания” учебника. Эти задания также можно использовать в качестве домашнего задания. В конце каждой главы приведены образцы материалов для контрольных работ по пройденным темам. Также приводится образец урока работы над ошибками, для того, чтобы после каждой контрольной работы учитель мог творчески и самостоятельно работать. На уроке работы над ошибками учитель разъясняет ошибки с целью устранения выявленных пробелов в знаниях учащихся по результатам контрольной работы. Учащиеся выполняют задания, аналогичные данным в контрольной работе, и делают выводы.

Перед объяснением каждой темы рекомендуется обратиться к учащимся с вопросами, активирующими мыслительную деятельность. Дополнительные вопросы могут быть заданы наряду с примерными вопросами, предоставленными авторами. Приведены возможные ошибки, которые могут допустить учащиеся при изучении темы и выполнении заданий. Были даны рекомендации для устранения пробелов в знаниях учащихся.

Для некоторых тем в учебнике размещён QR-код. Отсканировав его, вы сможете изучить новую тему, посмотреть видеоурок по теме. В содержательной части учебника размещён QR-код обучающих игр и платформа https://phet.colo rado.edu/ для учебника “Алгебра” для 7 класса. Все эти развивающие игры основаны на темах этого класса.

Уважаемые учителя! Цель пособия, созданного для вас в первую очередь, направлена на выбор единства образовательной программы во всех регионах, и, кроме того, она направлена на создание лёгкости в нелёгком, тяжёлом и почётном труде наших учителей. Удачи вашим ученикам.

Авторы



Аль-Хорезми (783-850)

Абу Абдуллох Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми родился в Хорезме приблизительно в 783 году.

Из более чем 20 трудов аль-Хорезми до нас дошли только 10. Это “Краткая книга по счёту Аль-Джабр Валь-мукобала” – алгебраический труд, “Книга об индийском счёте” или “Книга о сложении и вычитании” – арифметический труд, “Китаб суратул арз” – труд по географии. “Зидж”, “Книга о работе с астролябией”, “Книга об изготовлении астролябии”, “Об определении азимута с помощью астролябии”, “Китобут рухома”, “Китабут тарих”, “Трактат об определении календаря и праздников евреев”. Четыре из этих произведений сохранились на арабском языке, одно – в составе Ферганского труда, два – в латинском переводе.

Название “алгоритм”, которое служит основой для современных технологий, происходит от имени учёного аль-Хорезми. Полное название алгебраического трактата Хорезми – “Аль-Китаб аль-Мухтасар фи хисоб Аль-Джабр Валь-мукобала”. Слова “Аль-Джабр” и “Валь-мукобала” в названии трактата – “о восполнении и противопоставлении” – означают два основных действия средневековой алгебры. Латинская форма слова “Аль-Джабр” “алгебра” стала названием новой науки, основанной Хорезми.

Алгебраический трактат Хорезми состоит из трёх частей:

1) алгебраическая часть, в конце которой приводится небольшой раздел – глава о торговом обороте;

2) геометрическая часть, об измерении с помощью алгебраического метода;

3) часть о завещаниях. Хорезми дал ей отдельное название – “Книга завещаний”. Хорезми в своём трактате не приводит никаких обозначений, а излагает содержание целиком в словах и приводит формы.

В то же время Хорезми заявляет, что он также предусмотрел решение вопросов, связанных с повседневными потребностями, вопросами, возникающими в соответствии с требованиями ислама и шариата, а также вопросами, связанными с архитектурой и ирригацией. Вообще, алгебра Хорезми – это наука о решении числовых квадратных и линейных уравнений.

Европейские учёные в течение нескольких веков во всех вычислениях добавляли “Как говорил аль-Хорезми”.

Это означало, что учёные проводили расчёты именно по указаниям аль-Хорезми.

Аль-Хорезми умер в 850 году в Багдаде.

НАЦИОНАЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

НАЦИОНАЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ПО ПРЕДМЕТУ “МАТЕМАТИКА”

I. Цели национальной учебной программы по математике

Цели обучения математике следующие:

- обеспечить усвоение учащимися знаний и навыков о математических понятиях, свойствах, геометрических фигурах, методах и алгоритмах;
- объяснить роль математики в развитии человека и общества, научить успешно применять математические знания и умения в социально-экономических отношениях, повседневной жизни;
- развивать индивидуальные особенности учащихся, демонстрировать и совершенствовать навыки самостоятельного обучения, творческого, критического мышления и логического анализа, любознательности, решения проблем и создания инноваций;
- учитывая интеграции дисциплин, формировать у учащихся национальные и общечеловеческие ценности, ориентировать их в осознанном выборе профессии;
- формировать и развивать математическое мышление, необходимое для изучения других предметов, требующих математических знаний и умений в будущем.

II. Базовые компетенции, развиваемые в математике

В системе общего среднего образования указано, что наряду с предметными компетенциями, у учащихся формируются базовые компетенции. Целесообразно сосредоточить внимание на формировании базовых компетенций у учащихся путём изучения различных предметов – применять полученные знания и умения в различных жизненных ситуациях.

Коммуникативная компетентность

При формировании коммуникативных компетенций необходимо обучение государственному языку, иностранным языкам, самостоятельному, творческому мышлению, свободному письменному и устному изложению, правильному произношению, интерпретации, свободному общению. В частности, математическая наука имеет свой научный язык, свои понятия, знаки и символы, и общение на этом языке следует рассматривать как фактор формирования коммуникативных компетенций.

Умение работать с информацией

Необходимо регулярно использовать современные информационно-телекоммуникационные средства, расширяющие возможности эффективного развития компетентности в работе с информацией в преподавании предметов. При этом учащимся рекомендуется работать с учебниками, электронными ресурсами и различными учебными материалами, поиск и анализ информации из различных источников, связанной с математикой, а также соблюдение требований информационной безопасности, использовать программные обеспечения из различных практических пакетов для формирования навыков использования информационных носителей и мобильных устройств (телефон, планшет и другие гаджеты).

Компетенция саморазвития

При формировании компетентности саморазвития необходимо приобретение качеств, основанных на общечеловеческих ценностях, любви к Родине, знаниях об обществе и природе, стремлении к новшествам и принятии самостоятельных решений на основе полученных теоретических знаний, быть в курсе прогрессивных и инновационных изме-

нений и быть заинтересованным в них, всегда стремиться к приобретению современных знаний и навыков, учиться использовать их в повседневной жизни. Внимательно изучая математику, ученики учатся дисциплине, смотрят на каждую проблему как на математическую и будут настойчивы при её решении.

Социально-эмоциональная и гражданская компетентность

Формирование социально-эмоциональной и гражданской компетентности заключается в приобретении знаний о гражданском долге, социальном и политическом развитии, чрезвычайных ситуациях, экологических проблемах и понимании художественных произведений, и развитии организационных навыков по их сохранению. Математика воспитывает учащихся в духе честности, равнодушия к несправедливости и верности Родине. Углубленное преподавание математики создаёт основу для развития учащихся как активных граждан общества.

III. Образовательные стандарты “Аль-жабр” по математике (требования к знаниям и умениям учащихся, приобретённым по окончании 10 класса)

Образовательные стандарты для 10 класса по математике состоят из обобщённых требований к знаниям, умениям и компетенциям учащихся общеобразовательных школ по окончании 10 класса, которые подразделяются на стандарты математического содержания и практической деятельности.

IV. Стандарты содержания математики (знания и навыки)

Краткое описание: Понимание основных математических понятий и взаимосвязей и применение их к типичным учебным задачам.

Эти стандарты определяют, что учащиеся должны понимать и уметь делать, изучая математику. Одним из отличительных признаков понимания в математике является способность учащегося обосновать, является ли то или иное математическое выражение истинным или ложным, или откуда берётся то или иное математическое правило, исходя из уровня математического мастерства. В равной степени важны навыки понимания сущности математических понятий и умения выполнять типовые операции, которые оцениваются с помощью стандартных задач определённого уровня сложности.

Стандарты математического содержания выражены в виде обобщённых требований, они охватывают следующие содержательные области и разделы математики (далее, для удобства названия областей содержаний и разделов, кодируются большими буквами):

- **Числа и операции (SA);**
- **Алгебра и функции (AF);**
- **Геометрия и измерения (GO‘);**
- **Статистика и вероятность (SE);**
- **Математический анализ (MA).**

Область содержания	Разделы области содержания	Краткое описание и код стандарта по разделам
Числа и операции (SA)	Понятие числа	Получение представления о числах и величинах (количествах), знание способов их представлений и систем счёта (SA)
	Действия и вычисления	Знание сущности математических операций, умение устанавливать и понимать взаимосвязь между числами и величинами и применение их для решения задач. Выполнение расчётов над числами и величинами без затруднений, оценка результата, их подсчёт и округление (SA)
Алгебра и функции (AF)	Алгебраические выражения и их замены	С использованием математических знаков и символов умение выразить, понимать и анализировать жизненные ситуации и явления природы, количественные отношения на математическом языке, знать основные алгебраические методы замены и использовать их при решении задач (AF)
	Отношения и функции	Понимание сущности законов и отношений природы и общества как функции, математическая интерпретация связей между переменными в этих процессах (AF)
	Уравнения и неравенства	Умение использовать стандартные методы решения линейных, квадратичных, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, степенных и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, и наглядное представление решений (AF)
Геометрия и измерения (GO‘)	Геометрические фигуры	Распознавание плоских и объёмных геометрических фигур на чертежах, моделях и в реальности, знание их основных свойств (GO‘)
	Геометрическое мышление и решение задач	Развитие геометрического и логического мышления о свойствах геометрических фигур, использование методов геометрического доказательства и алгоритмы решения задач, рассуждение математической строгостью (GO‘)
	Геометрические построения	Изображение геометрических отношений в системах координат и других системах представления и определение их геометрического положения, выполнение простых геометрических построений, использование симметрии и замены геометрических фигур (GO‘)
	Измерения и методы измерения	Знание измеряемых элементов различных предметов, единиц измерения, понимание сущности измерительных систем и процессов, использование соответствующих методов измерения, формул, учебных пособий, мультимедийных интерактивных приложений, калькуляторов и измерительных приборов в процессе измерения (GO‘)

Статистика и вероятность (SE)	Элементы теории множеств и математической логики	Знание и умение производить операции над множествами, уметь делать простые логические выводы (SE)
	Статистический анализ данных	Поиск, выявление, сбор необходимой информации, её обработка, интерпретация результатов, презентации с использованием различных средств; выбор и применение соответствующих методов статистической обработки для анализа данных, сделать соответствующие выводы на основе данных, разработка прогнозов и их оценка (SE)
	Основы комбинаторики	Понимать суть задач комбинаторики и использовать алгоритм их решения при разрешении жизненных задач (SE)
	Основы теории вероятностей	Иметь представление о случайных, статистических событиях и процессах, исследовать их, разработка вероятностных моделей, их интерпретация, оценка и их использование (SE)
Математический анализ (MA)	Функция и её приложения	Умение знать, определять основные понятия о функциях, её общие свойства и виды, а также уметь распознавать основные элементарные функции, знать их основные свойства, уметь использовать их с уравнениями и неравенствами и решать практические задачи (MA)
	Производная и её приложения	Знание сущности понятий непрерывности и производной функции, понимание геометрического и физического смысла производной и знать алгоритм проверки функций с помощью производной, уметь использовать их при определении свойств функций, а также при решении практических задач и задач на экстремумы (MA)
	Первообразная функции, определенный интеграл и его приложения	Знать сущность понятий первообразной и определённого интеграла и уметь использовать их при решении различных практических задач (вычисление площади и объёма, нахождение совершенной работы) (MA)

V. Стандарты (компетенции) практической деятельности

Краткое описание: умение применять полученные знания и навыки при решении практических задач и в незнакомых ситуациях (компетенции). Эти стандарты также имеют обобщённое содержание, они охватывают следующие направления практической деятельности обучающихся (для удобства использования в дальнейшем эти направления кодируются соответствующими буквами):

- Рассуждение (MY).
- Математическое моделирование (MM).
– Решение проблем (MH).
– Коммуникация (MQ).

Вид практической деятельности	Краткое описание практической деятельности	Краткое описание и код стандарта практической деятельности
Рассуждение (MY)	Предоставлять логичные и понятные аргументы, чтобы оправдать, доказать или ответить на мнение других	Логическое рассуждение, догадка, вывод, предоставление доказательства, обоснование и заключение на основе мыслительной деятельности, размышление об обоснованиях и причинах (MY)
		Размышление о применяемых определениях, правилах, концепциях, алгоритмах и методах, математических решениях и ошибках (MY)
		Распознавание и использование отношения между математическими понятиями (MY)
		Объединение математических понятий или построение одного над другим для формирования целостного математического понятия. (MY)
Математическое моделирование (MM)	Выражение учебных и жизненных задач на математическом языке, построение их математической модели	Понимать суть проблемной ситуации, прочитав её, анализировать и выявлять представленную в ней проблему (MM)
		Использование различных методов математической интерпретации для объяснения и моделирования явлений и процессов в природе и обществе (MM)
		Выражение проблемы в виде математической задачи, создание её математической модели (MH)
Решение проблем (MH)	Решение задач с применением математических понятий, знаков и символов	Использование изученных математических понятий, фактов, идей, законов, алгоритмов и методов для решения повседневных и практических математических задач (MH)
		Для решения задач применение логического, креативного мышления, математического рассуждения и методов научного исследования: наблюдение, измерение, проведение эксперимента, анализ и синтез, индукция и дедукция, сравнение и аналогия (MH)
		Анализ, выбор и обоснование альтернативных методов и алгоритмов решения задачи (проблемы) (MH)
		Создание и усвоение новых математических знаний в процессе решения задачи (проблемы) (MH)
		Выражение и исследование, математическое обоснование, сравнение и оценка математических гипотез (MH)
		Перенесение математического решения на содержание реальной задачи и интерпретация его применительно к реальной задаче, описанной в математической задаче, оценка совместимости и близости найденного решения с реальным решением задачи (MH)

		Использование возможностей ИКТ в небольших исследованиях, алгоритмах решения, демонстрациях и презентациях проектной работы на основе задач реальных жизненных ситуаций (MH)
Коммуникация (MQ)	Общение на математическом языке с применением математических понятий, знаков и символов	Сообщение математических идей устно и письменно, правильное использование математического языка, знаков и символов для общения с другими (MQ)
		Умение понимать, анализировать, оценивать и реагировать на сообщения других о математике (MQ)

УЧЕБНЫЙ ПЛАН ПО АЛГЕБРЕ ДЛЯ 7 КЛАССА И РЕКОМЕНДУЕМОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСОВ

(3 часа в неделю, всего 102 часа)

Раздел и отведённые часы	Темы	Цели обучения (стандартные элементы)
Повторение (5 часов)	**Операции над целыми числами. Операции над рациональными числами. Соотношение, доля и проценты**	
1 ГЛАВА. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И СТЕПЕНЬ (22 часа)	**Алгебраические преобразования.** Числовые и алгебраические выражения	7.AF.1. Объясняются математические понятия и правила, приводятся соответствующие примеры. М7.АФ.2. Преобразование алгебраических выражений
	Степени. Степень с натуральным показателем. Свойства степени с натуральным показателем, Преобразование выражений, содержащих степень. Стандартная форма числа.	7.AF.3. Знать степень с натуральным показателем и его свойства. Заменять выражения, содержащие степень. М7.АФ.4. Вычислять степень числа с натуральным и целым показателем, упрощать выражение, в котором участвует показатель степени. М7.АФ.5. Записывать число $a10^k \cdot$ (где $1 \le a<10$, k – целое число) в стандартной форме, выполнять операции над числами в стандартной форме
	Одночлены. Одночлен и его стандартный вид. Понятие “коэффициент”. Умножение одночленов. Возведение в степень одночлена.	М7.АФ.6. Различать одночлены и многочлены. Записывать и читать их в стандартном виде. М7.АФ.7. Определять коэффициенты одночлена. М7.АФ.8.Умножать одночлены, возводить в степень
	Многочлены. Многочлен и его стандартный вид. Степень многочлена. Сумма коэффициентов многочлена. Правило раскрытия скобок. Приведение подобных членов.	7.AF.9. Вычислять сумму коэффициентов многочленов. М7.АФ.10. Знать правило раскрытия скобок. М7.АФ.11.Приведение подобных членов.
	Операции над одночленами и многочленами. Сложение и вычитание многочленов. Умножение многочлена на одночлен и многочлен. Деление одночлена и многочлена на одночлен. Разложение многочлена на множители.	М7.АФ.12. Выполнять операции сложения, вычитания и умножения над одночленами и многочленами, делить многочлены на одночлены М7.АФ.13.Разлагать многочлены на линейные множители.
	Суммативное оценивание. Контрольная работа 1. Работа над ошибками. (2 часа)	

ГЛАВА 2. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ (21 час)	**Квадрат суммы и разности.** Формула квадрата суммы. Формула квадрата разности. Разложение многочлена на множители по формулам	М7.АФ.13. Упрощать выражение, используя формулы сокращённого умножения
	Разность квадратов. Формула разности квадратов. Разложение многочлена на множители по формуле разности квадратов	М7.АФ.13.Разложить многочлен на множители по формуле разности квадратов
	Куб суммы и разности. Формула куба суммы. Формула куба разности	М7.АФ.13. Упрощать выражение, используя формулы сокращённого умножения.
	Сумма и разность кубов. Формула суммы кубов. Формула разности кубов	М7.АФ.13. Упрощать выражение, используя формулы сокращённого умножения.
	Разложение многочлена на множители. Способы разложения многочлена на множители	М7.АФ.14.Разлагать многочлены на линейные множители.
	Суммативное оценивание. Контрольная работа 2. Работа над ошибками (2 часа)	
ГЛАВА 3. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ (10 часов)	**Алгебраическая дробь.** Сокращение дробей. Приведение дробей к общему знаменателю. Сложение и вычитание алгебраических дробей. Умножение и деление алгебраических дробей	М7.АФ.15. Сокращать алгебраические дроби, приводить их к общему знаменателю и производить над ними действия, преобразующие дробно-рациональные выражения
	Комбинированные операции над алгебраическими дробями	М7.АФ.15. Сокращать алгебраические дроби, приводить их к общему знаменателю и производить над ними действия, преобразующие дробно-рациональные выражения
	Задание STEM (проектная работа)	М7.ЕС.4. Сформировать компетенции, соответствующие требованиям стандартов практической деятельности на основе полученных знаний и умений в процессе выполнения проектной работы по небольшой учебно-исследовательской теме по заданной проблемной ситуации.
	Суммативное оценивание. Контрольная работа 3. Работа над ошибками (2 часа)	
ГЛАВА 4 ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ (10 часов)	**Линейное уравнение с одним неизвестным и его корни.** Уравнение и его корни. Решение уравнений методом Аль-Хорезми. Основные свойства уравнений	М7.АФ.16. Решать уравнения первой степени с одним неизвестным. При решении уравнений использовать свойства. Находить решение уравнения по методу Аль-Хорезми М7.АФ.17. Решить уравнения, сводящиеся к линейному уравнению ($ax=b$), и находить корень уравнения. Решать текстовые задачи, используя уравнения.
	Решение текстовых задач с помощью уравнений	М7.АФ.18. Решать задачи, составляя простые уравнения
	Суммативное оценивание. Контрольная работа 4. Работа над ошибками (2 часа)	

Глава 5 ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЁ ГРАФИК (10 часов)	**Система координат на плоскости.** Оси абсцисс и ординат. Положение точки на координатной плоскости	М7.АФ.19. Знать положение точки на координатной плоскости. Формировать фигуры на основе координат точек.
	Функция. Понятие “функция”. Методы задания функций	М7.АФ.20. Знать понятие “функция” и способы задания функций, приводить примеры.
	Линейная функция и её график. Функция $y = kx$ и её график. $y = kx + b$ – линейная функция, её график. Взаимное положение графиков линейных функций.	М7.АФ.21. Строить график линейной функции вида $y = kx$ и $y = kx + b$. М7.АФ.22. Определять взаимное расположение графиков линейных функций.
	Задание STEM (проектная работа)	М7.ЕС.4. На основе полученных знаний и умений в процессе выполнения проектной работы по заданной проблемной ситуации сформировать компетенции, соответствующие требованиям стандартов практической деятельности.
	Суммативное оценивание. Контрольная работа 5. Работа над ошибками (2 часа)	
ГЛАВА 6 СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ (10 часов)	**Система линейных уравнений.** Система линейных уравнений с двумя неизвестными. Методы решения системы линейных уравнений. Метод подстановки. Метод сложения. Графический метод	М7.АФ.22. Решать систему линейных уравнений. Решать систему линейных уравнений (подстановка, сложение, построение графика) с использованием методов.
	Решение задач с помощью системы линейных уравнений	М7.АФ.23.Решать простые задачи с помощью систем уравнений
	Суммативное оценивание. Контрольная работа 6. Работа над ошибками (2 часа)	
ГЛАВА 7 РАБОТА С ДАННЫМИ (10 часов)	**Элементы комбинаторики.** Комбинаторные задачи. Правила сложения и умножения в комбинаторике и связанные с ними практические задачи	М7.ЧС.1. Знать правила сложения и умножения в комбинаторике.
	Типы комбинаторных задач (без повторения). Факториал. Перемещение, размещение, сочетание.	М7.ЕС.2. Решать комбинаторные задачи без повторений, используя правила перестановки, размещения и сочетания.
	Методы решения комбинаторных задач. Методы сортировки, таблицы и дерева возможностей	М7.ЕС.3. Решать комбинаторные задачи, используя методы сортировки, таблицы и дерева возможностей.
	Суммативное оценивание. Контрольная работа 7. Работа над ошибками (2 часа)	
Повторение (4 часа)		

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ “МАТЕМАТИКА”

I. МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ПРЕПОДАВАНИЮ МАТЕМАТИКИ

Методические рекомендации по обучению математике

В современный период развития нашей страны определены новые приоритетные направления образования согласно направлениям мирового образования. Важное значение имеет развитие функциональной грамотности школьников, их активная деятельность в обществе, самоопределение, самосовершенствование и самореализация как основной ориентир повышения качества школьного образования.

На основе анализа передового зарубежного опыта развитие функциональной грамотности учащихся по математике охватывает следующие направления стандартов практической деятельности:

- поиск определений, формул и других фактов, связанных с математикой, в учебниках и справочниках, их применение;
- применение алгебраических знаний, умений и графических навыков в различных жизненных ситуациях;
- сбор данных, анализ, обработка, синтез;
- используя математические формулы, самостоятельно создавать формулы, выражающие связь между величинами, на основе обобщения некоторых частных случаев;
- использование освоенных алгебраических замен и функциональных графических образов и представлений при изображении и анализе окружающих или релевантных объектов в других дисциплинах;
- уметь обосновывать свою точку зрения, участвовать в её обсуждении и делать логически правильный вывод;
- работа с математическим текстом (анализ и извлечение необходимой информации), умение чётко и правильно записывать свои мысли, используя математические термины, знаки и обозначения, а также выражать устно и письменно;
- решать жизненные задачи практического характера, и в случае необходимости уметь пользоваться необходимыми справочниками и вычислительными средствами для их решения;
- анализ таблиц, диаграмм, реальных числовых данных в графическом виде и статистических данных;
- использование современных информационных технологий как средство решения математических задач практического характера.

Для этого при обучении математике рекомендуется обратить внимание на следующее:

- сочетание традиционных и современных методов обучения;
- поощрение и развитие учащихся с помощью тщательно отобранных заданий и упражнений;
- поддержка обучения учащихся посредством оценивания;
- поощрение активного обучения учащихся на основе малых учебных открытий;
- развитие способностей креативного и критического мышления учащихся;
- развивать у учащихся навыки совместной работы путём организации работы всего класса, индивидуальной и групповой деятельности;
- правильное и точное формирование математической речи;
- выделение математического содержания и методов при решении текстовых задач и применение их к новой ситуации;
- перевести термины задачи из текстовой формы в математический язык и раскрыть смысл и сущность этих формоизменений;

- на основе дифференцированного подхода, позволяющего более глубоко изучить предмет, формировать у учащихся навыки творческой работы и создавать у них проблемные ситуации для совершения активных мыслительных действий;
- создание дифференцированных индивидуальных траекторий для учащихся в образовательном процессе;
- использование на уроке интерактивных и активных образовательных технологий и методов, таких как: “Проект”, “Исследование”, “Эвристика”, “Кейс”, “Проблемное обучение”.

Исходя из вышеизложенного, рекомендуется обратить внимание на следующие методические аспекты в обучении математике:

1. Суть учебного процесса не в усвоении большого количества учебного материала, а в том, насколько глубоко учащиеся понимают вводимые математические термины и факты.

С обычными, особенно с нашими школьными программами по математике дело обстоит наоборот: нагрузка огромная, тем слишком много, а времени мало. В результате возможности для углубленного изучения этих тем будут ограничены. Каждая тема должна быть изучена глубоко. Учащиеся должны неоднократно обращаться к ранее изученной теме не для повторения её, а для более глубокого изучения, то есть вернуться к теме для более серьёзного и глубокого изучения. Необходимо поддерживать высокий уровень успеваемости учащихся посредством внеурочной деятельности. В классе не должно быть отсталого ученика, который не усвоил предметы. Всё внимание должно быть обращено на то, чтобы все учащиеся в той или иной мере овладевали предметом. Учащиеся, уже освоившие этот уровень, переходят к более глубокому изучению темы, пока другие не достигнут этого уровня.

2. Начинать учебный процесс необходимо с конкретного практического опыта и двигаться в сторону абстрактных понятий.

Изучение понятий проводится в три этапа.

На первом этапе учащиеся занимаются различной практической деятельностью, связанной с вводимым понятием, пытаются трогать руками различные материальные предметы, связанные с понятием, или изготавливают из них различные модели.

На втором этапе они выражают новое понятие с помощью символов. Они изображают их на различных картинках, схемах или рисунках.

Только после этого будет пройден третий этап, абстрактное определение нового понятия, математическое представление и обозначения. Другими словами, знакомство с математическими понятиями начинается с наглядного примера, на основе которого абстрактному понятию даётся возможность “схватить” и “увидеть”.

Ход обучения от практического опыта к отвлечённым понятиям создаёт определённые ассоциации (яркие, глубокие и стойкие впечатления в памяти) по каждому предмету. При запоминании этих впечатлений будут вспоминаться различные аспекты предмета.

Ориентирование учебного процесса на практическую работу с самого начала повышает мотивацию (интерес) к обучению и знаниям, для чего изучается то или иное математическое понятие, когда и где оно необходимо в жизненных ситуациях. Это показывает привлекательность математики как необходимой и полезной в жизни.

3. Особое внимание следует уделить математическому моделированию. Состояние данной проблемы визуализируется. Модель моделируется и организуется удобное использование данных, поэтапно решаются задачи.

4. Большое внимание следует уделять совместному обучению и взаимодействию. При решении задач учащимся предоставляется возможность высказывать математические понятия и своё мнение по проблемам, обсуждать их вместе, а также выслушивать мнения других. В результате учащиеся лучше усваивают понятие, учатся правильно пользоваться языком математики, а в ряде случаев понимают, что решений той или иной задачи может быть несколько. Каждый раз, когда учащиеся решают задачу, их следует поощрять к разговору вслух со своими одноклассниками о состоянии задачи, методах её решения и решении. Это, в свою очередь, способствует тому, что они лучше запоминают

тему и способы решения проблемы. Также необходимо организовать для учащихся решение задачи в команде в небольших группах по несколько человек, рассказать друг другу, как они поняли тему, обсудить решения и выполнить командную работу.

5. Учеников нужно учить не запоминать, а решать задачу. Урок рекомендуется начинать не с правила решения задачи нового типа, а непосредственно с решения незнакомой задачи. Учащиеся интуитивно пытаются решить проблему, основываясь на своих предыдущих знаниях и навыках. Они вместе рассуждают, делают ошибки и работают над ними, постепенно приближаясь к правильному решению. На этом этапе учащиеся на собственном опыте узнают, что делать ошибки не так уж и плохо, что процесс анализа и проверки различных неправильных решений (небольшое исследование) постепенно приведёт их к правильному решению.

➢ *Компетентностный подход к математическому образованию*

Компетентностный подход к математическому образованию предполагает приобретение учащимися различных видов умений, позволяющих эффективно действовать в повседневных жизненных ситуациях, связанных с профессиональной и личной деятельностью. Соответственно, в компетентностном подходе внимание сосредоточено на усилении практического и прикладного направлений математического образования.

При организации занятий по математике необходимо уделять больше внимания практике, чем теории, и в некоторой степени отказаться от подхода, основанного на обеспечении учащихся готовыми учебными материалами. На уроках математики рекомендуется использовать более интерактивные методы, такие как “Кейс”, “Исследование”, “Проект”, “Маленькие образовательные открытия”. При формировании малых исследовательских умений у учащихся необходимо использовать такие методы научного исследования, как наблюдение, эксперимент, измерения, анализ и синтез, индукция и дедукция, сравнение и аналогия. Важно не только формировать у учащихся знания и умения, но и приобретать компетенции по их применению в жизненных ситуациях.

➢ *STEAM – это технология творчества*

Образовательная технология STEAM (S – science – естествознание, T – technology – технология, E – engineering – инженерия, A – art – искусство, M – mathematics – математика) используется для проведения педагогических исследований, проведения экспериментов, проектирования на уроках и внеурочной деятельности, чтобы показать, что знания, умения и компетенции, приобретаемые учащимися в блоке-модуле конкретных наук, связаны с повседневной жизнью, направлены на развитие воображения и творческой активности, возникновение интереса к созданию новостей. При реализации данной технологии учащиеся выполняют такие задачи, как разработка проектов, изготовление различных технических устройств, создание модели устройства на основе проекта и использование её на практике, выявление и устранение её недостатков.

➢ *Проектная работа – отражение практической деятельности*

Проектная работа была включена в учебные программы с целью укрепления интереса учащихся к изучению общеобразовательных предметов путём формирования базовых и практических компетенций, проведения небольших учебных исследований. Такая ситуация не только повышает качество усвоения конкретного учебного предмета, но и открывает возможности междисциплинарности и связи учебного предмета с повседневной жизнью, повышает эффективность образования.

Образовательный проект – это форма организации обучения, являющаяся долгосрочным проектом, направленным на более глубокое усвоение изученной темы или раздела, позволяющим подход к учебному процессу на основе опыта и практической деятельности, требующим использования исследовательских методов.

Проектирование означает деятельность, решающую проблему, которая включает в себя хорошо упорядоченную последовательность действий, приводящую к реальному результату.

В настоящее время в образовательной практике используются различные виды образовательных проектов. По типу ведущей деятельности проекты делятся на информационные, практические и исследовательские.

В учебном проекте наибольшее внимание уделяется развитию творческих способностей учащихся. Именно проекты позволяют учащимся проявить себя и создать произведения любого жанра. Также проекты развивают творческие способности учащихся, повышая их статус в классе, позволяя поднять самооценку. Любая творческая работа требует презентации и обратной связи с коллективом класса.

Поэтому проекты оказывают большое влияние на развитие практических компетенций учащихся, таких как работа с данными, математическое моделирование, решение задач, рассуждение и общение.

➢ *Организация деятельности школьников по проектной работе*

Учащимся рекомендуется выполнять только один проект по интересующему их предмету или области обучения в течение учебного года. Тема проектной работы выбирается учителем как проблемная ситуация или случай в рамках одного или нескольких учебных предметов. Учащиеся могут работать индивидуально или в группах по 3–4 человека в зависимости от их интересов. Работа над проектом завершается защитой, проводимой в конце учебного года. Защита может проходить в форме конференции в рамках одной или нескольких учебных тем.

Индивидуальная или групповая работа учащихся над проектной работой может состоять из этапов разработки, включающих в себя следующие виды учебной деятельности:

- *подготовительный этап:* планирование собственной исследовательской деятельности, мотивация, определение проблемной ситуации, выбор темы исследования;
- *стадия проектирования:* определение цели проекта, составление чёткого плана реализации мероприятий, разделение задач между собой;
- *практический этап:* исследование проблемы, сбор и обработка необходимых данных, создание математической модели задачи, применение математики, выявление альтернативных решений и выбор наиболее оптимального решения, его обоснование;
- *этап анализа и интерпретации*: проведение опросов или экспериментов, при необходимости сопоставление запланированной работы и полученных результатов, анализ, интерпретация применительно к реальной проблеме, обобщение и вывод;
- *контрольно-оценочный этап*: анализ и оценка собственной деятельности, анализ положительных результатов и допущенных ошибок, поиск способов исправления ошибок, внесение изменений в проект применительно к реальной ситуации;
- *этап оформления результатов*: подготовка отчёта о результатах проектной работы;
- *заключительный этап*: подготовка презентации к защите проектной работы и её защита.

Учащиеся обычно проводят исследования по проектной работе во внеклассной деятельности. В часы занятий, указанные в программе, они обсуждают образцы из различных проектных работ, совместно работают в группах над конкретной проектной работой, получают консультации по теме своей проектной работы.

Как видно из вышеизложенного, деятельность учащихся в проектной работе принципиально отличается от традиционного обучения. Потому что при этом знания учащимся не даются в готовом виде, а даются в виде задачи, а учащиеся решают задачу самостоятельно. Знания становятся инструментом для решения проблем, а не целью образования. Учащиеся чувствуют, насколько необходимо им получение новых знаний, что приводит к значительному повышению мотивации. Повысится их образовательная и практическая активность. В первую очередь повышаются уровни самостоятельной работы. Разделившись на малые группы, учащиеся выявляют проблему, определяют, какие ресурсы и знания необходимы для её решения, работают с этими ресурсами и обобщают варианты полученных решений проблемы. В этом случае преподаватель является не просто безмолвным наблюдателем, а даёт необходимые советы и помощь учащимся, когда это необходимо.

II. ИНТЕГРАЦИЯ МАТЕМАТИКИ С ДРУГИМИ ПРЕДМЕТАМИ

В преподавании математики большое значение имеет не только её внутренняя интеграция между разделами, но и внешняя интеграция, то есть с предметами, входящими в STEAM или аналогичные блок-модули.

В частности, важными считаются тесные связи математики со следующими областями учебных предметов:

➢ *Математика и предметы естествознания*

Связь между математикой и естествознанием строится на моделировании, измерениях, опыте, исследованиях, эмпирических рассуждениях. В математике и предметах естествознания учащиеся разрабатывают модели, которые представляют величины, отношения и законы природы. Сначала их знакомят с измерением с использованием различных нетрадиционных единиц, а затем с использованием стандартных единиц. Затем они рассматривают неточность и надёжность измерений. Учащиеся собирают, анализируют и представляют качественные и количественные данные различными способами. Они приобретают навыки анализа данных и выявления различных закономерностей на основе числовых данных и графиков.

При изучении физики учащиеся учатся понимать природные явления и основные физические процессы, а также применять математические формулы. Для решения многих физических задач требуются навыки составления уравнения или системы уравнений и умение с ними работать. В обучении физике математика не только используется как аппарат вычислений, но и позволяет делать физические выводы о природе действительности и явлений с помощью математических рассуждений, думать о физических явлениях, исследуя эти процессы и решая математические уравнения.

В процессе разбора физических задач на уроках математики стимулирование способностей учащихся к логическому мышлению, умственному развитию наряду с формированием общечеловеческих ценностей, направлено на развитие мышления о едином взгляде на Вселенную, решение жизненных проблем на основе полученных знаний, формирование навыка использования его в повседневной деятельности.

Учебный предмет “Биология” формирует у учащихся представления об объектах и системах живой природы, о связях живой и неживой природы. При этом у учащихся формируется позитивное отношение к окружающей живой природе, к сохранению биологического разнообразия, а также чувство ответственности. Интеграция этих двух предметов обеспечивается за счёт анализа насущных вопросов о биологических законах и моделях живой природы на уроках математики.

Химия формирует у учащихся способность чувствовать органические и неорганические вещества и структуры как объекты природы. На уроках математики путём анализа геометрических, качественных и количественных величин, относящихся к составу веществ и структур, путём изучения, исследования и заключения об их химических свойствах обеспечивается органическая связь между этими двумя предметами.

Школьный курс географии формирует у учащихся систематическое и совместное ощущение предметов, созданных в результате даров природы и хозяйственной деятельности человека. На уроках математики связь между этими двумя предметами определяется путём решения и анализа жизненных задач, связанных с географическими объектами.

➢ *Математика и цифровые технологии*

Связь между математикой и цифровыми технологиями основана на данных, вычислениях и алгоритмическом мышлении. Компетентность в использовании информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) включает обучение и умелое, а также творческое применение этих технологий в повседневной жизни. Учебный предмет “Информатика и

информационные технологии" создаёт большие возможности для повышения эффективности процесса обучения математике за счёт использования различных форм информационно-коммуникационных технологий и компьютерной техники. В процессе обучения учащиеся развивают свои навыки по ИКТ путём поиска, создания и обработки информации, совместной работы и обмена информацией и идеями, оценивая и совершенствуя свою деятельность с использованием мультимедийных компьютерных технологий, программного обеспечения и приложений. Создание и проектирование алгоритмов в математике, реализация проектов – неотъемлемая часть встроенного подхода к вычислениям в образовании и проведению экспериментов в математике. Цифровые технологии дополняют обучение, основанное на проведении экспериментов в рамках математических проектов, и способствуют развитию навыков на вычисления и алгоритмического мышления.

➢ *Математика, дизайн и технологии*

Дизайн и технологии дают учащимся возможность интерпретировать и использовать математические знания и навыки в различных жизненных ситуациях. Учащиеся используют числа для количественной оценки и измерения, интерпретации статистических результатов и выводов. Идеи измеряются и записываются с помощью чисел во время производства. Они используют числа для разработки, уточнения и проверки идей и управления проектами. Они используют трёхмерные модели, создают точные технические чертежи, работают с цифровыми моделями, используют количественные рассуждения для разработки и создания лучших решений, а также в процессе принятия решений. Компетенции, приобретённые в рамках учебного предмета "Технология", важны в процессе обучения математике для ориентирования учащихся на профессию, развития навыков технического творчества, формирования навыков подготовки творческого проекта.

➢ *Математика и искусство*

Сочетание математики и искусства строится на понимании законов, измерений, пространственного воображения и мышления. В математике учащиеся используют эти знания при решении задач и моделировании. В искусстве также используются и математические знания при создании, интерпретации, анализе и изучении произведений искусства. Математика и искусство позволяют учащимся исследовать и наблюдать естественную и искусственную среду. Учащиеся могут передавать свои математические знания с помощью визуальных, аудио- и кинестетических формах искусства. Им предоставляется возможность применить математическое понимание при использовании конкретных художественных процессов или практик. Например, в музыке учащиеся могут применить свои знания о паттернах и алгоритмах к композиции.

➢ *Математика и гуманитарные учебные предметы*

Сочетание математики и гуманитарных предметов обращает внимание на финансовую грамотность и анализ данных исследований. Оно включает в себя понимание принципов финансового управления для принятия финансовых и деловых решений.

Компетенции, которые формируются посредством родного языка и литературы, иностранных языков имеют важное значение в обучении математике, развитии творческого мышления учащихся, формировании навыков беглого выражения своих взглядов в письменной и устной форме, в правильном использовании научных терминов, а также играют важную роль в обучении свободному общению во время дискуссий.

Предмет "История" непосредственно связан с предметом "Математика". Исторические сведения имеют большое значение для показа влияния научных достижений на развитие производственных сфер, экономических и социальных отношений, окружающей среды. Учащиеся учатся представлять, интерпретировать, анализировать и представлять исторические данные в числовом и графическом виде. Они работают с численными понятиями, связанными с клетками, масштабом, расстоянием, площадью и проекциями при построении и интерпретации карт.

III. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ДОСТИЖЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Оценка

Оценка – важная и необходимая составляющая образовательного процесса, заключающаяся в сборе и анализе данных о деятельности учащихся на текущем и завершающем этапах обучения.

Цель, задачи, предмет, объект, принципы, методы, формы и средства оценивания должны быть понятны всем субъектам образовательного процесса – администрации школы, учителям, родителям и учащимся.

Система оценок является основным средством измерения достижений и диагностики проблем в обучении. Она позволяет определить качество образования, соответствие мировым стандартам, принять ключевые решения по совершенствованию стратегии и тактики обучения, а также современные задачи в сфере образования, содержание образования и формы, оценивающие ожидаемые результаты образования.

На самом деле оценка представляет собой процесс соединения результатов и запланированных целей.

Система оценок должна:

- позволять определить, насколько учащийся успешно усвоил учебный материал или сформировал практические навыки;
- показывать динамику (изменение) успешности учащихся в различных областях познавательной (учебной) деятельности;
- основываться на механизме, который мотивирует, развивает и помогает учащимся в самооценке;
- обеспечить отношения “учитель – ученик”, “родитель – классный руководитель”, “администрация школы – педагогический коллектив”.

Формативная и суммативная оценка

Оценка включает формативную (формирующую) оценку или текущую оценку и суммативную (суммарную) или промежуточную (итоговую) оценку.

Формативная оценка предназначена для определения уровня усвоения знаний и умений на уроках или дома. Он осуществляется в различных формах, позволяет учителю и ученику корректировать свою деятельность, устранять возможные проблемы и недостатки. Формативные оценки в суммативных, четвертных и итоговых оценках не учитываются.

При формативной оценке делаются письменные или устные заметки о содержании и правильности работы. Результаты могут быть не зарегистрированы изначально. В этом случае они обсуждаются с учеником и заносятся в отдельную тетрадь учителя. На основе замечаний учителя учащиеся проверяют свою работу и исправляют свои ошибки. Только после этого выставленные оценки можно оформлять в журнале.

Суммативная оценка предназначена для определения уровня овладения знаниями и умениями, которые должны быть сформированы после завершения изучения всего материала текущего учебного раздела предмета.

Суммативная оценка проводится по результатам оценочной работы, такой как тестовое испытание, контрольная работа, проектная работа. Баллы, выставленные за суммативную оценку, являются основанием для определения четвертных и годовых итоговых оценок по предмету.

Суммативная оценка основывается на критериях. Все участники образовательного

процесса: учащиеся, учителя, родители должны быть заранее проинформированы о критериях оценок. Критерии оценок также являются неотъемлемой частью формативной оценки. При формативной оценке критерии оценок ориентированы на конкретную часть учебного материала (тему или раздел), а при суммативной оценке они рассматриваются в широком масштабе.

В конце изучения тематического блока или главы преподаватель проводит суммативную оценку. Теперь необходимо выполнять такую работу с использованием критериев оценки. Учителю следует запланировать количество контрольных работ в течение четверти. Количество суммативных оценок должно быть не менее двух в течение четверти. Данные контрольные работы будут состоять из заданий, предназначенных для оценки знаний и умений учащихся по блоку заданных тем. В контрольных работах необходимо по мере возможности полностью охватить содержание тем изучаемой главы на основе стандартных требований. Учитель должен выбирать задания таким образом, чтобы они позволяли проверить не только усвоение теоретического материала, то есть уровень знаний, но и уровень применения учащимися полученных знаний. Также необходимо предложить учащимся задания третьего уровня на рассуждения. Оценки, полученные в результате контрольной работы, заносятся в журнал с исправлениями после работы над ошибками на следующем занятии.

Ежечетвертная итоговая оценка рассчитывается как среднее арифметическое формативной и суммативной оценок. Годовая итоговая оценка вычисляется как среднее из 4 ежечетвертных оценок и оценки проектной работы. Если в конце года проводится предметный экзамен (или итоговый контроль), то годовая оценка рассчитывается как среднее арифметическое четвертных оценок, средней оценки за проектную работу и оценки за экзамен (или итоговый контроль).

Задания на суммативные оценки

Суммативную оценку рекомендуется проводить объективно с помощью комиссии, формируемой администрацией образовательного учреждения. Условия оценки, критерии, образцы заданий и инструкции по оценке должны быть подготовлены заранее и оглашены учащимся, их родителям и учителям в начале учебного года.

Суммативная оценка может состоять из двух частей:

- тестовое задание;
- письменная работа.

Тестовое задание рассчитано на 45 минут и состоит из 15-25 тестовых заданий.

Тестовое задание может состоять из следующих типов:

- закрытый тест с четырьмя вариантами ответа, один правильный ответ;
- закрытый тест с более чем четырьмя вариантами ответов и несколькими правильными ответами;
- закрытый тест, который соответствует четырём правильным ответам на четыре вопроса;
- закрытый тест, состоящий из четырёх вопросов, на каждый из которых можно ответить “верно” или “неверно”;
- открытый тест с краткими ответами (проблема или вопрос, на который вам предлагается написать только ответ).

Тестовое задание обычно проводится для определения того, достигли ли учащиеся 1-го и 2-го уровней усвоения. Соответственно, каждый вопрос теста оценивается в 1 или 2 балла.

Письменная работа состоит из открытого теста с развёрнутыми ответами, т.е. полно-

ценных математических задач, предназначенных для детального решения. Письменная работа обычно рассчитана на 45 минут, и рекомендуется, чтобы она состояла из 3-х вопросов следующего содержания:

- пример, который необходимо решить на основе алгебраического алгоритма или задача на вычисления;
- пример или задача, связанная с алгебраическими рассуждениями;
- вопрос создания математической модели проблемы, связанной с жизненной ситуацией, и её решения.

Письменная работа обычно проводится, чтобы определить, достигли ли учащиеся 2-го и 3-го уровня усвоения. Критерии оценки письменной работы создаются отдельно по каждому заданию, а баллы распределяются исходя из уровня сложности заданий. Ниже приведены критерии оценки письменных работ и соответствующие максимальные оценки:

Критерии оценки	Балл
Для любого решения, рисунка, рисунка и графика, выполненного без ошибок и недостатков	5
Задание обосновано и полностью решено, но допущены 1-2 негрубые ошибки и небольшие погрешности в вычислениях.	4
Задание решено не полностью, а также имеются 3-4 негрубые ошибки и неточности в вычислениях.	3
Задание, данное по теме, не выполнено	2

Критерии оценки проекта

Подробная информация о проектной работе была дана выше. Деятельность учащихся над проектом будет оцениваться вместе. Эта деятельность оценивается по 100-балльной шкале и преобразуется в оценки по вышеуказанной шкале. Каждый учащийся получает общую оценку за проектную работу. Ниже приведены критерии оценки проектной работы и соответствующие им максимальные баллы:

№	Критерии оценки	Баллы
1.	Значимость и актуальность изученных проблем в проектной работе, их соответствие изучаемой теме	5
2.	Соответствие построенной математической модели к изучаемой задаче	10
3.	Согласованность используемых методов исследования и способов обработки полученных результатов с изучением проблемы	20
4.	Необходимое и достаточное глубокое проникновение к проблеме, а также применение знаний из других учебных предметов	20

5.	Обоснованность промежуточных и заключительных выводов, близость результатов к решению задачи	10
6.	Совместная деятельность участников проекта	10
7.	Качество оформления результатов выполненного проекта	5
8.	Качество презентации, возможность ответить на вопросы рецензентов, обоснованность ответов каждого участника группы	20
	Всего	100

ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО В 6 КЛАССЕ

Целые числа и действия над ними

Натуральные числа, им противоположные и ноль называют целыми числами.

{ ..., –7; –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; ... }

0; 7; 212 и –1023 → целые числа. $\frac{1}{2}$; 1,1 и −5,2 → не целые числа.

Модуль числа указывает, на каком расстоянии оно расположено от числа 0 на числовой оси.
Он обозначается как $|a|$ и читается **модуль числа *a*.**

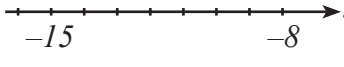
Примеры, их решение и ответы

1. Найдите числа, противоположные данным числам.
Решение.
1) 6. Ответ: –6 2) –7. Ответ: 7 3) –23. Ответ: 23 4) 5. Ответ –5.

2. Заполните таблицу.

a	4	–5	21	–72	10	–210	–8	1	2	8
–a	–4	5	–21	72	–10	210	8	–1	–2	–8

3. На числовой оси определите, какое из чисел находится левее.

1) –8 и –15 перевести на русский: 

. Ответ: –15

2) –10 и 6 Ответ: –10 3) 5 и –15 Ответ: –15 4) 0 и –100 Ответ: –100

4. Сравните модули чисел.

1) –6 и 6
Решение. $|-6|=6$; $|6|=6$. Ответ: $|-6|=|6|$
2) –5 и –12
Решение. $|-5|=5$; $|-12|=12$. Ответ: $|-5|<|-12|$
3) 14 и 20
Решение. $|14|=14$; $|20|=20$. Ответ: $|14|<|20|$
4) 16 и –6
Решение. $|16|=16$; $|-6|=6$. Ответ: $|16|>|-6|$

5. Сложите целые числа.

1) $19+6$ Решение. $19+6=25$. Ответ: 25
2) $-6+(-12)$ Решение. $-6+(-12)=-6-12=-(6+12)=-18$. Ответ: –18
3) $7+12$ Решение. $7+12=19$. Ответ: 19
4) $-19+(-19)$ Решение. $-19+(-19)=-19-19=-(19+19)=-38$. Ответ:–38

6. Выполните действия.

1) $(-5+19)+(-19)$

Решение. $(-5+19)+(-19)=-5+(19-19)=-5+0=-5$ Ответ: –5

2) $(-16+(-17))+17$

Решение. $(-16+(-17))+17=-16-(17-17)=-16-0=-16$ Ответ: –16

3) $-78+36+19+(-22)+(-25)$.

Решение. $-78+36+19+(-22)+(-25)=-78+36+19-22-25=$

$=-78-22+36+19-25=-(78+22)+(36+19)-25=-100+55-25=$

$=-100+(55-25)=-100+30=-70$ Ответ: –70

4) $43+(-60)+12+39+(-21)$

Решение.

$43+(-60)+12+39+(-21)=43+12+39-60-21=(43+12+39)-(60+21)=84-81=3$

Ответ: 3.

7. Вычислите.

1) $14-23-37+23+56-13$

Решение. $14-23-37+23+56-13=(14+56)+(23-23)+(-37-13)=$

$=70+0-50=20$ Ответ: 20

2) $-51-18-29+11+51+29-14$

Решение. $-51-18-29+11+51+29-14=(-51+51)+(-29+29)+(-18-14+11)=$

$=0+0-32+11=-21$ Ответ: –21

3) $27-49-12+38+49-60$

Решение. $27-49-12+38+49-60=(-49+49)+(27+38-12-60)=0+65-72=-7$

Ответ: –7

4) $46+34-15-34-46+15-100$

Решение.

$46+34-15-34-46+15-100=(46-46)+(-15+15)+(34-34)-100=-100$

Ответ: –100.

8. Умножьте и поделите целые числа.

1) $(+7)\cdot(-4)$ Решение. $(+7)\cdot(-4)=-28$. Ответ: –28

2) $(+15)\cdot(-3)$ Решение. $(+15)\cdot(-3)=-45$. Ответ –45

3) $(-8)\cdot(-6)$ Решение. $(-8)\cdot(-6)=48$. Ответ: 48

4) $(-6)\cdot(-9)$ Решение. $(-6)\cdot(-9)=54$ Ответ: 54

5) $(-42):2$ Решение. $(-42):2=-21$. Ответ: –21

6) $-30:(-10)$ Решение. $-30:(-10)=3$. Ответ: 3

7) $64:(-4)$ Решение. $64:(-4)=-16$. Ответ: –16

8) $-270:(-30)$ Решение. $-270:(-30)=9$. Ответ: 9.

9. Выполните действия.

1) $-7\cdot(-6)+17$ Решение. $-7\cdot(-6)+17=42+17=59$. Ответ: 59

2) $-27:(-3)-10$ Решение. $-27:(-3)-10=9-10=-1$. Ответ: –1

3) $-4\cdot(-3):12$ Решение. $-4\cdot(-3):12=12:12=1$. Ответ: 1

4) $-64:(-8):(-4)$ Решение. $-64:(-8):(-4)=8:(-4)=-2$. Ответ: –2.

Рациональные числа и действия над ними

Несократимые дроби, представленные в виде $\frac{p}{q}$ называются рациональными числами. p – целое, q – натуральное.

Все целые числа считаются рациональными.

Любое целое число можно записать в виде:

$$p = \frac{p}{1}$$

Дроби $\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4}$ также рациональные числа, так как после сокращения они равны дроби $\frac{1}{2}$.

Действия над рациональными числами

$$\frac{k}{n} + \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q + p \cdot n}{n \cdot q} \qquad \frac{k}{n} - \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q - p \cdot n}{n \cdot q}$$

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{k \cdot p}{n \cdot q} \qquad \frac{k}{n} : \frac{p}{q} = \frac{k}{n} \cdot \frac{q}{p} = \frac{k \cdot q}{n \cdot p}$$

Примеры, их решение и ответы

10. Вычислите.

1) $\frac{15}{20} + \frac{42}{30} - \frac{56}{40} = \frac{\cancel{15}^{\,3}}{\cancel{20}_{\,4}} + \frac{\cancel{42}^{\,7}}{\cancel{30}_{\,5}} - \frac{\cancel{56}^{\,7}}{\cancel{40}_{\,5}} = \frac{3}{4} + \frac{7}{5} - \frac{7}{5} = \frac{3}{4}.$ Ответ: $\frac{3}{4}$

2) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3-2}{6} \cdot \frac{4-3}{12} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{72}.$ Ответ: $\frac{1}{72}$

3) $\frac{17}{51} + \frac{19}{57} - \frac{13}{39} = \frac{\cancel{17}^{\,1}}{\cancel{51}_{\,3}} + \frac{\cancel{19}^{\,1}}{\cancel{57}_{\,3}} - \frac{\cancel{13}^{\,1}}{\cancel{39}_{\,3}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$ Ответ: $\frac{1}{3}$

4) $\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + 1\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = 1\frac{8-3+6}{12} = 1\frac{11}{12}.$ Ответ: $1\frac{11}{12}$

5) $\left(\frac{3}{6} - \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{6}_{\,2}} - \frac{\cancel{2}^{\,1}}{\cancel{4}_{\,2}}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 - 1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}.$ Ответ: $\frac{1}{6}$

6) $\left(1\frac{3}{5} - \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) = 1\frac{3 \cdot 2 - 3}{10} + \frac{1 \cdot 2 - 1}{8} = 1\frac{3}{10} + \frac{1}{8} = 1\frac{3 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{40} = 1\frac{12+5}{40} = 1\frac{17}{40}.$

Ответ: $1\frac{17}{40}$

11. Выполните умножение.

1) $5 \cdot \frac{4}{5} = \cancel{5}^{\,1} \cdot \frac{4}{\cancel{5}_{\,1}} = 4.$ Ответ: 4

2) $3 \cdot \frac{1}{3} = \cancel{3}^{\,1} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_{\,1}} = 1.$ Ответ: 1

3) $\frac{8}{9} \cdot 9 = \frac{8}{\cancel{9}_{\,1}} \cdot \cancel{9}^{\,1} = 8.$ Ответ: 8

4) $\frac{12}{17} \cdot 17 = \frac{12}{\cancel{17}_{\,1}} \cdot \cancel{17}^{\,1} = 12.$ Ответ: 12

5) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}.$ Ответ: $\frac{1}{6}$

6) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{4}{15}.$ Ответ: $\frac{4}{15}$

7) $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{2}}=\frac{1\cdot1}{1\cdot2}=\frac{1}{2}.$ Ответ: $\frac{1}{2}$

8) $\frac{12}{25}\cdot\frac{5}{6}=\frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{25}}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{1}}=\frac{2\cdot1}{5\cdot1}=\frac{2}{5}.$ Ответ: $\frac{2}{5}$

9) $1\frac{1}{5}\cdot1\frac{2}{3}=\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}}=\frac{2\cdot1}{1\cdot1}=\frac{2}{1}=2.$ Ответ: 2

10) $1\frac{1}{4}\cdot10\frac{2}{3}=\frac{5}{\underset{1}{\cancel{4}}}\cdot\frac{\overset{8}{\cancel{32}}}{3}=\frac{5\cdot8}{1\cdot3}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}.$ Ответ: $13\frac{1}{3}$

11) $1\frac{4}{11}\cdot3\frac{2}{3}=\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{11}}}\cdot\frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{3}_{1}}=\frac{5\cdot1}{1\cdot1}=\frac{5}{1}=5.$ Ответ: 5

12) $1\frac{1}{5}\cdot1\frac{2}{3}=\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}}=\frac{2\cdot1}{1\cdot1}=\frac{2}{1}=2.$ Ответ: 2

13) $1\frac{5}{7}\cdot2\frac{1}{2}=\frac{\overset{6}{\cancel{12}}}{7}\cdot\frac{5}{\cancel{2}_{1}}=\frac{6\cdot5}{7\cdot1}=\frac{30}{7}=4\frac{2}{7}.$ Ответ: $4\frac{2}{7}$

14) $4\frac{1}{6}\cdot3\frac{3}{5}=\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\cancel{6}_{1}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{18}}}{\cancel{5}_{1}}=\frac{5\cdot3}{1\cdot1}=\frac{15}{1}=15.$ Ответ: 15

15) $2\frac{8}{9}\cdot1\frac{1}{17}\cdot\frac{1}{2}=\frac{17}{9}\cdot\frac{18}{17}\cdot\frac{1}{2}=1.$ Ответ: 1

16) $3\frac{2}{3}\cdot\left(-\left(-4\frac{5}{11}\right)\right)\cdot\left(-\frac{3}{77}\right)=-\frac{\overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\cdot\frac{\cancel{49}^{7}}{\cancel{11}_{1}}\cdot\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{77}_{11}}=-\frac{7}{11}.$ Ответ: $-\frac{7}{11}$

12. Выполните действия.

1) $241{,}215\cdot10$.

Решение.При умножении десятичной дроби на 10, 100, 1000,... запятую передвигают вправо на один, два, три знака и т. д.

$241{,}215\cdot10=2412{,}15.$ Ответ: 2412,15

2) $0{,}05501\cdot1\,000=55{,}01.$ Ответ: 55,01

3) $0{,}155\cdot10\,000=1550.$ Ответ: 1550

4) $4{,}0107\cdot100=401{,}07.$ Ответ: 401,07.

5) $241{,}215:10$. Решение. При делении десятичной дроби на 10, 100, 1000, ... запятая переносится влево на один знак, на два знака, на три знака и т. д.

$241{,}215:10=24{,}1215.$ Ответ: 24,1215

6) $0{,}05501:1\,000=0{,}00005501$ Ответ: 0,0005501

7) $0{,}155:10\,000=0{,}0000155$ Ответ: 0,000155

8) $4{,}0107:100=0{,}040107.$ Ответ: 0,040107

13. Выполните действия.

1) $542{,}1 : 0{,}1$. Решение. При делении десятичной дроби на 0,1, 0,01, 0,001,... запятую сдвигают вправо на один знак, на два знака, на три знака и т. д.

$542{,}1 : 0{,}1 = 5421$. Ответ: 5421

2) $215{,}04 : 0{,}01 = 21504$. Ответ: 21504

3) $301{,}1 : 0{,}001 = 301100$. Ответ: 301100

4) $4{,}281 : 0{,}0001 = 42810$. Ответ: 42810.

5) $542{,}1 \cdot 0{,}1$. Решение. При умножении десятичной дроби на 0,1, 0,01, 0,001, ... запятую переносят влево на один знак, два знака, три знака и т. д.

$542{,}1 \cdot 0{,}1 = 54{,}21$. Ответ: 54,21

6) $215{,}04 \cdot 0{,}01 = 2{,}1504$. Ответ: 2,1504

7) $301{,}1 \cdot 0{,}001 = 0{,}3011$. Ответ: 0,3011

8) $4{,}281 \cdot 0{,}0001 = 0{,}0004281$. Ответ: 0,0004281.

14. Найдите значение выражения.

1) $\dfrac{13 \cdot 86}{450} : 0{,}25 + \dfrac{57 \cdot 14}{27} - \dfrac{10}{9}$

Решение.

$$\frac{13 \cdot 86}{468} : 0{,}25 + \frac{57 \cdot 14}{27} - \frac{10}{9} = \frac{{}^{1}\cancel{13} \cdot 86}{{}_{36}\cancel{468}} : \frac{\cancel{25}^{\,1}}{\cancel{100}_{\,4}} + \frac{{}^{19}\cancel{57} \cdot 14}{\cancel{27}_{\,9}} - \frac{10}{9} = \frac{86 \cdot \cancel{4}^{\,1}}{\cancel{36}_{\,9}} + \frac{19 \cdot 14 - 10}{9} =$$

$$= \frac{86 + 266 - 10}{9} = \frac{86 + 256}{9} = \frac{342}{9} = 38$$

2) $\left(\dfrac{92}{85} + \dfrac{104}{17}\right) \cdot \dfrac{5}{18} + \left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{7}{6}\right) - \dfrac{5}{2} = 33$; 3) $\dfrac{10}{16} + \dfrac{3}{2} \cdot \left(\dfrac{17}{4} : 17\right) + 3{,}75 : \dfrac{5}{6} = 5{,}5$

4) $\left(\dfrac{41}{18} - \dfrac{17}{36}\right) \cdot \dfrac{18}{65} + \left(\dfrac{8}{7} - \dfrac{23}{49}\right) : \dfrac{99}{49} + \dfrac{7}{6} = 2$

5) $\left(\dfrac{1}{2} + 0{,}8 - 1\dfrac{1}{2} : 2{,}5\right) : \left(3 + 4\dfrac{3}{25} - 0{,}12\right) = 0{,}1$

6) $\left(6{,}3 + 3\left(35\dfrac{17}{42} - 4\dfrac{6}{35}\right)\right)\left(0{,}7 - \dfrac{1}{12}\right) \cdot 6 = 370$

7) $\left(2{,}75 - \dfrac{3}{2}\right) + \left(\dfrac{5}{2} - 1{,}875\right) : 0{,}125 - \dfrac{1}{4} = 6$

8) $\left(3\dfrac{6}{9} : \left(2\dfrac{1}{36} - 1\dfrac{20}{27}\right)\right) : \left(2{,}08 : 10{,}4 + 2{,}5 \cdot 0{,}4\right) = 10$

Соотношение, пропорция, процент

Частное $a : b$ называют количественным отношением ***a, b.*** Такая запись читается "отношение a к b".

Равенство двух отношений называют **пропорцией**.

С помощью букв пропорцию можно записать так:

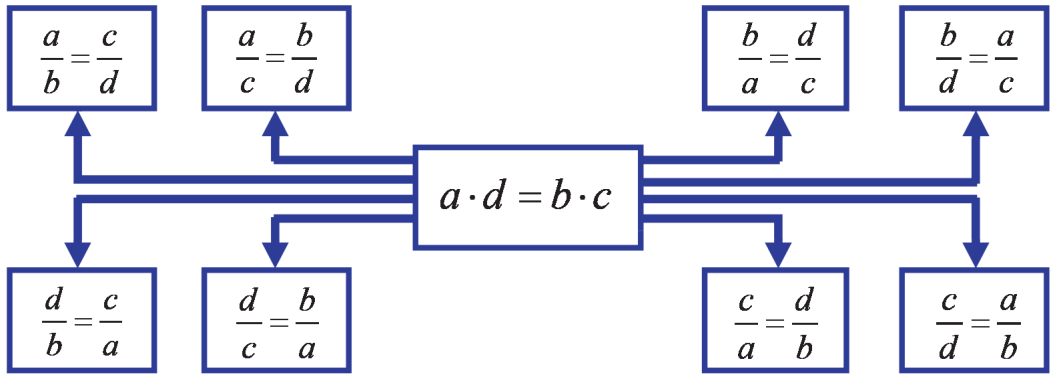
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{или} \quad a:b=c:d$$

Читается: "отношение a к b равно отношению c к d".

Числа, участвующие в пропорции, называются пропорциональными числами.

Все значения считаются ненулевыми. $a \neq 0;\ b \neq 0;\ c \neq 0;\ d \neq 0$

Основное свойство пропорции

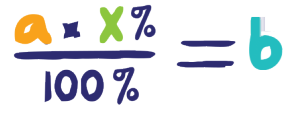


Проценты

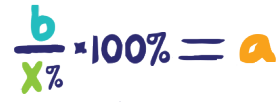
нахождение процента числа b от числа a:



нахождение x процентов от числа a



нахождение числа, если x процентов от него равно b

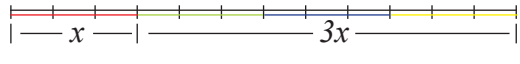


Примеры, их решение и ответы

15. Вычислите.

1) Число 12 разбить на две части в отношении 1 : 3.

Решение. Делим участок на 12 равных частей.



Разделим отрезок на 12 равных частей. Из рисунка видно, что $4x = 12$

Отсюда $x = 3$. Таким образом, первая часть отрезка 3, вторая 9.
Ответ: 3 и 9.
2) Число 36 разбить на три части в отношении $2 : 3 : 7$.
Ответ: 6; 9 и 21.

16. Найдите неизвестное значение пропорции.

1) $x : 4 = 9 : 12$
Решение. Согласно основному свойству пропорции,
$x \cdot 12 = 4 \cdot 9 \Rightarrow 12x = 36 \Rightarrow x = 36 : 12 \Rightarrow x = 3$
Ответ: 3.
2) $x : 3 = 2 : 9$. Ответ: $x = \frac{2}{3}$
3) $5 : 3 = x : 8$. Ответ: $x = 13\frac{1}{3}$
4) $1 : 4 = 12 : x$. Ответ: $x = 48$

17. Какое из приведённых ниже выражений может быть пропорцией?

1) $0,6 : 18 = 1 : 30$.
Решение. Мы используем фундаментальное свойство пропорции, чтобы определить, является ли это уравнение пропорцией.
$0,6 \cdot 30 = 18; 18 \cdot 1 = 18$. К этому равенству относится основное свойство пропорции.
Ответ. Не может быть пропорцией.
2) $4,5 : 3,5 = 27 : 21$. Ответ: может быть пропорцией.
3) $4 : 14 = 1,4 : 409$. Ответ: не может быть пропорцией.
4) $10,2 : 0,66 = 55 : 0,55$. Ответ: не может быть пропорцией.
5) $\frac{5}{7} : 0,7 = 50 : 49$. Ответ: не может быть пропорцией.
6) $\frac{24}{42} = \frac{20}{35}$. Ответ: может быть пропорцией.
7) $\frac{63}{56} = \frac{81}{72}$. Ответ: может быть пропорцией.
8) $\frac{5}{88} = \frac{1}{1,6}$. Ответ: не может быть пропорцией..

18. Крайние члены пропорции равны 5 и 16, а один из средних членов – 8. Найдите второе среднее значение пропорции.
Решение. Составим пропорции из этих чисел. $5 : 8 = x : 16$. Из этого равенства получим $8x = 80 \Rightarrow x = 10$. Ответ: x=10.

19. Представьте следующие числа в виде процента.

1) 5. Для того, чтобы представить данное число в виде процента умножим его на 100%
$5 \cdot 100\% = 500\%$
2) $0,01 \cdot 100\% = 1\%$
3) $1,02 \cdot 100\% = 102\%$
4) $1 \cdot 100\% = 100\%$.

20. Вычислите.

1) Найдите 25% от числа 56.

Решение. Для этого достаточно число 56 разделить на 100 и умножить на 25.

$$\frac{56}{\cancel{100}_{4}} \cdot \cancel{25}^{1} = \frac{56}{4} = 14;$$ Ответ: 14

2) Найдите 50% от числа 48. Ответ: 24

3) Найдите 15% от числа 120. Ответ: 18

4) Найдите % от числа 460. Ответ: 92

21. Вычислите.

1) Найдите число, 15% которого равно 45.

Решение. Для этого умножьте 45 на 100 и разделите на 15.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{45}} \cdot 100}{\cancel{15}_{1}} = 300$$ Ответ: 300

2) Найдите число, 20% которого равно 62. Ответ: 310

3) Найдите число, 25% которого равно 62,5. Ответ: 250

4) Найдите число, 10% которого равно 33,7. Ответ: 337

22. Стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4 и 5, периметр равен 72 cm. Найдите наименьшую сторону треугольника.

Решение. По свойству пропорциональности стороны треугольника равны AB=3x, AC=4x, BC=5x мы определяем как по условию дела, $P = AB + AC + BC = 72$

Подставляя вышесказанное, $3x + 4x + 5x = 72$ получаем. Решая это уравнение, находим $x = 6$. Тогда меньшая сторона треугольника равна. $AB = 3 \cdot 6 = 18\ cm$.

Ответ: $18\ cm$.

23. Брусок делится на три части, длина которых обратно пропорциональна числам 2, 3 и 5. Найдите длину наименьшей части, если самая длинная из них составляет 25 cm.

Решение. По свойству обратной пропорциональности, $\frac{x}{5} = 25$.

Отсюда $x = 125$.

Третье число $\frac{x}{3} = \frac{125}{3} = 41\frac{2}{3}\ cm$.

Ответ: $41\frac{2}{3}\ cm$

24. Определите масштаб карты, если изображение на карте двух кишлаков, находящихся на расстоянии 0,5 km, равно 2 cm.

Решение. Для нахождения масштаба карты

1) расстояние между кишлаками выразим в сантиметрах;

2) разделим найденное в сантиметрах расстояние на масштаб карты.

$0,5\ km = 0,5 \cdot 100000\ cm = 50000\ cm$. Таким образом, $2 : 50000 = 1 : 25000$.

Ответ: 1:25000

25. Если расстояние между двумя городами равно 25 km, каким будет это расстояние на карте масштаба 1:250 000?

Решение. Для этого выразим 25 km в сантиметрах и разделим на масштаб карты 250 000.

$25\ km = 25 \cdot 100000\ cm = 2500000\ cm$. Так, $2500000 : 250000 = 10\ cm$.

Ответ: 10 *cm*

26. Выразите в граммах.

1) $0,467\ kg$ Решение. $0,467\ kg = 0,467 \cdot 1000\ g = 467\ g$. Ответ: 467 *g*

2) $2,064\ kg$ Решение. $2,064\ kg = 2,064 \cdot 1000\ g = 2064\ g$. Ответ: 2064 *g*

3) $0,0485\ kg$ Решение. $0,0485\ kg = 0,0485 \cdot 1000\ g = 48,5\ g$. Ответ: 48,5 *g*

4) $0,0055\ kg$ Решение. $0,0055\ kg = 0,0055 \cdot 1000\ g = 5,5\ g$. Ответ: 5,5 *g*.

27. Выразите в килограммах.

1) $0,63\ q$ Решение. $0,63\ q = 0,63 \cdot 100\ kg = 63\ kg$. Ответ: 63 *kg*

2) $0,087\ q$ Решение. $0,087\ q = 0,087 \cdot 100\ kg = 8,7\ kg$. Ответ: 8,7 *kg*

3) $0,0575\ t$ Решение. $0,0575\ t = 0,0575 \cdot 1000\ kg = 57,5\ kg$. Ответ: 57,5 *kg*

4) $0,2068\ t$ Решение. $0,2068\ t = 0,2068 \cdot 1000\ kg = 206,8\ kg$; Ответ: $206,8\ kg$.

28. Выразите в минутах.

1) $0,1\ h$ Решение. $0,1\ h = 0,1 \cdot 60$ min $= 6$ min. Ответ: 6 min

2) $0,15\ h$ Решение. $0,15\ h = 0,15 \cdot 60 = 9$ min. Ответ: 9 min

3) $0,25\ h$ Решение. $0,25\ h = 0,25 \cdot 60 = 15$ min. Ответ: 15 min

4) $1,23\ h$ Решение. $1,23\ h = 1,23 \cdot 60 = 73,8$ min. Ответ: 73,8 min.

29. Выразите в квадратных метрах.

1) $0,35\ ha$ Решение. $0,35\ ha = 0,35 \cdot 10000\ m^2 = 3500\ m^2$. Ответ: 3500 m^2

2) $0,748\ ha$ Решение. $0,748\ ha = 0,748 \cdot 10000\ m^2 = 7480\ m^2$. Ответ: 7480 m^2

3) $0,0521\ ha$ Решение. $0,0521\ ha = 0,0521 \cdot 10000\ m^2 = 521\ m^2$. Ответ: 521 m^2

4) $0,00682\ ha$ Решение. $0,00682\ ha = 0,00682 \cdot 10000\ m^2 = 68,2\ m^2$. Ответ: 68,2 m^2.

30. Выразите в метрах.

1) $9\ dm$ Решение. $9\ dm = 9 \cdot 0,1\ m = 0,9\ m$. Ответ: 0,9 *m*

2) $15\ dm\ 2\ cm$

Решение. $15\ dm\ 2\ cm = 15 \cdot 0,1\ m + 2 \cdot 0,01\ m = 1,52\ m$. Ответ: 1,52 *m*

3) $2\ m\ 7\ dm\ 18\ cm$

Решение. $2\ m\ 7\ dm\ 18\ cm = 2\ m + 7 \cdot 0,1\ m + 18 \cdot 0,01\ m = 2\ m + 0,7\ m + 0,18\ m = 2,88\ m$.

Ответ: 2,88 *m*

4) $67\ cm$ Решение. $67\ cm = 67 \cdot 0,01\ m = 0,67\ m$. Ответ: 0,67 *m*

ГЛАВА I. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И СТЕПЕНЬ

Числовые выражения

Цель урока: познакомить учеников с понятием числового выражения и его свойствами; сформировать у учеников умение производить действия над числовыми выражениями.

Все ученики	Уметь выполнять операции над числовыми выражениями.
Большинство учеников	Знать свойства числовых выражений; уметь выполнять над ними действия.
Некоторые ученики	Уметь эффективно использовать свойства числовых выражений при решении математических задач.

Активизирующие вопросы: 1) Сформулируйте переместительное свойство сложения 2) Сформулируйте свойство группировки сложения 3) Какое выражение называют числовым? 4)Укажите разницу между переместительными свойствами сложения и умножения

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Несоблюдение порядка выполнения действий. Для устранения таких ошибок необходима длительная тренировка по выполнению операций над числовыми выражениями, представленными в различных формах .

Домашнее задание: Примеры 5-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Во-первых, напомните учащимся о свойствах сложения, перестановки, группировки, умножения, перестановки, группировки и деления. Приведите подобные примеры.

Числовое выражение – это математическая запись, которая состоит из чисел и одной или нескольких арифметических операций.

$2 \cdot 5$ $25 : 5$ $14 : 2 - 12$ $(4{,}3 + 5{,}7) \cdot 6{,}7$

Значением числового выражения является число, полученное в результате действий, указанных в этом числовом выражении.

Значение числового выражения $2 \cdot 5$ равно 10;

Значение числового выражения $25 : 5$ равно 5;

Значение числового выражения $14 : 2 - 12$ равно -5;

Значение числового выражения $(4{,}3 + 5{,}7) \cdot 6{,}7$ равно 67.

• Числовое выражение может состоять из одного числа. Его значением будет само это число.

• Два числовых выражения, соединённые знаком =, образуют числовое равенство.

• Если значения левой и правой частей равенства являются одним и тем же числом, то равенство называется верным равенством.

Порядок выполнения действий

Сложение и вычитание относятся к действиям **I ступени,** умножение и деление – к действиям **II ступени,** а возведение в степень – к действиям **III ступени.**

1. Если в выражении нет скобок, задействованы только действия одной ступени, то

действия выполняются последовательно в порядке их записи слева направо.

2. Если в выражении нет скобок и задействованы действия всех трёх ступеней, то сначала выполняются действия III ступени, затем II ступени и действия ступени I.

3. При наличии в выражении скобок сначала выполняются действия внутри скобок, затем остальные действия выполняются по 1-му и 2-му правилам.

4. Если в выражении есть другие скобки, то в первую очередь выполняются действия внутри скобок.

Примеры

Пример 1. $25 \cdot 4 + 112 = 100 + 112 = 212$

Пример 2. $4 \cdot (3^2 \cdot 5 + 5) = 4 \cdot (9 \cdot 5 + 5) = 4 \cdot (45 + 5) = 4 \cdot 50 = 200$

Пример 3. $0{,}5 \cdot 10 - 450 = 5 - 450 = -445$

Пример 4. $-4 \cdot (-3^2 : 9 - 26) = -4 \cdot (9 : 9 - 26) = -4 \cdot (1 - 26) = -4 \cdot (-25) = 100$

Пример 5. $\dfrac{3 \cdot 2^5 - 5 \cdot 4}{3^2 + 1} = \dfrac{3 \cdot 32 - 20}{9 + 1} = \dfrac{96 - 20}{10} = \dfrac{76}{10} = 7{,}6$

Пример 6. $((4^2 - 6) + 10) : 5 = ((16 - 6) + 10) : 5 = 20 : 5 = 4$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Выполните действия.

1) $(57 + 26) - 27$

Решение. $(57 + 26) - 27 = 57 + 26 - 27 = (57 - 27) + 26 = 30 + 26 = 56$

2) $49 - 55 + 11 - 0{,}4$ Ответ: 4,6

3) $7{,}5 \cdot 2 - 3 \cdot (2{,}1 + 0{,}6 : 0{,}2)$ Ответ: 2,7

4) $(5{,}26 - 3{,}8) + 2{,}8$ Ответ: 4,26

2. Найдите значение числового выражения.

1) $1\frac{4}{5} + 5\frac{4}{35} + 7\frac{1}{5} - 4\frac{4}{35}$

Решение.

$$1\frac{4}{5} + 5\frac{4}{35} + 7\frac{1}{5} - 4\frac{4}{35} = 1 + \frac{4}{5} + 5 + \frac{4}{35} + 7 + \frac{1}{5} - 4 - \frac{4}{35} = (1 + 5 + 7 - 4) + \frac{4+1}{5} + \frac{4-4}{35} = 9 + 1 = 10$$

2) $5\frac{2}{3} + 4\frac{1}{8} + 1\frac{1}{6} + 3\frac{5}{8}$ Ответ: $14\frac{7}{12}$

3. Найдите числовые выражения, равные значениям 5; –2; 1; 3.

Решение. Найдём числовое значение каждого выражения.

1) $(40 : 2 + 5) : 5 = (20 + 5) : 5 = 25 : 5 = 5$

2) $5^2 - (4 \cdot 8 - 17) - 12 = 25 - (32 - 17) - 12 = 25 - 15 - 12 = 10 - 12 = -2$

3) $6\frac{5}{9} + 2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} - 6\frac{1}{3} = 6 + \frac{5}{9} + \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{3} - 6 - \frac{1}{3} = (6 - 6) + \frac{5+7}{9} - \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{12-3}{9} = \frac{9}{9} = 1$

4) $\dfrac{15 \cdot 4 - 27}{5 + 6} = \dfrac{60 - 27}{11} = \dfrac{33}{11} = 3$

4. Один человек в Узбекистане потребляет в среднем 1500 kW электроэнергии в год. Только в США компьютеры потребляют 650 миллиардов kW энергии в год. Во сколько раз годовое потребление электроэнергии в 2022 году в Узбекистане с населением около 35 000 000 человек превышает потребление энергии компьютерами в США?

Решение. 1) $35\,000\,000 \cdot 1\,500 = 52\,500\,000\,000$.

2) $650\,000\,000\,000 : 52\,500\,000\,000 = 6500 : 525 = 260 : 21 = 12\frac{8}{21}$

5. Какое равенство верно?

1) $\frac{3}{10}+\frac{3}{4}=\frac{11}{20}+\frac{1}{2}$

Решение: Проверяем равенство, выполняя операции над обеими частями равенства.

Левая часть равенства $\frac{3}{10}+\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 2}{10\cdot 2}+\frac{3\cdot 5}{4\cdot 5}=\frac{6+15}{20}=\frac{21}{20}=1\frac{1}{20}$

Правая часть равенства $\frac{11}{20}+\frac{1}{2}=\frac{11}{20}+\frac{1\cdot 10}{2\cdot 10}=\frac{21}{20}=1\frac{1}{20}$.

Таким образом, равенство 1 верно.

2) $22\frac{17}{25}+77\frac{8}{25}=(17+8)\cdot 4$ Таким образом, равенство 2 верно.

3) $21\frac{8}{35}-3\frac{19}{70}=10\frac{5}{14}+6\frac{6}{10}$ Таким образом, равенство 3 неверно.

4) $1\frac{2}{3}+4\frac{1}{5}=41,5\cdot\frac{2}{15}$ Таким образом, равенство 4 неверно.

5) $1-\frac{14}{17}=1-\frac{21}{34}$ Таким образом, равенство 5 неверно.

6) $(34\cdot 150):25=(17+48)\cdot 5$ Таким образом, равенство 6 неверно.

6. Запишите в виде числового выражения.

1) Сумма чисел 14 и 36 равна разности чисел 85 и 35.

Решение. $14+36=85-36$

2) Разность чисел $1\frac{1}{3}$ и $1\frac{1}{3}$ равна сумме чисел $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

Решение. $1\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$

3) Произведение чисел 4 и 0,25 равно полуразности чисел 8 и 6.

Решение. $4\cdot 0,25=(8-6):2$

4)Удвоенная сумма чисел 0,12 и 1,88 равна произведению чисел $\frac{4}{5}$ и 5.

Решение. $(0,12+1,88)\cdot 2=\frac{4}{5}\cdot 5$

7. Вычислите.

1) $12,7\cdot 64+173\cdot 3,6+12,7\cdot 36+17,3\cdot 64$

Решение. $12,7\cdot 64+173\cdot 3,6+12,7\cdot 36+17,3\cdot 64=\frac{127}{10}\cdot 64+173\cdot\frac{36}{10}+\frac{127}{10}\cdot 36+\frac{173}{10}\cdot 64=$

$$=\left(\frac{127}{10}\cdot 64+\frac{127}{10}\cdot 36\right)+\left(173\cdot\frac{36}{10}+\frac{173}{10}\cdot 64\right)=\frac{127}{10}\cdot(64+36)+\frac{173}{10}\cdot(64+36)=$$

$$\frac{127}{10}\cdot 100+\frac{173}{10}\cdot 100=1270+1730=3000$$

2) $13{,}5\cdot 5{,}8\ -\ 8{,}3\cdot 4{,}2\ -\ 5{,}8\cdot 8{,}3\ +\ 4{,}2\cdot 13{,}5=52$

8. Выполните действия.

1) $12\frac{5}{6}+2\frac{7}{9}\cdot\left(15\frac{9}{10}-12\frac{9}{10}\right)$

Решение. $12\frac{5}{6}+2\frac{7}{9}\cdot\left(15\frac{9}{10}-12\frac{9}{10}\right)=12\frac{5}{6}+2\frac{7}{9}\cdot\left(15+\frac{9}{10}-12-\frac{9}{10}\right)=12\frac{5}{6}+2\frac{7}{9}\cdot 3=$

$$=12\frac{5}{6}+\frac{25}{\cancel{9}_{3}}\cdot\cancel{3}^{1}=12+\frac{5}{6}+8+\frac{1}{3}=20+\frac{5+1\cdot 2}{6}=20+\frac{7}{6}=20+1\frac{1}{6}=21\frac{1}{6}$$

2) $5\frac{7}{16}\cdot 1\frac{3}{29}+2\frac{5}{16}\cdot 2\frac{2}{7}$ Ответ: $11\frac{2}{7}$

3) $\left(2022\frac{3}{5}-2021\frac{1}{6}\right)\cdot 1\frac{1}{29}$ Ответ: $1\frac{14}{29}$

4) $\frac{7}{10}+\left(1\frac{1}{3}-\frac{2}{9}\right):1\frac{2}{9}+2\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$ Ответ: $2\frac{189}{220}$

9. Найдите значение числового выражения.

1) $\frac{3}{5}:\frac{9}{10}+3\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}-4:2\frac{2}{3}$

Решение. 1) $\frac{3}{5}:\frac{9}{10}=\frac{{}^{1}\cancel{3}}{{}_{1}\cancel{5}}\cdot\frac{1\cancel{0}^{2}}{\cancel{9}_{3}}=\frac{2}{3}$ 2) $3\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}=\frac{{}^{3}\cancel{15}}{{}_{2}\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}}=\frac{3}{2}$

3) $4:2\frac{2}{3}=4:\frac{8}{3}={}^{1}\cancel{4}\cdot\frac{3}{\cancel{8}_{2}}=\frac{3}{2}$ 4) $\frac{2}{3}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3\frac{2}{3}$

2) $7\frac{1}{3}:12\frac{1}{4}\cdot 6\frac{1}{8}$ Ответ: $1\frac{4}{7}$

3) $1\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{34}+1\frac{5}{12}\cdot 1\frac{31}{34}$ Ответ: $2\frac{5}{6}$

4) $10\frac{2}{3}:2\frac{2}{15}-2\frac{2}{5}\cdot 5\frac{1}{2}$ Ответ: $-8\frac{1}{5}$

10. Выполните действия.

1) $\dfrac{1{,}95\cdot 0{,}48:6{,}25}{(2{,}03-1{,}25)\cdot 0{,}4:2{,}4}$.

Решение. Сначала выполним действия в числителе дроби:

$$1{,}95\cdot 0{,}48:6{,}25=\frac{195}{100}\cdot\frac{48}{100}:\frac{625}{100}=\frac{{}^{39}\cancel{195}\cdot 4\cancel{8}^{12}\cdot 1\cancel{00}^{1}}{{}^{25}\cancel{100}\cdot\cancel{100}_{1}\cdot 6\cancel{25}_{125}}=\frac{468}{3125}.$$

Теперь выполним действия в знаменателе дроби:

$$(2{,}03-1{,}25)\cdot 0{,}4:2{,}4=0{,}88\cdot 0{,}4:2{,}4=\frac{88}{100}\cdot\frac{4}{10}:\frac{24}{10}=\frac{{}^{11}\cancel{88}}{100}\cdot\frac{4}{1\cancel{0}}\cdot\frac{1\cancel{0}}{2\cancel{4}_{3}}=\frac{4\cancel{4}^{11}}{3\cancel{00}_{75}}=\frac{11}{75}.$$

Теперь поделим значение выражения в числителе на значение выражения в знаменателе дроби:

$$\frac{468}{3125}:\frac{11}{75}=\frac{468}{31\cancel{25}_{125}}\cdot\frac{7\cancel{5}^{3}}{11}=\frac{1404}{1375}=1\frac{29}{1375}$$

2) $6\frac{3}{7}:\frac{(0,19+3,2):22,6}{4,05+0,75-2\frac{5}{6}}$

Решение. $6\frac{3}{7}:\frac{(0,19+3,2):22,6}{4,05+0,75-2\frac{5}{6}}=\frac{45}{7}\cdot\frac{\frac{405}{100}+\frac{75}{100}-\frac{17}{6}}{\frac{339}{100}:\frac{226}{10}}=\frac{45}{7}\cdot\frac{\frac{48\cancel{0}}{10\cancel{0}}-\frac{17}{6}}{\frac{339}{10\cancel{0}}\cdot\frac{1\cancel{0}}{226}}=\frac{45}{7}\cdot\frac{\frac{48\cdot3-17\cdot5}{30}}{\frac{339}{2260}}=$

$$\frac{45}{7}\cdot\frac{\frac{144-85}{30}}{\frac{339}{2260}}=\frac{4\cancel{5}^{3}}{7}\cdot\frac{59}{\cancel{30}_{2}}\cdot\frac{2260}{339}=\frac{\cancel{3}^{1}\cdot59\cdot2260}{7\cdot2\cdot\cancel{339}_{113}}=\frac{59\cdot2260}{14\cdot113}=\frac{59\cdot2\cancel{0}^{10}}{1\cancel{4}_{7}}=\frac{590}{7}=84\frac{2}{7}$$

3) $7\frac{13}{28}-\left(3\frac{9}{28}-5\frac{3}{13}\right)$

Решение. $7\frac{13}{28}-\left(3\frac{9}{28}-5\frac{3}{13}\right)=\frac{209}{28}-\frac{93}{28}+5\frac{3}{13}=1\cancel{16}^{29}+\frac{68}{13}=\frac{29\cdot13+68\cdot7}{91}=\frac{377+476}{91}=\frac{853}{91}=9\frac{34}{91}$

4) $\frac{\frac{4}{7}-\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{8}+\frac{1}{8}}{\frac{3}{7}-\frac{1}{28}}$

Решение. $\frac{\frac{4}{7}-\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{8}+\frac{1}{8}}{\frac{3}{7}-\frac{1}{28}}=\frac{\frac{4}{7}\left(1-\frac{7}{8}\right)+\frac{1}{8}}{\frac{3\cdot4-1}{28}}=\frac{\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}{\frac{11}{28}}=\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{4}{7}+1\right)\cdot\frac{28}{11}=\frac{1}{8}\cdot\frac{\cancel{1}1}{7}\cdot\frac{28}{1\cancel{1}}=\frac{28}{56}=\frac{1}{2}$

5) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{2}+\ldots+\frac{15}{2}+\frac{16}{3}$

Решение. Сначала сложим дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\left(\frac{1+3+5+7+9+11+13+15}{2}\right)+\left(\frac{2+4+6+8+10+12+14+16}{3}\right)=\frac{48}{2}+\frac{72}{3}=24+24=48$$

6) $\frac{1}{16}+\frac{2}{18}+\frac{3}{16}+\ldots+\frac{15}{16}+\frac{16}{18}=8$

7) $\frac{\left((1,2:36)+\frac{6}{5}\cdot0,25\right)}{\left(\frac{128}{45}-\frac{1}{15}\right):\frac{125}{9}}=7\frac{2}{3}$

8) $\frac{\left(1,8+\frac{19}{20}\right):0,5}{\frac{7}{40}:0,35+\frac{7}{3}:\frac{217}{31}}=6,6$

9) $\left(\frac{14}{15}+\frac{5}{2}+0,3\right)\cdot\frac{8}{7}\cdot0,75+\frac{5}{10}=3,7$

10) $\left(\frac{1}{2}+0,125-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(6,4:\frac{80}{3}\right)+\frac{1}{8}=0,235$

11) $\frac{13\cdot86}{450}:0,25+\frac{57\cdot14}{27}-\frac{10}{9}=38$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Цель урока: познакомить учеников с понятием алгебраических выражений; формирование у учеников умения выполнять действия над алгебраическими выражениями.

Все ученики	Уметь выполнять операции над алгебраическими выражениями.
Большинство учеников	Уметь составлять алгебраические выражения; иметь возможность выполнять над ними действия.
Некоторые ученики	Уметь эффективно использовать свойства числовых выражений при решении задач, связанных с вычислением числового значения алгебраического выражения.

Активизирующие вопросы: 1) Что такое алгебраическое выражение? 2) Что называют числовым значением алгебраического выражения? 3) Остаётся ли прежним порядок выполнения операций над числами при решении примеров, связанных с нахождением числовых значений алгебраических выражений? 4) Какой знак заменяет знак умножения между буквой и буквой, цифрой и буквой?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Несоблюдение порядка выполнения действий. Для устранения таких ошибок необходима длительная тренировка по выполнению операций над числовыми выражениями, представленными в различных формах.

Домашнее задание: Примеры 5-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Пример 1. Скорость велосипедиста 12 km/h. Какое расстояние он проедет за 2 часа, 3 часа, a часов?

1) $12 \cdot 2 = 24$ (km);
2) $12 \cdot 3 = 36$ (km);
3) За a часов $12 \cdot a$ (km)



Алгебраическое выражение – это выражение, состоящее из цифр и букв в сочетании со знаками арифметических операций.

$4 \cdot a$ $\quad 12 : 5b$ $\quad 514 : 2–x$ $\quad (x + y) \cdot 4$

Пример 2. Сколько килограммов яблок можно купить на 6000 сумов, если 1 килограмм стоит 2000 сумов? Сколько килограммов можно купить на 7000 сумов, если 1 килограмм стоит 1000 сумов? Сколько килограммов можно купить за b сумов, если 1 килограмм стоит a сумов?



1) $\frac{6\,000}{2\,000} = 3$ (kg) $\qquad$ 2) $\frac{7\,000}{1\,000} = 7$ (kg)

3) $\frac{b}{a}$ (kg), $a \neq 0$ (на ноль делить нельзя)

Если в буквенную часть алгебраического выражения подставить число и произвести указанные действия, то получится число, называемое **числовым значением алгебраического выражения**

Пример 3. Найдите значение выражения $\frac{x+1}{x-2}$ при $x = 5$.

Вместо букв, которые были ранее в выражении, подставляем их числовое значение, а затем производим вычисление:

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{5+1}{5-2} = \frac{6}{3} = 2.$$

Порядок выполнения действий над числами сохраняется и при выполнении задач, связанных с нахождением числовых значений алгебраических выражений.

Знак умножения – "точка" между буквой и буквой, цифрой и буквой часто опускается. Например, $S = ab$, $P = 2(a + b)$.

Пример 4. Если $a = 5$, $b = 6$, найдите значение выражения $\frac{a+b}{b-3}$.

$$\frac{a+b}{b-3} = \frac{5+6}{6-3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $a+3b$, если $a=5, b=5$ — Решение. $5+3\cdot 5 = 5+15 = 20$

2) $2a-4b$, если $a=6, b=-2$ — Решение. $2\cdot 6-4\cdot(-2) = 12+8 = 20$

3) $2a^2+\frac{1}{5}b$, если $a=3, b=25$ — Решение. $2\cdot 3^2+\frac{1}{\cancel{5}_1}\cdot 2\cancel{5}^{5} = 2\cdot 9+5 = 18+5 = 23$

4) $(a-4):b$, если $a=19, b=3$ — Решение. $(19-4):3 = 15:3 = 5$

5) $\frac{(2a-1)\cdot b}{a+b}$, если $a=8, b=2$ — Решение. $\frac{(2\cdot 8-1)\cdot 2}{8+2} = \frac{15\cdot 2}{10} = \frac{30}{10} = 3$

6) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, если $a=2, b=3$ — Решение. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$

2. Обувная фабрика производит 500 пар обуви каждый час. Сколько пар обуви производится на фабрике за t часов? А за 24 часа?



Решение. За 1 час 500 пар, 2 часа $2\cdot 500 = 1000$ пар, 3 часа? пар и так далее. Итак, за t часов произведётся $500t$ пар.

Для того, чтобы найти сколько пар обуви произведётся за 24 часа, нужно в выражении 500t вместо t подставить 24.

$500\cdot 24 = 1200$ пар произведётся.

3. Автомобильный завод производит 500 автомобилей в день. Сколько автомобилей будет произведено за n дней? А за 1 месяц?

Решение. Согласно решению вышеприведённой задачи за n дней будет произведено 500n автомобилей.

Теперь узнаем, сколько будет произведено за 1 месяц. Предположим, что в 1 месяце 30 дней, $500\cdot 30 = 15000$, если в 1 месяце 31 день, $500\cdot 31 = 15500$ автомобилей производится.

4. Решите выражения и заполните графу с ответами.

№	x	y	Алгебраическое выражение	Ответ
1.	4	1	$\frac{x-3}{y+1}$	$\frac{1}{2}$
2.	0,5	1	$2x+7y$	8
3.	–1	1	$2\cdot(x+1)+y$	1
4.	2	8	$(x+y)\cdot 3$	30
5.	0,5	40	$x\cdot y-4$	16
6.	2	5	$\frac{2x+y}{x-2y}$	$\frac{1}{8}$
7.	11	10	x^2-y^2	21
8.	5	–1	$\frac{3x-2y}{4(x+y)}$	$1\frac{1}{16}$
9.	–5,27	–1	$(x-5{,}17)(y+1)$	0
10.	2	0,5	$\frac{x}{y}-\frac{y}{x}+6{,}25$	10

Решение. Находим их значения, подставляя значения x и y в таблице в соответствующие выражения.

1) $\frac{x-3}{y+1}=\frac{4-3}{1+1}=\frac{1}{2}$

5. Найдите значения алгебраических выражений при $k=6$ и $t=-5$.

1) $k+\frac{1}{5}t$

Решение. Подставим значения неизвестного в соответствующее выражение и проверим.

1) $k+\frac{1}{5}t=6+\frac{1}{5}\cdot 5=6+1=7$. Значение этого выражения не равно 10.

2) $(2k+8)+2t=(2\cdot 6+8)+2\cdot 5=(12+8)+10=20+10=30$. Значение этого выражения не равно 10.

3) $\frac{3\cdot(k-t)+7}{4(k+t)}=\frac{3\cdot(6-5)+7}{4\cdot(6+5)}=\frac{3\cdot 1+7}{4\cdot 11}=\frac{3+7}{44}=\frac{10}{44}$. Значение этого выражения не равно 10.

4) $2k+5(t+8)=2\cdot 6+5\cdot(5+8)=12+5\cdot 13=12+65=77$. Значение этого выражения не равно 10.

6. Заполните таблицу при $x=2$ и $y=-1$

Решение. Найдём значения выражений из таблицы, подставив соответствующие значения x и y.

1) $x+2y=2+2\cdot(-1)=2-2=0$

2) $4x-y=4\cdot 2-(-1)=8+1=9$

3) $2(x+y)=2\cdot(2+(-1)=2\cdot(2-1)=2\cdot 1=2$

4) $2x-xy+5=2\cdot 2-2\cdot(-1)+5=4+2+5=11$

5) $x+y-1=2+(-1)-1=2-2=0$

6) $\dfrac{3x-2y}{4(x+y)}=\dfrac{3\cdot 2-2\cdot(-1)}{4\cdot(2+(-1))}=\dfrac{6+2}{4\cdot(2-1)}=\dfrac{\cancel{8}^{\,2}}{\cancel{4}_{\,1}\cdot 1}=2$

В соответствии с найденными значениями заполним таблицу.

$x+2y$	$4x-y$	$2(x+y)$	$2x-xy+5$	$x+y-1$	$\dfrac{3x-2y}{4(x+y)}$
0	9	2	11	0	2

7. Найдите значение выражения при $k=2$: $y=\dfrac{k}{1011k+1}$, $x=\left(1-\dfrac{2021}{2023}\right):y+2021$

Решение. Сначала найдём значение выражения $y=\dfrac{k}{1011k+1}$.

$y=\dfrac{k}{1011k+1}=\dfrac{2}{1011\cdot 2+1}=\dfrac{2}{2022+1}=\dfrac{2}{2023}$. Затем подставим найденное значение в выражение и найдём его значение $x=\left(1-\dfrac{2022}{2023}\right):y+2021$.

$$x=\left(1-\frac{2021}{2023}\right):y+2021=\left(1-\frac{2021}{2023}\right):\frac{2}{2023}+2021=\left(1-\frac{2021}{2023}\right)\cdot\frac{2023}{2}+2021=$$

$$=1\cdot\frac{2023}{2}-\frac{2021}{2023}\cdot\frac{2023}{2}+2021=\frac{2023}{2}-\frac{2021}{2}+2021=\frac{2}{2}+2021=1+2021=2022$$

8. Найдите числовое значение алгебраического выражения.

1) $(mn)^2$, если $m=3;n=2$

2) $-mn^2$, если $m=3;n=5$

3) $a+2b$, если $a=\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{4}$

4) $c-3ab+bc$, если $a=1;b=3;c=-2$

5) a^2-b^2, если $a=6;b=-4$

Решение.

1) $(mn)^2=(3\cdot 2)^2=6^2=36$

2) $-mn^2=-3\cdot 5^2=-3\cdot 25=-75$

3) $a+2b=\dfrac{1}{2}+2\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{1}{2}-\cancel{2}^{\,1}\cdot\dfrac{1}{\cancel{4}_{\,2}}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=0$

4) $c-3ab+bc=(-2)-3\cdot 1\cdot 3+3\cdot(-2)=-2-9-6=-17$

5) $a^2-b^2=6^2-(-4)^2=36-16=20$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ РАВЕНСТВА. ФОРМУЛЫ

Цель урока: познакомить учеников с понятиями алгебраических равенств и формул; сформировать у учеников умение решать задачи с использованием алгебраических равенств и формул.

Все ученики	Уметь выполнять действия над алгебраическими равенствами
Большинство учеников	Уметь составлять алгебраические равенства; уметь пользоваться формулами; уметь использовать их при решении задач.
Некоторые ученики	Способность эффективно использовать алгебраические равенства и формулы для решения задач, связанных с повседневной жизнью.

Активизирующие вопросы: 1) Что такое алгебраическое равенство? 2) Приведите примеры алгебраического равенства в повседневной жизни 3) Что вы подразумеваете под формулой? 4) Напишите формулу, выражающее чётное число 5) Напишите формулу, выражающее нечётное число

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Неспособность правильно сформулировать равенство для задач. Неправильное использование формулы при выполнении действий. Для устранения этих ошибок необходимо больше работать над эффективным использованием равенств, задач на применение формул и задач на применение равенств и формул в повседневной жизни, учить их работать самостоятельно.

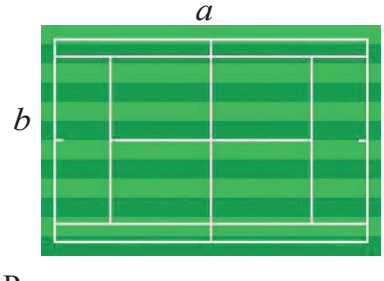
Домашнее задание: примеры 6-8, 10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Попросите учащихся написать на доске выражения, используемые для нахождения площади и периметра прямоугольника, площади и периметра квадрата и объёма куба.

Связь двух числовых выражений со знаком = называется **равенством**.
В равенствах значения выражений взаимно **равны**.

Алгебра в повседневной жизни







Рассказать ученикам о важности знания алгебры в повседневной жизни. Привести практические примеры.

Формула – алгебраическое равенство, выражающее зависимость одной величины от других величин.

Пример 1. Для нахождения объёма куба используем формулу $V = a^3$, для нахождения суммы рёбер используем формулу $P = 12a$.

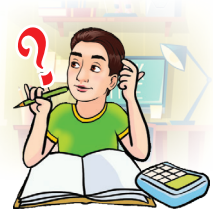
Пример 2. Коробка формой прямоугольного параллелепипеда имеет высоту H cm. Её длина в 3 раза больше высоты, ширина меньше длины на 7 cm. Выразите длину и ширину через высоту.

Пусть длина, ширина и высота прямоугольной коробки равны соответственно L, B, H.
Длина коробки: $L = 3H$
Ширина коробки: $B = L - 7$
Ширина коробки относительно высоты равна: $B = 3H - 7$

Пример 3.

$2n = 2 \cdot 1 = 2$
$2n = 2 \cdot 2 = 4$
$2n = 2 \cdot 3 = 6$
.....
$2n = 2 \cdot 41 = 82$
.....
$2n = 2 \cdot 1\,000 = 2\,000$

К какому выводу пришли?



$2n - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$
$2n - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$
$2n - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$
$2n - 1 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$
.....
$2n - 1 = 2 \cdot 41 - 1 = 81$
.....
$2n - 1 = 2 \cdot 1000 - 1 = 1999$

Если a чётное число, тогда это число кратно 2:
Формула: $a = 2n$, здесь n – натуральное число.
Если a нечётное число, тогда при его делении на 2 остаток будет равен 1:
Формула: $a = 2n + 1$, здесь n – натуральное число.
Формулу нечётного натурального числа можно записать так:
Формула: $a = 2n - 1$, здесь n – натуральное число.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Напишите предложения математическим языком:

1) сумма чисел m и n — Ответ: $m + n$
2) разность чисел a и b — Ответ: $a - b$
3) удвоенная разность чисел a и b — Ответ: $(a - b) \cdot 2$
4) удвоенное произведение m и n — Ответ: $(m \cdot n) \cdot 2$
5) деление суммы чисел n и m на их разность — Ответ: $\frac{n+m}{n-m}$

2. Найдите периметр квадрата со стороной a cm.
Решение. Так как стороны квадрата равны, то его периметр $P = 4a$ cm.
Ответ: $P = 4a$ cm.

3. Поле сельхозугодья имеет прямоугольную форму, его длина равна a метрам, а ширина равна b метрам. После приобретения новой земли площадь увеличилась на 220 m^2. Какой стала площадь поля?
Решение. Сначала из формулы площади прямоугольника $S = ab$ найдём площадь земли. Если площадь участка увеличилась на 220 m^2, то площадь земельного участка составила $S_1 = ab + 220\ m^2$.
Ответ: $ab + 220\ m^2$

4. Пассажир вышел из села и направился в город. Пройдя a километров, он сел в автобус, едущий со скоростью 60 km/h, и за t часов доехал до города.
1. Найдите расстояние S от села до города при $a = 4$ и $t = 1{,}5$.
2. Найдите t при $S = 70$, $a = 10$.
Решение. 1) $S = a + vt = 4 + 60 \cdot 1{,}5 = 4 + 90 = 94\ km$ 2) $70 = 10 + 60t$. Отсюда: $t = 1$.

5. Рассчитайте время движения автомобиля Spark, движущегося с постоянной скоростью 100 km/h, если он прошёл 1) 1 000 km; 2) 500 km; 3) 450 km

Решение. 1) Воспользуемся формулой $S = vt$. $1000 = 100t$, отсюда $t = 10$ часов.

2) $500 = 100t$, отсюда $t = 5$ часов. 3) $450 = 100t$, отсюда $t = 4,5$ часов.

6. Автомобиль "Малибу" расходует a литров топлива на 100 km. Заполните таблицу ниже.

Решение. Составим следующее выражение: $L = \frac{S}{100}a$. Здесь L-количество израсходованного топлива.

Размещаем найденные значения в соответствующие ячейки таблицы.

Пройденный путь, (km)	500	700	1100	800	S	400
Расход топлива (L)	$5a$	$7a$	$11a$	$8a$	$\frac{S}{100}a$	$4a$

7. У Анвара есть x сумов. У Азизбека на y сумов больше. Сколько денег у Азизбека? Решите задачу, если 1) x = 5000 и y = 2 000; 2) x = 4 500 и y = 350.

Решение. Предполагая, что у Азизбека есть сумма в P сум, мы можем составить выражение, соответствующее условию задачи: $P = x + y$.

1) $P = 5000 + 2000 = 7000$; 2) $P = 4500 + 350 = 4850$.

8. Заполните следующую таблицу, пользуясь формулой $S = v \cdot t$.

S (km)	500	600	480	340	720	432	900
t (часов)	5	12	4	4	8	6	12
Вариант ответа	A	B	C	D	E	F	G
v (km/h)	85	90	100	75	50	120	72

Решение. В задании варианты ответов перепутаны. Найдём вариант ответа, соответствующий заданию. В первом столбце дано $S = 500\ km; t = 5\ soat$ часов. Для того, чтобы найти соответствующее этим данным значение, воспользуемся формулой $S = vt$. Находим: $500 = v \cdot 5; v = 500 : 5 = 100\ km/h$ Правильный вариант ответа C.

9. В саду растут n яблонь, на каждой из них в среднем по 30 kg плодов. Составьте формулу, выражающую, сколько килограммов яблок можно собрать в саду, и решите задачу при n = 250.

Решение. Если общее количество яблок в саду M, то в среднем из сада можно получить $M = 30n$ kg яблок. Так, при, $n = 250$ можно собрать $M = 30 \cdot 250 = 7500\ kg$ яблок.

10. Составьте формулу для нахождения каждой переменной из данных формул.

1) $\angle x + \angle y + \angle z = 180^0$

Решение. $\angle x = 180^0 - (\angle y + \angle z)$; $\angle y = 180^0 - (\angle x + \angle z)$; $\angle z = 180^0 - (\angle x + \angle y)$

2) $P = 4a$. Ответ: $a = \frac{P}{4}$ 3) $v = S : t$. Ответ: $S = vt$; $t = \frac{S}{v}$

4) $S = ab$. Ответ: $a = \frac{S}{b}; b = \frac{S}{a}$ 5) $T = m + 3$. Ответ: $m = T - 3$

6) $x = 5t + 4$. Ответ: $t = (x - 4) : 5$ 7) $C = 2\pi r$. Ответ: $r = \frac{C}{2\pi}$

ПРАВИЛА РАСКРЫТИЯ СКОБОК, КОЭФФИЦИЕНТ

Цель урока: познакомить учеников с коэффициентами, встречающимися в числовых и алгебраических выражениях и правилами раскрытия скобок; сформировать у учеников умение пользоваться правилами раскрытия скобок.

Все ученики	Уметь открывать скобки для положительных чисел и положительных выражений.
Большинство учеников	Знать, как раскрывать скобки для числовых и буквенных выражений, которым предшествует знак +, уметь применять правила 1 и 2; уметь их использовать.
Некоторые ученики	Уметь раскрывать скобки, распределять слагаемые в выражении, уметь эффективно использовать алгебраические выражения для упрощения выражений, используя правила раскрытия скобок.

Активизирующие вопросы: 1) Если перед скобкой стоит знак +, как вы будете менять знаки внутри круглых скобок при их раскрытии? 2) Если первое слагаемое в скобках пишется без знака, то какой знак стоит перед ним? 3) Если перед скобкой стоит знак -, то как нужно изменить знак слагаемых при раскрытии скобок? 4) Если сумму заключить в круглые скобки и перед скобкой поставить знак +, на какой знак изменятся знаки каждого слагаемого? 5) Если сумму заключить в круглые скобки и перед скобкой поставить знак -, на какой знак изменятся знаки каждого слагаемого?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: путают правила при раскрытии скобок. Неправильное применение правила даже при наличии знака + перед скобкой. Для устранения этих ошибок нужно прорешать примеры на все правила раскрытия скобок различных выражений и примеры с использованием равенств и формул для числовых и алгебраических выражений, научить их работать самостоятельно.

Домашнее задание: номера 3-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Правила раскрытия скобок

Часто в процессе выполнения расчётов приходится раскрывать скобки или выносить за скобки общий множитель. Необходимо соблюдать следующие правила:

$58 + (-48 + 3)$

↓

$58 - 48 + 3$

$8{,}2 + (4{,}8a + 13)$

↓

$8{,}2 + 4{,}8a + 13$

$107 - (-5{,}6a + 6b)$

↓

$107 + 5{,}6a - 6b$

Правило 1. Если перед скобками стоит знак плюс, все числа, которые стоят внутри скобок, сохраняют свой знак.

$$a + (b - c) = a + b - c$$

Правило 2. Если первое слагаемое в скобках пишется без знака, то считается, что ему предшествует знак +.

$$a + (b + c) = a + b + c$$

Правило 3. Если перед скобками стоит знак –, скобки нужно опустить, изменив знак каждого слагаемого внутри скобок на противоположный:

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Если сумма заключена в скобки и перед скобками стоит знак +, то знаки слагаемых в скобках остаются без изменений.

Пример 1. $-45 + 27 - 2 = +(-45 + 27 - 2) = +(-20) = -20$

Пример 2. $9 + (-14) + 11 + (-14) + 31 + (-53) = 9 - 14 + 11 - 14 + 31 - 53 = -30$

Если сумма заключена в скобки и перед скобками стоит знак –, то знаки слагаемых в скобках меняются на противоположный.

Пример 3. $-54 + 275 - 12 = -(+54 - 275 + 12) = -(-209) = 209$

Пример 4. $6 - 8 + 10 = -(-6 + 8 - 10) = 8$ **Пример 5.** $a + b - c = -(-a - b + c)$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Сначала раскройте скобки, а потом вычислите. Примечание: знак + перед скобками не пишется, но он учитывается при раскрытии скобок.

1) $-(43 + 71) + 71$ Решение. $-(43 + 71) + 71 = -43 - 71 + 71 = -43$

2) $+(-23 - 510) + 23 = -510$ 3) $-(-31 + 40) + 40 = 31$

4) $0,65 - (18 - 0,35) = -17$ 5) $1 - (1 - (1 - 2)) = -1$

6) $-1 + (-1 + (-1 + 2)) = -1$

2. Раскройте скобки.

1) $+(a + 5 - b)$ Решение. $+(a + 5 - b) = a + 5 - b$

2) $-(c + 42) = -c - 42$ 3) $1,35 - (1,5 - k) = k - 0,15$

4) $a - (-b + 4c - d) = a + b - 4c + d$ 5) $-(a + b - c - 5) = -a - b + c + 5$

6) $a - (-b + 4c - d) = a - b - 4c - d$

3. Замените вопросительный знак знаком "+" или "–".

1) $13 ? (15 - 27) = 13 + 15 - 27$

Решение. $13 ? (15 - 27) = 13 + 15 - 27$. 1) Здесь используем правило раскрытия скобок, а символы внутри скобок остаются неизменными. Так "?" символ был заменён знаком "+".

Ответ: $13 + (15 - 27) = 13 + 15 - 27$

Следуя тем же рассуждениям, ответим на оставшиеся вопросы.

2) $1,8 ? (-12 + 0,4) = 1,8 + 12 - 0,4$

Ответ: $1,8 - (-12 + 0,4) = 1,8 + 12 - 0,4$

3) $-40,2 ? (5a - 1,84) = -40,2 + 5a - 1,84$

Ответ: $-40,2 + (5a - 1,84) = -40,2 + 5a - 1,84$

4) $57,8 ? (12n - 0,125) = 57,8 - 12n + 0,125$

Ответ: $57,8 - (12n - 0,125) = 57,8 - 12n + 0,125$

4. Раскройте скобки, а затем вычислите.

1) $+(84 - 208 + 25)$. Решение. $+(84 - 208 + 25) = 84 - 208 + 25 = 109 - 208 = -99$

2) $-(59 - 69) - 29 = -59 + 69 - 29 = -59 + 40 = -19$

3) $+(86 - 98) + 42 = 86 - 98 + 42 = -12 + 42 = 30$

4) $-(284 - 49 - 244) = -284 + 49 + 244 = -40 + 49 = 9$

5) $-(45 - 69 - 21) = -45 + 69 + 21 = -45 + 90 = 45$

6) $+(-38 - 410) + 38 = -38 - 410 + 38 = -410$

5. Раскройте скобки, а затем вычислите.

1) $(119+141)-(-59+119)$

Решение. $(119+141)-(-59+119)=119+141+59-119=$ $=141+59=200$

2) $(325+219)+(-50+110)=325+219-50+110=684$

3) $(-228-215)-(-28+315)=-228-215+28-315=-200-530=-730$

6. Найдите верный ответ.

$+(a+b+c)$	A	$a-b-c$
$-(a+b+c)$	B	$-a-b+c$
$-(a-b-c)$	C	$a-b+c$
$+(-a-b+c)$	D	$-a+b-c$
$-(-a+b-c)$	E	$-a+b+c$
$-(a-b+c)$	F	$a+b+c$
$-(-a-(-b)+c)$	G	$-a-b-c$

7. Назовите слагаемые и отделите их.

1) $2a-5b+3$. Решение. В данном выражении 2, –5 и 3 коэффициенты. Таким образом, слагаемые этого выражения $2a, -5b$ и 3.

2) $x-5y+z-8$. Ответ: $x, -5y, z$ и -8 3) $a-b+c-d$. Ответ: $a, -b, c$ и $-d$

4) $\frac{1}{3}a-\frac{2}{5}b+0,3c-d$. Ответ: $\frac{1}{3}a, -\frac{2}{5}b, 0,3c$ и $-d$

8. Раскройте скобки и упростите.

1) $(-a+b)-(a-b)$

Решение.

$(-a+b)-(a-b)=-a+b-a+b=-2a+2b$

2) $x-(x+y)=x-x-y=-y$

3) $5m-(m-2)=5m-m+2=4m+2$

4) $p-(t-(p-t)=p-t+p-t=2p-2t$

5) $(-a+b)-(2a-b)=-a+b-2a+b=-3a+2b$

6) $x-(-(5x+4y)+8y)=x+5x+4y-8y=6x-4y$

9. Заключите все слагаемые, начинающиеся с числа m или $(-m)$, в скобки, поставив перед скобкой знак +.

Образец: $-2a+5b+m-4n=-2a+5b+(m-4n)$

1) $3a-0,1b-m+0,1n=3a-0,1b+(-m+0,1n)$. Ответ: $3a-0,1b+(-m+0,1n)$

2) $1+m-4k-\frac{2}{3}t$. Ответ: $1+\left(m-4k-\frac{2}{3}t\right)$

3) $a+b-2c+m-n+5$. Ответ: $a+b-2c+(m-n+5)$

4) $1\frac{1}{5}c-m+2\frac{1}{3}b-0,8c$. Ответ: $1\frac{1}{5}c+\left(-m+2\frac{1}{3}b-0,8c\right)$

10. Заключите все слагаемые, начинающиеся с числа m или $(-m)$, в скобки, поставив перед скобкой знак $-$.

Образец: а) $5a - b + m + n - k = 5a - b - (-m - n + k)$

1) $p + q + m - n + 6$. Решение. $p + q - (m + n - 6)$. Ответ: $p + q - (m + n - 6)$

2) $b - 2c - m + 3n - 7$. Ответ: $b - 2c - (m - 3n + 7)$

3) $2k - 51 + m + 4n + 3$. Ответ: $2k - 51 - (-m - 4n - 3)$

4) $11q - 10r - m - k + 2l$. Ответ: $11q - 10r - (m + k - 2l)$

5) $p + m - 7q - n + 8$. Ответ: $p - (-m + 7q + n - 8)$

6) $b - m - 5c + 2n - 1$. Ответ: $b - (m + 5c - 2n + 1)$

11. Составив формулу, продолжите числовой ряд.

Образец: 7, 9, 11, 13,... Формула: $2n + 5$

1) 2, 4, 6, 8, …

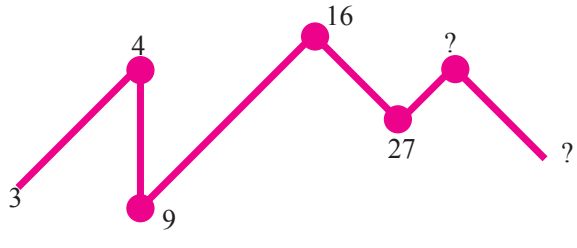
Решение: это последовательность чётных чисел. Таким образом, эту последовательность можно записать формулой $2n, n \in N$.

2) 7, 11, 15, 19, … Ответ: $4n + 3, n \in N$

3) 3, 6, 9, 12, … Ответ: $3n, n \in N$

4) 4, 7, 10, 13, … Ответ: $3n + 1, n \in N$

12. Какие цифры нужно поставить вместо вопросительного знака?



Решение. обратим внимание на концы ломаной линии. В верхнем конце последовательно идут степени 4, а в нижних концах степени 3. Итак, вместо вопросительных знаков должны стоять 64 и 81

Ответ: 64 и 81.

ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

6. Найдите, верны утверждения или нет.

Рассмотрение	Верно	Неправильно
Число 8^{16} в 8 раз больше числа 8^{15}.	✓	
Число 8^{10} в 10 раз больше числа 8		✓

Свойства арифметических действий

Цель урока: познакомить учеников со свойствами арифметических действий; сформировать у учащихся умение производить действия над числовыми выражениями, используя свойства арифметических действий.

Все ученики	Могут выполнять операции над числовыми выражениями, используя перестановочное свойство сложения.
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над числовыми выражениями, используя перестановочное свойство и группировки сложения.
Некоторые ученики	Умение выполнять операции над числовыми и алгебраическими выражениями, используя свойства арифметических операций.

Активизирующие вопросы: 1) Сформулируйте перестановочное свойство сложения 2) Что называется свойством перестановки при умножении? 3) Назовите распределительное свойство умножения относительно сложения 4) Чем противоположные числа отличаются друг от друга?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении операций не обращают внимания на свойства арифметических операций. Для устранения этих ошибок необходимо сначала отдельно изучить свойства арифметических действий, а затем выполнять действия над алгебраическими выражениями различных форм, связанных со смешанными свойствами.

Домашнее задание: примеры 1-6 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Как и в других областях математики, в алгебре необходимо следовать правилам.

Сложение и произведение

1) Перестановочное свойство:

$$a + b = b + a$$



$$a \cdot b = b \cdot a$$

2) Свойство группировки:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = b \cdot (a \cdot c)$$

3) Распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания:

$$a(b + c) = ab + ac \qquad a(b - c) = ab - ac$$

Использование свойств арифметических действий позволяет сначала упростить алгебраическое выражение, а затем легко вычислить его значение.

Примеры

1) $12 + 33 = 33 + 12$

2) $55 + 82 + 45 = (55 + 82) + 45 = (55 + 45) + 82 = 55 + (82 + 45) = 182$

3) $14 \cdot 20 = 20 \cdot 14$

4) $4 \cdot 25 \cdot 37 = (4 \cdot 25) \cdot 37 = (4 \cdot 37) \cdot 25 = 4 \cdot (25 \cdot 37) = 370$

5) $7 \cdot (111 + 8) = 7 \cdot 111 + 7 \cdot 8 = 777 + 56 = 833$

6) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5 =$

$= 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 40 + 5 = 45$

7) $55 + 82 + 45 + 18 = (55 + 45) + (82 + 18) = 100 + 100 = 200$

8) $(95 + 19) + (5 + 31) = (95 + 5) + (19 + 31) = 100 + 50 = 150$

9) $145 \cdot 49 + 145 \cdot 51 = 145 \cdot (49 + 51) = 145 \cdot 100 = 14\,500$

10) $25 \cdot 712 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 712 = 100 \cdot 712 = 71\,200$

Вычитание и деление

1) Чтобы вычесть из числа a число b, достаточно к числу a прибавить число, противоположное b:

$$a - b = a + (-b)$$

2) Деление можно заменить умножением на число, обратное делителю:

$$a : b = \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

Пример 1. Если к некоему задуманному числу прибавить 20, получится 45. Найдите задуманное число.

Способ 1:

$$x + 20 = 45$$
$$x = 45 - 20$$
$$x = 25$$

Способ 2:

$$x + 20 = 45$$
$$x + 20 + (-20) = 45 + (-20)$$
$$x = 45 + (-20)$$
$$x = 25$$

Пример 2.

2) $30 : 45 = \frac{30}{45} = \frac{\cancel{30}^{2}}{\cancel{45}_{3}} \cdot \frac{1}{\cancel{45}_{3}} = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Вычислите числовое выражение удобным способом, используя свойства арифметических операций.

1) $28 \cdot 45 + 28 \cdot 55$

Решение: Можно упростить, вынося общий множитель за скобки.

$28 \cdot 45 + 28 \cdot 55 = 28 \cdot (45 + 55) = 28 \cdot 100 = 2800$ Ответ: 2800

2) $2,5 \cdot 7,2 + 2,5 \cdot 2,8$ Ответ: 25

3) $72 \cdot 139 - 72 \cdot 39$ Ответ: 7200

4) $13,5 \cdot 3,1 - 3,1 \cdot 10,5$ Ответ: 9,3

5) $124 - 42 + 226 - 18$

Решение: это числовое выражение состоит только из слагаемых. Здесь удобно использовать метод группировки. $124 - 42 + 226 - 18 = (124 + 226) - (42 + 18) = 350 - 60 = 290$

6) $2,51 - 4,41 + 3,49 - 6,59$ Ответ: -5

7) $91 + 117 + 9 + 83$. Ответ: 300

8) $31,11 + 42,89 - 1,8 - 5,2$ Ответ: 67

2. Упростите выражения.

1) $5x-4y+17x-4y$ Решение: Сгруппируем подобные слагаемые.

$5x-4y+17x-4y=(5x+17x)-(4y+4y)=22x-8y$

2) $4a-2b+a-b$ Ответ: $5a-3b$ 3) $12a-5b-2a-b$ Ответ: $10a-6b$

4) $5x+8y-9y+x$ Ответ: $6x-y$ 5) $4a-11a+9a-b$ Ответ: $2a-b$

6) $7b+7a-4b+3b$ Ответ: $7a+6b$

3. Приведите подобные слагаемые.

Решение. Группируются подобно примеру 2.

1) $7,5a-6,8b-7,5a-6,8b=(7,5a-7,5a)-(6,8b+6,8b)=-13,6b$

2) $a-3a+4,7-7,2$ Ответ: $-2a-2,5$

3) $2,1a-1,7c+2,7a-2,2c$ Ответ: $4,8a-3,9c$

4) $-9,8c+5,1d+1,1c+4,2d+4c$ Ответ: $-4,7c+9,3d$

5) $4,2a+1,8b-2,6a+3,4a$ Ответ: $5a+1,8b$

6) $-8,9a+1,5b-1,1a-5,5b$ Ответ: $-10a-4b$

4. Найдите значение числового выражения.

1) $2,17+(3,2-0,17)$ Решение: Чтобы найти значение этого выражения, нужно раскрыть скобки и воспользоваться удобным способом.

$2,17+(3,2-0,17)=2,17+3,2-0,17=(2,17-0,17)+3,2=2+3,2=5,2$

2) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{24}$ Ответ: $-\frac{1}{24}$

3) $9,49-(1,5-0,01)=8$ Ответ: 8

4) $\left(1\frac{1}{3}+4\frac{1}{2}\right):\frac{5}{6}=7$ Ответ: 7

5) $0,94-(-1,06-98)=100$ Ответ: 100

6) $\left(3\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}\right):11\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ Ответ: $\frac{1}{2}$

5. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $a=\frac{1}{3};\ b=1$ если, $3a-2b$

Решение. $3a-2b=\cancel{3}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}-2\cdot1=1-2=-1$. Ответ: -1

2) $a=5,1;\ b=4,7$ если, $P=2(a+b)=2\left(5,1+4,7\right)=2\cdot9,8=19,6$. Ответ: 19,6

3) $a=12,5;\ h=6,4$ если, $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}\cdot12,5\cdot6,4=40$. Ответ: 40

4) $a=2,5;\ b=2,4;\ c=3,5$ если, $V=abc=2,5\cdot2,4\cdot3,5=21$. Ответ: 21

6. Упростите выражения и найдите их числовые значения.

1) $5(3x-7)+2(1-x)$, если $x=\frac{1}{26}$

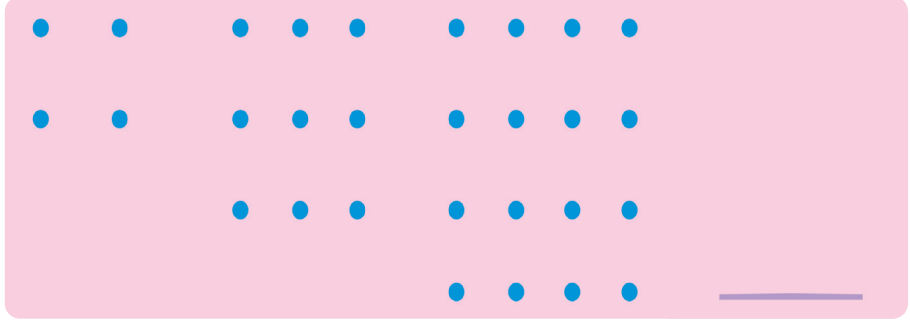
Решение. $5(3x-7)+2(1-x)=15x-35+2-2x=13x+33=\overset{1}{\cancel{13}}\cdot\frac{1}{\cancel{26}_{2}}+33=33,5$

2) $(2c+5d)-(c+4d)$, если $c=0,4;\ d=0,6$ Ответ: 1

3) $1,(3)\cdot(a+b)+2,(7)\cdot(a-b)$, если $a=2;b=-9$ Ответ: $21,(2)$

4) $-0,1(2)\cdot(a-b)+0,0(2)\cdot(a+2b)$ если $a=-10;b=6$ Ответ: 2

7. Продолжите логическую последовательность.



Решение: если обратите внимание на рисунок, то видно, что в первой области 4 точки, во 2 области – 9 точек, в третьей – 16 точек. Можем заметить, что количество точек можно представить в виде 2^2, 3^2, 4^2, ... Следовательно в последней области расположено $5^2 = 2^5$ точек.

Проверьте себя по заданиям PISA

При продаже MP3 можно получить 37,5% прибыли.

Показывают ли следующие формулы правильную зависимость цены – w, цены продажи – s ?

Решение. По условию задачи можно получить прибыль в размере 37,5% от стоимости w. Следовательно, цена продажи составляет $s=w\left(1+\frac{37,5}{100}\right)=1,375w$.

Ответ: правильный ответ только в строке 3.

ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

9. Какое из следующих выражений будет приблизительно равным к значению дроби $\frac{7,21\cdot3,86}{10,09}$?

A) $\frac{7\cdot3}{10}$ B) $\frac{7\cdot4}{10}$ C) $\frac{7\cdot3}{11}$ D) $\frac{7\cdot4}{11}$ Ответ: B

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Цель занятия: познакомить учащихся со степенью с натуральным показателем; формирование у учащихся умения выполнять операции над числовыми и алгебраическими выражениями с использованием степени с натуральным показателем.

Все ученики	Умение выполнять операции над числовыми выражениями, представляя сумму в виде произведения.
Большинство учеников	Выполнять операции над числовыми выражениями, представляя сумму в виде произведения и произведение в виде степени.
Некоторые ученики	Уметь выполнять операции над числовыми и алгебраическими выражениями, представляя сумму в виде произведения, произведения в виде степени, в стандартной форме числа.

Активизирующие вопросы: 1) Что называют натуральной степенью n числа a? 2) Какова стандартная форма числа? 3) Как представляется умножение в виде степени? 4) Назовите показатель степени и основание выражения a^n.

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Несоблюдение порядка выполнения действий. Для того чтобы устранить эти ошибки, необходима длительная тренировка по выполнению операций над алгебраическими выражениями различных форм.

Домашнее задание: упражнения 3-5, 8-11 (чётные).

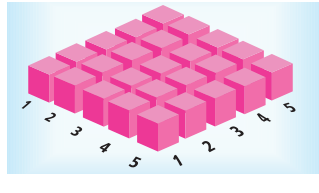
ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

1) Сумму одинаковых чисел можно заменить умножением:

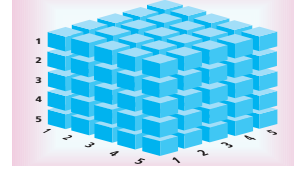
$\underbrace{4+4+4+4+4}_{5\text{ раз}} = 4 \cdot 5$ $\qquad$ $\underbrace{a+a+a+\cdots+a+a}_{n\text{ раз}} = na$

2)

$5 \cdot 5 = 5^2 = 25$



$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$



Запомните!

Степень числа a с натуральным показателем n равна произведению n множителей, каждый из которых равен a:

$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{ раз}} = a^n$

основание степени ← a^n → показатель степени

Умножение одинаковых чисел можно заменить новым действием – **возведением в степень:**

$\underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 7}_{8\text{ раз}} = 7^8$ $\qquad$ $12 = 12^1$ $\qquad$ $2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5\text{ раз}} = 32$

Число в первой степени равно самому числу: $a^1 = a$

$4^1 = 4$ $\quad 21^1 = 21$ $\quad \left(-\frac{3}{5}\right)^1 = -\frac{3}{5}$ $\quad (-0{,}5)^1 = -0{,}5$

Степени числа 10:

$10^1 = 10$	$10^4 = 10\,000$	$10^7 = 10\,000\,000$
$10^2 = 100$	$10^5 = 100\,000$	$10^8 = 100\,000\,000$
$10^3 = 1\,000$	$10^6 = 1\,000\,000$	$10^9 = 1\,000\,000\,000$

$2^1 = 2$

$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$

$2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$

$2^9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512$

$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Запишите сумму в виде произведения.

1) $7+7+7+7+7$

Решение. По правилу “Сумму одинаковых чисел можно заменить умножением”, получим, $7+7+7+7+7 = 5 \cdot 7$

2) $a + a + a + a = 4a$

3) $d + d + d + d + d + d + d = 7d$

4) $2x + 2x + 2x + 2x = 4 \cdot (2x)$

5) $5ab + 5ab + 5ab + 5ab + 5ab = 5 \cdot (5ab)$

6) $(a-2b)+(a-2b)+(a-2b) = 3(a-2b)$

7) $\underbrace{10+10+10+\ldots+10}_{43 \text{ раз}} = 43 \cdot 10$

8) $\underbrace{k+k+k+\ldots+k}_{n \text{ раз}} = nk$

2. Запишите произведение в виде степени.

1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Решение. Согласно правилу, “степень числа a с натуральным показателем n равна произведению n множителей, каждый из которых равен a”, имеем, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.

Ответ: 7^4

2) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^6$

Ответ: $\left(\frac{3}{5}\right)^6$

3) $(-5{,}1)\cdot(-5{,}1)\cdot(-5{,}1)\cdot(-5{,}1)\cdot(-5{,}1)=(-5{,}1)^5$ Ответ: $(-5{,}1)^5$

4) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x=x^7$ Ответ: x^7

5) $\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}=\left(\frac{x}{y}\right)^4$ Ответ: $\left(\frac{x}{y}\right)^4$

6) $\frac{3a}{4}\cdot\frac{3a}{4}\cdot\frac{3a}{4}\cdot\frac{3a}{4}\cdot\frac{3a}{4}=\left(\frac{3a}{4}\right)^5$ Ответ: $\left(\frac{3a}{4}\right)^5$

3. Упростите, используя обозначение степени.

1) $5\cdot5\cdot4\cdot4\cdot4$. Решение. $5\cdot5\cdot4\cdot4\cdot4=5^2\cdot4^3$ Ответ: $5^2\cdot4^3$

2) $a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b=a^2b^3$ Ответ: a^2b^3

3) $2\cdot2\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b=2^2a^2b^5$ Ответ: $2^2a^2b^5$

4) $x\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y\cdot z\cdot z\cdot z=x^2y^3z^3$ Ответ: $x^2y^3z^3$

5) $2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5=2^3\cdot3^4\cdot5^6$ Ответ: $2^3\cdot3^4\cdot5^6$

6) $\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{c}{d}=\left(\frac{a}{b}\right)^3\left(\frac{c}{d}\right)^4$ Ответ: $\left(\frac{a}{b}\right)^3\left(\frac{c}{d}\right)^4$

7) $(x-y)\cdot(x-y)\cdot\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{c}=(x-y)^2\left(\frac{a}{c}\right)^6$ Ответ: $(x-y)^2\left(\frac{a}{c}\right)^6$

8) $1{,}2\cdot1{,}2\cdot1{,}2=1{,}2^3$ Ответ: $1{,}2^3$

9) $(-5{,}1)\cdot(-5{,}1)\cdot(-5{,}1)\cdot x\cdot x=(-5{,}1)^3x^2$ Ответ: $(-5{,}1)^3x^2$

10) $0{,}6\cdot0{,}6\cdot0{,}6\cdot a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b=0{,}6^3a^3b^6$ Ответ: $0{,}6^3a^3b^6$

11) $(5a-4b)\cdot(5a-4b)\cdot(5a-4b)\cdot c\cdot c\cdot c\cdot c\cdot c=(5a-4b)^3c^5$ Ответ: $(5a-4b)^3c^5$

12) $a\cdot a\cdot a+b\cdot b\cdot b\cdot b+c\cdot c\cdot c\cdot c\cdot c=a^3+b^4+c^5$ Ответ: $a^3+b^4+c^5$

13) $a\cdot a+b\cdot b+c\cdot c\cdot=a^2+b^2+c^2$ Ответ: $a^2+b^2+c^2$

4. Упростите выражения.

1) $7\cdot7+a\cdot a\cdot a+b\cdot b\cdot b\cdot b=7^2+a^3+b^4$ Ответ: $7^2+a^3+b^4$

2) $\underbrace{x\cdot x+x\cdot x+x\cdot x+\ldots+x\cdot x}_{n\ \text{раз}\ x\cdot x}=n\left(x\cdot x\right)=nx^2$ Ответ: nx^2

3) $\underbrace{x\cdot x+x\cdot x+x\cdot x+\ldots+x\cdot x}_{x\ \text{раз}\ x\cdot x}=x\cdot\left(x\cdot x\right)=x^3$ Ответ: x^3

4) $\underbrace{a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a+\ldots+a\cdot a\cdot a}_{b\ \text{раз}\ a\cdot a\cdot a}=b\left(a\cdot a\cdot a\right)=ba^3$ Ответ: ba^3

5) $\underbrace{a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a+\ldots+a\cdot a\cdot a}_{a\ \text{раз}\ a\cdot a\cdot a}=a\left(a\cdot a\cdot a\right)=a^4$ Ответ: a^4

6) $\underbrace{b\cdot b\cdot b+b\cdot b\cdot b+b\cdot b\cdot b+\ldots+b\cdot b\cdot b}_{a\ \text{раз}\ b\cdot b\cdot b}=a\left(b\cdot b\cdot b\right)=ab^3$ Ответ: ab^3

5. Вычислите.

1) $5^2=25$ Ответ: 25

2) $6^3=216$ Ответ: 216

3) $2^4=64$ Ответ: 64

4) $2^7=128$ Ответ: 128

5) $1^{10}=1$ Ответ: 1

6) $(-1)^{12}=1$ Ответ: 1

7) $\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$ Ответ: $\frac{8}{27}$

8) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$ Ответ: $\frac{1}{256}$

9) $(2{,}5)^2=6{,}25$ Ответ: 6,25

10) $(-2{,}5)^2=6{,}25$ Ответ: 6,25

11) $-2^5=-32$ Ответ: –32

12) $(-2)^5=-32$ Ответ: –32

6. Запишите данные числа в стандартном виде.

1) 17. Решение: по правилу записи чисел в стандартном виде, $17 = 1,7 \cdot 10$

2) $128 = 1,28 \cdot 10^2$

3) $75716 = 7,5716 \cdot 10^4$

4) $12\,000\,000 = 1,2 \cdot 10^7$

5) $128\,000\,000\,000 = 1,28 \cdot 10^{11}$

6) $74,28 = 7,428 \cdot 10$

7. Запишите числа, заданные в стандартном виде, в полной форме.

1) $2,5 \cdot 10^2 = 2,5 \cdot 100 = 250$

2) $3,45 \cdot 10 = 34,5$

3) $5,567 \cdot 10^3 = 5567$

4) $6 \cdot 10^6 = 6\,000\,000$

8. Запишите числа в виде суммы разрядных слагаемых.

1) $2715 = 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 5$

2) $10785 = 1 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 5$

3) $475064 = 4 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10 + 4$

4) $89\,412\,141 = 8 \cdot 10^7 + 9 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 1$

9. Записать числа, представленные в виде суммы разрядных слагаемых.

1) $4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 2 = 4\,302$

2) $7 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^1 + 7 = 76\,057$

3) $8 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 4 = 8\,000\,314$

4) $9 \cdot 10^6 + 9 = 9\,000\,009$

10. Вычислите.

1) $(0,3)^3 = \left(\frac{3}{10}\right)^3 = \frac{27}{1000} = 0,027$

2) $-5^4 = -625$

3) $-5^3 = -125$; 4) $-(-2)^5 = 32$

5) $(-5)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - 6\frac{1}{4}$

6) $(-2)^3 \cdot \frac{3}{8} = -3$; 7) $-\frac{3}{5} \cdot (-5)^3 = 75$

8) $-\frac{3}{18} \cdot (-6)^3 = 9$

11. Вычислите.

1) $(-1)^{19} + (-1)^{20} + (-1)^{21}$. Решение. $(-1)^{19} + (-1)^{20} + (-1)^{21} = -1 + 1 - 1 = -1$

2) $(-1)^{23} - (-1)^{24} - (-1)^{25} = -1$

3) $(-1)^{2021} - (-1)^{2022} + (-1)^{2023} = -3$

4) $-(-1)^{49} - (-1)^{58} - (-1)^{79} = 1$

12. Вычислите значение выражения x^2 для значений x, приведённых в таблице.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
x^2	9	4	1	0	1	4	9	16	25

13. Найдите неизвестные.

1) $10^n = 1\,000$. Решение: правую часть равенства запишем в виде 10 с натуральным показателем степени. $10^n = 10^3$

Основания степени равны, следовательно, равны и их показатели, т.е. $n = 3$.
Ответ: $n = 3$

2) $4^k = 128$. Решение: запишем обе части равенства в виде степени с основанием 2.
$2^{2k} = 2^3$

Таким образом, из $2k = 3$ получаем $k = 1,5$ Ответ: $k = 1,5$

3) $30^m = 30$. Ответ: $m = 1$; 4) $(-5)^t = -125$ Ответ: $t = -3$

14. Вычислите значение выражения x^3 для значений x, приведённых в таблице.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
x^3	–27	–8	–1	0	1	8	27	64	125

15. Вычислите значение выражения $x^2 - x^3$ для значений x, приведённых в таблице.

x	0	–2	3	–4	10	–6	–0,5	12	$\frac{3}{4}$	$-1\frac{3}{5}$
$x^2 - x^3$	0	12	–18	80	–900	252	0,375	–1728	$\frac{11}{64}$	$6\frac{62}{125}$

16. Данные числа представьте в стандартном виде.

1) Среднее расстояние от Меркурия до Солнца 58 миллионов km.

Решение. Запишем 52 миллиона цифрами и представим в стандартной форме

$52\,000\,000 = 5,2 \cdot 10^7$

2) Среднее расстояние от Венеры до Солнца 108,3 миллиона km.

$108\,300\,000 = 1,8 \cdot 10^8$

3) Среднее расстояние от Земли до Солнца составляет 150 миллионов km.

$150\,000\,000 = 1,5 \cdot 10^8$

4) Среднее расстояние от Марса до Солнца составляет 227,94 миллиона km.

$22\,7940\,000 = 2,2794 \cdot 10^8$

5) Среднее расстояние от Юпитера до Солнца составляет 778,6 миллиона km.

$778\,600\,000 = 7,786 \cdot 10^8$

6) Среднее расстояние от Сатурна до Солнца составляет 1429,3 миллиона km.

$1\,429\,300\,000 = 1,4293 \cdot 10^9$

7) Среднее расстояние от Урана до Солнца 2872 миллиона km.

$2\,872\,000\,000 = 2,872 \cdot 10^9$

8) Среднее расстояние от Нептуна до Солнца 4498,6 миллиона km.

$4\,498\,600\,000 = 4,4986 \cdot 10^9$

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Цель урока: познакомить учащихся со свойствами степени с натуральным показателем; сформировать у учащихся умение производить операции над алгебраическими выражениями, используя свойства степени с натуральным показателем.

Все ученики	Уметь выполнять операции над числовыми выражениями, используя 1-е и 2-е свойства степени с натуральным показателем.
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над алгебраическими выражениями, используя 1-е, 2-е и 3-е свойства степени с натуральным показателем.
Некоторые ученики	Выполнять операции над числовыми и алгебраическими выражениями, используя все свойства степени с натуральным показателем

Активизирующие вопросы: 1) Назовите 1-е свойство степени с натуральным показателем? 2) При делении выражений с одинаковыми основаниями складываются ли показатели их степеней? 3) Назовите свойство возведения степени в степень? 4) Как возвести дробь в степень?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении действий не учитываются свойства степеней с натуральными показателями. Для того чтобы устранить эти ошибки, необходимо отдельно выполнять операции с использованием свойств степени с натуральным показателем, а затем выполнять действия над алгебраическими выражениями, относящимися к смешанным свойствам.

Домашнее задание: примеры 8-20 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Свойство 1.

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остаётся прежним, а показатели степеней складываются.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

Свойство 2.

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание остаётся прежним, а показатели степеней вычитаются.

$$x^m : x^n = x^{m-n}, \quad m > n,\ x \neq 0.$$

Свойство 3.

При возведении степени в степень основание остаётся прежним, а показатели степеней перемножаются.

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

Свойство 4.

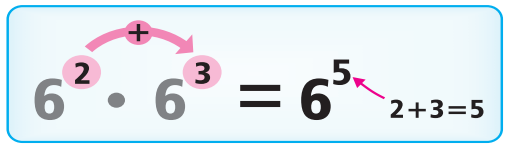
При возведении произведения в степень каждый множитель возводится в эту степень.

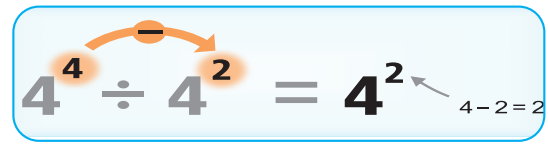
$$(xy)^n = x^n y^n$$

Свойство 5.

При возведении в степень дроби в эту степень возводятся числитель и знаменатель дроби.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}, \quad y \neq 0$$





Пример 1 . $\dfrac{2^9\cdot(2^5)^6\cdot(2^4)^5}{64^9}=\dfrac{2^9\cdot2^{30}\cdot2^{20}}{64^9}=\dfrac{2^{9+30+20}}{(2^6)^9}=\dfrac{2^{59}}{2^{54}}=2^{59-54}=2^5=32$

Пример 2. $(-1)^9=(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)=-1$

Пример 3. $0^5=0\cdot0\cdot0\cdot0\cdot0=0$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Запишите произведение в виде степени.

1) $5^7\cdot5^4$. Решение. Воспользуемся 1 свойством степени: $5^7\cdot5^4=5^{7+4}=5^{11}$

2) $a^6\cdot a^9=a^{15}$

3) $(3b)^5\cdot(3b)^{11}=(3b)^{16}$

4) $a^3\cdot a^4\cdot a^5=a^{12}$

5) $(-2,6a)^7\cdot(-2,6a)^6=(-2,6a)^{13}$

6) $c^3\cdot c^4\cdot c^{10}=c^{17}$

7) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{10}\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{17}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{27}$

8) $\left(-1\dfrac{3}{4}\right)^8\cdot\left(-1\dfrac{3}{4}\right)^{10}=\left(-1\dfrac{3}{4}\right)^{18}$

9) $x^8\cdot x^9\cdot x^y=x^{17+y}$

10) $c^n\cdot c^{2n}\cdot c^{5n}=c^{8n}$

11) $a^{3n}\cdot a^{6n}\cdot a^{9n}=a^{18n}$

12) $(-x)^9\cdot(-x)^{18}=(-x)^{27}$

2. Запишите частное в виде степени.

1) $8^{15}:8^3$. Решение. Воспользуемся 2 свойством степени: $8^{15}:8^3=8^{15-3}=8^{12}$

2) $5^{13}:5^9=5^4$;

3) $3^4:3=3^3$

4) $(0,8)^9:(0,8)^4=(0,8)^5$

5) $\left(-\dfrac{4}{7}\right)^7:\left(-\dfrac{4}{7}\right)=\left(-\dfrac{4}{7}\right)^6$

6) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^7:\left(\dfrac{a}{b}\right)=\left(\dfrac{a}{b}\right)^6$

7) $(ab)^{19}:(ab)^{10}=(ab)^9$

8) $\left(\dfrac{3a}{5b}\right)^{43}:\left(\dfrac{3a}{5b}\right)^9=\left(\dfrac{3a}{5b}\right)^{34}$

3. Запишите в виде произведения двух степеней с одинаковым основанием.

1) x^{10}. Решение. Воспользуемся 1 свойством степени. $x^{10}=x^{4+6}=x^4\cdot x^6$

2) $a^5=a^2\cdot a^3$

3) $(-y)^{11}=(-y)^3\cdot(-y)^8$

4) $c^{30}=c^{14}\cdot c^{16}$

5) $(-11x)^{19}=(-11x)^{10}\cdot(-11x)^9$

6) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5=\left(\dfrac{2}{3}\right)^4\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)$

7) $(1,2)^{13}=(1,2)^7\cdot(1,2)^6$

8) $(4a)^{20}=(4a)^5\cdot(4a)^{15}$

9) $(ab)^{43}=(ab)^4\cdot(ab)^{39}$

10) $(-5xy)^5=(-5xy)^4\cdot(-5xy)$

4. Запишите выражение в виде степени с основанием a.

1) $\left(a^7\right)^8$. Решение. Воспользуемся 3 свойством степени: $\left(a^7\right)^8=a^{7\cdot8}=a^{56}$

2) $\left(a^9\right)^{11}=a^{99}$ 3) $\left(a^7\right)^{13}=a^{91}$

4) $\left(a^2\right)^4\cdot a^9$. Решение. Воспользуемся последовательно 3 и 1 свойствами степени:

$\left(a^2\right)^4\cdot a^9=a^{2\cdot4}\cdot a^9=a^8\cdot a^9=a^{8+9}=a^{17}$

5) $a^8\cdot\left(a^3\right)^{11}=a^{41}$ 6) $\left(a^3\right)^5\cdot\left(a^6\right)^8=a^{63}$ 7) $a^{21}\cdot a^{24}$ 8) $\left(a^9\right)^3\cdot\left(a^{11}\right)^8=a^{115}$

5. Возведите дробь в степень.

1) $\left(\frac{4}{5}\right)^6$. Решение. Воспользуемся 5 свойством степени: $\left(\frac{4}{5}\right)^6=\frac{4^6}{5^6}$

2) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10}=\frac{3^{10}}{7^{10}}$ 3) $\left(\frac{11}{17}\right)^8=\frac{11^8}{17^8}$ 4) $\left(\frac{a}{b}\right)^{21}=\frac{a^{21}}{b^{21}}$ 5) $\left(\frac{b}{c}\right)^9=\frac{b^9}{c^9}$

6. Запишите числа в виде степени с основанием 2.

1) 64. Решение. Воспользуемся определением степени: $64=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=2^6$

2) $32=2^5$ 3) $256=2^8$ 4) $16=2^4$

5) $2048=2^{11}$ 6) $1024=2^{10}$ 7) $2^5\cdot16=2^5\cdot2^4=2^9$

8) $2^6\cdot32=2^{11}$ 9) $64\cdot2^{10}=2^{16}$ 10) $2^a\cdot32=2^{a+5}$

11) $2^{11}\cdot2^5\cdot64=2^{22}$ 12) $16\cdot64\cdot256=2^{18}$

7. Возведите произведение в степень.

1) $(5\cdot7)^3$. Решение. Воспользуемся 4 свойством степени: $(5\cdot7)^3=5^3\cdot7^3$

2) $(6\cdot1,2)^5=6^5\cdot1,2^5$ 3) $\left(2\frac{1}{5}\cdot7\right)^6=\left(2\frac{1}{5}\right)^6\cdot7^6$ 4) $(5x)^7=5^7\cdot x^7$

8. Запишите числа в виде степени с основанием 3.

1) 3. Решение. Воспользуемся определением степени: $3=3^1$

2) $9=3^2$ 3) $27=3^3$ 4) $81=3^4$ 5) $729=3^6$ 6) $3\cdot3^{10}=3^{11}$

9. Вычислите.

1) $\frac{2\cdot3^{10}}{3^7}$

Решение. Воспользуемся свойствами степени: $\frac{2\cdot3^{10}}{3^7}=2\cdot3^{10-3}=2\cdot3^3=2\cdot27=54$

2) $\frac{3\cdot2^{15}}{2^{14}}=6$ 3) $\frac{3^6\cdot5^8}{3^4\cdot5^7}=45$ 4) $\frac{7^9\cdot7^{13}}{7^6\cdot7^{14}}=49$ 5) $\frac{5^9\cdot5^{19}}{5^{25}}=125$

6) $\frac{2^{17}\cdot3^{41}}{2^{15}\cdot3^{39}}=36$ 7) $\frac{6^8}{2^{17}\cdot3^7}=\frac{3}{512}$ 8) $\frac{3^{10}\cdot2^9}{6^9}=3$ 9) $\frac{6^{13}}{(-6)^{12}}=6$

10) $\frac{3^8\cdot5^8}{15^7}=15$ 11) $\frac{(-3)^{10}}{(-3)^7}=-27$ 12) $\frac{(-3)^{10}}{3^7}=27$ 13) $-\frac{3^8}{(-3)^8}=-1$

10. При каких значениях n выполняются равенства?

1) $2^n=64$. Решение. Запишем число 64 в виде степени с основанием 2: $2^n=2^6$. Если в равенстве основания степени одинаковые, то показатели степени равны. Таким образом, $n=6$. Ответ: $n=6$

2) $3^n = 729$ Ответ: $n = 6$ 3) $2^n = 256$ Ответ: $n = 8$
4) $3^n = 243$ Ответ: $n = 5$ 5) $2^n \cdot 3^n = 36$ Ответ: $n = 2$
6) $2^n \cdot 3^n = 216$ Ответ: $n = 3$ 7) $\left(3^n\right)^3 = 27$ Ответ: $n = 1$
8) $\left(2^n\right)^5 = 1024$ Ответ: $n = 2$

11. Запишите выражение в виде степени с показателем степени 3.

1) a^{63}. Решение. Запишем показатель степени как $21 \cdot 3$. По свойству 3 степени с натуральным показателем можно записать $a^{21 \cdot 3} = \left(a^{21}\right)^3$.

2) $b^{99} = \left(b^{33}\right)^3$ 3) $c^{12} = \left(c^4\right)^3$ 4) $5^{24} = \left(5^8\right)^3$

5) $a^3b^6 = \left(ab^2\right)^3$ 6) $a^3b^6c^9 = \left(ab^2c^3\right)^3$ 7) $a^{12}b^{24}c^{36} = \left(a^4b^8c^{12}\right)^3$

8) $27a^{15} = \left(3a^5\right)^3$ 9) $125a^{18}b^{33} = \left(5a^6b^{11}\right)^3$ 10) $-0{,}008x^{12}y^{18} = \left(-2x^4y^6\right)^3$

12. Вычислите.

1) $0{,}5^4 \cdot 2^4$. Решение. Воспользуемся 4 свойством степени:
$0{,}5^4 \cdot 2^4 = (0{,}5 \cdot 2)^4 = 1^4 = 1$

2) $(-0{,}125)^3 \cdot (-8)^3 = 1$ 3 $\left(\frac{3}{5}\right)^{10} \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^{10} = 1$ 4) $\left(-\frac{8}{27}\right)^6 \cdot \left(-3\frac{3}{8}\right)^6 = 1$

5) $\frac{3^5 \cdot 2^6}{6^5} = 2$ 6) $\frac{3^8 \cdot 2^6}{6^6} = 9$ 7) $\frac{15^{13}}{5^{11} \cdot 3^{12}} = 75$ 8) $\frac{2^9 \cdot \left(2^5\right)^6 \cdot \left(2^4\right)^5}{64^9} = 32$

13. Запишите дроби в виде степени.

1) $\frac{3^6}{5^6}$. Решение. Воспользуемся 5 свойством степени: $\frac{3^6}{5^6} = \left(\frac{3}{5}\right)^6$ Ответ: $\left(\frac{3}{5}\right)^6$

2) $\frac{2^{10}}{7^{10}} = \left(\frac{2}{7}\right)^{10}$ 3) $\frac{8^{15}}{9^{15}} = \left(\frac{8}{9}\right)^{15}$ 4) $\frac{5^{13}}{a^{13}} = \left(\frac{5}{a}\right)^{13}$ 5) $\frac{x^{30}}{y^{30}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{30}$

14. Найдите числовое значение выражения.

1) $\frac{a^2}{a^2 - 1}$; если $a = -3$. Решение. Подставим в данное выражение вместо a его значение: $\frac{a^2}{a^2 - 1} = \frac{(-3)^2}{(-3)^2 - 1} = \frac{9}{9 - 1} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

2) $\frac{a^2 + b^2}{4} = 1{,}25$ 3) $\frac{a^3 - b^3}{a + b} = -9$ 4) $\frac{2a - 5}{a^3} = \frac{3}{34}$

15. Запишите выражение в виде степени.

1) $5^{n+2} \cdot 5^{2n+1}$. Решение. Воспользуемся 1 свойством степени: $5^{n+2} \cdot 5^{2n+1} = 5^{n+2+2n+1} = 5^{3n+3}$

Ответ: 5^{3n+3}

2) $3^{n-2} \cdot 3^{3n-4} = 3^{4n-6}$ 3) $2^{n-1} \cdot 4^{n-2} \cdot 8^{n-2} = 2^{n-1} \cdot 2^{2n-4} \cdot 2^{3n-6} = 2^{3n-11}$

4) $3^{2n+6} : 3^{n+8}$. Решение. Воспользуемся 2 свойством степени: $3^{2n+6} : 3^{n+8} = 3^{n-2}$

5) $9^{3n+4} : 27^{2n+1} = 3^{6n+8} : 3^{6n+3} = 3^5$ 6) $a^{5n-3} \cdot a^{4n+1} = a^{9n-2}$

7) $a^{2n+9} \cdot a^{3n+7} = a^{5n+16}$ 8) $b^{k+5} : b^{k+4} = b^1$

16. При каком значении n выполняется равенство?

1) $\left(3^n\right)^4 = 3^{20}$ Решение. $\left(3^n\right)^4 = 3^{20}$

$3^{4n} = 3^{20}$

$4n = 20$

$n = 5$

Ответ: $n = 5$

2) $\left(5^2\right)^n = 5^{18}$ Ответ: $n = 9$ 3) $4^{6n} = 2^{40}$ Ответ: $n = 3\frac{1}{3}$

4) $36^n = 216^8$ Ответ: $n = 12$ 5) $49^{5n} = 343^{20}$ Ответ: $n = 6$

6) $2^5 \cdot \left(2^6\right)^3 = 2^n$ Ответ: $n = 23$ 7) $4^3 \cdot 8^4 \cdot 16^5 = 2^n$ Ответ: $n = 38$

8) $a^4 \cdot b^4 \cdot c^4 = (abc)^n$ Ответ: $n = 4$ 9) $(a^5b^6c^7)^n = a^{15} \cdot b^{18} \cdot c^{21}$ Ответ: $n = 3$

17. Сравните.

1) 12^5 и 24^4

Решение. Разделим одно из данных выражений на другое. Если деление больше 1, то делимое больше, иначе больше делитель.

$\frac{12^5}{24^4} = \frac{12^5}{12^4 \cdot 2^4} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} < 1$. Таким образом, делитель больше. Ответ: $12^5 < 24^4$

2) 5^{10} и 10^5 Ответ: $5^{10} > 10^5$ 3) 100^{200} и 200^{100} Ответ: $100^{200} > 200^{100}$

4) 3^{15} и 7^{10} Ответ: $3^{15} < 7^{10}$

18. Запишите число в стандартном виде.

1) 1800. Решение. $1800 = 1{,}8 \cdot 10^2$

2) $27\,900 = 2{,}7 \cdot 10^4$ 3) $256\,000 = 2{,}56 \cdot 10^5$ 4) $256\,000 = 2{,}56 \cdot 10^5$

6) Расстояние от Земли до Солнца 149 500 000 km. $149\,500\,000 = 1{,}495 \cdot 10^8$ km.

19. Сколькими нулями заканчивается число?

1) $720 \cdot 1620 \cdot 625$

Решение. Чтобы определить, сколькими нулями оканчивается значение данного произведения, необходимо представить участвующие в нём числа в виде произведения простых множителей. В произведении сколько пар 2 и 5, столькими нулями и заканчивается произведение.

$720 \cdot 1620 \cdot 625 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 5^4 = 2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^6 = 3^6 \cdot 10^6$

Таким образом, произведение заканчивается 6 нулями.

2) $280 \cdot 280 \cdot 1875 \cdot 900 = 2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^8 \cdot 7^2 = 3^2 \cdot 7^2 \cdot 10^8$

Ответ: 8 нулями

ОДНОЧЛЕН И ЕГО СТАНДАРТНЫЙ ВИД

Цель занятия: сформировать умение у учащихся производить действия над алгебраическими выражениями, используя стандартный вид одночлена.

Все ученики	Уметь выполнять операции над одночленами, заданными в стандартном виде.
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над алгебраическими выражениями, используя одночлен и его стандартный вид.
Некоторые ученики	Уметь приводить одночлен к стандартному виду, уметь решать задачи и примеры, связанные с приведением одночлена к стандартному виду.

Активизирующие вопросы: 1) Что такое одночлен? 2) Что такое коэффициент? 3) Объясните преобразование одночлена в стандартный вид 4) Есть ли нестандартный вид?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении действий пренебрегают стандартным видом одночлена. В целях устранения этих ошибок проводится более углубленное изучение способов выполнения операций над алгебраическими выражениями различных видов для приведения их к стандартному виду.

Домашнее задание: примеры 1-3 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

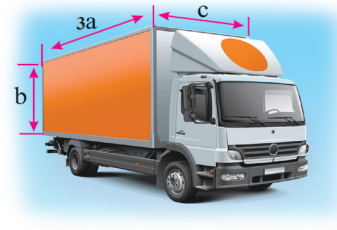
Найдём объём кузова грузовика:

$V = a \cdot b \cdot c$

Это выражение можно записать в виде $3abc$.

3 – числовой множитель

abc – буквенные множители.



Алгебраическое выражение, состоящее из произведения числовых и буквенных множителей, называется **одночленом**. Например, эти выражения – одночлены:

$5 \quad 2a \quad 5ab \cdot 5c \quad -2a \quad 1\frac{7}{9}ab^3 \quad (-4)bc^2$

$(-4)bc^2$ → степень

коэффициент ← $(-4)bc^2$ → переменные

Если выражение состоит из произведения числа и нескольких букв, то множитель, стоящий перед буквами, называется **коэффициентом.**

Обычно коэффициент ставится перед буквенным множителем. При умножении между коэффициентом и буквами нет знака умножения: $a2b$, $-ab3$.

$100n$ – коэффициент 100

px – коэффициент 1

$-3ab$ – коэффициент (-3)

$-b$ – коэффициент (-1)

$\frac{3}{4}a^7b$ коэффициент одночлена $\frac{3}{4}$

Для приведения заданного выражения к стандартному виду числовые и буквенные множители группируются отдельно и находится их произведение. Найденное число записывается перед буквенными множителями.

$6a \cdot 2b \rightarrow 6 \cdot a \cdot 2 \cdot b \rightarrow 12 \cdot ab = 12ab$

1) $-0{,}1a \cdot (-10b) = -0{,}1 \cdot (-10) \cdot ab = 1ab = ab$ – стандартный вид одночлена.

2) $\frac{1}{2}a \cdot \left(\frac{4}{5} - b^2\right) \cdot 3ac = \frac{6}{5} - a^2b^2c$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Приведите одночлен в стандартный вид.

1) $\frac{1}{4}a^5 \cdot 4a^5b^2a$

Решение. $\frac{1}{4}a^5 \cdot 4a^5b^2a = \frac{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4}a^{5+5+1}b^2 = a^{11}b^2$

2) $ab^2ba^3 \cdot b^2 = a^{1+3}b^{2+1+2} = a^4b^5$

3) $64a^5 \cdot \frac{7}{16}b^4 \cdot \frac{2}{49}ab = 1\frac{1}{7}a^6b^5$

4) $100x \cdot 0{,}01x^5y^2 = x^6y^2$

5) $abc^2b^6ca^2cc = a^3b^7c^5$

6) $a^7b^2ab^4b^2a^4b = a^{12}b^9$

7) $0{,}5a^2b \cdot 0{,}8b^5c^2 \cdot 10ac = 4a^3b^6c^3$

8) $-3x^8y \cdot 11a^3y^2a = -33a^4x^8y^3$

9) $-\frac{7}{9}xy^4 \cdot \left(1\frac{2}{7}x^2y\right) \cdot 8y = -8x^3y^6$

10) $0{,}5ab^2(-1{,}2ab^4)b = -0{,}6a^2b^7$

2. Приведите одночлен в стандартный вид, затем найдите его числовое значение.

1) $\frac{1}{6}a^2 \cdot 8ab^2$, если $a = 6, b = -4$

Решение. $\frac{1}{6}a^2 \cdot 8ab^2 = \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{6}_{3}}a^3b^2 = \frac{4}{3} \cdot 6^3 \cdot (-4)^2 = \frac{4}{\cancel{3}_{1}} \cdot \cancel{216}^{72} \cdot 16 = 4608$

2) $ab^2a^2b^3$, если $a = -1, b = 1$ — Ответ: $a^3b^5 = -1$

3) $0{,}25a^3 \cdot \frac{4}{5}b \cdot 2\frac{1}{2}a^2b$, если $a = -3$, $b = -1$ — Ответ: $\frac{1}{2}a^5b^2 = -121\frac{1}{2}$

4) $4x^4y^2 \cdot 0{,}5x^2y$, если $x = -2, y = -4$ — Ответ: $2x^6y^3 = 8192$

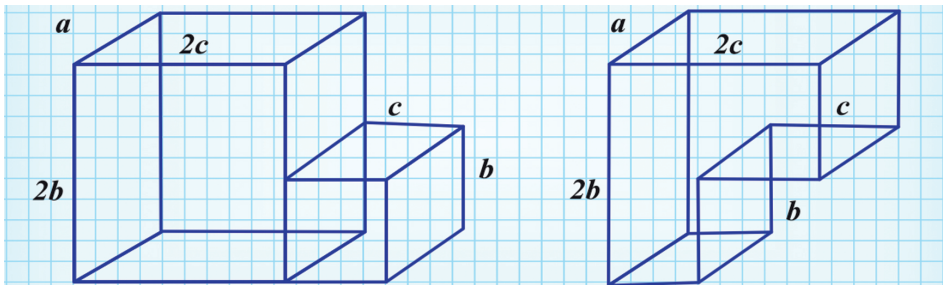
5) $\frac{1}{36}a^2bca^2b^4c^3$, если $a = 3$, $b = -4$, $c = -1$ — Ответ: $\frac{1}{36}a^4b^5c^3 = 2304$

6) $4a^2b^2a^2b^3$, если $a = -4, b = -0{,}25$ — Ответ: $4a^4b^5 = 4$

3. Найдите объёмы фигур и приведите результат к стандартному виду.

Решение. Напоминаем, что объём параллелепипеда можно найти по формуле $V = abc$. Так как размеры первого большого параллелепипеда (см. рисунок в учебнике) равны a, $2b$, c, то его объём равен: $V = a \cdot 2bc = 2abc$.

Теперь найдём объём второго, меньшего параллелепипеда. Его измерения равны a, b и c. Тогда $V = abc$. Таким образом, объём всей фигуры равен сумме объёмов этих двух параллелепипедов: $V = 2abc + abc = 3abc$ Ответ: $V = 3abc$



УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ

Цель урока: познакомить учащихся с умножением и делением одночленов; сформировать у учащихся умение производить действия над алгебраическими выражениями с помощью умножения и деления одночленов.

Все ученики	Уметь выполнять операции по умножению и делению одночленов
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над алгебраическими выражениями представленных умножением и делением одночленов
Некоторые ученики	Уметь решать примеры и задачи, связанные с умножением и делением одночленов.

Активизирующие вопросы: 1) Как умножить одночлены? 2) Как разделить одночлены? 3) Что получится в результате умножения двух одночленов? 4) Что получится в результате деления двух одночленов?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении действий невнимательно производят умножение и деление одночленов. Для того, чтобы устранить эти ошибки, необходимо подробнее изучить, как выполнять операции над различными видами алгебраических выражений представленных умножением и делением одночленов.

Домашнее задание: примеры 1-11 (чётные)

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Чтобы упростить алгебраическое выражение, нужно написать его как можно короче и упорядоченнее.

При умножении одночленов в стандартной записи мы сначала умножаем числа, затем буквы.

$$(4a^2bc^3)\cdot(3ab^4cd) = 4a^2bc^3\cdot 3ab^4cd = 4\cdot 3\cdot a^{2+1}\cdot b^{1+4}\cdot c^{3+1}\cdot d = 12a^3b^5c^4d$$

Умножение одночленов аналогично приведению их от нестандартного вида к стандартному. При умножении сначала записывается коэффициент, а потом буквы в алфавитном порядке.

При делении одночлена на одночлен коэффициент делимого делится на коэффициент делителя, затем из показателей степени соответствующих буквенных выражений делимого вычитаются показатели степени соответствующих буквенных выражений делителя.

$$(3a^4b^3c) : (2ab^2) = (3 : 2)\cdot(a^4 : a)\cdot(b^3 : b^2)\cdot c = 1\frac{1}{2}a^3bc$$

Примечание: если показатель степени хотя бы одного из соответствующих буквенных выражений делителя больше показателя степени соответствующего делимого, то результат операции деления не будет одночленом.

Деление одночлена на одночлен можно записать в виде $k : n = \frac{k}{n}$.

Например: $4\frac{1}{3}a^3b^2c : \frac{13}{18}a^2b^2 = \frac{13}{3}\cdot\frac{18}{13}\cdot\frac{a^3b^2c}{a^2b^2} = 6ac$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Выполните умножение одночленов.

1) $(3a)(4b)$. Решение. $(3a)(4b) = 3 \cdot 4ab = 12ab$ Ответ: $12ab$

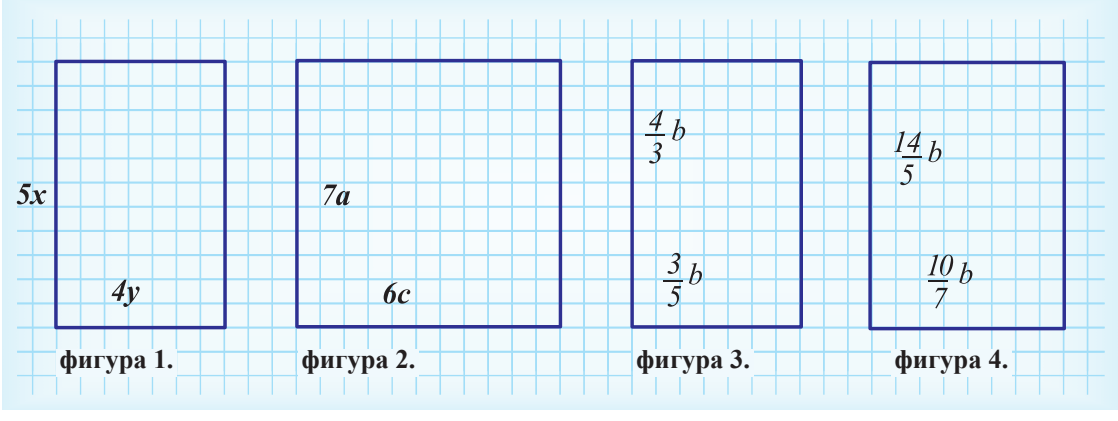
2) $b^3 \cdot (5b^2) = 5b^3$ 3) $(4a) \cdot (10b) = 40ab$ 4) $(-2a) \cdot (-8b) = 16ab$

5) $(-a) \cdot (7b) = -7ab$ 6) $(-6m^4) \cdot (5n^4) = -30m^4n^4$

7) $\frac{1}{2}x \cdot (-\frac{1}{3}y) = -\frac{1}{6}xy$ 8) $(-8m^3) \cdot (-7m^3) = 56m^6$ 9) $(-4xy) \cdot (-5x^2y^2) = 20x^3y^3$

10) $(ab) \cdot (bc) = ab^2c$ 11) $(2,5a^8) \cdot (-4a^9) = -10a^{17}$ 12) $(-abc^3) \cdot (-a^3bc) = a^4b^2c^4$

2. Найдите площади фигур.



Решение. Воспользуемся формулой нахождения площади прямоугольника: $S = ab$.

Размеры данного прямоугольника равны $5x$, $4y$. Тогда его площадь:

$S = 5x \cdot 4y = 20xy$. Ответ: $20xy$

Фигура 2. $S = 42ac$ фигура 3. $S = \frac{4}{5}b^2$ фигура 4. $S = 4b^2$

3. Выполните действия.

1) $(-5a)^3 \cdot (-4a)$. Решение. $(-5a)^3 \cdot (-4a) = (-5)^3 \cdot (-4)a^3 \cdot a = -125 \cdot (-4)a^4 = 500a^4$

2) $(-a)^5 \cdot (-a^4) = a^9$

3) $(a^2bc^3)^9 \cdot (a^3b^7c^2)^2 = a^{18}b^9c^{27}a^6b^{14}c^4 = a^{18+6}b^{9+14}c^{27+4} = a^{24}b^{13}c^{31}$

4) $(a^{10}b^9c^8)^5 \cdot (a^9b^8c^8)^4 = a^{86}b^{77}c^{72}$ 5) $(2,5a^7)^2 \cdot (2a^{11})^4 = 100a^{58}$

6) $(-2a^2b)^2 \cdot (-2ab^2)^3 = -32a^7b^8$ 7) $(8a)^3 \cdot (5a^4) \cdot (2a^7) = 5120a^{14}$

8) $(abc^3)^3 \cdot (ab^3c)^4 \cdot (a^3bc)^5 = a^{10}b^{20}c^{18}$

4. Умножьте одночлены.

1) $(a^{6)}) \cdot (b^6) \cdot (a^7b^8)$

Решение. $(a^6) \cdot (b^6) \cdot (a^7b^8) = a^6a^7b^6b^8 = a^{6+7}b^{6+8} = a^{13}b^{14}$

2) $(a^{10}b^9) \cdot (a^{13}b^7) = a^{23}b^{16}$ 3) $(-5a^4) \cdot (0,2b^3) \cdot (-8a^5b^7) = 8a^9b^{10}$

4) $(1,2x^9) \cdot (1,3x^{10}) = 1,56x^{19}$ 5) $(2a) \cdot (3a^2) \cdot (4a^3) \cdot (5a^4) = 120a^{10}$

6) $(0,6m^4) \cdot (0,8n^4) = 0,48m^4n^4$

5. Разделите одночлен на одночлен.

1) $b^{10} : b^7$ Решение. $b^{10} : b^7 = b^{10-7} = b^3$

2) $y^{16} : y = y^{15}$ 3) $x^{19} : x^{11} = x^8$ 4) $3c : (-2) = -1,5c$

5) $(-0,6a) \cdot 0,3 = -2a$ 6) $(36a^7) : (18a^3) = 2a^4$ 7) $(-6c) : (-4c) = 1,5$

8) $(5ab) : (-2a) = -2,5b$ 9) $(1,2a^9b^7) : (-0,6a^5b^3) = -2a^4b^4$

6. Какое из приведённых выражений одночлен?

1) $3,4x^2y$. Решение. Напомним определение одночлена: "Алгебраическое выражение, состоящее из произведения числового и буквенного множителей, называется одночленом". Ответ: 1) $3,4x^2y$ – одночлен

2) $-0,7xy^2$ – одночлен 3) $a(-0,8)$ – одночлен 4) $x^2 + x$ – не одночлен

5) x^2x – одночлен 6) $-\frac{3}{4}m^3n^3$ – одночлен 7) $a - b$ – не одночлен

8) $2(x + y)^2$ – не одночлен

7. Приведите одночлен к стандартному виду.

1) $6xy$ 2) $-2abc$ 3) $0,5m2n$ 4) $-bca$

Решение. Напомним: "Для приведения данного выражения к стандартному виду числовые и буквенные множители группируются отдельно и находится их произведение. Найденное число записывается перед множителем".

Таким образом,

1) $6xy$ – стандартный вид одночлена 2) $-2abc$ – стандартный вид одночлена

3) $0,5m2n$ – нестандартный вид одночлена 4) $-bca$ – нестандартный вид одночлена

8. Запишите одночлен в виде квадрата другого одночлена.

1) $9x^4$. Решение. Напоминаем: $(a^m)^n = a^{mn}$. Воспользуемся этой формулой: $9x^4 = (3x^2)^2$

2) $81x^6 = \left(9x^3\right)^2$ 3) $16y^{10} = \left(4y^5\right)^2$ 4) $25a^8b^{10} = \left(5a^4b^5\right)^2$

5) $36a^{10}b^{12}c^{16} = \left(6a^5b^6c^8\right)^2$ 6) $a^8b^{16}c^{14} = \left(a^4b^8c^7\right)^2$

9. Приведите одночлен к стандартному виду, найдите его числовое значение.

1) $\frac{1}{2}a^2 \cdot 4a^3 \cdot b$, если $a = 3, b = -2$

Решение. $\frac{1}{2}a^2 \cdot 4a^3 \cdot b = \frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot \cancel{4}^2 a^5 b = 2a^5b$. Мы привели данный одночлен к стандартному виду. Теперь вместо букв подставляем значение соответствующего числа и вычисляем.

$2a^5b = 2 \cdot 3^5 \cdot (-2) = -4 \cdot 243 = -972;$

2) $ab^2a^2bab = a^4b^4 = 1296$ 3) $5a^2 \cdot \frac{8}{25}b^2 \cdot 1\frac{1}{4}ab = 2a^3b^3 = 2000$

4) $0,2x^{10}y \cdot 0,4x^7y^3 = 0,08x^{17}y^4 = 50$ 5) $abc^2 \cdot ab^2c \cdot a^2bc = a^4b^4c^4 = 1296$

6) $a^2b^4 \cdot ab^2 \cdot a^4b = a^7b^7 = 1$

10. Разделите одночлен на одночлен.

1) $(-2c):0{,}1c$. Решение. По правилам деления одночлена на одночлен,

$(-2c):0{,}1c=(-2c):\frac{c}{10}=\frac{-2\cancel{c}\cdot 10}{\cancel{c}}=-20$

Если вы заметили, вместо десятичной дроби удобно использовать обыкновенную дробь.

2) $(\frac{1}{4}a):(\frac{3}{4}a)=\frac{1}{3}$

3) $(30m^6n^9):(-0{,}3m^5n^3)=-100mn^6$;

4) $(42a^9):(-6a^4)=-7a^5$;

5) $(0{,}2x^6y^7):(-0{,}01x^4y^6)=-20x^2y$

6) $(0{,}9x^5y^4):(-0{,}2x^5y)=-4{,}5y^3$

7) $(2\frac{3}{5}a^4b^9):(1\frac{1}{25}a^2b^6)=2{,}5a^2b^3$

8) $(30ab):(-40ab)=-0{,}75$

11. Выполните умножение.

1) $-\frac{1}{2}a^3b\cdot(-a^2b^4)\cdot 4b^3a$

Решение. $-\frac{1}{2}a^3b\cdot(-a^2b^4)\cdot 4b^3a=\frac{1}{\cancel{2}_1}\cdot\cancel{4}^{\,2}a^3a^2abb^4b^3=2a^6b^8$

2) $2\frac{1}{4}c^3d\cdot(-\frac{2}{3}cd^2)^2=-1{,}5c^5d^5$

3) $8a^2b\cdot(-\frac{1}{4}ab^6)\cdot(-\frac{1}{2}b^5)a^3=a^6b^{12}$

4) $3\frac{3}{8}c^3d^2\cdot(-\frac{2}{3}c^2d^2)^3=-2\frac{1}{4}c^9d^8$

12. Найдите значение одночлена.

1) $2x^2y^3$, если $x=-0{,}5;\ y=-2$.

Решение. Подставляя соответствующие значения x и y, вычисляем: $2x^2y^3=2\cdot(-0{,}5)^2\cdot(-2)^3$. Воспользуемся удобным способом умножения:

$2\cdot(-0{,}5)^2\cdot(-2)^3=2\cdot(-0{,}2)\cdot((-0{,}5)\cdot(-2))^2=-0{,}4\cdot 1^2=-0{,}4$

2) $3a^2b^2$, если $a=-3;b=-\frac{1}{3}$.

Ответ: $3a^2b^2=3$

13. Найдите значение одночлена.

1) $-200xy^3$, если $x=-\frac{1}{2};y=-0{,}1$

Решение. $-200xy^3=-200\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot(-0{,}1)^3=-200\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^3=-100\cdot\frac{1}{1000}=-0{,}1$

2) $-800a^3b$, если $a=-\frac{1}{2};b=-0{,}1$. Ответ: $-800a^3b=-1$

ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

7. $(-5)^{43}+(-1)^{43}+5^{43}$ найдите значение выражения?

A) -1 B) 1 C) 0 D) 5 Ответ: A

8. Чему равна последняя цифра числа 7^{190} ?

A) 1 B) 3 C) 7 D) 9 Ответ: D

МНОГОЧЛЕНЫ

Цель урока: Познакомить учащихся с многочленами, формирование умений у них таких как образование многочлена с помощью одночленов и о понятиях как «двухчлен», «трехчлен», «четырехчлен».

Все ученики	Уметь выполнять операции над одночленами, заданными в стандартном виде.
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над алгебраическими выражениями, используя одночлен и его стандартный вид.
Некоторые ученики	Уметь приводить одночлен к стандартному виду, уметь решать задачи и примеры, связанные с приведением одночлена к стандартному виду.

Активизирующие вопросы:
1) Что такое одночлен?
2) Что такое коэффициент?
3) Объясните преобразование одночлена в стандартный вид.
4) Есть ли нестандартный вид?

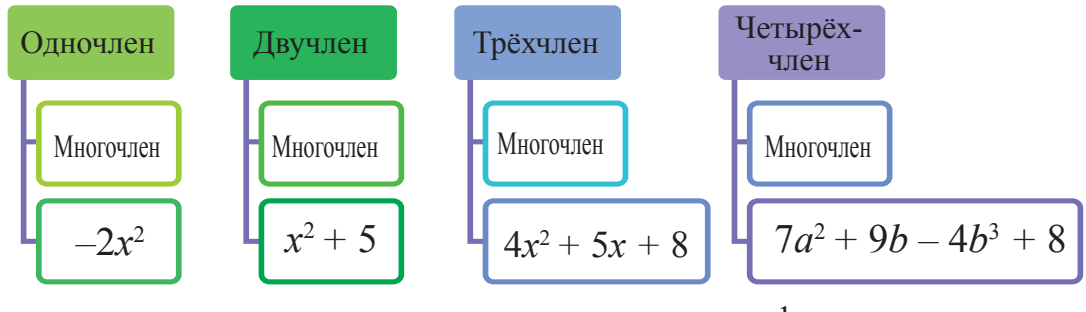
Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении действий пренебрегают стандартным видом одночлена. В целях устранения этих ошибок проводится более углубленное изучение способов выполнения операций над алгебраическими выражениями различных видов для приведения их к стандартному виду.

Домашнее задание: примеры 1-3 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Алгебраическую сумму нескольких одночленов называют **многочленом**.
Каждый одночлен, входящий в состав многочлена, называется его **членом.**

$\underbrace{-2a^4b + ab^2 + \frac{1}{3}c}_{\text{Многочлен}}$ $\qquad$ $\underbrace{-2a^4b;\quad ab^2;\quad \frac{1}{3}c}_{\text{Члены многочлена}}$



Пример 1. Составьте из следующих одночленов многочлен: $-5\frac{1}{9}ab^2$; $3a^4$; $-a^2bc$; abc; $3\frac{2}{5}$.

Их можно записать последовательно следующим образом $-5\frac{1}{9}ab^2 + 3a^4 - a^2bc + abc + 3\frac{2}{5}$.

Пример 2. Представьте многочлен в виде суммы следующих одночленов: $9a^6b^2c - 2a^3bc^4 + 2ab - 5ac$.

$9a^6b^2c - 2a^3bc^4 + 2ab - 5ac = 9a^6b^2c + (-2a^3bc^4) + 2ab + (-5ac)$.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Перечислите все одночлены, входящие в многочлен.

1) $-3x^2+9x-5$

Решение. Напомним: “Алгебраическая сумма нескольких одночленов называется многочленом”. Членами этого многочлена являются одночлены, входящие в многочлен.

$\underbrace{-2a^4b+ab^2+\frac{1}{3}c}_{\text{многочлен}}$ $\qquad$ $\underbrace{-2a^4b;\quad ab^2;\quad \frac{1}{3}c}_{\text{члены многочлена}}$

Членами данного многочлена являются: $-3x^2; 9x; -5$. Ответ: $-3x^2; 9x; -5$

2) $7a^2+\frac{3}{4}b-c$ Ответ: $7a^2; \frac{3}{4}b; -c$

3) $a^2-b^2-\frac{1}{4}c$ Ответ: $a^2; -b^2; -\frac{1}{4}c$

4) $-2a+3b-5c$ Ответ: $-2a; 3b; -5c$

2. Запишите многочлен в виде суммы одночленов.

1) $6a^4-8a^3+4a^2-5$

Решение. $6a^4-8a^3+4a^2-5=6a^4+(-8a^3)+4a^2+(-5)$.

Ответ: $6a^4+(-8a^3)+4a^2+(-5)$

2) $1,6a^3b-5ab^2-4=1,6a^3b+(-5ab^2)+(-4)$

3) $ab^3+a^3b-abc=ab^3+a^3b+(-abc)$

4) $1,6a+3,4b-0,2c=1,6a+3,4b+(-0,2c)$

3. Из данных одночленов составьте многочлен.

1) $3x^2, 6x, 9$ Ответ: $3x^2+6x+9$ 2) $a^5, -b^5, c^4$. Ответ: $a^5-b^5+c^4$

3) $2x^4, -3x, -8$ Ответ: $2x^4-3x-8$ 4) $-a^7, -b^6, c^4$. Ответ: $-a^7-b^6+c^4$

4. Преобразовав многочлен, найдите его значение.

1) $-aba+abab-a^2bab^3$, если $a=1$, $b=2$.

Решение. Мы можем представить многочлен в стандартном виде: $-aba+abab-a^2bab^3=-a^2b+a^2b^2-a^3b^4$. Теперь найдём значение выражения, подставив вместо букв их числовое значение:

$-a^2b+a^2b^2-a^3b^4=-1^2\cdot 2+1^2\cdot 2^2-1^3\cdot 2^4=-2+4-16=-14$ Ответ: -14

2) $b^5a^4\cdot 5-b^6a^3\cdot 2-2a^4b^7$, если $a=-1$, $b=-1$ Ответ: -1

3) $ababab-a^3b^2ab^3-3a^4ba^5b^7$, если $a=2$, $b=-1$ Ответ: -1528

4) $a^3b^7a-a^4bab^2-aabab^3$, если $a=-2$, $b=-1$ Ответ: -48

5. Найдите значение многочлена.

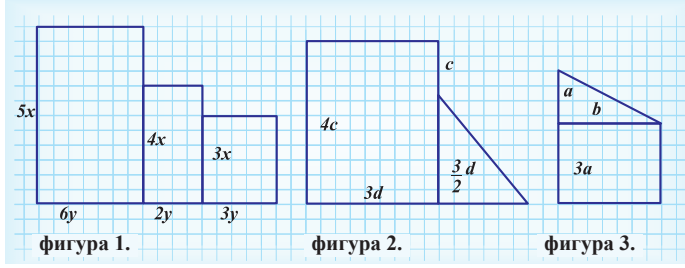
1) x^3+2x^2+5y+1, если $x=2$ и $y=3$.

Решение. Найдём значение выражения, подставив вместо букв их числовое значение:

$x^3+2x^2+5y+1=2^3+2\cdot 2^2+5\cdot 3+1=8+8+15+1=32$

2) v^4-d^4 если $v=4$ и $d=3$. Ответ: $v^4-d^4=4^4-3^4=175$

6. Найдите площади фигур.



фигура 1. фигура 2. фигура 3.

Решение. Площадь первой фигуры состоит из площадей трёх прямоугольников. Найдём их площади.

$S_1 = 5x \cdot 6y = 30xy$, $S_2 = 4x \cdot 2y = 8xy$, $S_3 = 3x \cdot 3y = 9xy$.

Площадь данной фигуры: $S = S_1 + S_2 + S_3 = 30xy + 8xy + 9xy = 47xy$;

Площадь 2 фигуры состоит из одного прямоугольника и одного треугольника.

$$S = 4c \cdot 3d + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} d \cdot (4c - c) = 12cd + 4{,}5cd = 7{,}5cd.$$

Площадь 3 фигуры: $S = 3ab + \frac{1}{2}ab = 3{,}5ab$.

7. Составьте многочлен, используя следующие коэффициенты:

1) 1; −4; 7; 0; 0; 1 Ответ: $a^2b - 4ab + 7xy^2 + 0 \cdot x + 0 \cdot y + 1$

2) $3; -3; 5; 0; 6; -\frac{1}{2}; 0$ Ответ: $3xyz - 3ax + 5mn^7 + 0 \cdot b + 6bc - \frac{1}{2}t + 0$

3) 6; 0; 7; 0; 4 Ответ: $+0 \cdot p^4qr + 4a$

8. Найдите значение многочлена.

1) $12(2 - p) - 29p - 9(p + 1)$, если $p = \frac{1}{4}$.

Решение. $12(2-p) - 29p - 9(p+1) = 24 - 12p - 29p = 24 - 17p = 24 - 17 \cdot \frac{1}{4} = 24 - 4{,}25 = 19{,}75$

2) $8x - (3x + 1)5x$, если $x = -2$. Ответ: −66

3) $(c + 2)c - (c + 3)c^2$, если $c = -3$. Ответ: 3

4) $2(3b + 1) - 5$, если $b = -2$. Ответ: −15

9. Найдите значение многочлена: $6a^2 - 5ab + b^2 - (3a^2 - 5ab + b^2)$, если $a = -\frac{2}{3}; b = -3$.

Решение. Вначале упростим выражение: $6a^2 - 5ab + b^2 - (3a^2 - 5ab + b^2) = 6a^2 - 3a^2 - 5ab + 5ab + b^2 - b^2 = 3a^2$

$$3a^2 = 3\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = {}^{1}\cancel{3} \cdot \frac{4}{\cancel{9}_{3}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

10. Найдите значение многочлена: $-8a^2 - 2ax - x^2 - (-4a^2 - 2ax - x^2)$, если $a = -\frac{3}{4}, x = -2$.

Решение. Этот пример решается аналогично 9 примеру. $-8a^2 - 2ax - x^2 - (-4a^2 - 2ax - x^2) = -8a^2 + 4a^2 - 2ax + 2ax - x^2 + x^2 = -4a^2 = -4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = -{}^{1}\cancel{4} \cdot \frac{9}{\cancel{16}_{4}} = -\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4}$

ПОДОБНЫЕ ЧЛЕНЫ И ИХ ПРИВЕДЕНИЕ

Цель урока: познакомить учеников с подобными членами и их приведением; сформировать у учащихся умение по приведению подобных слагаемых.

Все ученики	Уметь складывать подобные члены с положительными коэффициентами
Большинство учеников	Уметь отделить общий множитель, уметь приводить подобные члены при раскрытии скобок.
Некоторые ученики	Уметь лёгким способом вычислять числовые выражения и упрощать алгебраические выражения, применяя приведение подобных слагаемых.

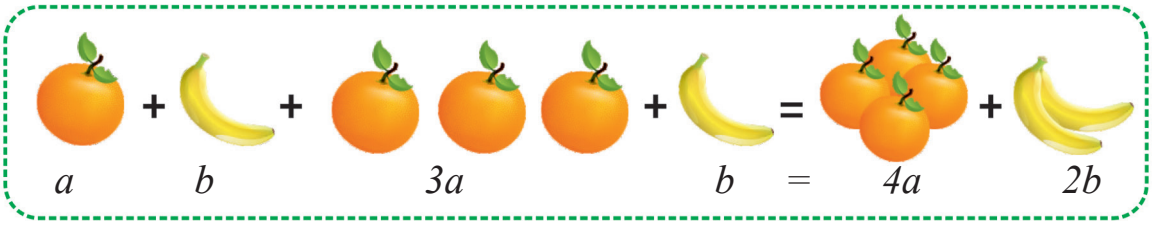
Активизирующие вопросы: 1) Какие члены мы называем подобными? 2) Что значит привести подобные члены? 3) Может ли сумма одночленов снова стать одночленом? 4) Как изменяются переменные при приведении подобных слагаемых?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении действий невнимательны к приведению подобных слагаемых. Чтобы устранить эти ошибки, нужно углубленно изучить как выполнять операции над алгебраическими выражениями разных видов с использованием приведения подобных членов .

Домашнее задание: примеры 10-15 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

$a + b + 3a + b = a + 3a + b + b = 4a + 2b = 2(2a + b)$



Чтобы заменить выражение более простым ему эквивалентным выражением:
шаг 1: сложите коэффициенты подобных членов;
шаг 2: результат умножьте на общий буквенный множитель.

$3a - 5b + 6b - 2a + 3b - 7b$

$\downarrow$

$3a - 2a - 5b + 6b + 3b - 7b$

$\downarrow$

$1a - 3b$

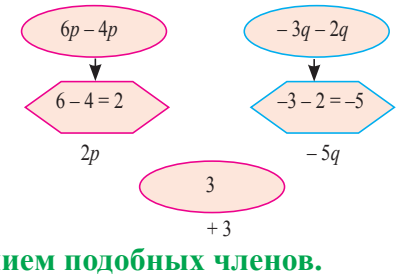
$\downarrow$

$a - 3b$

$6p - 3q + 3 - 4p - 2q =$

$6p - 4p - 3q - 2q + 3$

$= 2p - 5q + 3$



Такое упрощение выражения называют **приведением подобных членов.**

Пример 1. Упростите выражение:

$$4{,}75x + 5{,}25x = (4{,}75 + 5{,}25)x = 10x$$

Пример 2. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

$$(5x - 2y) - (3y - 5x) = 5x - 2y - 3y + 5x = 10x - 5y$$

Пример 3. Вычислите удобным способом:

$$639 \cdot 1\,001 = 639 \cdot (1\,000 + 1) = 639\,000 + 639 = 639\,639$$

Пример 4. Если уменьшаемое уменьшить на 24, а вычитаемое на 36, как изменится разность?

$$a - b = c$$

$$(a - 24) - (b - 36) = a - 24 - b + 36 = a - b + 12 = c + 12$$

Для упрощения выражения складываются или вычитаются только подобные слагаемые.

Обратите внимание, что переменные не изменяются. Вычисляются только коэффициенты.

Выражение $4p + 81 + 3x + 9$ нельзя упростить, так как $4p$, 81, $3x$ и 9 не подобные.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Раскройте скобки.

1) $2 \cdot (x + 13) = 2x + 26$
2) $(2 - x) \cdot 24 = 48 - 24x$
3) $(y - 27) \cdot 5 = 5y - 135$
4) $3,2 \cdot (c + 5) = 3,2c + 16$

2. Приведите подобные слагаемые.

1) $6a - 3a + 5a = a(6 - 3 + 5) = 8a$
2) $14b - (8b + 4b) = 2b$
3) $2b - 3b + 8b = 7b$

4. Упростите выражения и укажите правильный ответ.

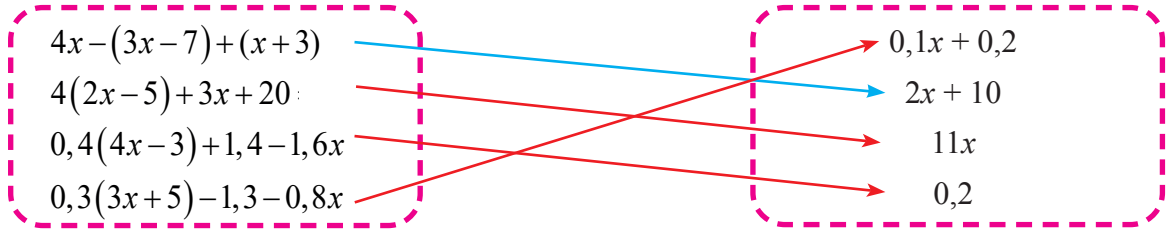
Решение.

2) $4(2x - 5) + 3x + 20 = 8x - \cancel{20} + 3x + \cancel{20} = 11x$

3) $0,4(4x - 3) + 1,4 - 1,6x = \cancel{1,6x} - 1,2 + 1,4 - \cancel{1,6x} = 0,2$

4) $0,3(3x + 5) - 1,3 - 0,8x = 0,9x + 1,5 - 1,3 - 0,8x = 0,1x + 0,2$

Описываем на чертеже.



5. Упростите выражения и найдите значения при $x = 1; -4; 2,5; -40$.

1) Решение. Раскрыв скобки, приводим подобные слагаемые: $(5x - 1) - (2 - 8x) = 5x - 1 - 2 + 8x = 13x - 3$.

$x = 1$ при $(5x - 1) - (2 - 8x) = 5x - 1 - 2 + 8x = 13x - 3 = 13 \cdot 1 - 3 = 10 - 3 = 10$

$x = -4$ при $(5x - 1) - (2 - 8x) = -55$

$x = 2,5$ при $(5x - 1) - (2 - 8x) = 29,5$

$x = -40$ при $(5x - 1) - (2 - 8x) = -523$

2) $37 - (x - 16) + (12x - 1) = 11x + 52$

$x = 1$ при $37 - (x - 16) + (12x - 1) = 11x + 52 = 11 + 52 = 63$

$x = -4$ при 8

$x = 2,5$ при 79,5

$x = -40$ при -388

6. Приведите подобные слагаемые.

1) $4a-5a=a(a-5)=-a$ 2) $3m-4m=-m$ 3) $7n-5n=2n$

4) $p-8p=-7p$ 5) $1,002a-2,01a=-1,992a$

6) $32,1m+41,02m=73,12m$ 7) $7,5c-4,6c=2,9c$

8) $22,001s+4,084s=26,085s$ 9) $2,(3)d+1,(4)d=3,(7)d$

7. Если уменьшаемое уменьшить на 4, вычитаемое на 16, на сколько изменится разность?

Напоминаем: $a-b=c$. Здесь a – уменьшаемое, b – вычитаемое, c – разность.

Решение. $(a-4)-(b-16)=c_1$. $(a-4)-(b-16)=a-b-4+16=a-b+12$.

$c_1=c+12$. Таким образом, увеличится на 12. Ответ. Увеличится на 12.

8. Если уменьшаемое увеличить на 24, а вычитаемое уменьшить на 15, на сколько изменится разность?

Решение. $(a+24)-(b-15)=a-b+39=c+39$. Ответ. Увеличится на 39

9. Раскройте скобки. 1) $(a-b)+(2b-3a)=a-b+2b-3a=-2a+b$

2) $3a-(a+2b)=2a-2b$; 3) $2(a-1,5)+1,4(a-1)=3,4a-4,4$

10. Приведите подобные слагаемые. 1) $7,5a-6,8b-7,5a-6,8b$

Решение. $7,5a-6,8b-7,5a-6,8b=a(7,5-7,5)-b(6,5+6,5)=0\cdot a-13b=-13b$

2) $a-3a+4,7-7,2=-2a-2,5$ 3) $2,1a-1,7c+2,7a-2,2c=4,8a-3,9c$

4) $-9,8c+5,1d+1,1c+4,2d+4c=-4,7c+9,3d$

5) $4,2a+1,8b-2,6a+3,4a=5a+1,8b$ 6) $-8,9a+1,5b-1,1a-5,5b=-7,8a-4b$

11. Найдите значение числовых выражений.

1) $7,107+(5,002+3,893)$

Решение. $7,107+(5,002+3,893)=7,107+5,002+3,893=(7,107+3,893)+5,002=11+$
$+5,002=16,002$ 2) $19,49-(1,49+0,99)=19,49-1,49-0,99=18-0,99=17,01$

12. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $a=\frac{1}{3}; b=1$ если, $3a-2b$

Решение. Данные значения $a=\frac{1}{3}; b=1$ $3a-2b$ подставим в выражение и вычислим:

$3a-2b=3\cdot\frac{1}{3}-2\cdot1=1-2=-1$

2) $a=12,5; h=6,4$ если, $S=\frac{1}{2}ah$. Ответ: $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}\cdot12,5\cdot6,4=40$

3) $a=5,1; b=4,7$ если, $P=2(a+b)$. Ответ: $P=2(a+b)=2(5,1+4,7)=19,6$

4) $a=2,5; b=2,4; c=3,5$ если, $V=abc$. Ответ: $V=abc=2,5\cdot2,4\cdot3,5=21$

13. Найдите значение числовых выражений.

1) $5(3x-7)+2(1-x)$, если $x=\frac{1}{23}$

Решение. Преобразуем данное выражение $5(3x-7)+2(1-x)$. $5(3x-7)+2(1-x)=$
$=15x-35+2-2x=13x-33$. Подставим значение x в преобразованное выражение и найдём его числовое значение. $13x-33=\cancel{13}^{1}\cdot\frac{1}{\cancel{26}_{2}}-33=\frac{1}{2}-33=-32\frac{1}{2}$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Цель урока: познакомить учащихся со сложением и вычитанием многочленов; сформировать у учащихся умение производить действия над алгебраическими выражениями с помощью сложения и вычитания многочленов

Все ученики	Уметь складывать многочлены с положительными членами.
Большинство учеников	Уметь складывать и вычитать многочлены.
Некоторые ученики	Уметь выполнять операции над числовыми и алгебраическими выражениями, используя сложение и вычитание многочленов.

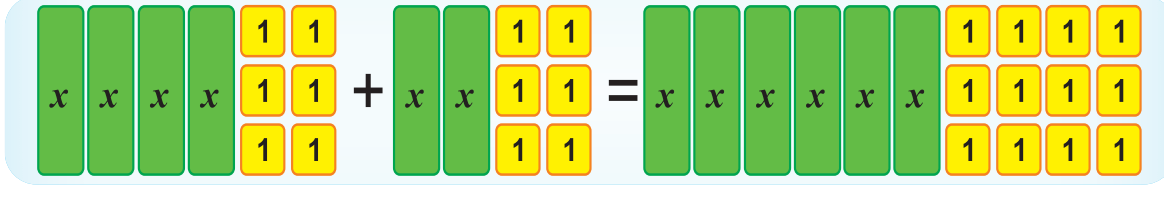
Активизирующие вопросы: 1) Что значит сложить многочлены? 2) Что такое вычитание многочленов? 3) Можно ли записать многочлен в виде суммы многочленов? 4) Можно ли записать многочлен в виде разности многочленов?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Не учитывают подобные члены при сложении и вычитании многочленов. Чтобы устранить эти ошибки, глубже изучить, как производить сложение и вычитание над многочленами, представленными в различном виде.

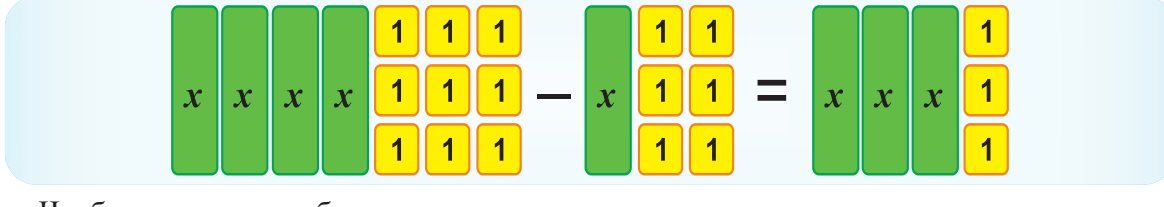
Домашнее задание: примеры 3-5, 10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Сложение многочленов: $(4x + 6) + (2x + 6) = 4x + 6 + 2x + 6 = 6x + 12$



Вычитание многочленов: $(4x + 9) - (x + 6) = 4x + 9 - x - 6 = 3x + 3$



Чтобы записать алгебраическую сумму нескольких многочленов в стандартном виде, необходимо раскрыть скобки и привести подобные члены.

Сумму или разность некоторых многочленов удобно вычислять методом в столбик, подобным сложению и вычитанию чисел. В этом случае подобные члены пишутся друг под другом.

Пример 1.

$$\begin{array}{r} 2a^2b - 3ab^2 + 4ab + 5 \\ +\ a^2b + ab^2 + 5ab - 1 \\ \hline 3a^2b - 2ab^2 + 9ab + 4 \end{array}$$

Пример 2.

$$\begin{array}{r} 5a^3b^2c - 2abc^2 - 9 \\ -\ 2a^3b^2c + abc^2 + 5 \\ \hline 3a^3b^2c - 3abc^2 - 14 \end{array}$$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Найдите алгебраическую сумму многочленов.

1) $-6a + (-3c + 4a)$

Решение. $-6a+(-3c+4a)=-6a-3c+4a=-2a-3c$

2) $8x+(-7x+3y)=x+3y$

3) $(3a-4b)+(-6a+7b)=-3a+3b$

4) $(5x-2)+(-3x+2)=2x$

5) $4x^2+(5y^2-3x^2)=x^2+5y^2$

6) $1,2a^2+(-4,8b^2+1,9a^2)=3,1a^2-4,8b^2$

7) $8,1x+(-1,9x+7,2y)-8,3y=6,2x-1,1y$

8) $(0,2x-3,1c^2)+(2,4c+0,9c^2)=0,2x-2,2c^2+2,4c$

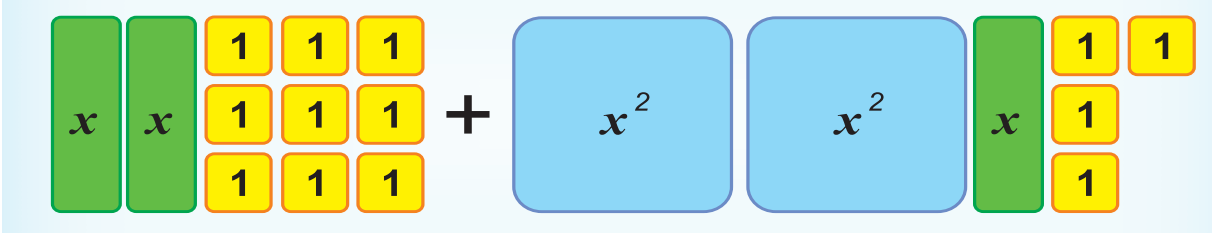
9) $(6a-7b+8c)+(-4a+5b-3c)=2a-2b+5c$

10) $11ac-9a^2+3b^2)+(3ac+7a^2-9b^2)=14ac-2a^2-6b^2$

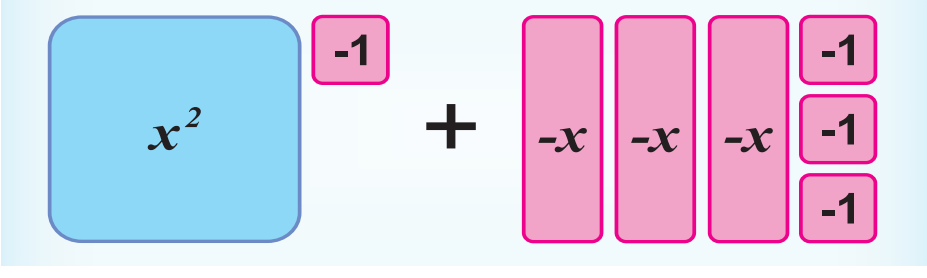
11) $-(4x^2-3xy+5y^2)+(7x^2+6xy-9y^2)=3x^2+9xy-14y^2$

12) $(9m^2-13mn-9n^2)+(-7m^2+6mn-11n^2)=2m^2-7mn-20n^2$

2. Сложите многочлены на основе модели.



Ответ: $(2x+9)+(2x^2+x+4)=2x^2+3x+13$



Ответ: $(x^2-1)+(-3x-3)=x^2-3x-4$

3. Найдите алгебраическую сумму и разность многочленов.

1) $(6a^2-9ab-7b^2)+(-8a^2+ab+6b^2)$

Решение. Воспользуемся сложением столбиком:

$$\begin{array}{r} (6a^2-9ab-7b^2) \\ + \\ (-8a^2+ab+6b^2) \\ \hline -2a^2-8ab-b^2 \end{array}$$

2) $(-8a^2+ab-8b^2)-(-9a^2-ab+7b^2)=a^2+2ab-15b^2$

3) $(5x-4y)-(-3x+4y)+(8x-9y)=16x-17y$

4) $(1,2x+0,6y)-(0,9x-1,3y)+(1,3x-2,4y)=1,6x-0,5y$

5) $(6x^3+7x^2)-(-9x^3+x^2)-(-10x^3-4x^2)=25x^3+9x^2$

6) $(0,3x-0,7y)-(-0,9x+0,6y)-(0,1x-0,4y)=1,1x+0,3y$

7) $(a^2-ab-3b^2)-(4a^2+5ab-7b^2)=-3a^2-6ab+4b^2$

8) $(1+3x)+(x^2-2x)=x^2+x+1$

9) $(2a^2+3a)+(-a+4)=2a^2+2a+4$

10) $(x^2+6x)+(5x-2x^2)=-x^2+11x$

11) $(a^2-a+7)-(a^2+a+8)=-2a-1$

12) $(8a^3-3a^2)-(7+8a^3-2a^2)=-a^2-7$

13) $(x^2+5x+4)-(x^2+5x-4)=8$

4. Найдите сумму многочленов.

1) $0,2x^2-0,4y^2$ и $-0,3x^2+0,5y^2$

Решение. $(0,2x^2-0,4y^2)+(-0,3x^2+0,5y^2)=0,2x^2-0,4y^2-0,3x^2+0,5y^2=$

$=x^2(0,2-0,3)+y\ (-0,4+0,5)=-0,1x^2+0,1y^2$

2) $0,6x^4+0,7y^5$ и $1,8x^4-4,3y^5$. Ответ: $(0,6x^4+0,7y^5)+(1,8x^4-4,3y^5)=2,4x^4-3,6y^5$

3) $5a^2b-ab^2$ и $-3a^2b+4ab^2$. Ответ: $(5a^2b-ab^2)+(-3a^2b+4ab^2)=2a^2b+3ab^2$

4) $-4a^3b+5a^4b^2$ и $6a^3b-7a^4b^2$. Ответ: $(-4a^3b+5a^4b^2)+(6a^3b-7a^4b^2)=2a^3b-a^4b^2$

5) $2\frac{1}{3}a^2-4\frac{3}{5}b^2$ и $6\frac{2}{3}a^2+7\frac{2}{5}b^2$. Ответ: $\left(2\frac{1}{3}a^2-4\frac{3}{5}b^2\right)+\left(6\frac{2}{3}a^2+7\frac{2}{5}b^2\right)=9a^2+2\frac{4}{5}b^2$

6) $\frac{3}{4}a^4-\frac{2}{5}b^4$ и $-\frac{2}{5}a^4+\frac{1}{4}b^4$. Ответ: $\left(\frac{3}{4}a^4-\frac{2}{5}b^4\right)+\left(-\frac{2}{5}a^4+\frac{1}{4}b^4\right)=\frac{7}{20}a^4-\frac{7}{20}b^4$

5. Найдите разность многочленов.

1) $4a^2-b^2$ и $-a^2+3b^2$

Решение. $(4a^2-b^2)-(-a^2+3b^2)=4a^2-b^2+a^2-3b^2=5a^2-4b^2$

2) $6a^2+4b$ и $-9a^2-9b$. Ответ: $(6a^2+4b)-(-9a^2-9b)=15a\ +13b$

3) $-a^3+8b^2$ и $-4a^3-9b^2$. Ответ: $(-a^3+8b^2)-(-4a^3-9b^2)=3a^3+17b^2$

4) $ab-bc$ va $-2ab+3bc$. Ответ: $(ab-bc)-(-2ab+3bc)=3ab-4bc$

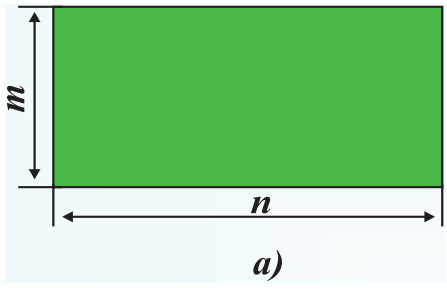
5) $-1,2a+2,4b$ и $1,6a-4,7b$. Ответ: $(-1,2a+2,4b)-(1,6a-4,7b)=0,4a+6,9b$

6) $0,6a-1,2b-0,8c$ и $1,9a+2,1b-1,3c$. Ответ: $(0,6a-1,2b-0,8c)-(1,9a+2,1b-1,3c)=$

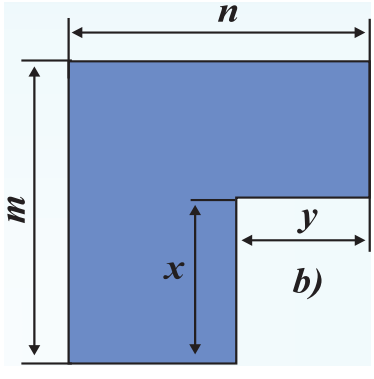
$=-1,3a-3,3b+0,5c$

6. Составьте формулу для нахождения периметра данных фигур.

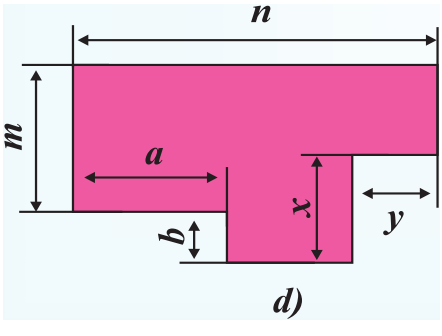
Решение. Напомним, что периметр прямоугольника находится по формуле $P = 2(a+b)$. Найдём периметр фигур, используя эту формулу.



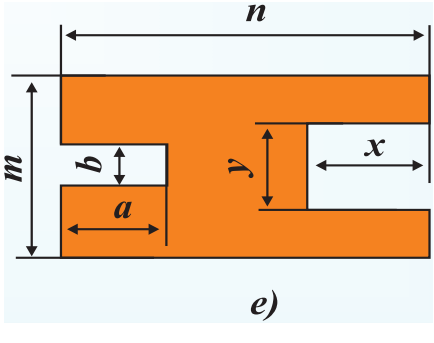
Ответ: $P = 2(m+n)$



Ответ: $P = m+n+(m-x)+y+x+(n-y) = m+n+m-x+y+x+n-y = 2(m+n)$



Ответ: $P = m+n+(m+b-x)+y+x+(n-y-a)+b+a = m+n+m+b-x+y+x+n-$
$-y-a+b+a = 2(m+n+b)$



Решение. $P = 2(m+n+x+a)$

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Цель урока: познакомить учащихся с умножением многочленов; сформировать у учащихся умение производить операции над числовыми выражениями с помощью умножения многочленов.

Все ученики	Уметь выполнять операции по умножению одночлена на многочлен
Большинство учеников	Уметь умножать одночлен на многочлен, многочлен на многочлен.
Некоторые ученики	Уметь выполнять операции над числовыми выражениями и алгебраическими выражениями, используя свойства арифметических операций.

Активизирующие вопросы: 1) Как умножается одночлен на многочлен? 2) Каков алгоритм умножения многочлена на многочлен? 3) Напишите распределительный закон умножения одночлена на многочлен. 4) При умножении многочлена на многочлен получаем одночлен или многочлен?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении операций не учитывают алгоритм умножения одночлена на многочлен и многочлена на многочлен Для того чтобы устранить эти ошибки, необходимо углубленно освоить выполнение операций над алгебраическими выражениями различного вида, алгоритм умножения одночлена на многочлен, многочлен на многочлен, свойства арифметических действий.

Домашнее задание: примеры 1-2, 5-6, 8-9 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Чтобы умножить многочлен на одночлен, нужно каждый член многочлена умножить на этот одночлен и сложить полученные произведения.

$$(x)(ax)=ax^2$$

$$(x)(a+b)=ax+bx$$

$$(x)(a+b+c)=ax+bx+cx$$

Умножение многочлена на одночлен даёт другой многочлен. Все члены полученного многочлена следует записать в стандартном виде и упростить. Можно устно умножить суммы, не записывая промежуточные результаты, и записать ответ.

Пример 1.

$$(-2a^4)\cdot(14ab+2{,}5b)=-28a^5b-5a^4b$$

$$4x^2\cdot(3x^3-2x^2+6x)=4x^2\cdot3x^3+4x^2\cdot(-2x^2)+4x^2\cdot6x=12x^5-8x^4+24x^3$$

При умножении многочлена на одночлен мы используем распределительный закон.

Пример 2. $ab^2(ab-bc+2a)=ab^2\cdot ab-ab^2\cdot bc+ab^2\cdot 2a=a^2b^3-ab^3c+2a^2b^2$

Умножение любого многочлена на одночлен производится аналогично.

Пример 3.

$$\left(-mn^3 - 2mnp + \frac{2}{3}qr\right)\cdot 1\frac{1}{2}mp^2 =$$

$$=(-mn^3)\cdot\left(1\frac{1}{2}mp^2\right) - (2mnp)\cdot\left(1\frac{1}{2}mp^2\right) + \left(\frac{2}{3}qr\right)\cdot\left(1\frac{1}{2}mp^2\right) =$$

$$= -1\frac{1}{2}m^2n^3p^2 - 3m^2np^3 + mp^2qr$$

Удобно использовать следующий алгоритм умножения многочленов.

Алгоритм умножения многочлена на многочлен:

1) умножить каждый член одного многочлена на каждый член другого многочлена;
2) сложить полученные результаты;
3) полученный многочлен привести к стандартному виду.

$$(x+y)(m+n)=xm+xn+ym+yn$$

Многочлены можно умножать методом столбика, как числа. Этот способ удобен для умножения многочленов от одной переменной.

$$\begin{array}{r} a^2+2a+1 \\ \times \quad a-2 \\ \hline -2a^2-4a-2 \\ +\ a^3+2a^2+a \\ \hline a^3 \qquad -3a-2 \end{array}$$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Найдите произведение одночленов и многочленов.

1) $-2(6-m)$ Решение. $-2(6-m)=-2\cdot 6+(-2)\cdot(-m)=-12+2m$

2) $-0,3(-0,9-c)=0,27+0,3c$

3) $(-2x+5y)\cdot(-4)=8x-20y$

4) $6a(-3b+4c)=-18ab+24c$

5) $(x-y)a^2=a^2x-a^2y$

6) $-4x(5x-7y)=-20x^2+27xy$

7) $(6a-7b)8c=48ac-56bc$

8) $(x^7-x^6+x^4)x^3=x^{10}-x^9+x^7$

9) $7xy(x+y-3xy)=7x^2y+7xy^2-21x^2y^2$

10) $-4(-8c-9d+2)=32c+36d-8$

11) $1,2a(0,6b-1,5c)=0,72ab-1,8ac$

12) $abc(a+b+c)=a^2bc+ab^2c+abc^2$

13) $ab^3(a^3b-a^4b^5+a^7b^{11})=a^4b^4-a^5b^8+a^8b^{14}$

14) $-2ab^3(-3a^7b^6+8a^5b^2-9a^4b^{11})=6a^8b^9-16a^6b^5-18a^5b^{14}$

15) $-6,2ab(5a-10b)=-31a^2b+60ab^2$

2. Упростите выражения.

1) $2(2x-5)-3(-2x+1)$ Решение. $2(2x-5)-3(-2x+1)=4x-10+6x-3=10x-13$

2) $-3(5-4x)+6(3x+4)=30x+3$

3) $-2(7-2x)-5(-2x+9)=14x-59$

4) $4(5x-11)+8(-7x-3)=-36x-68$

5) $-3(7-2x)-4(-6x+1)=30x-25$

6) $6(2x-5)-3(3x-8)=3x-6$

7) $(3a-4b)(-3)-6(a-b)=-15a18b$

8) $(-a+b)(-8)+2(6a-5b)=4a-18b$

3. Проверьте алгебраическое равенство на основе рисунка и сформулируйте свой вывод.

Образец: $2(x+3)=2x+6$

1) $2(x+3)=2x+6$

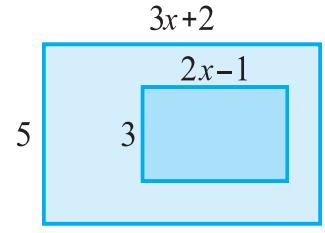
2) $3(x+3)=3x+9$

3) $4(x+3)=4x+12$

4) $9(x+3)=9x+27$

	x	3
2	$2x$	6
3	$3x$	9
4	$4x$	12

4. От прямоугольника со сторонами 5 и $3x+2$ отрезается прямоугольник со сторонами 3 и $2x-1$. Найдите площадь оставшейся фигуры.



Решение. Площадь первого четырёхугольника равна $S_1 = 5(3x+2)$, второго $S_2 = 3(2x-1)$. По условию задачи, $S = S_1 - S_2 = 5(3x+2) - 3(2x-1) = 15x+10-6x+3 = 9x+13$. Ответ: $S = 9x+13$

5. Умножьте многочлен на многочлен.

1) $(x-a)(x+y)$ Решение. $(x-a)(x+y) = x^2+xy-ax-ay$

2) $(a+z)(m-n) = am-an+zm-zn$

3) $(t+s)(b+1) = tb+t+sb+s$

4) $(c-d)(x-y) = cx-cy-dx+dy$

5) $(a+2)(b-3) = ab-3a+2b-6$

6) $(4-b)(5+c) = 20+4c-5b-bc$

7) $(d-4)(t+5) = dt+5d-4t-20$

8) $(k-6)(7-d) = 7k-kd-42+6d$

9) $(x-7)(x+8) = x^2+x-56$

10) $(9-x)(y+5) = 9y-xy-5x+45$

11) $(a+6)(4-a) = -a^2+10a+24$

12) $(2-b)(b+3) = -b^2-b-6$

13) $(a+5)(a+3) = a^2+8a+15$

14) $(x-2)(x+7) = x^2+5x-14$

15) $(x-9)(x-11) = x^2-20x+99$

16) $(y+8)(y-5) = y^2+3y-40$

17) $(-c+3)(c-7) = -c^2+10c-21$

18) $(-c-5)(-2c+1) = 2c^2+9c-5$

19) $(2a+9)(3a-7) = 6a^2+13a-63$

20) $(-5a+1)(-4a+5) = 20a^2-29a+6$

21) $(5x-9y)(8x+y) = 40x^2-67xy-9y^2$

6. Упростите выражения.

1) $a(a+b)-b(a+b)$ Решение. $a(a+b)-b(a+b) = a^2+ab-ab-b^2 = a^2-b^2$

2) $6(x-2)+4(x-3)-8(x-4) = 2x+8$

3) $3(2x+y)-3(4x-3y)+5(2x-5y) = 4x-13y$

4) $-5(1,2x+3,6y)+10(2,4x-1,8y) = 18x-36y$

5) $5a(a+1)+2a(3a-1)-4a(2a-5) = 3a^2+23a$

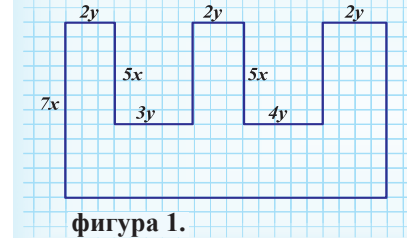
6) $5(0,4x-1,2)+4(0,5x-0,25y) = 4x-y-6$

7. Найдите площадь фигур.

1) Решение. Вычтем из площади прямоугольника со сторонами $7x$ и $15y$ площади прямоугольников, со сторонами $5x$ и $4y$ и $5x$ и $3y$.

Площадь большего прямоугольника: $S_1 = 7x \cdot 15y = 105xy$.

Площадь двух маленьких прямоугольников: $S_2 = 2 \cdot (5x \cdot 4y) = 40xy$. Тогда искомая площадь фигуры равна: $S = S_1 - S_2 = 105xy - 40xy = 65xy$.



фигура 1.

8. Упростите выражения.

1) $8(3n-2m)-5(2n-m)$

Решение. Приведём подобные слагаемые:

$8(3n-2m)-5(2n-m) = 24n-16m-10n+5m = 14n-11m$

2) $-11(4x+3y)-9(2y-3x) = -17x-15y$

3) $-1,2(5x-6y)+1,4(5y-3x) = -10,2x+14,2y$

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Цель урока: познакомить учащихся с делением многочленов; сформировать у учащихся умение упрощать выражения, используя свойства арифметических действий при делении многочленов на одночлен.

Все ученики	Уметь делить многочлен на положительное число или одночлен первой степени.
Большинство учеников	Уметь производить операции над выражениями, используя свойства операций деления многочлена с целыми коэффициентами на одночлен.
Некоторые ученики	Уметь предвидеть деление произвольного многочлена на заданный многочлен, уметь производить операции над делением многочлена, используя свойства арифметических действий.

Активизирующие вопросы: 1) Как производится деление многочлена на одночлен? 2) Какие условия должны быть выполнены, чтобы многочлен делился на одночлен? 3) Если члены многочлена делятся на одночлен, а не делится только последний член, то можно ли сказать, что этот многочлен делится на данный одночлен? 4) При делении многочлена на одночлен может ли коэффициент при одночлене быть отрицательным? 5) Можно ли разделить многочлен с нецелыми коэффициентами на одночлен?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Невнимательно выполняют действие деления многочлена на одночлен. Для устранения этих ошибок необходимо научиться подробно делить многочлен на одночлен, производить действия над алгебраическими выражениями разного вида.

Домашнее задание: примеры 1-2, 4-8 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Чтобы разделить многочлен на одночлен, нужно каждый член многочлена разделить на данный одночлен и результат сложить.

Пример 1. $(4mn^2 - 2mn) : 2mn = (4mn^2) : (2mn) - (2mn) : (2mn) =$

$$= \frac{4mn^2}{2mn} - \frac{2mn}{2mn} = 2n - 1$$

Пример 2. $(3{,}6a^2b^2 + 3a^2b + 4a^4b^4) : (-4a^2b) = 3{,}6a^2b^2 : (-4a^2b) + 3a^2b : (-4a^2b) + 4a^4b^4 :$

$$: (-4a^2b) = \frac{3{,}6a^2b^2}{-4a^2b} + \frac{3a^2b}{-4a^2b} + \frac{4a^4b^4}{-4a^2b} = -0{,}9b - 0{,}75 - a^2b^3$$

Примечание: если каждый член многочлена делится на какой-то одночлен, то данный многочлен делится на данный одночлен или наоборот.

Например, многочлен $mn + mp - mnp$ делится на m, но на mp не делится.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Упростите выражения.

1) $(5a^6b^9):(5a^3b^6)$

Решение. $(5a^6b^9):(5a^3b^6)=\dfrac{5a^6b^9}{5a^3b^6}=a^3b^3$

2) $(4a^8b^{13})^4:(2a^5b^7)^6=4a^2b^{10}$

3) $(-a^4b^3c^4)^5:(a^3b^2c)^6=-a^2b^3c^{14}$

4) $(-a^3b^5)^{10}:(-a^3b^6)^7=-a^9b^8$

2. Выполните деление.

1) $(15a+10):2$

Решение. $(15a+10):2=\dfrac{15}{2}a+\dfrac{10}{2}=7\dfrac{1}{2}a+5$

2) $(8a-16b):(-4)=-2a+4b$ 3) $(-21x+14):7=-3x+2$ 4) $(-8+10x):(-2)=4-5x$

5) $(a+ab):(-a)=-1-b$ 6) $(b+ab):b=1+a$

7) $(2x-3y+4z):5=0,4x-0,6y+0,8z$

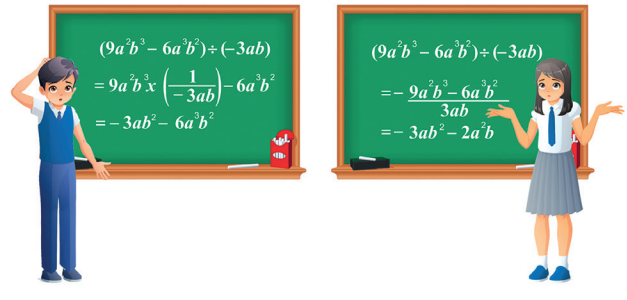
8) $(-2x+5y-z):10=-0,2x+0,5y-0,1z$ 9) $(10a+15b-20c):5=2a+3b-4c$

10) $(12a^2-9ab+6a):(-3a)=-4a+3b-2$ 11) $(7a^8-9a^7+6a^5):(-a^3)=-7a^5+9a^4-6a^2$

12) $(7a^3-8a^2):a^2+(15a^2-9a):(-3a)=2a-5$

3. Кто правильно решил пример?

Ответ: правильно решила девочка.



4. Разделите многочлен на одночлен.

1) $(1,8a^9-2,4a^8+3,6a^{15}):0,06a^5$

Решение. $(1,8a^9-2,4a^8+3,6a^{15}):0,06a^5=\dfrac{18a^9}{10}:\dfrac{6a^5}{100}-\dfrac{24a^8}{10}:\dfrac{6a^5}{100}+\dfrac{36a^{15}}{10}:\dfrac{6a^5}{100}=$

$=\dfrac{\overset{3}{\cancel{18}}a^9}{\underset{1}{\cancel{10}}}\cdot\dfrac{\cancel{100}^{10}}{\underset{1}{\cancel{6}}a^5}-\dfrac{\overset{4}{\cancel{24}}a^8}{\underset{1}{\cancel{10}}}\cdot\dfrac{\cancel{100}^{10}}{\underset{1}{\cancel{6}}a^5}+\dfrac{\overset{6}{\cancel{36}}a^{15}}{\underset{1}{\cancel{10}}}\cdot\dfrac{\cancel{100}^{10}}{\underset{1}{\cancel{6}}a^5}=30a^4-40a^3+60a^{10}$

2) $(a^3b^4c^5+a^5b^4c^3):(a^3b^3c^3)=bc^2+a^2b$ 3) $(8b^3-9b^2):-2b^2=-4b+4,5$

4) $(a^9-a^8):a^7+(a^6+a^5):a^4=2a^2$

5) $(a^3b+6ab^2):(-ab)+(8a^3b-8ab^2):(-2ab)=-5a^2--2b$

6) $(2a^{11}-a^9):a^7-(8a^6+5a^4):a^2=-6a^4-6a^2$

7) $\left(5\dfrac{2}{3}a+4\dfrac{1}{4}b+2\dfrac{1}{8}c\right):\left(1\dfrac{10}{11}\right)=2\dfrac{61}{63}a+2\dfrac{19}{63}b+1\dfrac{19}{168}c$

5. Какой многочлен необходимо записать вместо A, чтобы получить верное равенство?

1) $A+(5a^2-2ab)=6a^2+9ab-b^2$

Решение. $A+(5a^2-2ab)=6a^2+9ab-b^2$

A и $(5a^2-2ab)$ сумма A и равна $6a^2+9ab-b^2$, найдём разность $A=(6a^2+9ab-b^2)-(5a^2-2ab)$.

$A=(6a^2+9ab-b^2)-(5a^2-2ab)=6a^2+9ab-b^2-5a^2+2ab=a^2+11ab-b^2$

2) $A-(4xy-3y^2)=x^2-7xy+8y^2$. Ответ: $A=x^2-3xy-3y^2$

3) $(4b^4-7b^2+6)-A=0$. Ответ: $A=7b^4-7b^2+6$

4) $(5a^2+9b-3)+A=8a^2+b-1$. Ответ: $A=3a^2-8b+2$

6. Найдите значение выражения.

1) $8a^2(a-5)-4a(a^2-7)$, если $a=3$

Решение. Упрощаем, раскрывая скобки. Если получим простое выражение, то вычислим числовое значение, подставив значение a. $8a^2(a-5)-4a(a^2-7)=$ $=8a^3-40a^2-4a^3+28a=4a^3-40a^2+28a$. Далее разложим его на множители. $4a^3+28a=4\cdot3^3-40\cdot3^2+28\cdot3=4\cdot27-40\cdot9+84=108-360+84=192-360=-168$

2) $b(-9b^2+1)+3b(2b^2+b)$, если $b=-2$. Ответ: 34

3) $(3x-4)(8x+2)-24x^2-2$, если $x=2$. Ответ: -62

4) $(c^2+3)(c-9)-c^2(c-6)$, если $=-5$ с. Ответ: -117

7. Решите уравнение.

1) $3x(x^2-8)-3x^3=12$

Решение. Упростим, раскрыв скобки:

$$3x^3-24x-3x^3=12$$
$$-24x=12$$
$$x=-0,5.$$

2) $(x+8)(5x-6)-20=5x^2$. Ответ: $x=2$

3) $18y^3-2y(2+9y^3)=6,5$. Ответ: $y=-1,625$

4) $53-8y(1-3y)=24y^2$. Ответ: $6,625$

8. Докажите, что равенство верно.

1) $(7x-3)(4-8x)+2x(28x-26)=-12$

Решение. Раскрываем скобки в левой части равенства, упрощаем:

$(7x-3)(4-8x)+2x(28x-26)=-12$

$28x-\cancel{56x^2}-12+24x+\cancel{56x^2}-52x=\cancel{52x}-12+\cancel{52x}=-12$. Таким образом, равенство верно.

2) $1,1x^2(x^2-10)-x(1,1x^3-9x)=-2x^2$

Решение. $1,1x^2(x^2-10)-x(1,1x^3-9x)=\cancel{1,1x^4}-11x^2-\cancel{11x^4}+9x^2=-2x^2$

3) $(-y^3+5y)\,2y-10y^2(1+0,2y^2)=-4y^2$

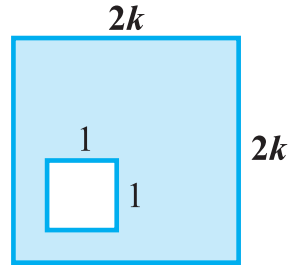
Решение. $(-y^3+5y)\,2y-10y^2(1+0,2y^2)=-2y^4+\cancel{10y^2}-\cancel{10y^2}-2y^4=-4y^2$

4) $(2,5a+b^2)(-4a)+2a(5a-b^2)=-6ab^2$

Решение. $(2,5a+b^2)(-4a)+2a(5a-b^2)=-\cancel{10a^2}-4ab^2+\cancel{10a^2}-2ab^2=-6ab^2$

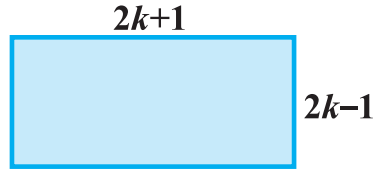
9. Найдите площадь закрашенной части.

1)



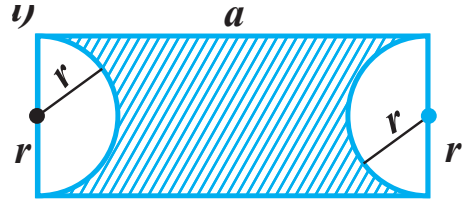
Решение. Вычтем из площади квадрата со стороной $2k$, площадь квадрата, со стороной 1. $S=(2k)^2-1^2=4k^2-1$

2)



Ответ: $S=(2k+1)(2k-1)=4k^2-1$

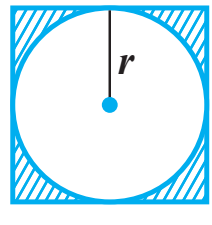
3)



Ответ: 4) Указание. Вычесть из площади прямоугольника площадь окружности.

$S=2ar-\pi r^2$

4)



Ответ: $S=4r^2-\pi r^2$

ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

10. Чему равна сумма последовательности со вторым членом равным $2n$?

A) $6n+3$ B) $6n$ C) $6n-1$ D) $6n-3$ Ответ: B

11. В мероприятии принимают участие m мальчиков и n девочек. Один из них принёс 2 воздушных шара. Какое из следующих выражений представляет общее количество шаров?

A) $2(m+n)$ B) $2+(m+n)$ C) $2m+2$ D) $m+2n$ Ответ: A

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ

Цель урока: познакомить учащихся с разложением многочленов на множители; формировать у учащихся умение производить действия над числовыми и алгебраическими выражениями путём разложения многочленов на множители.

Все ученики	Уметь производить операции над числовыми выражениями, используя вынесение общего множителя за скобки для многочленов с положительными коэффициентами.
Большинство учеников	Уметь пользоваться распределительным законом при разложении многочлена на множители, уметь находить НОД для одночленов, составляющих многочлен, и выносить его за скобки.
Некоторые ученики	Уметь пользоваться распределительным законом, методом группировки, разлагать многочлен на множители, находить НОД одночленов, из которых состоит многочлен, и выносить его за скобки, уметь проверять результат умножением многочленов.

Активизирующие вопросы: 1) Что такое наибольший общий делитель? 2) Что называется общим множителем? 3) Расскажите, какая операция является обратной разложению многочлена на множители? 4) Каков метод группировки?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Не учитывают НОД одночлена, распределительного закона и методов группировки при разложении многочлена на множители. Для устранения этих ошибок необходимо углубленно изучить НОД для одночленов, входящих в состав многочлена, распределительный закон, группировки и разложения на множители многочленов разного вида.

Домашнее задание: примеры 6-9, 13-14 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

При решении уравнений и упрощении выражений часто приходится разлагать многочлены на множители, то есть записывать их в виде произведения многочленов.

$$8xy - 0{,}7xz + 1{,}9x = x\,(8y - 0{,}7z + 1{,}9)$$

Разложение многочлена на множители противоположно умножению многочлена на одночлен или многочлена на многочлен.

Пример 1. Разложите многочлен $14m^2n - 28mn^3 - 21m^3n^2$ на множители:

– находим наибольший общий делитель коэффициентов каждого члена многочлена.

– затем определяем наименьший показатель степени буквенных выражений с одним и тем же основанием в каждом из одночленов.

– в этом примере НОД чисел 14; 28 и 21 равен 7.

– мы можем видеть, что в буквенных выражениях mn один и тот же множитель.

– тогда общий множитель для всех членов этого многочлена равен $7mn$. Тогда:

$$14m^2n - 28mn^3 - 21m^3n^2 = 7mn \cdot 2m - 7mn \cdot 4n^2 - 7mn \cdot 3m^2n = 7mn\,(2m - 4n^2 - 3m^2n)$$

Пример 2. Разложите на множители многочлен $19(3a+2b)-a(3a+2b)+3b(3a+2b)$.
Для некоторых многочленов общим множителем может быть не одночлен, а многочлен. Для многочлена $19(3a+2b)-a(3a+2b)+3b(3a+2b)$ общим множителем является $(3a+2b)$.

Поэтому: $19(3a+2b)-a(3a+2b)+3b(3a+2b)=(3a+2b)(19-a+3b)$

В некоторых случаях необходимо подвести слагаемое под общий множитель.
В этом случае используется равенство $a-b=-(b-a)$.

Пример 3. $25-17=-(17-25)=8$

Пример 4. $a(a-b)+b(b-a)=c(a-b)-d(a-b)=(a-b)(c-d)$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Вынесите за скобки общий множитель.

1) $3a+3b$

Решение. Выносим за скобки общий множитель 3. $3a+3b=3(a+b)$

2) $7x-7y=7(x-y)$ 3) $5-5c=5(1-c)$ 4) $12-4a=4(3-a)$

5) $9a+18=9(a+2)$ 6) $ab+a=a(b+1)$ 7) $abc+bcd=bc(a+d)$

8) $cx-xy=c(x-y)$ 9) $5x-ax=x(5-a)$ 10) $2ab+4bc=2b(a+2c)$

11) $a^2b+ab^2-2ab=ab(a+b-2)$ 12) $a^{10}+a^8+a^6=a^6(a^4+a^2+1)$

2. Вычислите.

1) $11\cdot13+13\cdot19$. Решение. Проще вынести за скобки общий множитель:

$11\cdot13+13\cdot19=13\cdot(11+19)=13\cdot30=390$

2) $25\cdot18+25\cdot42=1500$ 3) $56\cdot49-56\cdot39=560$ 4) $71\cdot33-33\cdot51=660$

5) $84^2+84\cdot16=8400$ 6) $79^2+79\cdot21=7900$

3. Вынесите за скобки общий множитель.

1) $12x^2y^4-6x^5y^3$. Решение. $12x^2y^4-6x^5y^3=6x^2y^3(2y-x^3)$

2) $8a^7-12a^5+30a^3=2a^3(4a^4-6a^2+15)$;

3) $15a^4b^9-20a^9b^4=5a^4b^4(3b^5-4a^5)$

4) $2a^6+a^5-a=a(2a^5+a^4-1)$

5) $8a^7b^9-12a^5b^{13}+20a^8b^5=4a^5b^5(2a^2b^4-3b^8+5a^3)$;

6) $27x^4y^5z^9-18x^6y^3z^{13}=9x^4y^3z^9(3y-2x^2z^4)$;

7) $42y^{13}-49y^8+35y^{17}=7y^8(6y^5-7+5y^9)$;

8) $a^4b^9-a^{10}b=a^4b(b^8-a^6)$

4. Разложите на множители.

1) $x(a+b)+y(a+b)$. Решение. $x(a+b)+y(a+b)=(a+b)(x+y)$

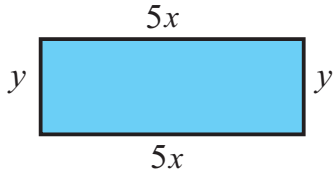
2) $m(x+y)-n(x+y)=(x+y)(m-n)$ 3) $a(b+3)-(b+3)=(b+3)(a-1)$

4) $x(a-9)-y(a-9)=(a-9)(x-y)$ 5) $2m(x+y)-3n(x+y)=(x+y)(2m-3n)$

6) $3b(x-7)+4c(x-7)=(x-7)(3b+4c)$ 7) $8(a+b)-(a+b)c=(a+b)(8-c)$

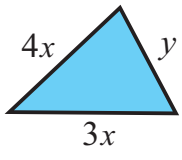
5. Найдите периметр фигур.

a)



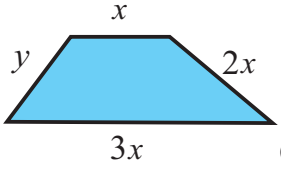
Решение и ответ. $P = 2(5x + y) = 10x + 2y$

b)



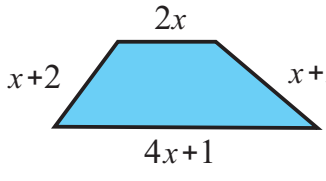
Ответ: $P = 7x + y$

c)



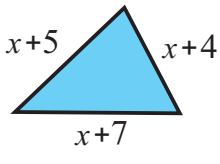
Ответ: $P = 6x + y$

d)



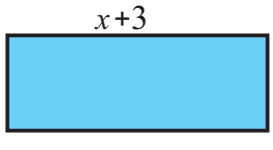
Ответ: $P = 8x + 6$

e)



Ответ: $P = 3x + 16$

i)



Ответ: $P = x + y + 4$

6. Вычислите.

1) $15 \cdot 13 + 15 \cdot 29 + 42 \cdot 19 + 34 \cdot 58$

Решение.

$15 \cdot 13 + 15 \cdot 29 + 42 \cdot 19 + 34 \cdot 58 = 15 \cdot (13 + 29) + 42 \cdot 19 + 34 \cdot 58 = 15 \cdot 42 + 42 \cdot 19 + 34 \cdot 58 =$

$= 42 \cdot (15 + 19) + 34 \cdot 58 = 42 \cdot 34 + 34 \cdot 58 = 34 \cdot (42 + 58) = 34 \cdot 100 = 3400$

2) $72 \cdot 19 + 72 \cdot 34 + 53 \cdot 17 + 89 \cdot 47 = 8900$

3) $2,8 \cdot 6,9 + 6,9 \cdot 3,6 + 6,4 \cdot 2,8 + 9,7 \cdot 3,6 = 97$

4) $8,3 \cdot 1,8 + 1,8 \cdot 7,6 - 1,8 \cdot 5,9 = 18$

5) $8,4 \cdot 4,7 - 8,4 \cdot 2,3 + 2,4 \cdot 5,8 - 14,2 \cdot 1,4 = 142$

7. Разложите на множители.

1) $a + (a + b)d + b$ Решение. $a + (a + b)d + b = (a + b) + (a + b)d = (a + b)(1 + d)$

2) $a + (a + b)c + b = (a + b)(1 + c)$

3) $x - y - (x - y)a = (x - y)(1 - a)$

4) $a^2 + (a^2 + b^2)c + b^2 = (a^2 + b^2)(1 + c)$

5) $(a - b)^9 + (a - b)^7 = (a - b)^7((a - b)^2 + 1)$

8. Разложите на множители.

1) $a^2b+ab^2+8a+8b$ Решение. $a^2b+ab^2+8a+8b=ab(a+b)+8(a+b)=(a+b)(ab+8)$

2) $8x(3x-4y)-12xy+16y^2=(3x-4y)(8x-4y)$

3) $xy^2-x^2y-3x+3y=(x-y)(xy-3)$

4) $x^2+3x-4x-12=(x-4)(x+3)$

5) $x^2-3x+4x-12=(x+4)(x-3)$

6) $6x^2-2x+9x-3=(2x+3)(2x-1)$

7) $35x^2+21x-10x-6=(7x-2)(5x+3)$

9. Вынесите общий множитель за скобки.

1) $3a^3-15a^2b+5ab^2$ Решение. $3a^3-15a^2b+5ab^2=a\,(3a^2-15ab+5b^5)$

2) $12a^2b-18ab^2-30ab^3=6ab\,(2a-3b-5b^2)$

3) $20x^4-25x^2y^2-10x^3=5x^2\,(4x^2-5y^2-2x)$;

4) $4ax^3+8a^2x^2-12a^3x=4ax\,(x^2+2ax-3x^2)$

5) $-6bn^2+9n^3-12n^4=3n^2\,(-2b+3n-4n^2)$

6) $-3x^4y^2-6x^2y^2+9x^2y^4=3x^2y^2(-x^2-2+3y^2)$

10. Вычислите.

1) $59\cdot79-79^2$. Решение. Проще вынести за скобки общий множитель.

$59\cdot79-79^2=79\cdot(59-79)=79\cdot(-20)=-1580$

2) $8^3+8\cdot36=800$

3) $0,9^2+0,9\cdot9,1=9$

4) $0,9^3+0,9\cdot0,19=0,9$

11. Разложите на множители.

1) $x\,(a^2-b^2)-y\,(b^2-a^2)$. Решение. Поменяем местами во второй скобке слагаемые, используя выражение $(a-b)=-(b-a)$.

$x\,(a^2-b^2)-y\,(b^2-a^2)=x\,(a^2-b^2)+y\,(a^2-b^2)=(a^2-b^2)(x+y)$

2) $2a\,(3x-1)-5b(1-3x)=(3x-1)(2a+5b)$

3) $a(a+c)+b(a+c)+c(a+c)=(a+c)(a+b+c)$

4) $a(a+b)+b(a+b)=(a+b)(a+b)=(a+b)^2$

12. Разложите на множители.

1) $(x+y)a^3-(x+y)b^2$

Решение. Выносим за скобки подобные слагаемые:

$(x+y)a^3-(x+y)b^2=(x+y)(a^3-b^2)$

2) $(a-b)x-(b-a)y=(a-b)(x+y)$

3) $(a-b)c-(b-a)d+(b-a)n=(a-b)(c+d-n)$

4) $x\,(a^2+b^2)+y(b^2+a^2)=(a^2+b^2)(x+y)$

13. Умножьте многочлен на многочлен.

1) $8a^3b-16b^3$. Решение. $8a^3b-16b^3=8b(a^3-2b^2)$

2) $35a^7b^9-40a^8b^{11}=5a^7b^9(7-8ab^2)$

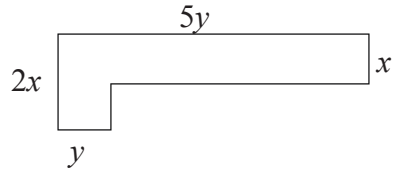
3) $a^4b^3+a^3b^3+a^3b^4=a^3b^3(a+1+b)$

4) $-3x+3y-3z=-3(x+y+z)$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

1 вариант

1. Напишите формулу для вычисления периметра фигуры и найдите его значение при $x = 4$ cm и $y = 2$ cm.



2. Упростите.

a) $4a(2b + 3c) + 3b(3a + 2c)$

b) $2r(3r + r^2) - 3r^2(4 - 2r)$

3. Умножьте многочлены.

a) $(k + 3)(k + 5)$

b) $(x + 4)(x - 2)$

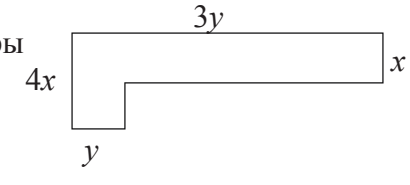
4. Вычислите.

a) $(5^3 - 5^2)(4^4 + ((60^0)^1)$

b) $\dfrac{9^2 \cdot 3^5}{81^2}$

2 вариант

1. Напишите формулу для вычисления периметра фигуры и найдите его значение при $x = 3$ cm и $y = 4$ cm.



2. Упростите.

a) $5m(2n - 3p) - 2n(3p - 2m)$

b) $3y(4w + 2t) + 2w(3y - 4t)$

3. Умножьте многочлены.

a) $(a + 4)(a + 1)$

b) $(t + 5)(t - 2)$

4. Вычислите.

a) $(0{,}9^2 + 0{,}19)(8^3 - (8^0)^2$

b) $\dfrac{27^3}{3^4 \cdot 9^2}$

ГЛАВА II. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

КВАДРАТ СУММЫ И РАЗНОСТИ

Цель урока: познакомить учащихся с квадратом суммы и квадратом разности; сформировать у учащихся умение быстро вычислять значение числовых выражений с помощью квадрата суммы и квадрата разности и производить действия над многочленами.

Все ученики	Уметь выполнять операции над числовыми выражениями и многочленами, используя квадрат суммы.
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над числовыми выражениями и многочленами, используя квадрат суммы и квадрат разности.
Некоторые ученики	Уметь выполнять операции над числовыми выражениями и многочленами используя квадрат суммы и квадрат разности, решать уравнения и находить площади фигур.

Активизирующие вопросы: 1) Что называют квадратом суммы? 2) Что называют квадратом разности? 3) Назовите разницу между квадратом суммы и квадратом разности 4) Каким будет результат раскрытия квадрата двучлена?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении операций не обращают внимание на квадрат суммы и квадрат разности. Для устранения этих ошибок необходимо учить квадрат суммы и квадрат разности сначала по отдельности, а затем производить действия над многочленами, представленными разными видами и в смешанных формах.

Домашнее задание: Примеры 5-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Умножение многочлена на многочлен:

$$(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Каждый член первого многочлена умножается на каждый член второго многочлена, результаты складываются и приводятся к стандартному виду.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Обратите внимание на знаки в двучлене $(a + b)^2$ плюс $(+)$ и в $(a - b)^2$ минус $(-)$.

Формулы квадрата суммы и разности называют **формулами сокращённого умножения** и используют для упрощения вычислений.

Пример 1. $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

Пример 2. $999^2 = (1000 - 1)^2 = 1000^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 1 + 1^2 = 1000001 - 2000 = 998001$

Пример 3. $(2m + n)^2 = (2m)^2 + 2 \cdot (2m) \cdot n + n^2 = 4m^2 + 4mn + n^2$

Пример 4. $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

Пример 5. $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

Пример 6. $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Также научите учащихся выводить эти формулы геометрически (приведены в учебнике).

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Запишите в виде многочлена.

1) $(x+y)^2$

Решение. Выражение можно записать используя формулу $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ по формуле, $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

2) $(5+a)^2 = 25 + 10a + a^2$

3) $(c+9)^2 = c^2 + 18c + 81$

4) $(m+4)^2 = m^2 + 8m + 16$

5) $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$

6) $(3+x)^2 = 9 + 6x + x^2$

7) $(a-4)^2 = a^2 - 4a + 16$;

8) $(b-8)^2 = b^2 - 16 + 64$;

2. Вычислите, используя формулу сокращённого умножения.

1) $(70-3)^2$

Решение. $(70-3)^2 = 70^2 - 2 \cdot 70 \cdot 3 + 3^2 = 4900 - 420 + 9 = 4909 - 420 = 4489$

2) $(50-4)^2 = 2116$

3) $(60-1)^2 = 3481$

4) $(80-1)^2 = 6241$

5) $(20+1)^2 = 441$

6) $(50+1)^2 = 2601$

7) $(60+1)^2 = 3721$

3. Найдите квадраты чисел.

1) 12^2

Решение. $12^2 = (10+2)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2 + 2^2 = 100 + 40 + 4 = 144$

2) $13^2 = 169$

3) $14^2 = 196$;

4) $15^2 = 225$

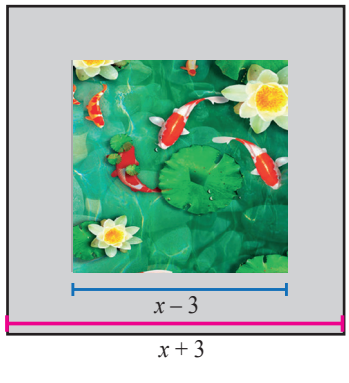
5) $35^2 = 1225$

6) $46^2 = 2116$;

7) $27^2 = 729$

8) $48^2 = 2304$

4. Квадратный бассейн окружён бетонной дорожкой. Запишите выражение для нахождения площади поверхности дорожки.



Решение. Внешняя площадь бетонной дорожки равна $S_1 = (x+3)^2$, площадь бассейна равна $S_2 = (x-3)^2$. Итак, площадь бетонной дорожки $S = S_1 - S_2 = (x+3)^2 - (x-3)^2 = (x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 6x + 9) =$
$= x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = 12x$;

Ответ: $S = 12x$

5. Упростите выражения.

1) $(a+1)^2 + (a-1)^2$.

Решение. $(a+1)^2 + (a-1)^2 = a^2 + 2a + 1 + a^2 - 2a + 1 = 2a^2 + 2$

2) $(a-1)^2-(a+1)^2=-2a$ 3) $(x+y)^2+(x-y)^2=2x^2+2y^2$

4) $(x-y)^2-(x+y)^2=-2xy$ 5) $(a+b)^2+(a-b)^2=2a^2+2b^2$

6. Вычислите, используя формулу сокращённого умножения.

1) $(3a+2b)^2+(3a-2b)^2$

Решение. $(3a+2b)^2+(3a-2b)^2=(3a)^2+2\cdot 3a\cdot 2b+(2b)^2=9a^2+12ab+4b^2$

2) $(4a-3)^2-(4a+3)^2=-24a$ 3) $(5a-1)^2-(5a+2)^2=-30a-3$

4) $(3-4a)^2-(3+4a)^2=-24a$ 5) $(5-2x)^2-(5+2x)^2=40x$

6) $(5a-3x)^2-(5a+3x)^2=-60ax$

7. Найдите квадраты чисел.

1) 102^2

Решение. $102^2=(100+2)^2=100^2+2\cdot 100\cdot 2+2^2=10000+400+4=10404$

2) $103^2=10609$ 3) $104^2=10816$; 4) $105^2=11025$

5) $95^2=9025$ 6) $96^2=9216$ 7) $97^2=9409$

8) $98^2=9604$ 9) $53^2=2809$ 10) $49^2=2401$

11) $18^2=324$ 12) $37^2=1369$

8. Представьте в виде многочлена.

1) $\left(b+\frac{1}{2}\right)^2=b^2+\cancel{2}\cdot b\cdot\frac{1}{\cancel{2}}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=b^2-b+\frac{1}{4}$

2) $\left(2a-\frac{1}{4}\right)^2=4a^2-a+\frac{1}{116}$ 3) $\left(5c+\frac{7}{10}\right)^2=25c^2+7c+\frac{49}{100}$

4) $(a-0,5)^2=a^2-a+0,25$ 5) $(m-0,1)^2=m^2-0,2m+0,01$

6) $(2a-1,5)^2=4a^2-6a+2,25$ 7) $\left(b+\frac{1}{3}\right)^2=b^2+\frac{2}{3}b+\frac{1}{9}$

8) $\left(a-\frac{1}{4}\right)^2=a^2-\frac{1}{2}a+\frac{1}{16}$ 9) $\left(c+\frac{7}{10}\right)^2=c^2+\frac{7}{50}b+\frac{49}{100}$

10) $(3a-0,5)^2=9a^2-3a+0,25$ 11) $(5m-0,1)^2=25m^2-m+0,01$

12) $(5a-3,5)^2=25a^2-14a+12,25$

9. Представьте выражение в виде многочлена.

1) $2(a-5)^2$.

Решение. $2(a-5)^2=2\,(a^2-10a+25)=2a^2-20a+50$

2) $2(x-1)^2=2x^2-4x+2$ 3) $3(2a-5)^2=12a^2-60a+75$

4) $-2(4a-7)^2=-32a^2+112a+-98$ 5) $-8(-5a+1)^2=-200a^2+80a-8$

6) $3(-2a-3)^2=-12a^2+36a+27$ 7) $-2(3a+4)^2=-18a^2-48a-32$

8) $-3(1+x)^2=-3-6x-3x^2$

10. При каком значении "..." имеет место равенство?

1) $(2+3a)^2=4+12a+...$

Решение. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ воспользуемся формулой.

$(2+3a)^2 = 2^2 + 2\cdot 2\cdot 3a + (3a)^2 = 4 + 12a + 9a^2$. Ответ: $9a^2$

2) $(3a+4)^2 = \ldots + 24a + 16$ Ответ: $9a^2$

3) $(a-5)^2 \ldots - \ldots + 25$ Ответ: $a^2 - 10a$

4) $(2a+5)^2 = 4a^2 + \ldots + \ldots$ Ответ: $20a + 25$

5) $(7a-3)^2 = \ldots - 42a + \ldots$ Ответ: $49a^2$ и 9

6) $(3a-4)^2 = \ldots - 24a + \ldots$ Ответ: $9a^2$ и 16

11. Решите уравнение.

1) $(x+3)^2 - (x+1)^2 = 12$

Решение. Вначале мы можем упростить, раскрыв скобки. Затем решаем полученное уравнение.

$$(x+3)^2 - (x+1)^2 = 12$$
$$\cancel{x^2} + 6x + 9 - \cancel{x^2} - 2x - 1 = 12$$
$$4x + 8 = 12$$
$$4x = 12 - 8$$
$$4x = 4$$
$$x = 1.$$

2) $(x-3)^2 - (x+2)^2 = -25$ Ответ: $x = 3$

3) $(x+2)^2 - (x-1)^2 = 15$ Ответ: $x = 2$

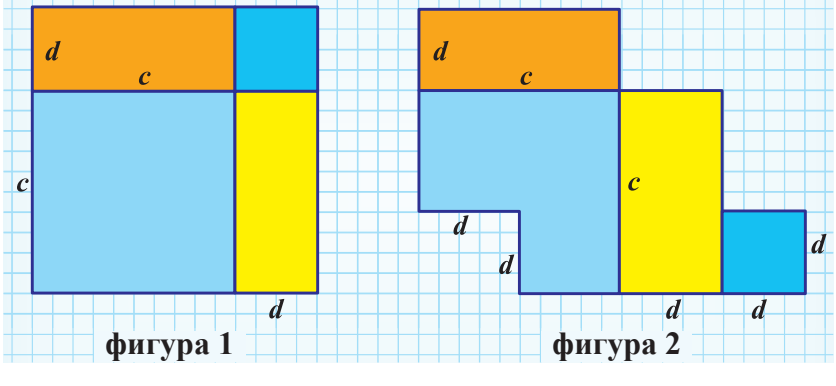
4) $(x-1)^2 - (x-2)^2 = 5$ Ответ: $x = 4$

12. Найдите площади фигур.

1) Решение. Эта фигура состоит из квадрата с размерами $c+d$ или двух прямоугольников и двух квадратов с размерами d и c, c и c, c и d, d и d.

Следовательно, площадь фигуры равна $S = (c+d)^2$ или $S = c^2 + 2cd + d^2$. Эти две площади равны, так как представляют одну фигуру. Т.е. $(c+d)^2 = c^2 + 2cd + d^2$.

2) Решение. $S = cd + c^2 - \cancel{d^2} + cd + \cancel{d^2} = c^2 + 2cd$



РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

Цель урока: познакомить учащихся с разностью квадратов; сформировать у учащихся умение производить действия над числовыми выражениями, используя свойства арифметических действий.

Все ученики	Уметь разлагать буквенные выражения на множители, используя разность квадратов двучленов.
Большинство учеников	Уметь разлагать на множители с использованием разности квадратов, уметь использовать разность квадратов при умножении многочлена на многочлен, уметь выполнять операции над числовыми выражениями.
Некоторые ученики	Уметь разлагать выражение на множители, упрощать, вычислять числовые выражения, решать уравнения.

Активизирующие вопросы: 1) Что называют разностью квадратов? 2) Может ли произведение двух двучленов быть также двучленом? 3) Можно ли записать разность двучленов как произведение различных двучленов? 4) Как вычислить произведение двух нечётных чисел по формуле разности квадратов?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении действий ошибаются в ходе решения разности квадратов. Для устранения этих ошибок проводится более глубокая тренировка по выполнению операций над многочленами разных видов, которые решаются с применением формулы разности квадратов.

Домашнее задание: Примеры 5-16 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Согласно правилу умножения многочленов $a - b$ и $a + b$, получим

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2.$$

$$[+ab - ab = 0\ ab]$$

Взаимно уничтожая подобные слагаемые в правой части, получаем

выражение $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Равенство $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ называют **формулой разности квадратов**.

Эту формулу удобно использовать при расчёте некоторых числовых выражений.

Пример 1. $101^2 - 91^2 = (101 - 91)(101 + 91) = 10 \cdot 192 = 1920$

Пример 2. $n^2 - 36 = n^2 - 6^2 = (n - 6)(n + 6)$

Пример 3. $36 - n^2 = 6^2 - n^2 = (6 - n)(6 + n)$

Пример 4. $36n^2 - 4 = (6n)^2 - 2^2 = (6n - 2)(6n + 2)$

Пример 5. $x^2 - 9y^2 = x^2 - (3y)^2 = (x - 3y)(x + 3y)$

Пример 6. $16x^2 - 25y^2 = (4x)^2 - (5y)^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$

Также научите учащихся выводить эти формулы геометрически (приведены в учебнике).

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Выполните умножение.

1) $(a+y)(a-y)$. Решение. По формуле разности квадратов имеем $(a+y)(a-y)=a^2-y^2$

2) $(n-m)(n+m)=n^2-m^2$

3) $(k-n)(k+n)=k^2-n^2$

4) $(b-c)(b+c)=b^2-c^2$

5) $(p-q)(p+q)=p^2-q^2$

6) $(l-k)(l+k)=l^2-k^2$

2. Разложите на множители.

1) a^2-c^2. Решение. По формуле $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ получаем $a^2-c^2=(a-c)(a+c)$.

2) $c^2-t^2=(c-t)(c+t)$ 3) $x^2-d^2=(x-d)(x+d)$ 4) $d^2-m^2=(d-m)(d+m)$

5) $y^2-n^2=(y-n)(y+n)$ 6) $b^2-m^2=(b-m)(b+m)$ 7) $y^2-k^2=(y-k)(y+k)$

8) $a^2-z^2=(a-z)(a+z)$ 9) $a^2-1=(a-1)(a+1)$ 10) $c^2-4=(c-2)(c+2)$

11) $9-d^2=(3-d)(3+d)$ 12) $16-m^2=(4-m)(4+m)$

3. Выполните умножение.

1) $(0{,}1+n)(0{,}1-n)$

Решение. Из формулы $(a–b)(a+b)=a^2–b^2$ получаем $(0{,}1+n)(0{,}1–n)=0{,}1^2–n^2=0{,}01–n^2$

2) $(k+1{,}1)(k-1{,}1)=k^2-1{,}21$

3) $(d-2{,}2)(d+2{,}2)=d^2-4{,}84$

4) $(0{,}4n-1)(0{,}4n+1)=0{,}16n^2-1$

5) $(2+1{,}1k)(2-1{,}1k)=4-1{,}21k^2$

6) $(3d-1{,}5)(3d+1{,}5)=9d^2-2{,}25$

4. Вычислите, используя формулу $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

1) $11\cdot 9$. Решение. $11\cdot 9=(10+1)(10-1)=10^2-1=100-1=99$;

2) $12\cdot 8=(10+2)(10-2)=96$

3) $13\cdot 7=(10+3)(10-3)=91$

4) $14\cdot 6=(10+4)(10-4)=84$

5) $15\cdot 5=(10+5)(10-5)=75$

5. Выполните умножение.

1) $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

2) $(x+y)(x-t)=x^2-t^2$

3) $(a-n)(a+n)=a^2-n^2$

4) $(x-11)(x+11)=y^2-121$;

5) $(c+9)(c-9)=c^2-81$

6) $(c-13)(c+13)=c^2-169$

7) $\left(2c-\frac{1}{3}d\right)\left(2c+\frac{1}{3}d\right)=4c^2-\frac{1}{9}d^2$

8) $\left(\frac{1}{3}x-3y\right)\left(\frac{1}{3}x+3y\right)=\frac{1}{9}x^2-9y^2$

6. Запишите в виде произведения двучленов.

1) $\frac{36}{81}-y^2=\left(\frac{6}{9}-y\right)\left(\frac{6}{9}+y\right)$

2) $\frac{100}{121}-n^2=\left(\frac{10}{11}-n\right)\left(\frac{10}{11}+n\right)$

3) $y^2-\frac{25}{36}=\left(y-\frac{5}{6}\right)\left(y+\frac{5}{6}\right)$

4) $h^2-\frac{100}{121}=\left(h-\frac{10}{11}\right)\left(h+\frac{10}{11}\right)$

7. Вычислите, используя формулу $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

1) $14^2-11^2=(14-11)(14+11)=3\cdot 25=75$

2) $20^2-19^2=39$

3) $51^2-41^2=920$

4) $54^2-45^2=891$

5) $76^2-24^2=5200$

6) $128^2-172^2=-13200$

7) $2{,}5^2-2{,}4^2=0{,}49$

8) $1{,}1^2-1^2=0{,}11$

8. Вычислите, используя формулу $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

1) $17 \cdot 23$. Решение. $17 \cdot 23 = (20-3)(20+3) = 20^2 - 3^9 = 400 - 9 = 391$

2) $29 \cdot 31 = 899$ 3) $47 \cdot 53 = 2491$ 4) $56 \cdot 64 = 3584$

5) $88 \cdot 92 = 8096$ 6) $73 \cdot 67 = 4891$ 7) $98 \cdot 102 = 9996$

8) $101 \cdot 99 = 9999$ 9) $102 \cdot 98 = 9996$ 10) $103 \cdot 97 = 9991$

11) $104 \cdot 96 = 9984$ 12) $105 \cdot 95 = 9975$

9. Упростите выражения.

1) $(5+a)(a-5) - a^2$. Решение. $(5+a)(a-5) - a^2 = a^2 - 5^2 - a^2 = -25$

2) $b^2 + (9-b)(9+b) = b^2 + 81 - b^2 = 81$ 3) $\left(\frac{1}{3} - c\right)\left(\frac{1}{3} + c\right) - \frac{1}{9} = -c^2$

4) $-\frac{16}{49} + \left(\frac{4}{7} - d\right)\left(\frac{4}{7} + d\right) = -d^2$ 5) $(0,9 - x)(x + 0,9) + x(1 + x) = x + 0,81$

6) $a(5-a) + (1,2+a)(a-1,2) = 5a - 1,44$

10. Выполните умножение.

1) $(c - d^2)(c + d^2)$

Решение. Заменим $d^2 = n$. Получаем $(c - d^2)(c + d^2) = (c - n)(c + n) = c^2 - n^2$.

Далее, подставив d^2, получаем, $c^2 - n^2 = c^2 - (d^2)^2 = c^2 - d^4$.

2) $(a^3 - b^5)(a^3 + b^5) = a^6 - b^{10}$ 3) $(a - b^9)(a + b^9) = a^2 - b^{18}$

4) $(3x^5 - 4y^9)(3x^5 + 4y^9) = 9x^{10} - 16y^{18}$ 5) $(6a^2 - 11b^3)(6a^2 + 11b^3) = 36a^4 - 121b^6$

6) $(7x^3y + 5)(7x^3y - 5) = 49x^6y^2 - 25$ 7) $(abc - 13)(abc + 13) = a^2b^2c^2 - 169$

8) $(9 - 4a^2b^9)(9 + 4a^2b^9) = 91 - 16a^4b^{18}$

11. Вычислите, используя формулу сокращённого умножения.

1) $999 \cdot 1001 = (1000-1)(1000+1) = 1000^2 - 1 = 1000\,000 - 1 = 999\,999$

2) $175 \cdot 225 = (200-25)(200+25) = 40000 - 625 = 39375$

3) $186 \cdot 214 = 39804$ 4) $1999 \cdot 2001 = 3\,999\,999$

5) $3,9 \cdot 4,1 = 15,99$ 6) $2,8 \cdot 3,2 = 8,96$

12. Упростите.

1) $(x-2)^2 - (x+2)(x-2)$

Решение. 1 способ. $(x-2)^2 - (x+2)(x-2) = (x-2)(x-2-x-2) = (x-2) \cdot (-4) = -4x + 8$

2 способ. $(x-2)^2 - (x+2)(x-2) = x^2 - 4x + 4 - x^2 + 4 = -4x + 8$

2) $(x+3)^2 - (x-3)(x+3) = 6x + 18$

3) $(2x - 5y)(2x + 5y) - (2x - 5y)^2 = 20xy - 50y^2$

4) $(-a-b)(a+b) - (a+b)(a-b) = -2a^2 - 2ab$

5) $(5a - 7)(5a + 7) - 25(a-2)^2 = 100a - 149$

6) $(-3a-1)^2 - (3a-1)(3a+1) = 6a + 2$

7) $(2x+4)(2x-4) - (2x+5)(2x-5) = 9$

8) $(x+4)(x+2) - (x-3)(x+3) = 6x + 17$

9) $(a+b)(a-b) - (a+b)^2 + (a-b)^2 = a^2 - 4ab - b^2$

10) $(a-c)(a+c) - (-b+c)(-b-c) = a^2 - b^2$

13. Решите уравнение.

1) $(3x-2)(2x+3) - 6(x-1)^2 = 5$. Решение. Мы можем упростить, раскрыв скобки. Затем находим его корень, используя правила решения уравнения.

$$(3x-2)(2x+3)-6(x-1)^2=5$$
$$6x^2+9x-4x-6-6(x^2-2x+1)=5$$
$$\cancel{6x^2}+5x-6-\cancel{6x^2}+12x-6=5$$
$$17x=17$$
$$x=1.$$

Ответ: $x=1$

2) $(-2x+7)(x+2)+2(x+1)^2=2$. Ответ: $x=-2$

3) $(x+3)(x+6)-(x+4)(x+5)=2$. Ответ: нет корней

4) $(x-5)(x+5)=(3x+1)(3x-1)-8(x+2)^2$. Ответ: $x=-0,25$

14. Разложите на множители, используя формулу $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.

1) $0,09x^2-0,16y^2=(0,3x)^2-(0,4y)^2=(0,3x-0,4y)(0,3x+0,4y)$

2) $4a^4-25d^4=(2a^2-5d^2)(2a^2+5d^2)$

3) $a^{100}-b^6=(a^{50}-b^3)(a^{50}+b^3)$

4) $a^2b^4-c^4d^2=(ab^2-c^2d)(ab^2+c^2d)$

5) $100d^6-121b^{10}=(10d^3-11b^5)(10d^3+11b^5)$

6) $a^4-b^8=(a^2-b^4)(a^2+b^4)$

7) $a^4-625=(a^2-25)(a^2+25)$

8) $b^4-81=(b^2-9)(b^2+9)$

9) $a^{20}-b^{30}=(a^{10}-b^{15})(a^{10}+b^{15})$

15. Вычислите.

1) $\dfrac{20^2-13^2}{31^2-24^2}$. Решение. Воспользовавшись формулой $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ разложим числитель и знаменатель дроби на множители: $\dfrac{20^2-13^2}{31^2-24^2}=\dfrac{(20-13)(20+13)}{(31-24)(31+24)}=\dfrac{\cancel{7}\cdot\cancel{30}^{2}}{\cancel{7}\cdot\cancel{45}_{3}}=\dfrac{2}{3}$

2) $\dfrac{17^2-22^2}{49^2-10^2}=\dfrac{(17-22)(17+22)}{(49-10)(49+10)}=\dfrac{-5\cdot\cancel{39}^{1}}{\cancel{39}_{1}\cdot 59}=-\dfrac{5}{59}$

3) $\dfrac{37^2-47^2}{72^2-12^2}=\dfrac{-\cancel{10}^{1}\cdot\cancel{84}^{1}}{\cancel{60}_{6}\cdot\cancel{84}_{1}}=-\dfrac{1}{6}$

4) $\dfrac{100^2-60^2}{70^2-90^2}=-2$

5) $\dfrac{38^2-28^2}{47^2-19^2}=\dfrac{5}{14}$

6) $\dfrac{53^2-25^2}{79^2-51^2}=\dfrac{39}{65}$

7) $\dfrac{181^2-61^2}{319^2-77^2}=\dfrac{10}{33}$

8) $\dfrac{200^2-380^2}{420^2-160^2}=-\dfrac{9}{13}$

16. Вычислите.

1) $2^2-1^2+3^2-2^2+4^2-3^2+\ldots+10^2-9^2$. Решение. Полностью запишем выражение. $2^2-1^2+3^2-2^2+4^2+3^2+5^2-4^2+6^2-5^2+7^2-6^2+8^2-7^2+9^2-8^2+10^2-9^2$. Произведём сокращения. $\cancel{2^2}-1^2+\cancel{3^2}-\cancel{2^2}+\cancel{4^2}-\cancel{3^2}+\cancel{5^2}-\cancel{4^2}+\cancel{6^2}-\cancel{5^2}+\cancel{7^2}-\cancel{6^2}+\cancel{8^2}-\cancel{7^2}+\cancel{9^2}-\cancel{8^2}+10^2-\cancel{9^2}=100-1=99$. Ответ: 99

2 способ. Воспользуемся формулой $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

$2^2-1^2+3^2-2^2+4^2-3^2+\ldots+10^2-9^2=(2-1)(2+1)+(3-2)(3+2)+(4-3)(4+3)+\ldots+$
$+(10-9)(10+9)=3+5+7+\ldots+17+19=(3+19)+(5+17)+(7+15)+(9+13)+11=$
$=22+22+22+22+11=4\cdot 22+11=88+11=99$

2) $12^2-11^2+13^2-12^2+14^2-13^2+\ldots+20^2-19^2=20^2-11^2=400-121=279$

3) $22^2-21^2+20^2-19^2+18^2-17^2+\ldots+10^2-9^2=217$

КУБ СУММЫ. КУБ РАЗНОСТИ

Цель урока: познакомить учащихся с кубом суммы и кубом разности; сформировать у учащихся умение производить числовые выражения и алгебраические действия с использованием куба суммы и куба разности.

Все ученики	Уметь выполнять операции над многочленами, используя куб суммы.
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над многочленами, используя куб суммы и куб разности.
Некоторые ученики	Уметь упрощать многочлены, используя куб суммы и куб разности, решение задач, связанных с их применением.

Активизирующие вопросы 1) Что называют кубом суммы? 2) Что называют кубом разности? 3) Из скольких членов будет состоять результат при возведении двучлена в куб? 4) Из скольких членов будет состоять разность куба двучлена и куба первого слагаемого этого двучлена?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Невнимательность в ходе возведения слагаемых в кубе суммы и кубе разности. Для устранения этих ошибок необходимо глубже изучить куб суммы и куб разности сначала по отдельности, а затем выполнять операции над многочленами в разных видах.

Домашнее задание: Примеры 1-2, 5-11, 15-16 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

$$(a + b)^3 = (a + b)\,(a + b)\,(a + b)$$

Чтобы найти куб суммы, умножьте выражение само на себя три раза.

Это двухэтапный процесс.

Шаг 1: Умножьте первые два выражения.

Шаг 2: Умножьте результат на третье выражение.

$$(a + b)^3 = (a + b)\,(a + b)\,(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)\,(a + b) =$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Формулу $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ называют **кубом суммы**.

$$(a - b)^3 = (a - b)\,(a - b)\,(a - b)$$

Чтобы найти куб разности, умножьте выражение само на себя три раза.

Это двухэтапный процесс.

Шаг 1: Умножьте первые два выражения.

Шаг 2: Умножьте результат на третье выражение.

$$(a - b)^3 = (a - b)\,(a - b)\,(a - b) = (a^2 - 2ab + b^2)\,(a - b) =$$
$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Формулу $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ называют **кубом разности**.

Примеры:

Пример 1. $(m + 3)^3 = (m)^3 + 3 \cdot (m)^2 \cdot 3 + 3 \cdot m \cdot (3)^2 + (3)^3 = m^3 + 9m^2 + 27m + 27$

Пример 2. $(4 + n)^3 = (4)^3 + 3 \cdot (4)^2 \cdot n + 3 \cdot 4 \cdot (n)^2 + (n)^3 = 64 + 48n + 12n^2 + n^3$

Пример 3. $(5 - y)^3 = (5)^3 - 3 \cdot (5)^2 \cdot y + 3 \cdot 5 \cdot (y)^2 - (y)^3 = 125 - 75y + 15y^2 - y^3$

Пример 4. $(6a - 1)^3 = (6a)^3 - 3 \cdot (6a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 6a \cdot (1)^2 - (1)^3 = 216a^3 - 108a^2 + 18a - 1$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Запишите в виде многочлена.

Указание. Воспользуемся формулами $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ и $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

1) $(a-c)^3$. Решение. $(a-c)^3 = a^3-3a^2c+3ac^2-c^3$

2) $(c+d)^3 = c^3+3c^2d+3cd^2+d^3$

3) $(z-t)^3 = z^3-3z^2t+3zt^2-t^3$

4) $(m+n)^3 = m^3+3m^2n+3mn^2+n^3$

5) $(1+x)^3 = 1+3x+3x^2+x^3$

6) $(a-1)^3 = a^3-3a^2+3a-1$

7) $(4-b)^3 = 64-48b+12b^2-b^3$;

8) $(y+2)^3 = y^3+6y^2+12y+8$

9) $(x+y)^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

10) $(m-n)^3 = m^3-3m^2n+3mn^2-n^3$

11) $(2x+1)^3 = 8x^3+12x^2+6x+1$

12) $(3x-2)^3 = 27x^3-54x^2+36x-8$

13) $(2a+3b)^3 = 8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$;

14) $(4a-b)^3 = 64a^3-48a^2b+12ab^2-b^3$

15) $(1-3x)^3 = 1-9x+27x^2-27x^3$

16) $(5+2n)^3 = 125+150n+60n^2+8n^3$

2. Вычислите.

Указание. Воспользуемся формулами $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ и $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

1) $2^3+3\cdot2^2\cdot3+3\cdot2\cdot3^2+3^3$. Решение. $2^3+3\cdot2^2\cdot3+3\cdot2\cdot3^2+3^3 = (2+3)^3 = 5^3 = 125$;

2) $4^3+3\cdot4^2\cdot6+3\cdot4\cdot6^2+6^3 = 1000$

3) $2^3-3\cdot2^2\cdot3+3\cdot2\cdot3^2-3^3 = (2-3)^3 = (-1)^3 = -1$

4) $5^3-3\cdot5^2\cdot4+3\cdot5\cdot4^2-4^3 = 1$

5) $7^3-3\cdot7^2\cdot3+3\cdot7\cdot3^2-3^3 = 64$

6) $1^3-3\cdot1^2\cdot6+3\cdot1\cdot6^2-6^3 = -125$

7) $8+3\cdot2^2\cdot3+3\cdot2\cdot3^2+27 = 125$

8) $4^3+3\cdot16\cdot6+3\cdot4\cdot36+6^3 = 1000$;

9) $8^3+30\cdot8\cdot2+2^3 = 8^3+3\cdot(8+2)\cdot8\cdot2+2^3 = 8^3+3\cdot8^2\cdot2+3\cdot8\cdot2^2+2^3 = (8+2)^3 = 1000$

10) $9^3+30\cdot9\cdot1+2^3 = 1000$

3. Упростите и вычислите согласно значениям.

1) $(x-1)^3-x^3+5$, здесь $x = 0; 1; 2$. Решение. Раскрываем скобки, а затем упрощаем. Находим его значение, подставляя значения x в полученное выражение.

$(x-1)^3-x^3+5 = \cancel{x^3}-3x^2+3x-1-\cancel{x^3}+5 = -3x^2+3x+4$

$x=0$: $-3x^2+3x+4 = -3\cdot0^2+3\cdot0+4 = 4$

$x=1$: 4 $\quad$ $x=2$: -2

2) $(y-2)^3-(y+2)^3 = \cancel{y^3}-6y^2+\cancel{12y}-8-\cancel{y^3}-6y^2-\cancel{12y}-8 = -12y^2-16$

при $y=-2$ $\quad$ $-12y^2-16 = -12\cdot(-2)^2-16 = -48-16 = -64$

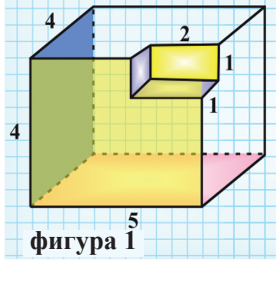
$y=0$: -16 $\quad$ $y=3$: -124

4. Найдите объём фигур.

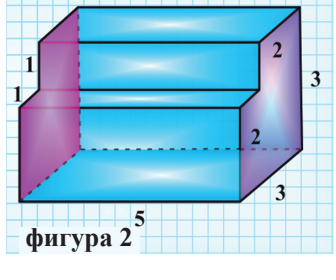
1) Решение. Параллелепипед со сторонами 1, 1, 2 вырезали из параллелепипеда со сторонами 5, 4, 4. Итак, находим объём данной фигуры, вычитая объём малого параллелепипеда из объёма большого параллелепипеда.

$V = 5\cdot4\cdot4-1\cdot1\cdot2 = 80-2 = 78$. Ответ: 78

2) Ответ: $V = 40$



фигура 1



фигура 2

5. Представьте в виде многочлена.

1) $(ab-1)^3 = a^3b^3 - 3a^2b^2 + 3ab - 1$
2) $(a^2+b^2)^3 = a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6$
3) $(a^7-b^9)^3 = a^{21} - 3a^{14}b^9 + 3a^7b^{18} - b^{27}$
4) $(a^6+x^6)^3 = a^{18} + 3a^{12}x^6 + 3a^6x^{12} + x^{18}$
5) $(abc-9)^3 = a^3b^3c^3 - 27a^2b^2c^2 + 243abc - 729$
6) $(ab+cd)^3 = a^3b^3 + 3a^2b^2cd + 3abc^2d^2 + c^3d^3$
7) $(a^2+a^3)^3 = a^6 + 3a^7 + 3a^8 + a^9$
8) $(xy^2+x^2y)^3 = x^3y^6 + 3x^4y^5 + 3x^5y^4 + x^6y^3$

6. Представьте в виде куба суммы или куба разности двучлена.

1) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$
2) $y^3 - 3y^3 + 3y - 1 = (y-1)^3$
3) $8 + 12a + 6a^2 + a^3 = (8+a)^3$
4) $1 - 6c + 12c^2 - 8c^3 = (1-2c)^3$

7. Вычислите.

1) $17^3 + 3\cdot17^2\cdot23 + 3\cdot17\cdot23^2 + 23^3 = (17+23)^3 = 40^3 = 64000$
2) $84^3 - 3\cdot84^2\cdot14 + 3\cdot84\cdot14^2 - 14^3 = (84-14)^3 = 70^3 = 343000;$
3) $17^3 + 69\cdot17^2 + 51\cdot23^2 + 23^3 = 64000$
4) $84^3 - 42\cdot84^2 + 252\cdot14^2 - 14^3 = 70^3 = 343000$

8. Упростите.

1) $(x+y)^3 + (x-y)^3 = x^3 + \cancel{3x^2y} + 3xy^2 + \cancel{y^3} + x^3 - \cancel{3x^2y} + 3xy^2 - \cancel{y^3} = 2x^3 + 3xy^2$
2) $(x-y)^3 - (x+y)^3 = \cancel{x^3} - 3x^2y + \cancel{3xy^2} - y^3 - \cancel{x^3} - 3x^2y - \cancel{3xy^2} - y^3 = -2y^3 - 3x^2y$
3) $(2x-3)^3 - (2x+3)^3 = -72x^2 - 54;$
4) $(2a+3b)^3 - (2a-3b)^3 = 72a^2b + 54b^3$

9. Запишите в виде куба суммы двучлена.

1) $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 = (2a-b)^3$
2) $x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3 = (x+3y)^3;$
3) $64m^3 - 48m^2 + 12m - 1 = (4m-1)^3$
4) $p^{12} + 3p^8q^5 + 3p^4q^{10} + q^{15} = (p^4+q^5)^3$

10. Упростите выражения.

1) $(x-1)^3 - x^3 + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - x^3 + 1 = -3x^2 + 3x$
2) $(x-2)^3 + 8 - x^3 = -6x^2 + 12x$
3) $(1-a)^3 - 3a^2 - 1 = -a^3 - 3a$
4) $(d+2)^3 - 6d^2 - d^3 = 12d + 8.$

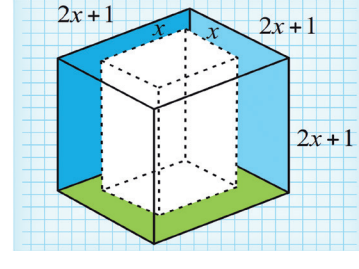
11. Выполните умножение.

1) $(a-1)(a^2+a+1)$

Решение. Раскрыв скобки, упрощаем. $(a-1)(a^2+a+1) = a^3 + \cancel{a^2} + \cancel{a} - \cancel{a^2} - \cancel{a} - 1 = a^3 - 1$

2) $(a+3)(a^2-3a+9) = a^3 + 27;$
3) $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 + 8$
4) $(n-4)(n^2+4n+16) = n^3 - 64$

12. Каждая сторона деревянного куба равна $2x+1$ cm. Из него вырезали кусок со сторонами, равными x см. Найдите объём оставшегося куска дерева.



Решение. От объёма большого деревянного куба вычитаем объём вырезанного кусочка.

$V = (2x+1)^3 - x^2(2x+1) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 - 2x^3 - x^2 =$

$= 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1.$

РАЗНОСТЬ И СУММА КУБОВ

Цель урока: познакомить учащихся с суммой и разностью кубов; сформировать у учащихся умение производить действия над числовыми и буквенными выражениями с помощью суммы и разности кубов.

Все ученики	Уметь выполнять простейшие действия над двучленами по формулам суммы и разности кубов
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над произвольными многочленами с использованием формул суммы и разности кубов.
Некоторые ученики	Уметь применять формулы суммы и разности кубов к практическим примерам и задачам.

Активизирующие вопросы:1) Что такое сумма кубов? 2) Что называют разностью кубов? 3) Чему равна разность кубов двух одинаковых одночленов? 4) Каков результат разности кубов двух чисел?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению .При выполнении операций с использованием формул суммы и разности кубов невнимательны в ходе решения. Для устранения этих ошибок необходимо учить сумму и разность кубов отдельно, а затем углубленно выполнять операции над алгебраическими выражениями смешанного типа.

Домашнее задание: Примеры 1-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} + \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} + b^3 = a^3 + b^3$$

Умножаем каждый член первого многочлена на каждый член второго многочлена и упрощаем. Запишем выражение следующим образом:

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ – формула **суммы кубов**.

Таким же образом можно получить формулу разности кубов:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ – формула **разности кубов**.

Пример

Пример 1. Упростите выражение $64c^3 - (4c + 1)(16c^2 - 4c + 1)$.

$64c^3 - (4c + 1)(16c^2 - 4c + 1) = 64c^3 - (64c^3 + 1) = 64c^3 - 64c^3 - 1 = -1$

Пример 2. Разложите на множители $8a^3 - b^3$.

$8a^3 - b^3 = (2a)^3 - b^3 = (2a - b)((2a)^2 + 2ab + b^2) = (2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Разложите на множители.

1) u^3+v^3

Решение. Воспользуемся формулой $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ и $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$. $u^3+v^3=(u+v)(u^2-uv+v^2)$

2) $a^3-c^3=(a-c)(a^2+ac+c^2)$

3) $m^3+n^3=(m+n)(m^2-mn+n^2)$

4) $k^3-1^3=(k-1)(k^2+k+1)$

5) $a^3+1=(a+1)(a^2-a+1)$

6) $c^3-8^3=(c-8)(c^2+8c+64)$

7) $d^3-27=(d-3)(d^2+3d+9)$

8) $a^3+125=(a+5)(a^2-5a+25)$

9) $27x^3+y^3=(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$

2. Используя формулы суммы или разности кубов, представьте выражение в виде двучлена.

1) $(a+2)(a^2-2a+4)=a^3+8$

2) $(a-3)(a^2+3a+9)=a^3-27$;

3) $(a-4)(a^2+4a+16)=a^3-64$

4) $(5+b)(25-5b+b^2)=125+b^3$

5) $(2a-5)(4a^2+10a+25)=8a^3-125$

6) $(x^3-y^2)(x^6+x^3y^2+y^4)=x^9-y^6$

7) $(a^4-1)(a^8+a^4+1)=a^{12}-1$

8) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)=x^3+27y^3$

3. Разложите на множители.

1) $5x^3+5=5(x^3+1)=5(x+1)(x^2-x+1)$

2) $10y^3+10=10(y^3+1)=10(y+1)(y^2-y+1)$

3) $m^4n-mn^4=mn(m^3-n^3)=mn(m-n)(m^2+mn+n^2)$

4) $a^5b^2+a^2b^5=a^2b^2(a^3+b^3)=a^2b^2(a+b)(a^2-ab+b^2)$

5) $a^5b-a^2b^4=a^2b(a^3-b^3)=a^2b(a-b)(a^2+ab+b^2)$

6) $54a^3-16=2(27a^3-8)=2(3a-2)(9a^2+6a+4)$

7) $2ad^3+16a^4=2a(d^3+8a^3)=2a(d+2a)(d^3-2ad+4a^2)$

8) $a^4b-ab^4=ab(a^3-b^3)=ab(a-b)(a^2+ab+b^2)$

4. Вычислите.

1) $\dfrac{7^3-1^3}{7^2+7\cdot1+1^2}$. Решение. Разложим на множители числитель дроби.

$$\frac{7^3-1^3}{7^2+7\cdot1+1^2}=\frac{(7-1)(7^2+7\cdot1+1^2)}{7^2+7\cdot1+1^2}=7-1=6$$

2) $$\frac{8^3+1^3}{8^2-8\cdot1+1^2}=\frac{(8+1)(8^2-8\cdot1+1^2)}{8^2-8\cdot1+1^2}=8+1=9$$

3) $$\frac{3^2-3\cdot5+5^2}{3^3+5^3}=\frac{3^2-3\cdot5+5^2}{(3+5)(3^2-3\cdot5+5^2)}=\frac{1}{3+5}=\frac{1}{8}$$

4) $$\frac{(6^2-2^2)(6^2+6\cdot2+2^2)}{6^3-2^3}=\frac{(6-2)(6+2)(6^2+6\cdot2+2^2)}{(6-2)(6^2+6\cdot2+2^2)}=6+2=8$$

5) $$\frac{8^2+8\cdot5+5^2}{8^3-5^3}=\frac{8^2+8\cdot5+5^2}{(8-5)(8^2+8\cdot5+5^2)}=\frac{1}{8-5}=\frac{1}{3}$$

6) $$\frac{(6^2-7^2)(6^2-6\cdot7+7^2)}{6^3+7^3}=\frac{(6-7)(6+7)(6^2-6\cdot7+7^2)}{(6+7)(6^2-6\cdot7+7^2)}=6-7=-1$$

5. Разложите на множители многочлен.

1) $a^3+b^3+a+b=(a+b)(a^2-ab+b^2)+(a+b)=(a+b)(a^2-ab+b^2+1)$

2) $a^3-b^3+a-b=(a-b)(a^2+ab+b^2+1)$

3) $x^3+y^3-x-y=(x+y)(x^2-xy+y^2)-(x+y)=(x+y)(x^2-xy+y^2-1)$

4) $x^3-y^3-x+y=(x-y)(x^2+xy+y^2-1)$

5) $a^3+b^3+7a+7b=(a+b)(a^2-ab+b^2)+7(a+b)=(a+b)(a^2-ab+b^2+7)$

6) $a^3-b^3+5a-5b=(a-b)(a^2+ab+b^2+5)$

6. Разложите на множители.

1) $a^3-b^6=(a-b^2)(a^2+ab^2+b^4)$

2) $m^9+n^3=(m^3+n)(m^6-m^3n+n^2)$

3) $x^6+y^{12}=(x^2+y^4)(x^4-x^2y^4+y^8)$

4) $a^{12}-n^{15}=(a^4-n^5)(a^8+a^4n^5+n^{10})$

5) $8a^3-27=(2a-3)(4a^2+6a+9)$

6) $125m^3+n^3=(5m+n)(25m^2-5mn+n^2)$

7. Используя формулы суммы или разности кубов, представьте выражение в виде двучлена.

1) $(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)=a^3+8b^3$

2) $(a-3c)(a^2+3ac+9c^2)=a^3-27c^3$

3) $(3a-4)(9a^2+12a+16)=27a^3-64$

4) $(5a+b)(25a^2-5ab+b^2)=125a^3+b$

5) $(2a-5)(4a^2+10a+25)=8a-125$

6) $(x^3+y^2)(x^6-x^3y^2+y^4)=x^9+y^6$

8. Разложите на множители.

1) $5x^3+40=5\,(x^3+8)=5\,(x+2)(x^2-2x+4)$

2) $10y^3+10\,000=10\,(y^3+1000)=10\,(y+10)(y^2-10y+100)$

3) $m^7n+mn^7=mn(m^6+n^6)=mn(m^2+n^2)(m^4-m^2n^2+n^4)$

4) $a^8b^2-a^2b^8=a^2b^2(a^6-b^6)=a^2b^2((a^3)^2-(b^3)^2)=a^2b^2(a^3-b^3)(a^3-b^3)=$
$=a^2b^2(a-b)(a-b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

5) $a^8b^2-a^2b^4=a^2b^2(a^6-b^2)=a^2b^2((a^3)^2-b^2)=a^2b^2(a^3-b)(a^3+b)$

6) $54a^3+16a^6=3a^3(27+8a^3)=3a^3(3+2a)(9-6a+4a^2)$

9. Вычислите.

1) $(17-1)(17^2+17\cdot1+1^2)-(17-2)(17^2+17\cdot2+2^2)=17^3-1-17^3+8=7$

2) $(25-2)(25^2+25\cdot2+2^2)-(25-3)(25^2+25\cdot3+3^2)=25^3-8-25^3+27=19$

3) $\dfrac{79^3-19^3}{79^2+79\cdot19+19^2}=\dfrac{(79-19)(79^2+79\cdot19+19^2)}{79^2+79\cdot19+19^2}=79-19=60$

4) $\dfrac{84^3+16^3}{84^2-84\cdot16+16^2}=\dfrac{(84+16)(84^2-84\cdot16+16^2)}{84^2-84\cdot16+16^2}=84+16=100$

5) $\dfrac{2{,}73^2-2{,}73\cdot1{,}27+1{,}27^2}{2{,}73^3+1{,}27^3}=\dfrac{2{,}73^2-2{,}73\cdot1{,}27+1{,}27^2}{(2{,}73+1{,}27)(2{,}73^2-2{,}73\cdot1{,}27+1{,}27^2)}=\dfrac{1}{2{,}73+1{,}27}=\dfrac{1}{4}$

6) $\dfrac{(65^2-25^2)(65^2+65\cdot25+25^2)}{65^3-25^3}=\dfrac{(65-25)(65+25)(65^2+65\cdot25+25^2)}{(65-25)(65^2+65\cdot25+25^2)}=65+25=90$

10. Покажите, что выражение кратно 10.

1) 7^3+3^3

Решение. Воспользуемся формулой $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$.

$7^3+3^3=(7+3)(7^2-7\cdot3+3^2)=10\cdot(49-21+9)=10\cdot37=370$. Число 370 делится на 10.

2) $47^3-17^3=(47-17)(47^2+47\cdot17+17^2)=30\cdot(47^2+47\cdot17+17^2)=3\cdot10\cdot(47^2+47\cdot17+17^2)$

Если один из множителей делится на 10, то произведение тоже делится на 10.

3) $1^3+2^3+3^3+...+99^3$. Запишем это выражение в следующем виде:

$(1^3+99^3)+(2^3+98^3)+(3^3+97^3)+...+(49^3+51^3)+50^3$. Здесь каждую скобку разложим на множители.

$(1+99)(1^2-1\cdot99+99^2)+(2+98)(2^2-2\cdot98+98^2)+(3+97)(3^2-3\cdot97+97^2)+...$

$...+(49+51)(49^2-49\cdot51+51^2)+50^3=100\cdot(1^2-1\cdot99+99^2)+100\cdot(2^2-2\cdot98+98^2)+$

$+100\cdot(3^2-3\cdot97+97^2)+...100\cdot(49^2-49\cdot51+51^2)+100\cdot1250=100\cdot((1^2-1\cdot99+99^2)+$

$+(2^2-2\cdot98+98^2)+(3^2-3\cdot97+97^2)+...+(49^2-49\cdot51+51^2)+1250)$.

В этом выражении один из множителей равен 100. Таким образом, выражение делится на 10.

4) $2^3+4^3+6^3+...+98^3$. Аналогично примеру 3 находим решение.

$(2^3+98^3)+(4^3+96^3)+...+(48^3+52^3)=100\cdot(2^2-2\cdot98+98^2+4^2-4\cdot96+96^2+...$

$...+48^2-48\cdot52+52^2)$

5) $2^3-1^3+3^3-2^3+4^3-3^3+...+101^3-100^3=101^3-1^3=(101-1)(101^2+101\cdot1+1^2)=$

$=100\cdot(101^2+101\cdot1+1^2)$

6) $1^3+3^3+5^3+...+99^3=100\cdot(1^2-1\cdot99+99^2+3^2-3\cdot97+97^2+...+49^2-49\cdot51+51^2)$

11. Разложите на множители.

1) $(a-b)^3+(b-c)^3-(a-c)^3$

Решение. Произведём замену $a-b=x$; $b-c=y$; $a-c=z$. Видно, что $x+y=z$.

Таким образом, $x^3+y^3-(x+y)^3=\cancel{x^3}+\cancel{y^3}-\cancel{x^3}-3x^2y-3xy^2-\cancel{y^3}=-3xy(x+y)$

Если вернёмся к первоначальным величинам, получим $-3(a-b)(b-c)(a-c)$.

2) $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

Решение. Произведём замену $a-b=x$; $b-c=y$; $c-a=z$. Видно, что $-(x+y)=z$.

Таким образом, $x^3+y^3+(-(x+y))^3=\cancel{x^3}+\cancel{y^3}-\cancel{x^3}-3x^2y-3xy^2-\cancel{y^3}=-3xy(x+y)$

Если вернёмся к первоначальным величинам, получим $3(a-b)(b-c)(a-c)$.

3) $(2x-3y)^3+(5z-2x)^3+(3y-5z)^3$

Решение. Произведём замену $2x-3y=a$; $5z-2x=b$; $3y-5z=c$. Видно, что $-(a+b)=c$.

Таким образом, $a^3+b^3+(-(a+b))^3=\cancel{a^3}+\cancel{b^3}-\cancel{a^3}-3a^2b-3ab^2-\cancel{b^3}=-3ab(a+b)$

Если вернёмся к первоначальным величинам, получим $3(2x-3y)(5z-2x)(3y-5z)$.

4) $(2x-3y)^3-(5z+2x)^3+(3y+5z)^3$

Решение. Произведём замену $2x-3y=a$; $5z+2x=b$; $3y+5z=c$. Видно, что $a+c=b$.

Таким образом, $a^3-(a+c)^3+c^3=\cancel{a^3}-\cancel{a^3}-3a^2c-3ac^2-\cancel{c^3}+\cancel{c^3}=-3ac(a+c)$

Если вернёмся к первоначальным величинам, получим $-3(2x-3y)(5z+2x)(3y+5z)$.

12. Для скольких натуральных чисел $a < 100$ выражение $\frac{a^3+23}{24}$ будет натуральным числом?

Решение. $\frac{a^3+23}{24}=\frac{a^3-1+24}{24}=\frac{a^3-1}{24}+1=\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{24}+1$. Если выражение $a-1$ равно 0, 24, 48, 72, 96 выражение натуральное число $\frac{a^3+23}{24}$. Таким образом, ответ: $a=1; 25; 49; 73; 97$

13. Покажите, что выражение $(2n + 5)^3 – (2n – 5)^3$ кратно 10.

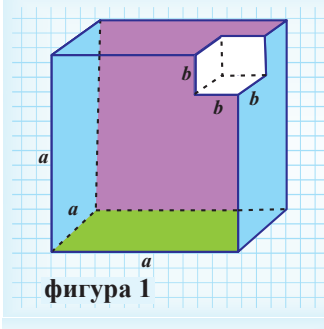
Решение.

1 способ. Раскроем скобки у данного выражения. $(2n+5)^3-(2n-5)^3=\cancel{8n^3}+60n^2+150+\cancel{150n}+125-\cancel{8n^3}+60n^2-\cancel{150n}+125=120n^2+250=10\cdot(12n^2+25)$.

Один из множителей равен 10. Поэтому выражение кратно 10.

2 способ. Введём обозначения $2n+5=a, 2n-5=b$ по формуле разложим на множители $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$. $(\cancel{2n}+5-\cancel{2n}+5)((2n+5)^2+(2n+5)(2n-5)+(2n-5)^2)=10\cdot((2n+5)^2+(2n+5)(2n-5)+(2n-5)^2)$. В полученном выражении один из множителей равен 10. выражение кратно 10.

14. Найдите объём фигур.

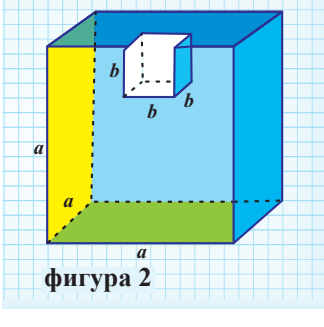


фигура 1

Фигура 1.

Решение. От объёма куба с ребром равным a, вычтем объём куба, с ребром равным b.

Ответ: $V=a^3-b^3$



фигура 2

Фигура 2.

Ответ: $V=a^3-b^3$

ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

13. Какая запись определяет выражение $xy + 1$?

A) Прибавьте к 1 y, затем умножьте на x

B) Умножьте x и y на 1

C) Сложите x и y, затем прибавьте 1

D) Умножьте x и y, затем прибавьте 1

Ответ: D

СПОСОБЫ РАЗЛОЖЕНИЯ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ

Цель урока: познакомить учащихся со способами разложения многочленов на множители; сформировать у учащихся умение выполнять действия над числовыми и буквенными выражениями с использованием способов разложения многочленов на множители.

Все ученики	Уметь производить операции над многочленами методом разности квадратов при разложении многочленов на множители.
Большинство учеников	Уметь производить операции над числовыми и буквенными выражениями методами разности квадратов и разности и суммы кубов при разложении многочленов на множители.
Некоторые ученики	Умение выполнять операции над числовыми выражениями и алгебраическими выражениями, используя методы разложения многочленов на множители.

Активизирующие вопросы: 1) Какие формулы сокращённого умножения вы знаете? 2) Что называется общим множителем? 3) Сформулируйте распределительное свойство умножения относительно сложения? 4) Каким числом заканчивается разность квадратов противоположных чисел?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Ошибки в разложении многочленов при упрощении выражений. Чтобы исключить эти ошибки, необходимо правильно пользоваться формулами сокращённого умножения, научить производить действия над алгебраическими выражениями различных форм, находить общий множитель при разложении на множители.

Домашнее задание: Примеры 1-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Познакомимся со способами разложения выражения на множители с помощью формул сокращённого умножения.

Пример 1. Разложите на множители $x^4 + 4$. $x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^4 + 4x^2 + 4) - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$

Пример 2. Разложите на множители $(2a + 3b)^2 - (3a - 2b)^2$.

$(2a + 3b)^2 - (3a - 2b)^2 = (\underline{2a} + 3b - \underline{3a} + 2b)(\underline{2a} + 3b + \underline{3a} - 2b) = (-a + 5b)(5a + b)$

Пример 3. Разложите на множители $(2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2$.

$(2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2 = 2^2a^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + 3^2b^2 + 3^2a^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + 2^2b^2 = \underline{4a^2} + 9b^2 + = = \underline{9a^2} + 4b^2 = 13a^2 + 13b^2 = 13(a^2 + b^2)$

Пример 4. Разложите на множители $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2$.

$(ax + by)^2 + (ay - bx)^2 = a^2x^2 + 2axby + b^2y^2 + a^2y^2 - 2aybx + b^2x^2 = \underline{a^2x^2} + b^2y^2 + \underline{a^2y^2} + +b^2x^2 = a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2)(a^2 + b^2)$

Пример 5. Разложите на множители $a^2 - a - 12$.

$a^2 - a - 12 = a^2 - 9 - a - 3 = (a - 3)(a + 3) - (a + 3) = (a + 3)(a - 3 - 1) = (a + 3)(a - 4)$

Пример 6. Разложите на множители $x^4 + 3x^2 + 4$.

$x^4 + 3x^2 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - x^2 = (x^2 + 2)^2 - x^2 = (x^2 + 2 - x)(x^2 + 2 + x) = (x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$

Пример 7. Разложите на множители $x^4 - 5x^2 + 4$.

$x^4 - 5x^2 + 4 = x^4 - 4x^2 + 4 - x^2 = (x^2 - 2)^2 - x^2 = (x^2 - 2 - x)(x^2 - 2 + x)$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

Разложите на множители (1 – 6).

1. 1) x^3-64y^3

Решение. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ используя формулу x^3-64y^3 разделить выражение и умножить его: $x^3-64y^3=(x-4y)(x^2+4xy+16y^2)$

2) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ мы используем формулу. $p^3q^3+n^3=(pq+n)(p^2q^2-pqn+n^2)$

3) $a^6-b^6=(a^3)^2-(b^3)^2=(a^3-b^3)(a^3+b^3)=(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)(a^2-ab+b^2)$

4) $m^6+(pn)^6=(m+pn)(m-pn)(m^2-mpn+p^2n^2)(m^2+mpn+p^2n^2)$

5) $(m-n)^3+n^3=m(m^2-3mn+3n^2)$

6) $(a-2)^3-8=a(a^2-6a+12)$

7) $8c^3+(c-d)^3=3(3c-d)(c^2+d^2)$

8) $27a^3-(a-b)^3=(2a+b)(13a^2-5ab+b^2)$

2. 1) $27a^9+8d^{12}=(3a^3+2d^4)(9a^6-6a^3d^4+4d^8)$

2) $a^{18}+b^{15}=(a^6+b^5)(a^{12}-a^6b^5+b^{10})$

3) $a^{27}b^{30}-1=(a^9b^{10}-1)(a^{18}b^{20}+a^9b^{10}+1)$

4) $a^3b^6c^9+8=(ab^2c^3+2)(a^2b^4c^6-2ab^2c^3+4)$

3. 1) $1-125c^3=(1-5c)(1+5c+25c^2)$

2) $8+125c^6=(2+5c^2)(4-10c^2+25c^4)$

3) $x^3+1000=(x+10)(x^2-10x+100)$

4) $a^{60}-b^{30}=(a^{20}-b^{15})(a^{40}+a^{20}b^{15}+b^{30})$

5) $a^{45}-b^{51}=(a^{15}-b^{17})(a^{30}+a^{15}b^{17}+b^{34})$

6) $a^{30}b^{15}-c^{45}d^{75}=(a^{10}b^5-c^{15}d^{25})(a^{20}b^{10}+a^{10}b^5c^{15}d^{25}+c^{30}bd^{50})$

7) $64a^5-a^2=a^2(4a-1)(16a^2+4a+1)$

8) $1000x^6-343x^3y^3=x^3(10x-7y)(100x^2+70xy+49y^2)$

9) $x^{12}-y^{12}=(x^6)^2-(y^6)^2=(x^6-y^6)(x^6+y^6)=((x^3)^2-(y^3)^2)(x^6+y^6)=$

$=(x^3-y^3)(x^3+y^3)(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)=(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)\cdot$

$\cdot(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

10) $x^{12}+y^{12}=(x^4+y^4)(x^8-x^4y^4+y^8)$

4. 1) $(3x-4)(3x+4)-4(3x-4)=(3x-4)(3x+\cancel{4}-\cancel{4})=3x(3x-4)$

2) $-5x(5x-2)-(5x+2)(2-5x)=2(5x-2)$

3) $(x+6y)^2-(6y+x)(6y-x)=2x(x+6y)$

4) $(x+1)(2x-1)+x^2+2x+1=4x(x+1)$

5. 1) $a(b+c)+(3b+3c)=a(b+c)+3(b+c)=(b+c)(a+3)$

2) $(5a-5b)-(ac-bc)=(a-b)(5-c)$

3) $(mn+mp)-(n+p)=(m-1)(n+p)$

4) $(ax-ay)-(bx-by)=(a-b)(x-y)$

скачано с сайта www.idum.uz

6. 1) $ac+bc+2ad+2bd=c(a+b)+2d(a+b)=(a+b)(c+2d)$

2) $xy+xn-3mn-3my=(x-3m)(y+n)$

3) $3ax-4ay+3bx-4by=(a+b)(3x-4y)$

4) $2ax-bx-4a+2b=(x-2)(2a-b)$

Разложите на множители (7 – 10).

7. 1) $6a^2+9ab+8ac+12bc=3a(2a+3b)+4c(2a+3b)=(3a+4c)(2a+3b)$

2) $15a^2+20ab+3ac+4bc=(5a+c)(3a+4b)$

3) $6ab+21b+8a+28=(3b+4)(2a+7)$

4) $8x^2+12xy+10xz+15yz=(4x+5z)(2x+3y)$

5) $30x^3y-15x^2y^2-20x^4y^2+10x^3y^3=5x^2y(15-10xy)(2x-y)$

6) $-24a^4b^4+8a^3b^4+12a^2b^3-4ab^3=ab^3(-8a^2b+4)(3a-1)$

8. 1) $a^2-a-2=a^2-1-a-1=(a-1)(a+1)-(a+1)=(a+1)(a-1-1)=(a+1)(a-2)$

2) $b^2+6ab+5a^2=(b+5a)(b+a)$

3) $m^2-5mn+6n^2=(m-2n)(m-3n)$

4) $2x^2+3xy+y^2=(2x+y)(x+y)$

5) $b^2-6ab+5a^2=(b-5a)(b-a)$

6) $b^2+6ab-7a^2=(b+7a)(b-a)$

9. 1) $(x^2+1)^2-4x^2=(x^2+1-2x)(x^2+1+2x)=(x^2-2x+1)(x^2+2x+1)=(x-1)^2(x+1)^2$

2) $(x^2+9)^2-36x^2=(x-3)^2(x+3)^2$

3) $x^4+x^2+1=(x^2)^2+2x^2+1-x^2=(x^2+1)^2-x^2=(x^2-x+1)(x^2+x+1)$

4) $x^8+x^4+1=(x^4)^2+2x^4+1-x^4=(x^4+1)^2-(x^2)^2==(x^4-x^2+1)(x^4+x^2+1)=$
$=(x^4-x^2+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$

5) $x^4+5x^2+9=(x^2)^2+6x^2+9-x^2=(x^2+3)^2-x^2=(x^2-x+3)(x^2+x+3)$

6) $x^4-9x^2+16=(x^2)^2-8x^2+16-x^2=(x^2-4)^2-x^2=(x^2-x-4)(x^2+x+4)$

10. 1) $(a+b)^2-(a-b)^2=((a+b)-(a-b))((a+b)+(a-b))=(a+b-a+b)(a+b+a-b)=4ab$

2) $(a-b)^2-(a+b)^2=((a-b)-(a+b))((a-b)+(a+b))=(a-b-a-b)(a-b+a+b)=-4ab$

3) $(2c-d)^2-(2c+d)^2=-8cd$

4) $(c-3d)^2-(c+3d)^2=-6cd$

5) $(a+b)^2-(c+d)^2=(a+b-c-d)(a+b+c+d)$

6) $(a-b)^2-(c-d)^2=(a-b-c+d)(a-b+c-d)$

7) $(a+b)^2-(c-d)^2=(a+b-c+d)(a+b-c+d)$

8) $(a-b)^2-(c+d)^2=(a-b-c-d)(a-b+c+d)$

11*. Усложнённые примеры для разложения на множители.

1) Разложите на множители $a^2(b+c)+b^2(a+c)+c^2(a+b)+2abc$.

Решение. $a^2(b+c)+b^2(a+c)+c^2(a+b)+2abc=a^2b+a^2c+ab^2+abc+b^2c+bc^2+abc+ac^2=$
$=a^2(b+c)+ab(b+c)+bc(b+c)+ac(b+c)=(b+c)(a^2+ab+bc+ac)=$
$=(b+c)(a(a+b)+c(b+a))=(a+b)(a+c)(b+c)$

2) Покажите, что если $a = b + 1$, тогда $(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)\ldots(a^{64} + b^{64}) = a^{128} - b^{128}$.

Решение. $(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)...(a^{64}+b^{64}) = 1\cdot(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)...(a^{64}+b^{64})$.

Из выражения $a = b+1$ получим $a-b=1$, вместо 1 запишем $(a-b)$:

$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)...(a^{64}+b^{64})$.

Теперь последовательно перемножим по две скобки:

$(a-b)(a+b) = a^2-b^2$, $(a^2-b^2)(a^2+b^2) = a^4-b^4$, $(a^4-b^4)(a^4-b^4) = a^8-b^8$. И так далее. В результате $(a^{64}-b^{64})(a^{64}+b^{64}) = a^{128}-b^{128}$

3) Покажите, что если $a + b + c = 0$, тогда$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Решение. Записав $a = -c - b$ в выражение, $a^3 + b^3 + c^3$ подставим a.

$(-c-b)^3 + b^3 + c^3 = -c^3 - 3c^2b - 3cb^2 - b^3 + b^3 + c^3 = 3bc(-c-b) = 3abc$

4) Разложите на множители $bc\,(b + c) + ac\,(c - a) - ab\,(a + b)$.

Решение. $bc(b+c)+ac(c-a)-ab(a+b) = b^2c+bc^2+ac^2-a^2c-a^2b-ab^2 =$

$= b^2c-b^2a+bc^2-a^2b+ac^2-a^2c = b^2(c-a)+b(c^2-a^2)+ac(c-a) =$

$= b^2(c-a)+b(c-a)(c+a)+ac(c-a) = (c-a)(b^2+b(c+a)+ac) =$

$= (c-a)(b^2+bc+ba+ac) = (c-a)(b(b+c)+a(b+c)) = (c-a)(b+c)(a+b)$

Ответ: $-(a+b)(b+c)(a-c)$

5) Покажите, что выражение $97^3 - 41^3$ делится на 28 без остатка.

Решение. Разложим на множители:

$97^3 - 41^3 = (97-41)(97^2+97\cdot41+41^2) = 56\cdot(97^2+97\cdot41+41^2) = 2\cdot28\cdot(97^2+97\cdot41+41^2)$.

Один из множителей равен 28. Таким образом это произведение кратно 28.

6) Покажите, что выражение $57^6 - 43^6$ делится на 1400 без остатка.

Решение. $57^6-43^6 = (57^3)^2-(43^3)^2 = (57^3-43^3)(57^3+43^3) = (57-43)(57^2+57\cdot43+43^2)\cdot$

$\cdot(57+43)(57^2-57\cdot43+43^2) = 14\cdot(57^2+57\cdot43+43^2)\cdot100\cdot(57^2-57\cdot43+43^2) =$

$= 14\cdot100\cdot(57^2+57\cdot43+43^2)(57^2-57\cdot43+43^2) = 1400\cdot(57^2+57\cdot43+43^2)(57^2-57\cdot43+43^2)$

7) $x^2(y+z)+y^2(x+z)+z^2(x+y)+3xyz$ разделить на множители.

Решение. $x^2(y+z)+y^2(x+z)+z^2(x+y)+3xyz = x^2y+x^2z+xy^2+y^2z+xz^2+yz^2+3xyz =$

$x^2y+x^2z+xy^2+y^2z+xz^2+yz^2+3xyz = x^2y+xy^2+xyz+x^2z+xyz+xz^2+xyz+y^2z+yz^2 =$

$= xy(x+y+z)+xz(x+y+z)+yz(x+y+z) = (x+y+z)(xy+xz+yz)$

8) $a^3+b^3+c^3+ab(a+b)+ac(a+c)+bc(b+c)$ разделить на множители.

Решение. $a^3+b^3+c^3+ab(a+b)+ac(a+c)+bc(b+c) = a^3+b^3+c^3+a^2b+ab^2+a^2c+ac^2+b^2c+bc^2 =$

$= a^3+a^2b+a^2c+ab^2+b^3+b^2c+ac^2+bc^2+c^3 = a^2(a+b+c)+b^2(a+b+c)+c^2(a+b+c) =$

$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

Цель урока: познакомить учащихся с применением формул сокращённого умножения; сформировать у учащихся умение производить действия над числовыми и буквенными выражениями с использованием формул сокращённого умножения

Все ученики	Уметь выполнять операции над многочленами, используя квадрат и куб суммы.
Большинство учеников	Уметь выполнять операции над многочленами, используя формулы сокращённого умножения.
Некоторые ученики	Уметь решать задачи, примеры с использованием формул сокращённого умножения, числовых выражений, способов разложения многочлена на множители.

Активизирующие вопросы: 1) Что называют квадратом суммы? 2) Что называют квадратом разности? 3) Что называют кубом суммы? 4) Что называют кубом разности? 5) Что получится, если прибавить к разности кубов двучленов сумму кубов этого же двучлена?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При выполнении операций допускают ошибки в применении формул сокращённого умножения. В целях устранения этих ошибок научить применять к различным примерам формулы сокращённого умножения, научить самостоятельно решать примеры и задачи с применения формул сокращённого умножения.

Домашнее задание: Примеры 1-16 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Формулы сокращённого умножения

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ – квадрат суммы

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ – квадрат разности

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$ – куб суммы

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2 b + 3ab^2 - b^3$ – куб разности

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ – разность квадратов

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ – разность кубов

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ – сумма кубов

Рассмотрим примеры, где используются эти формулы.

Пример 1. Упростите выражение $(4a - 5)^2 - 2a(3a + 4) - 5a(2a - 2)$.

Шаг 1. Раскроем скобки в выражении $(4a - 5)^2 - 2a(3a + 4) - 5a(2a - 2)$, используя формулу сокращённого умножения (квадрат разности) и распределительный закон. $(4a - 5)^2 - 2a(3a + 4) - 5a(2a - 2) = 16a^2 - 40a + 25 - 6a^2 - 8a - 10a^2 + 10a$

Шаг 2. Приведём подобные слагаемые: $16a^2 - 40a + 25 - 6a^2 - 8a - 10a^2 + 10a = -38a + 25$

Пример 2. Проверьте равенство: $(3a - 1)^3 - (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 46a^2$

Приведём к многочлену выражение в левой части равенства, используя формулы сокращённого умножения, и приведём подобные слагаемые.

$(3a - 1)^3 - (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 27a^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3a \cdot 1^2 - 1 - 27a^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 - 3 \cdot 3a \cdot 1^2 - 1 + 100a^2 + 2 = 27a^3 - 27a^3 + 9a - 2 - 27a^2 - 27a^2 - 9a + 100a^2 + 2 = 46a^2$

Таким образом, равенство $(3a - 1)^3 - (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 46a^2$ верно.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

Представьте в виде квадрата двучлена (1 – 2).

1. 1) $a^2 + 2a + 1$

Решение. $a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$

2) $b^2 - 8b + 16 = (b - 4)^2$

3) $c^2 + 10c + 25 = (c + 5)^2$

4) $n^2 + 14n + 49 = (n + 7)^2$

5) $100 - 20z + z^2 = (100 - z)^2$

6) $81 + 18b + b^2 = (9 + b)^2$

2. 1) $0{,}16 - 0{,}8t + t^2$

Решение. $0{,}16 - 0{,}8t + t^2 = (0{,}4 - t)^2$

2) $z^2 + 1{,}4z + 0{,}49 = (z + 0{,}7)^2$

3) $0{,}36 - 1{,}2b + b^2 = (0{,}6 - b)^2$

4) $2{,}25 - 3x + x^2 = (1{,}5 - x)^2$

5) $y^2 - 3{,}2y + 2{,}56 = (y - 1{,}6)^2$

6) $3{,}61 + 3{,}8d + d^2 = (1{,}9 + d)^2$

3. Упростите выражения.

1) $(a^3 + 6b^2)^2 - (6b^2 - a^3)^2$

Решение. $(a^3 + 6b^2)^2 - (6b^2 - a^3)^2 = a^6 + 12a^3b^2 + 36b^4 - a^6 + 12a^3b^2 - 36b^4 = 24a^3b^2$

2) $(a^2 - 7b^3)^2 + (a^2 + 7b^3)^2 = a^4 + 98b^6$

3) $(9x + 2y^4)^2 - (2y^4 - 9x)^2 = 72xy^4$

4) $(5x^3 - 4y)^2 + (4y + 5x^3)^2 = 50x^6 + 32y^2$

4. Решите уравнения.

1) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x^3 = 3x$

Решение. Сначала раскроем скобки и упростим. Затем решим уравнение.

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x^3 = 3x$$

$$\cancel{x^3} + \cancel{3x^2} + \cancel{9x} - \cancel{3x^2} - \cancel{9x} - 27 - \cancel{x^3} = 3x$$

$$3x = -27$$

$$x = -9.$$

2) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9) - x^3 = -10x$ Ответ: $x = -2{,}7$

3) $(5 - x)(x^2 + 5x + 25) = 5x - x^3$ Ответ: $x = 25$

4) $(6 - x)(36 + 6x + x^2) = 18x - x^3$ Ответ. $x = 12$

5. Проверьте верность равенств.

1) $(x - 6)(x^2 + 6x + 36) - 0{,}5(2x^3 - 432) = 0$

Решение. Раскроем скобки и упростим.

$$(x - 6)(x^2 + 6x + 36) - 0{,}5(2x^3 - 432) = 0$$

$$\cancel{x^3} - \cancel{216} - \cancel{x^3} + \cancel{216} = 0$$

$$0 = 0.$$

2) $28x^3-(3x-1)(9x^2+3x+1)-(3+x)(9-3x+x^2)=-26$

Решение.

$$28x^3-(3x-1)(9x^2+3x+1)-(3+x)(9-3x+x^2)=-26$$
$$28x^3-27x^3+1-27-x^3=-26$$
$$\cancel{28x^3}-\cancel{28x^3}-26=-26$$
$$-26=-26.$$

6. Запишите выражения как квадрат двучлена.

1) $a^2-10ab+25b^2$

Решение. $a^2-10ab+25b^2=a^2-2a\cdot 5b+(5b)^2=(a-5b)^2$

2) $k^6+6k^3+9=(k^3+3)^2$

3) $a^2-4ay+4y^2=(a-2y)^2$

4) $a^{12}-2a^6b^7+b^{14}=(a^6-b^7)^2$

5) $4a^2b^2+36ab+81=(2ab+9)^2$;

6) $0,01x^2+0.1xy+0,25y^2=(0,1x+0,5y)^2$

7. Упростите выражения.

1) $(4a^3-1)(9a^3+5)-(6a^3-1)^2$

Решение. $(4a^3-1)(9a^3+5)-(6a^3-1)^2=36a^6+20a^3-9a^3-5-36a^6+12a^3-1=$

$\cancel{36a^6}+11a^3-6-\cancel{36a^6}+12a^3=23a^3-6$

2) $(c^4-1)^2-(c^4+4)-(c^4-6)=c^8-4c^4+7$

3) $(d^7-3)(d^7+7)-(d^7+2)^2=-25$

4) $(k^8+9)(11-k^8)+(k^8+1)^2=-2k^{16}+98$

8. Решите уравнения.

1) $(2x-3)(4x^4+6x+9)-8x^3=27x$

Решение.

$$(2x-3)(4x^4+6x+9)-8x^3=27x$$
$$8x^3-27-8x^3=27x$$
$$x=-1$$

2) $(3+4x)(16x^2-12x+9)-64x^2=-10x$ Ответ: $x=-2,7$

3) $(5-2x)(4x^2+10x+25)=25x-8x^3$ Ответ: $x=5$

4) $(6-5x)(36+30x+25x^2)=108x-125x^2$ Ответ: $x=2$

9. Проверьте верность равенств.

1) $(5x-6)(25x^2+30x+36)-0,25(500x^3-864)=0$

Решение. В левой части равенства раскроем скобки.

$$(5x-6)(25x^2+30x+36)-0,25(500x^3-864)=0$$
$$125x^3-216-125x^3+216=0$$

Равенство верно.

2) $91x^3-(3x-4)(9x^2+12x+16)-(3+4x)(9-12x+16x^2)=37$

Решение. $91x^3-(3x-4)(9x^2+12x+16)-(3+4x)(9-12x+16x^2)=37$

$$91x^3-27x^3+64-27-64x^3=91x^3-91x^3+64-27=37.$$

10. Разложите на множители.

1) $a^{12}-b^{12}=(a^6)^2-(b^6)^2=((a^6)-(b^6))((a^6)+(b^6))=((a^3)^2-(b^3)^2)((a^2)^3+(b^2)^3)=$
$=(a^3-b^3)(a^3+b^3)(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)=(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+b^2)\cdot$
$\cdot(a^4-a^2b^2+b^4)=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$

11. Вычислите.

1) $\dfrac{36^2-8^2}{32^2-10^2}$. Решение. $\dfrac{36^2-8^2}{32^2-10^2}=\dfrac{(36-8)(36+8)}{(32-10)(32+10)}=\dfrac{{}^{2}\cancel{28}\cdot\cancel{44}^{2}}{{}_{11}\cancel{22}\cdot\cancel{42}_{3}}=\dfrac{4}{33}$

2) $\dfrac{70^2-20^2}{60^2-20^2}=\dfrac{(70-20)(70+20)}{(60-20)(60+20)}=\dfrac{50\cdot90}{40\cdot80}=\dfrac{45}{32}=1\dfrac{13}{32}$

3) $\dfrac{38^2-10^2}{33^2-9^2}=\dfrac{(38-10)(38+10)}{(33-9)(33+9)}=\dfrac{{}^{7}\cancel{28}\cdot\cancel{48}^{2}}{{}_{1}\cancel{24}\cdot\cancel{32}_{8}}=\dfrac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{8}_{4}}=1\dfrac{3}{4}$

4) $\dfrac{51^3-49^3}{51-49}+51\cdot49=\dfrac{(51-49)(51^2+51\cdot49+49^2)}{(51-49)}+51\cdot49=\dfrac{\cancel{2}\cdot(51^2+51\cdot49+49^2)}{\cancel{2}}+51\cdot49=$
$=51^2+51\cdot49+49^2+51\cdot49=51^2+2\cdot51\cdot49+49^2=(51+49)^2=100^2=10\,000$

5) $\dfrac{67^3+47^3}{67+47}-67\cdot47=400;$ 6) $\dfrac{84^3+54^3}{84+54}-84\cdot54=900;$

7) $(91^3+39^3):(91^2-91\cdot39+39^2)=\dfrac{(91+39)(91^2-91\cdot39+39^2)}{(91^2-91\cdot39+39^2)}=91+39=130$

8) $(56^3+44^3):(56^2-56\cdot44+44^2)=100$

9) $2020\dfrac{2018}{2019}\cdot2021\dfrac{2018}{2019}-2019\dfrac{2018}{2019}\cdot2022\dfrac{2018}{2019}=2019\dfrac{2018}{2019}=x$ belgilash kiritib olsak, $(x+1)(x+2)-x(x+3)=x^2+3x+2-x^2-3x=2$

12. Разложите на множители.

1) $ax^2-bx^2-bx+ax-a+b=x^2(a-b)+x(a-b)-(a-b)=(a-b)(x^2+x-1)$
2) $ax^2+bx^2-bx-ax+a+b=(a+b)(x^2-x+1)$
3) $ax^2+bx^2+ax-cx^2+bx-cx=x(x+1)(a+b-c)$
4) $ax^2+bx^2-bx-ax+cx^2-cx=x(x-1)(a+b+c)$
5) $5ax^2-10ax-bx+2b-x+2=(x-2)(5ax-b-1)$
6) $m^2x^4-mnx^3+2mx^2-2nx-n+mx=(mx-n)(mx^3+2x+1)$
7) $xyz+x^2y^2+3x^4y^4+3x^3y^3z-xy-z=(xy+z)(3x^3y^3+xy-1)$
8) $12a^2b^2-6abc+3ac^2-6a^2bc-c+2ab=(2ab-c)(6ab-3ac+1)$

13. Упростите.

1) $(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

Решение. $(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)=(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)=$
$=(a^3-b^3)(a^3+b^3)=a^6-b^6$

2) $(a^2+a+1)(a^2-a+1)(a^4-a^2+1)=a^4+1$
3) $(a+1)(a-3)(a^2-a+1)(a^2+3a+9)=a^6-26a^3-27$
4) $(a-1)(a+3)(a^2-3a+9)(a^2+a+1)=a^6+26a^3-27$
5) $(2a+1)(4a^2-4a+1)-(a-3)(a^2+3a+9)=7a^3+28$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 2

1 вариант

1. Представьте выражение в стандартном виде $(x - 1)(2 - x) + (2x - 3)^2$.

2. Разложить многочлен на множители $x^2 - 3x + 2$.

3. Найти значение выражения $(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ при $a = 2$ и $b = 1$.

4. По результатам экзамена, если средние баллы 26 учащихся класса “А” и 25 учащихся класса “Б” равны соответственно, a и b, чему равно среднее значение суммы баллов в классах “А” а “В”?

2 вариант

1. Представьте выражение в стандартном виде $(4x - 3)^2 - x(4x + 1)$.

2. Разложить многочлен на множители $x^2 - 6x + 5$.

3. Найти значение выражения $(x^2 + xy + y^2)(x - y)$ при $x = 1$ и $y = -2$.

4. Было куплено x тетрадей по 200 сумов и y ручек по 150 сумов. Покупатель отдал 5000 сум и получил сдачу. Выразите сдачу через x и y.

ГЛАВА III. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ДРОБЬ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Цель урока: познакомить учащихся с алгебраическими дробями и сокращением дробей; сформировать у учащихся умение выполнять сокращение алгебраических дробей и дробей с использованием свойств дробей.

Все ученики	Уметь сокращать дробь, если знаменатель и числитель алгебраической дроби являются числами или одночленами
Большинство учеников	Уметь сокращать дроби на общий множитель, если числитель и знаменатель дроби разложены на множители
Некоторые ученики	Уметь сокращать алгебраические дроби, используя свойства простых дробей и формулы сокращённого умножения

Активизирующие вопросы:

1) Что такое алгебраическая дробь?

2) Какие свойства используются для сокращения алгебраической дроби?

3) На какое число можно умножить числитель и знаменатель дроби?

4) Если числитель дроби изменить на противоположный, как изменится знак дроби?

5) Если числитель и знаменатель дроби поменять на противоположные, как изменится знак дроби?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению:

При сокращении дробей не обращают внимания на свойства простых дробей. В целях устранения этих ошибок необходимо решать примеры с использованием свойств простых дробей, углубленно обучать выполнению действий над алгебраическими дробями различных видов с использованием формул сокращённого умножения.

Домашнее задание: примеры 6-15 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Выражение вида $\frac{A}{B}$ называют **алгебраической дробью**. Здесь

A и B – могут быть числами, одночленами, многочленами.

Если числитель и знаменатель дроби является числом, такую дробь тоже можно назвать алгебраической.

Алгебраические дроби:

$$\frac{1}{2};\ \frac{x}{4};\ \frac{2}{x};\ \frac{x+3}{5};\ \frac{6}{x-5};\ \frac{2x-y}{x+3y};\ \frac{2ab}{a+b};\ \frac{x^2-3xy}{x+4y^2};\ \ldots$$

Если вместо букв в алгебраическую дробь подставить их числовые значения и проделать соответствующие арифметические действия, то получим её числовое значение

Например, $\frac{2ab}{a-2b}$. Найдите значение алгебраической дроби при $a = 3;\ b = 1$.

$$\frac{2\cdot 3\cdot 1}{3-2\cdot 1}=\frac{6}{1}=6.$$

Здесь можно найти числовое значение алгебраической дроби только при условии, что $a \neq 2b$, поскольку дробь имеет смысл только при знаменателе, не равном нулю. Все знают, что на ноль делить нельзя. Если знаменатель алгебраической дроби обращается в ноль при каком-то числовом значении неизвестного, то это выражение не имеет смысла.

Буквы в знаменателе алгебраической дроби принимают только такие значения, при которых знаменатель этой дроби не обращается в ноль.

Алгебраическая дробь $\frac{2abc}{a(a-1)}$ принимает все значения, за исключением $a = 1$ и $a = 0$, так как при $a = 1$ и $a = 0$ знаменатель принимает значение ноль. Это невозможно.

Замену выражения $ac + bc$ выражением $(a + b) \cdot c$ или выражением $c \cdot (a + b)$ называют **вынесением общего множителя c за скобку.**

При сокращении алгебраических дробей используется основное свойство обыкновенных дробей.

$\frac{A}{B}$ Числитель и знаменатель дроби можно умножать или делить на число, не равное нулю.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} \qquad \frac{A}{B} = \frac{A : C}{B : C} \qquad B \neq 0, \quad C \neq 0.$$

Поскольку числитель и знаменатель алгебраической дроби являются одночленами или многочленами, то их можно представить в виде произведения. В этом нам помогут пройденные темы умножения одночленов и многочленов, а также формулы сокращённого умножения.

Пример 1: Сократите дробь $\frac{2}{6a}$.

Так как в числителе и знаменателе этого выражения 2 является общим множителем, то мы получаем следующий результат

$$\frac{2}{6a} = \frac{1 \cdot 2}{3a \cdot 2} = \frac{1}{3a}.$$

Пример 2: Сократите алгебраическую дробь $\frac{3a}{4a}$.

Как видите, в числителе и знаменателе этой алгебраической дроби общий множитель a. Следовательно, числитель и знаменатель этого выражения можно разделить на a.

$$\frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}$$

Пример 3: Сократите алгебраическую дробь $\frac{4ab}{12a^2b}$.

В числителе и знаменателе выражения отделяем общий множитель.

$$\frac{1 \cdot 4ab}{3a \cdot 4ab} = \frac{1}{3a}$$

Пример 4: Сократите алгебраическую дробь $\frac{3a - 3b}{3a + 3b}$.

$$\frac{3a - 3b}{3a + 3b} = \frac{3(a - b)}{3(a + b)} = \frac{a - b}{a + b}$$

Пример 5: Сократите алгебраическую дробь $\frac{5a+5b}{9a+9b}$.

$$\frac{5a+5b}{9a+9b}=\frac{5(a+b)}{9(a+b)}=\frac{5}{9}$$

Пример 6: Сократите алгебраическую дробь $\frac{2a+2b}{a^2-b^2}$.

В числителе и знаменателе дроби $\frac{2a+2b}{a^2-b^2}$ есть общий множитель $a+b$.

$$\frac{2a+2b}{a^2-b^2}=\frac{2(a+b)}{(a-b)(a+b)}=\frac{2}{a-b}$$

Пример 7: Сократите алгебраическую дробь $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$.

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Среди перечисленных выражений найдите алгебраическую дробь.

1) $\frac{4a}{7}+\frac{1}{2}$ 2) $\frac{7a+5}{11}$ 3) $\frac{1}{a}+\frac{1}{2}$ 4) $\frac{2x-b}{2x+b}$

5) $\frac{4}{5a+1}$ 6) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 7) $\frac{2a-1}{a+1}+\frac{a}{5}$ 8) $\frac{7c}{4,5+\frac{2}{3}}$

Напоминаем. Выражение в форме $\frac{A}{B}$ называется алгебраической дробью. A и B – могут быть числами, одночленами и многочленами. Если числитель и знаменатель десятичной дроби постоянные числа, её можно назвать алгебраической дробью.

Ответ 1, 3, 6, 7 выражения не являются алгебраическими дробями. Выражения 2, 4, 5, 8-алгебраические дроби.

2. Найдите значение выражений.

1) $\frac{2a-1}{a}$, при $a=1;-1;-4;6;100$.

Ответ. При $a=1$ $\frac{2\cdot1-1}{1}=\frac{2-1}{1}=1;$

$a=-1$ при $\frac{2\cdot(-1)-1}{-1}=3;$

$a=-4$ при $\frac{2\cdot(-4)-1}{-4}=2,25;$

$a=6$ при $\frac{2\cdot6-1}{6}=1\frac{5}{6};$

$a=100$ при $\frac{2\cdot100-1}{100}=1,99.$

2) $\frac{3x-7}{2x+5}$, при $x=-1;2;-0,2;0;2,1$.

Ответ: $x=-1$ da $-3\frac{1}{3}$; $x=2$ при $-\frac{1}{9}$; $x=-0,2$ при $-1\frac{15}{23}$; $x=2,1$ при $-\frac{7}{92}$.

3) $\frac{k^2+4}{2k-4}$, при $k=3;1,5;5;10$.

Ответ: $k=3$ при $6\frac{1}{2}$; $k=1,5$ при $-6,25$; $k=5$ при $4\frac{5}{6}$; $k=10$ при $\frac{26}{49}$.

4) $\frac{d+3}{2d}+\frac{2d}{d-3}$, если $d=4;2,5;5;2$.

Ответ: $d=4$ при $8\frac{7}{8}$; $d=2,5$ при $-8,9$; $d=5$ при $5,8$; $d=2$ при $-2,75$;

5) $\frac{(x+y)^2-1}{x^2+1}$, если $x=1;y=0$.

Ответ: 0;

6) $\frac{a^2-b}{b^2+a}$, если $a=2;b=1$.

Ответ: 1.

3. Заполните таблицу.

Решение. $\frac{a-4}{a+2}=\frac{-6-4}{-6+2}=\frac{-10}{-4}=2,5;$

a	-6	-4	-3	$-0,5$	0	1	4	$1,5$
$\frac{a-4}{a+2}$	$2,5$	4	7	$-3\frac{2}{3}$	-2	-1	0	$-\frac{5}{7}$

4. При каком значении переменной данное выражение не имеет смысла?

1) $\frac{a}{a-1}$

Решение. Выражение в знаменателе дроби не должно обращаться в 0. Ответ: $a=1$

2) $\frac{5}{x-4}$. Ответ: $x=4$

3) $\frac{5a-1}{b}$. Ответ: $b=0$

4) $\frac{3}{a^2+1}$. Ответ: нет такого значения

5) $\frac{2a+1}{a(a+1)}-5$. Ответ: $a=0;a=-1$

6) $\frac{1}{a}+\frac{2}{a-2}$. Ответ: $a=0;a=2$

5. Составьте алгебраическую дробь q по данным.

1) Числитель – это разность $2x$ и y, а знаменатель – их сумма.

Решение. $\frac{2x-y}{2x+y}$

2) Числитель представляет собой произведение чисел a и b, знаменатель представляет собой сумму чисел a и удвоенного b.

Решение. $\frac{ab}{a+2b}$

6. Сократите дроби.

1) $\frac{-\cancel{35}^{5}}{-\cancel{49}_{7}}=\frac{5}{7}$ 2) $\frac{-91}{-39}=\frac{7}{3}$ 3) $\frac{77}{-42}=-\frac{11}{6}$ 4) $\frac{-125}{175}=-\frac{5}{7}$

7. Сократите алгебраические дроби (7–8).

1) $\frac{a^2}{a^{13}}$. Решение. Из основного свойства дроби, $\frac{a^9 : a^9}{a^{13} : a^9} = \frac{1}{a^4}$

2) $\frac{a^{43}}{a^{49}} = \frac{1}{a^6}$ 3) $\frac{15a}{25a^2} = \frac{2}{5a}$ 4) $\frac{35ab}{57ac} = \frac{35b}{57c}$ 5) $\frac{a^7}{3a^9} = \frac{1}{3a^2}$

6) $\frac{4x^2y}{6xy^2} = \frac{2x}{3y}$ 7) $\frac{a^7b^{10}}{a^9b^5} = \frac{b^5}{a^2}$ 8) $\frac{36a^9b^7}{54a^2b^{13}} = \frac{2a^7}{3b^6}$

8. 1) $\frac{12ab}{15ac} = \frac{4b}{5c}$ 2) $\frac{16ac^2}{4a^3c} = \frac{4c}{a^2}$ 3) $\frac{-18xy^3}{12x^2y} = -\frac{3y^2}{2x}$

4) $\frac{-5m^5n}{-10n^7} = \frac{m^5}{2n^6}$ 5) $\frac{24abc}{36ac} = \frac{2b}{3}$ 6) $\frac{14p^3q}{21p^2q^3} = \frac{2p}{3q^2}$

7) $\frac{14ab^7}{41a^4b^4} = \frac{14b^3}{41a^3}$ 8) $\frac{15kt^9}{3k^8t} = \frac{5t^8}{k^7}$

9. Приведите знаменатель дроби к виду $6a^4b^3$.

1) $\frac{a}{3ab}$. Решение. $\frac{a}{3ab} = \frac{a \cdot 2a^3b^2}{3ab \cdot 2a^3b^2} = \frac{a^4b^2}{6a^4b^3}$

2) $\frac{2ab^2}{a^2b} = \frac{12a^3b^2}{6a^4b^3}$ 3) $\frac{5b}{15ab^4} = \frac{1}{3ab^3} = \frac{2a^3}{6a^4b^3}$ 4) $\frac{7ab}{4a^3b^2} = \frac{3,5ab}{2a^3b^2} = \frac{10,5a^2b^2}{6a^4b^3}$

5) $\frac{0,5ab}{ab^2} = \frac{3a^4b^2}{6a^4b^3}$ 6) $\frac{-abc}{a^5b} = -\frac{6b^3c}{6a^4b^3}$

10. Приведите знаменатель алгебраической дроби к виду:

1) $a^2 - b^2$, если дана дробь $\frac{2a}{a-b}$.

Решение. $\frac{2a}{a-b} = \frac{2a(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2a(a+b)}{a^2-b^2}$

2) $(x+y)^2$, если дана дробь $\frac{-3c}{x+y}$. Ответ: $\frac{-3c(x+y)}{(x+y)^2}$

3) $x^3 - 1$, если дана дробь $\frac{2a}{x-1}$. Ответ: $\frac{2a(x^2+x+1)}{x^3-1}$

4) $m^3 + n^3$, если дана дробь $\frac{1}{m^2 - mn + n^2}$. Ответ: $\frac{m+n}{m^3+n^3}$

11. Преобразуйте дробно-рациональное выражение.

1) $\frac{a^7 + a^5}{a^4 + a^2}$. Решение. Разложим числитель и знаменатель дроби на множители. Далее сократим числитель и знаменатель на общий множитель.

$$\frac{a^7 + a^5}{a^4 + a^2} = \frac{a^3 \cancel{a^2}\,\cancel{(a^2+1)}}{1\,\cancel{a^2}\,\cancel{(a^2+1)}} = a^3$$

2) $\frac{x^7 + x^9}{x^4 + x^2} = x^5$ 3) $\frac{b^7 - b^{10}}{b^5 - b^2} = -b^2$ 4) $\frac{m^6 - m^4}{m^3 + m^2} = m^2(m-1)$

5) $\frac{x-2y}{2y-x} = -1$ 6) $\frac{6(k-t)^2}{3t-3k} = 2t - 2k$ 7) $\frac{-(-c-d)^2}{c+d} = -c-d$

12. Сократите дроби.

1) $\frac{2(x-y)}{3(x-y)}$ Решение. $\frac{2\cancel{(x-y)}}{3\cancel{(x-y)}}=\frac{2}{3}$

2) $\frac{2a(a+b)^2}{(a+b)^3}=\frac{2a}{(a+b)}$

3) $\frac{7(x-y)}{3(y-x)}=-2\frac{1}{3}$

4) $\frac{a-b}{(a-b)^4}=\frac{1}{(a-b)^3}$

5) $\frac{c-d}{(d-c)^5}=\frac{1}{(c-d)^4}$

6) $\frac{3a+3b}{5a+5b}=\frac{3}{5}$

7) $\frac{13ab}{a^2b-ab^2}=\frac{13}{a-b}$

8) $\frac{8a+12b}{10a+15b}=\frac{4}{5}$

9) $\frac{ac-cd}{bc-cd}=\frac{a-d}{b-d}$

10) $\frac{4m^2-mn}{4mn-n^2}=\frac{m}{n}$

13. Найдите значение алгебраической дроби.

1) $\frac{a^5+4a^4}{a^4+4a^3}$, если $a=2$.

Решение. 1) Вначале упростим: $\frac{a^5+4a^4}{a^4+4a^3}=\frac{a^4(a+4)}{a^3(a+4)}=a$. Таким образом, значение выражения равно 2. Ответ: 2

2) $\frac{3m^5-4m^4}{3m^3-4m^2}$, если $m=-2$. Ответ: -2

3) $\frac{2a^5+12a^4}{a^4+6a^3}$, если $a=1{,}6$. Ответ: $3{,}2$

4) $\frac{12m^5-20m^4}{3m^3-5m^2}$, если $m=-1\frac{1}{2}$. Ответ: 9

14. Сократите алгебраическую дробь.

1) $\frac{x(a-2b)}{y(2b-a)}=-\frac{x(a-2b)}{y(a-2b)}=-\frac{x}{y}$

2) $\frac{3x-36}{12y-xy}=-\frac{3}{y}$

3) $\frac{16-z^2}{2z-8}=-\frac{z+4}{2}$

4) $\frac{7c^2-7d^2}{d^2-2dc+c^2}=\frac{7(c+d)}{c-d}$

5) $\frac{6u(u-v)}{u^4(v-u)}=-\frac{6}{u^3}$

6) $\frac{5a-15a^2}{60a^2-20a}=-\frac{1}{4}$

7) $\frac{9-9z}{(z^2-2z+1)}=\frac{9}{1-z}$

8) $\frac{(2a-4b)^2}{4(a^2-4b^2)}=\frac{a-2b}{a+2b}$

15. Преобразуйте дробно-рациональное выражение.

1) $\frac{18x-3x^2}{8x^2-48x}=\frac{3x(6-x)}{8x(x-6)}=-\frac{3(x-6)}{8(x-6)}=-\frac{3}{8}$

2) $\frac{8a-40}{15-3a}=-2\frac{2}{3}$

3) $\frac{4-b^2}{10-5b}=\frac{2+b}{5}$

4) $\frac{(3a+6b)^2}{5a+10b}=\frac{9(a+2b)}{5}$

5) $\frac{az+bz-at-bt}{bz-bt}=\frac{a+b}{b}$

6) $\frac{x^2+6x+9}{27+x^3}=\frac{x+3}{x^2-3x+9}$

ПРИВЕДЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

Цель урока: познакомить учащихся с приведением алгебраических дробей к общему знаменателю; сформировать у учащихся умение приводить алгебраические дроби к общему знаменателю, используя свойства дробей, НОД.

Все ученики	Могут приводить алгебраические дроби с числовым знаменателем к общему знаменателю
Большинство учеников	Уметь приводить алгебраические дроби, в знаменателе которых одночлен или многочлен к общему знаменателю
Некоторые ученики	Уметь приводить алгебраические дроби к общему знаменателю, используя свойства простых дробей и формулы сокращённого умножения

Активизирующие вопросы:

1) Что такое НОД?

2) Как привести алгебраические дроби к общему знаменателю?

3) Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же число, как изменится его значение?

4) Что называется приведением алгебраических дробей к общему знаменателю?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению:

Пренебрежение свойствами простых дробей при приведении алгебраических дробей к общему знаменателю. Чтобы исключить эти ошибки, нужно изучить свойства простых дробей, как производить действия над алгебраическими дробями различных видов, как находить НОД для выражений в знаменателе.

Домашнее задание: примеры 1-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Приведите дробь к общему знаменателю $\frac{1}{16}$ и $\frac{3}{20}$.

Для знаменателей дробей находим НОК (16, 20) = 80. Найденный НОК будет общим знаменателем для наших дробей.

То есть:

$\frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{5}{80}$ и $\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{12}{80}$ Ответ: $\frac{5}{80}$ и $\frac{12}{80}$

Этот метод подчиняется основному свойству дробей. То есть числитель и знаменатель обыкновенной дроби можно умножить или разделить на одно и то же ненулевое число. При этом значение дроби не меняется.

Запомните!

Правило приведения обыкновенных дробей к общему знаменателю справедливо и для алгебраических дробей.

Чтобы привести алгебраические дроби к общему знаменателю, нужно:

1) найти общий знаменатель данных дробей;

2) найти дополнительный множитель для каждой дроби;

3) умножить числитель каждой дроби на её дополнительный множитель;

4) каждая дробь должна быть записана с найденным числителем и общим знаменателем.

Общий знаменатель алгебраических дробей – это наименьшее общее кратное знаменателей этих дробей. Это отличный от нуля многочлен с целым коэффициентом, делящийся на каждый из знаменателей данных алгебраических дробей.

Пример 1. Приведите алгебраические дроби $\frac{2a}{5b}; \frac{1}{15ab}$ к общему знаменателю.

Искомый общий знаменатель данных алгебраических дробей должен делиться на знаменатель каждой дроби (каждый делитель должен быть отличным от нуля одночленом или многочленом с целыми коэффициентами).

Общий знаменатель данных алгебраических дробей равен 15ab, и при делении его на знаменатель первой дроби получается 3a, а при делении на знаменатель второй дроби получается 1. Итак, чтобы привести эти две дроби к общему знаменателю, достаточно числитель и знаменатель первой дроби умножить на 3a, а второй на 1.

$$\frac{2a \cdot 3a}{5b \cdot 3a} = \frac{6a^2}{15ab} \text{ и } \frac{1}{15ab}$$

Пример 2. Приведите алгебраические дроби к общему знаменателю:

$$\frac{5}{12ab^2c}; \frac{7}{4a^2bc^3}; \frac{1}{24ab^3c^2}$$

НОК чисел 12, 4 и 24 равен 24. Знаменатели трёх дробей состоят из произведения abc. Поскольку a, b и c имеют разные натуральные показатели степеней, каждый из них делится на $a^2b^3c^3$, то общий знаменатель этих алгебраических дробей равен $24a^2b^3c^3$. Делим этот одночлен на знаменатель каждой дроби и получаем выражение, на которое нужно умножить его числитель и знаменатель.

Числитель и знаменатель первой дроби умножаем на $24a^2b^3c^3 : 12ab^2c = 2abc$.

$$\frac{5 \cdot 2abc}{12ab^2c \cdot 2abc} = \frac{10abc}{24a^2b^3c^3};$$

Числитель и знаменатель второй дроби умножаем на $24a^2b^3c^3 : 4a^2bc^3 = 6b^2$.

$$\frac{7 \cdot 6b^2}{4a^2bc^3 \cdot 6b^2} = \frac{42b^2}{24a^2b^3c^3};$$

Числитель и знаменатель второй дроби умножаем на $24a^2b^3c^3 : 24ab^3c^2 = ac$.

$$\frac{1 \cdot ac}{24ab^3c^2 \cdot ac} = \frac{ac}{24a^2b^3c^3}$$

Пример 3. Приведите алгебраические дроби к общему знаменателю:

$$\frac{1}{(a+b)^2}; \quad \frac{2}{a^2+ab}; \quad \frac{5}{ab+b^2}.$$

Разложим на множители знаменатели данных дробей.

$$\frac{1}{(a+b)^2} = \frac{1}{(a+b)(a+b)}; \quad \frac{2}{a^2+ab} = \frac{2}{a(a+b)}; \quad \frac{5}{ab+b^2} = \frac{5}{b(a+b)}$$

Если обратить внимание на знаменатели этих дробей, то каждый из них содержит множитель $(a + b)$. Помимо общего множителя в каждом знаменателе имеется ещё избыточный множитель, умножив на который числитель и знаменатель других дробей, можно получить общий знаменатель.

Числитель и знаменатель 1 дроби умножим на ab. $\frac{1 \cdot ab}{(a+b)(a+b) \cdot ab)} = \frac{ab}{ab(a+b)^2}$

Числитель и знаменатель 2 дроби умножим на $b(a + b)$. $\frac{2 \cdot b(a+b)}{a(a+b) \cdot b(a+b)} = \frac{2ab+2b^2}{ab(a+b)^2}$

Числитель и знаменатель 3 дроби умножим на $a(a + b)$. $\frac{5 \cdot a(a+b)}{b(a+b) \cdot a(a+b)} = \frac{5a^2+5ab}{ab(a+b)^2}$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Приведите к общему знаменателю (1–8).

$\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$. Решение. Разложим знаменатели дробей на множители: $\frac{3}{2\cdot 2}$ и $\frac{5}{2\cdot 3}$. Далее найдём НОД данных знаменателей. НОД (4; 6) = 12.

Таким образом, $\frac{3\cdot 3}{2\cdot 2\cdot 3}=\frac{9}{12}$ и $\frac{5\cdot 2}{2\cdot 3\cdot 2}=\frac{10}{12}$.

2) $\frac{4}{7}$ и $\frac{9}{14}$. Ответ: $\frac{8}{14}$ и $\frac{9}{14}$

3) $\frac{8}{33}$ и $\frac{9}{44}$. Ответ: $\frac{32}{132}$ и $\frac{27}{132}$

4) $\frac{11}{25}$ и $\frac{13}{15}$. Ответ: $\frac{33}{75}$ и $\frac{65}{75}$

2. 1) $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$. Ответ: $\frac{a^2}{ab}$ и $\frac{b^2}{ab}$

2) $\frac{3}{a}$ и $\frac{a}{4}$. Ответ: $\frac{12}{4a}$ и $\frac{a^2}{4a}$

3) $\frac{3}{2a}$ и $\frac{7}{a}$. Ответ: $\frac{3}{2a}$ и $\frac{14}{2a}$

4) $\frac{4}{3a}$ и $\frac{1}{6}$. Ответ: $\frac{8}{6a}$ и $\frac{a}{6a}$

3. 1) $\frac{1}{2x};\frac{2}{3x};\frac{5}{6x^2}$. Ответ: $\frac{3x}{6x^2};\frac{4}{6x^2};\frac{5}{6x^2}$

2) $\frac{1}{2x};\frac{5}{3y};\frac{7}{3xy}$. Ответ: $\frac{3y}{6xy};\frac{10x}{6xy};\frac{14}{6xy}$

3) a и $\frac{3}{a}$. Ответ: $\frac{a^2}{a}$ и $\frac{3}{a}$

4) a и $\frac{1}{b}$ Ответ: $\frac{ab}{b}$ и $\frac{1}{b}$

4. 1) $ab;\frac{b}{2a};\frac{a}{3b}$. Ответ: $\frac{6a^2b^2}{6ab};\frac{3b^2}{6ab};\frac{2a^2}{6ab}$

2) $a^2;\frac{1}{a^4}$. Ответ: $\frac{a^6}{a^4};\frac{1}{a^4}$

3) $\frac{2x}{a^2b};\frac{3x}{ab^2}$. Ответ: $\frac{2bx}{a^2b^2};\frac{3ax}{a^2b^2}$

4) $\frac{5c}{3a};\frac{3d}{4a}$. Ответ: $\frac{20c}{12a};\frac{9d}{12a}$

5. 1) $\frac{1}{c};\frac{2}{c^2}$. Ответ: $\frac{c}{c^2};\frac{2}{c^2}$

2) $\frac{a}{4n};\frac{b}{8n}$. Ответ: $\frac{2a}{8n};\frac{b}{8n}$

3) $\frac{3}{c^3};\frac{1}{c^2}$. Ответ: $\frac{3}{c^3};\frac{c}{c^3}$

4) $\frac{a}{12b};\frac{b}{18a}$. Ответ: $\frac{3a^2}{36ab};\frac{3b^2}{36ab}$

7. 1) $\frac{1}{3x};\frac{15}{y};\frac{7}{45xy}$. Ответ: $\frac{15y}{45xy};\frac{225x}{45xy};\frac{7}{45xy}$

2) $\frac{a}{3b};\frac{1}{ab};\frac{3b}{4a}$. Ответ: $\frac{4a^2}{12ab};\frac{12}{12ab};\frac{9b^2}{12ab}$

3) $\frac{2}{k^2};\frac{1}{12kt};\frac{3}{t^3}$. Ответ: $\frac{24t^3}{12k^2t^3};\frac{kt^2}{12k^2t^3};\frac{36k^2}{12k^2t^3}$

8. 1) $\frac{1}{5a^2};\frac{a^2+b^2}{15ab^2};\frac{b-1}{3a^2b}$. Ответ: $\frac{3b^2}{15a^2b^2};\frac{a(a^2+b^2)}{15a^2b^2};\frac{5b(b-1)}{15a^2b^2}$

2) $\frac{a-b}{20a^4b^2};\frac{5}{8ab^2};\frac{2}{5a^2b}$. Ответ: $\frac{2(a-b)}{40a^4b^2};\frac{25a^3}{40a^4b^2};\frac{16a^2b}{40a^2b^2}$

3) $\frac{a}{a-2b};\frac{b}{a+2b};\frac{5}{12a^3b^2}$. Ответ: $\frac{12a^4b^2(a+2b)}{12a^3b^2(a^2-4b^2)};\frac{12a^3b^3(a-2b)}{12a^3b^2(a^2-4b^2)};\frac{5(a^2-4b^2)}{12a^3b^2}$

4) $\frac{b}{2a^2};\frac{1}{6a^2b};\frac{5}{12a^3b^2}$. Ответ: $\frac{6ab^3}{12a^3b^2};\frac{2ab}{12a^3b^2};\frac{5}{12a^3b^2}$

9. 1) $\frac{x}{2a-2b};\frac{y}{3a-3b}$. Ответ: $\frac{3x}{6a-6b};\frac{2y}{6a-6b}$

2) $\frac{a}{4a-8b};\frac{b}{5a-10b}$. Ответ: $\frac{5a}{20a-40b};\frac{4b}{20a-40b}$

3) $\frac{a+b}{a^3};\frac{a-b}{b^3}$. Ответ: $\frac{(a+b)b^3}{a^3b^3};\frac{(a-b)a^3}{a^3b^3}$

4) $\frac{a+b}{a^2b};\frac{a-b}{ab^2}$. Ответ: $\frac{b(a+b)}{a^2b^2};\frac{a(a-b)}{a^2b^2}$

10. 1) $\frac{3b}{b-2};\frac{4b}{b+2};\frac{12b^2}{b\ -4}$. Ответ: $\frac{3b(b+2)}{b^2-4};\frac{4b(b-2)}{b^2-4};\frac{12b^2}{b^2-4}$

2) $\frac{1}{x^2-6x+9};\frac{1}{x^2+6x+9}$. Ответ: $\frac{x^2+6x+9}{(x^2-6x+9)(x^2+6x+9)};\frac{(x^2-6x+9)}{(x^2-6x+9)(x^2+6x+9)}$

3) $\frac{5x}{x^2-49};\frac{8x}{x-7};\frac{4x}{x+7}$. Ответ: $\frac{5x}{x^2-49};\frac{8x(x+7)}{x^2-49};\frac{4x(x-7)}{x^2-49}$

4) $\frac{1}{a+1};\frac{1}{a+2};\frac{1}{a+3}$.

Ответ: $\frac{(a+2)(a+3)}{(a+1)(a+2)(a+3)};\frac{(a+1)(a+3)}{(a+1)(a+2)(a+3)};\frac{(a+1)(a+2)}{(a+1)(a+2)(a+3)}$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ

Цель урока: познакомить учащихся со сложением и вычитанием алгебраических дробей; сформировать у учащихся умение приводить алгебраические дроби к общему знаменателю, используя свойства дробей, НОД.

Все ученики	Уметь складывать и вычитать алгебраические дроби с одинаковыми знаменателями
Большинство учеников	Уметь складывать и вычитать дроби с разными знаменателями
Некоторые ученики	Уметь при сложении и вычитании алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями упрощать результат

Активизирующие вопросы:

1) Как складывать дроби с одинаковыми знаменателями?

2) Как складывать дроби с разными знаменателями?

3) Чему равна разность дробей с одинаковыми числителями и одинаковыми знаменателями?

4) Может ли разность алгебраических дробей с разными знаменателями равняться нулю?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: при сложении и вычитании алгебраических дробей допускают ошибки при приведении дробей к общему знаменателю. Чтобы исключить эти ошибки, нужно изучить свойства дробей, как производить действия над алгебраическими дробями различных видов, как находить общий знаменатель.

Домашнее задание: примеры 2-10 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Сложение и вычитание алгебраических дробей выполняется так же, как сложение и вычитание обыкновенных дробей. Отличие в том, что знаменатели обыкновенных дробей – натуральные числа, а знаменатели алгебраических дробей – многочлены.

Если нужно найти сумму (или разность) алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями, достаточно сложить (или вычесть) их числители.

$$\frac{k}{m}+\frac{p}{m}=\frac{k+p}{m} \qquad \frac{k}{m}-\frac{p}{m}=\frac{k-p}{m}$$

Равенства имеют место для любых алгебраических дробей со знаменателем $m \neq 0$.

Пример 1. Сложите дроби $\frac{a}{2c}$ и $\frac{b}{2c}$. $\frac{a}{2c}+\frac{b}{2c}=\frac{a+b}{2c}$.

Пример 2. Сложите дроби $\frac{5a}{x+y}+\frac{2b}{x+y}+\frac{3a-b}{x+y}$.

$$\frac{5a}{x+y}+\frac{2b}{x+y}+\frac{3a-b}{x+y}=\frac{5a+2b+3a-b}{x+y}=\frac{8a+b}{x+y}.$$

Пример 3. Найдите сумму дробей $\frac{a^2}{a-3b};\frac{2ab}{a-3b};\frac{b^2}{a-3b}$.

$$\frac{a^2}{a-3b}+\frac{2ab}{a-3b}+\frac{b^2}{a-3b}=\frac{a^2+2ab+b^2}{a-3b}=\frac{(a+b)^2}{a-3b}$$

Пример 4. Найдите разность дробей $\frac{5}{7a}$ и $\frac{2}{7a}$. $\frac{5}{7a}-\frac{2}{7a}=\frac{5-2}{7a}=\frac{3}{7a}$.

Пример 5. Найдите разность дробей $\frac{5x}{2x-1}$ и $\frac{4}{2x-1}$. $\frac{5x}{2x-1}-\frac{4}{2x-1}=\frac{5x-4}{2x-1}$.

Чтобы сложить (или вычесть) алгебраические дроби с разными знаменателями, приведите их к алгебраическим дробям с общим знаменателем и используйте правило сложения (или вычитания) алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями.

Пример 6. Сложите дроби $\frac{1}{2a^2b}$ и $\frac{1}{6ab^2}$.

Для данных дробей общим знаменателем будет $6a^2b^2$.

$\frac{1}{2a^2\,b}+\frac{\quad}{\quad}=\frac{1}{6ab^2}+\frac{3b}{6a^2\,b^2}=\frac{\quad}{6a^2\,b^2}$. $\frac{a}{}$ $\frac{a+3b}{}$

Пример 7. Найдите сумму $\frac{a+7}{a^2+ab}+\frac{b-7}{ab+b^2}$.

Знаменатели этих дробей мы можем разложить на множители.

$$a^2+ab=a(a+b);\quad ab+b^2=b(a+b).$$

Сравнив их, находим общий знаменатель $ab(a+b)$.

Таким образом: $\frac{a+7}{a^2+ab}+\frac{b-7}{ab+b^2}=\frac{a+7}{a(a+b)}+\frac{b-7}{b(a+b)}=\frac{b(a+7)+a(b-7)}{ab(a+b)}=\frac{ab+7b+ab-7a}{ab(a+b)}=$

$=\frac{7b-7a+2ab}{ab(a+b)}$.

Пример 8. Найдите разность дробей $\frac{4a-3b}{a^3-2a^2b}$ и $\frac{a-3b}{a^2b-2ab^2}$.

Чтобы найти общий знаменатель этих дробей, для начала представим многочлены в их знаменателях в виде произведения множителей.

$$a^3-2a^2\,b=a\cdot a\cdot(a-2b);\qquad a^2\,b-2ab^2=a\cdot b\cdot(a-2b).$$

Общий знаменатель $a^2\,b\,(a-2b)$.

$$\frac{4a-3b}{a^3-2a^2b}-\frac{a-3b}{a^2b-2b^2}=\frac{(4a-3b)b}{a^2b(a-2b)}-\frac{(a-3b)a}{a^2b(a-2b)}=\frac{4ab-3b^2-a^2+3ab}{a^2b(a-2b)}=\frac{7ab-a^2-3b^2}{a^3b-2a^2b^2}$$

Упрощайте результат сложения или вычитания.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

Выполните действия (1 – 5).

1. 1) $\frac{2}{a}+\frac{3}{a}=\frac{5}{a}$ 2) $\frac{2}{a}-\frac{3}{a}=-\frac{1}{a}$ 3) $\frac{7a}{b^5}+\frac{9a}{b^5}=\frac{16a}{b^5}$

2. 1) $\frac{a}{2}-\frac{b}{3}=\frac{3a-2b}{6}$ 2) $\frac{a}{5}+\frac{c}{10}=\frac{2a+c}{10}$ 3) $\frac{7}{9a}+\frac{5}{6}=\frac{14+15a}{18a}$

4) $\frac{3}{4a}-\frac{5}{8a}=\frac{1}{8a}$ 5) $\frac{2}{3a}-\frac{1}{4a}=\frac{5}{12a}$ 6) $\frac{7}{12c}-\frac{13}{15c}=-\frac{17}{60c}$

3. 1) $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$ 2) $\frac{a}{5}-\frac{b}{6}=\frac{6a-5b}{30}$ 3) $a-\frac{1}{a}=\frac{a^2-1}{a}$

4) $2-\frac{a}{2}=\frac{4+a}{2}$ 5) $13-\frac{x}{5}=\frac{65-x}{5}$ 6) $-3a+\frac{a}{4}=-\frac{11a}{4}$

4. 1) $\frac{a}{4}-\frac{c}{6b}=\frac{3ab-2c}{12b}$ 2) $\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=\frac{a+1}{a^2}$

3) $\frac{a}{b}-c+\frac{b}{a}=\frac{a^2-abc+b^2}{ab}$ 4) $7-\frac{3}{a}+\frac{4}{a^2}=\frac{7a^2-3a+4}{a^2}$

5) $\frac{5}{a^2b}+\frac{6}{ab^2}=\frac{6a+5b}{a^2b^2}$ 6) $\frac{1}{ab}-\frac{1}{bc}=\frac{c-a}{abc}$

5. 1) $\frac{2}{ab}+\frac{3}{ac}+\frac{4}{bc}=\frac{4a+3b+2c}{abc}$ 2) $\frac{7}{ab}-\frac{8}{b^2}=\frac{7b-8a}{ab^2}$

3) $\frac{b^2}{a^4}+\frac{b}{a^3}=\frac{b^2+ab}{a^4}$ 4) $n-\frac{1}{n^3}+\frac{2}{n^2}=\frac{n^4+2n-1}{n^3}$

5) $\frac{a}{m^3n}+\frac{b}{mn}=\frac{a+bm^2}{m^3n}$ 6) $\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}=1$

Выполните действия (6 – 9).

6. 1) $\frac{1}{4a^3b^5}+\frac{1}{6a^4b^2}+\frac{1}{3a^6b}=\frac{3a^3+2a^2b^3+4b^4}{4a^6b^5}$

2) $\frac{5}{2a^3}+\frac{4}{5a^6}+\frac{9}{a^2}=\frac{25a^3+90a^4+8}{10a^6}$

3) $\frac{b}{ac}+\frac{b}{a^2c}+\frac{b}{ac^2}=\frac{b(ac+c+a)}{a^2c^2}$

4) $\frac{2}{a-b}+\frac{2}{a+b}=\frac{4a}{a^2-b^2}$

7. 1) $\frac{1}{xy}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y+1}{xy}$

2) $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x^2+3xy+y^2}{xy(x+y)}$

3) $\frac{6}{a+1}-\frac{5}{a}=\frac{a-5}{a(a+1)}$

4) $\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}=\frac{a^2+2ab-b^2}{a^2-b^2}$

8. 1) $\frac{3}{a^2+a}-\frac{2}{ab+b}=\frac{3b-2a}{ab(a+1)}$

2) $\frac{4}{(x-y)^2}-\frac{3}{x-y}=\frac{4-3(x-y)}{(x-y)^2}$

3) $\frac{3x+2y}{x^2-y^2}+\frac{1}{x+y}+\frac{2}{x-y}=\frac{6x+3y}{x^2-y^2}$

4) $\frac{3x}{3-x}-\frac{5x^2+7}{x^2-9}=-\frac{8x^2+9x+7}{x^2-9}$

5) $\frac{5a+3}{a^2-4a+4}-\frac{7}{a-2}=\frac{-2a+17}{(a-2)^2}$

6) $\frac{6}{a-3}-\frac{7}{a+3}=-\frac{a-39}{a^2-9}$

7) $\frac{1}{x^2-10x+25}-\frac{1}{(x+5)^2}=\frac{20x}{(x^2-25)^2}$

8) $a+\frac{a}{a-1}+\frac{a}{a+1}=\frac{a^3+2a^2-a}{a^2-1}$

9. 1) $a-\frac{a+1}{a-1}+2=\frac{a^2-3}{a-1}$

2) $\frac{2x+3}{x^2-49}-\frac{7}{x-7}=-\frac{5x+46}{x^2-49}$

3) $\frac{c-11}{c^2-16}-\frac{c+7}{c^2-4c}=-\frac{11c+28}{c(c^2-16)}$

4) $\frac{1}{x(x+9)}-\frac{1}{x(x-9)}=-\frac{18}{x(x^2-81)}$

5) $\frac{4}{3(a-11)}+\frac{3}{4(a-11)}=\frac{25}{12(a-11)}$

6) $\frac{a-b}{a+b}-\frac{a+b}{a-b}=-\frac{4ab}{a^2-b^2}$

10. Выполните действия.

1) $\frac{2}{4x+5}+\frac{2}{4x-5}+\frac{8x+10}{16x^2-25}=\frac{24x+10}{16x^2-25}$

2) $\frac{5}{a+3}-\frac{a-1}{a^2-3a+9}-\frac{a^2-7a}{a^3+27}=\frac{3a^2-10a+48}{a^3+27}$

3) $\frac{4}{a-2}+\frac{2a-3}{a^2+2a+4}-\frac{2a^2-4a+5}{a^3-8}=\frac{4a^2+5a+17}{a^3-8}$

4) $\frac{1}{a^2+3a+2}+\frac{1}{a^2+5a+6}=\frac{2}{(a+1)(a+3)}$

5) $\frac{2}{a^2-4a+3}-\frac{2}{a^2-8a+15}=-\frac{4}{(a-1)(a-3)(a-5)}$

6) $\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-b^2}+\frac{b^2-(a-c)^2}{(a+b)^2-c^2}+\frac{c^2-(a-b)^2}{(b+c)^2-a^2}=1$

7) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ

Цель урока: познакомить учащихся с умножением и делением алгебраических дробей; сформировать у учащихся умение умножать и делить алгебраические дроби, используя свойства дробей.

Все ученики	При умножении и делении алгебраических дробей могут только умножать дроби
Большинство учеников	Уметь умножать и делить алгебраические дроби
Некоторые ученики	Уметь умножать и делить алгебраические дроби и научиться сокращать полученный результат

Активизирующие вопросы:

1) Как умножать дроби с одинаковым знаменателем?
2) Как умножать дроби с разными знаменателями?
3) Как делить дроби с одинаковыми знаменателями?
4) Как делить алгебраические дроби с разными знаменателями?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: игнорирование свойств простых дробей при умножении и делении алгебраических дробей. Чтобы исключить эти ошибки, обучать свойствам простых дробей, сокращать дроби при произведении действий над алгебраическими дробями.

Домашнее задание: стр. 89 примеры 3-6 (чётные), стр. 91-92 примеры 1-6 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Умножение и деление алгебраических дробей осуществляется так же, как умножение и деление обыкновенных дробей.

$$\frac{k}{m}\cdot\frac{p}{n}=\frac{k\cdot p}{m\cdot n} \qquad \frac{k}{m}:\frac{p}{n}=\frac{k}{m}\cdot\frac{n}{p}=\frac{k\cdot n}{m\cdot p}$$

Равенства справедливы для любых алгебраических дробей с $n,\ m$ не равным 0.

Пример 1. Умножьте дроби $\frac{2a}{3b}$ и $\frac{9b^2}{4a^2}$.

Способ 1: $\frac{2a}{3b}\cdot\frac{9b^2}{4a^2}=\frac{2a9b^2}{3b4a^2}=\frac{18ab^2}{12a^2b}$

Сократим результат: $\frac{18ab^2}{12a^2b}=\frac{18ab^2:6ab}{12a^2b:6ab}=\frac{3b}{2a}$

Способ 2: По возможности, перед умножением алгебраических дробей выражения в числителе и знаменателе первой дроби нужно сократить на выражения в числителе и знаменателе второй дроби.

$$\frac{\cancel{2}\cancel{a}}{\cancel{3}\cancel{b}}\cdot\frac{\cancel{9}_3\cancel{b}^{\cancel{2}}}{\cancel{4}_2\cancel{a}^{\cancel{2}}}=\frac{3b}{2a}$$

Пример 2. Найдите произведение $\frac{12ab^3c}{17a^{14}}\cdot\frac{34c}{36a^2b}$.

$$\frac{12ab^3c}{17a^{14}}\cdot\frac{34c}{36a^2b}=\frac{2b^2c^2}{3a^{15}}$$

Пример 3. Перемножьте рациональные выражения $\frac{a^7}{28b^6}$ и $\frac{24b^5}{a^6}$.

$\frac{a^7}{28b^6}\cdot\frac{24b^5}{a^6}$ Теперь сократим и получим $\frac{6a}{7b}$.

Пример 4. Перемножьте алгебраические дроби $\frac{x^2-4}{x^2y^3}$ и $\frac{x^3y^2}{2y-xy}$.

Перед вычислением произведения числитель и знаменатель дроби разложим на множители.

$\frac{(x^2-4)\cdot x^3y^2}{x^2y^3\cdot(2y-xy)}=\frac{(x-2)\cdot(x+2)\cdot x^3\cdot y^2}{x^2y^3\cdot y\cdot(2-x)}$. Теперь сократим дроби.

$$\frac{(x-2)\cdot(x+2)\cdot x^3\cdot y^2}{x^2y^3\cdot y\cdot(2-x)}=\frac{-(x+2)\cdot x}{y\cdot y}=-\frac{x(x+2)}{y^2}$$

Пример 5. Выполните умножение. $\frac{2x+x^2}{1-x^2}\cdot\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{x-1}{x}$

$$\frac{2x+x^2}{1-x^2}\cdot\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{x-1}{x}=\frac{x(2+x)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{(1-x)\cdot(1+x)\cdot(x+2)\cdot x}=\frac{x(2+x)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{-(x-1)\cdot(1+x)\cdot(x+2)\cdot x}$$

Теперь сократим.

$$\frac{x(2+x)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{-(x-1)\cdot(1+x)\cdot(x+2)\cdot x}=$$

-1

Пример 6. $\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2}$ умножьте на $4n^2-12nm+9m^2$.

$$\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2}\cdot(4n^2-12nm+9m^2)=\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2}\cdot\frac{4n^2-12nm+9m^2}{1}=$$

$$=\frac{(3m+2n)\cdot(4n^2-12nm+9m^2)}{9m^2-4n^2}$$

Теперь разложим на множители числитель и знаменатель.

$$\frac{(3m+2n)\cdot(4n^2-12nm+9m^2)}{9m^2-4n^2}=\frac{(3m+2n)\cdot(2n-3m)^2}{(3m-2n)\cdot(3m+2n)}=\frac{(3m+2n)\cdot(2n-3m)^2}{-(2n-3m)\cdot(3m+2n)}$$

Сократим дробь. $\frac{(3m+2n)\cdot(2n-3m)^2}{-(2n-3m)\cdot(3m+2n)}=\frac{(2n-3m)}{-1}=-(2n-3m)=3m-2n$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

Выполните умножение (1 – 6).

1. 1) $\frac{\overset{1}{\cancel{19}}}{\underset{2}{\cancel{42}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{21}}}{\underset{2}{\cancel{38}}}=\frac{1}{4}$ 2) $\frac{45}{77}\cdot\frac{49}{54}=\frac{35}{66}$ 3) $\frac{36}{55}\cdot\frac{25}{72}=\frac{5}{22}$

4) $\frac{16}{23}\cdot\frac{69}{100}=\frac{12}{25}$ 5) $84\cdot\frac{11}{12}=77$ 6) $50\cdot\frac{33}{55}=30$

2. 1) $\frac{3a}{b}\cdot\frac{b}{6a}=\frac{1}{2}$ 2) $\frac{a^2b}{12c}\cdot\frac{4c}{ab^2}=\frac{a}{3b}$ 3) $6x\cdot\frac{a}{3x^2}=\frac{2a}{x}$

4) $\frac{x^2}{8x^3}\cdot\frac{4x}{x+4}=\frac{1}{2x+8}$ 5) $13a^2\cdot\frac{b^2}{a^4}=\frac{13b^2}{a^2}$; 6) $\frac{a^8}{3b^9}\cdot 6b^7=\frac{2a^8}{b^2}$

7) $\frac{9c^2}{5b^3}\cdot\frac{10b^4}{99c^7}=\frac{2b}{11c^5}$ 8) $\frac{a^2b}{c^2d}\cdot c^2d=a^2b$ 9) $\frac{4m^2}{n}\cdot\frac{n}{16m}=\frac{m}{4}$

10) $\frac{9a^3}{2b^3}\cdot\frac{4b^2}{27a^3}=\frac{2}{3b}$ 11) $\frac{24a^7}{b^9}\cdot\frac{b^4}{8a^4}=\frac{3a^3}{b^5}$ 12) $\frac{21x^2y}{81}\cdot\frac{3}{7x^3y^2}=\frac{1}{9xy}$

3. 1) $\frac{x+y}{x-y}\cdot(x-y)=x+y$ 2) $\frac{a-b}{a+b}\cdot(a+b)=a-b$

3) $\frac{ab}{a+b}\cdot(a+b)=ab$ 4) $\frac{7x-7y}{5x+5y}\cdot\frac{10x+10y}{49x-49y}=\frac{2}{7}$

4. 1) $\left(\frac{a}{7}+\frac{a}{8}\right)\cdot\frac{14}{a}=3\frac{3}{4}$ 2) $\left(\frac{b}{12}+\frac{b}{12}\right)\cdot\frac{48}{b^2}=\frac{8}{b}$

3) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\cdot\frac{2ab}{a^2+b^2}=2$ 4) $\left(\frac{m}{9n}-\frac{n}{4m}\right)\cdot\frac{36mn}{(4m-3n)}=\frac{4m^2-9n^2}{4m-3n}$

5. 1) $\frac{x+3}{y+3}\cdot\frac{y+3}{x^2-9}=\frac{1}{x-3}$ 2) $\frac{ab}{x^2-16}\cdot\frac{x+4}{a^3b^3}=\frac{1}{a^2b^2(x-4)}$

3) $\frac{8c^2}{a^2-49}\cdot\frac{a-7}{4c^3}=\frac{2}{c(c+7)}$ 4) $\frac{5mn}{m^2-n^2}\cdot\frac{m-n}{10mn}=\frac{1}{2m+2n}$

5) $\frac{ab+b^2}{15}\cdot\frac{b}{a+b}=\frac{b^2}{15}$ 6) $\frac{x^2-4y^2}{10}\cdot\frac{2y}{x+2y}=\frac{xy-2y^2}{5}$

7) $\frac{4x-y}{4x}\cdot\frac{1}{(4x-y)(4x+y)}=\frac{1}{4x(4x+y)}$

8) $\frac{a-b}{b^4}\cdot\frac{3b^5}{a^2-b^2}=\frac{3b}{a+b}$ 9) $\frac{a+b}{a}\cdot\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}=\frac{a^2}{a+b}$

6. 1) $\frac{5(a+b)}{3(a+b)}\cdot\frac{9(a-b)^4}{10(a-b)^5}=\frac{3}{2(a-b)}$

2) $\frac{a^2-10ab+25b^2}{a+5b}\cdot\frac{a^2+10ab+25b^2}{a-5b}=a^2-25b^2$

3) $\frac{m^3-n^3}{m+n}\cdot\frac{m^3+n^3}{m-n}\cdot\frac{mn}{m^4+m^2n^2+n^4}=mn$

Выполните деление алгебраических дробей (1–5).

1. 1) $\frac{a}{10}:\frac{a}{5}=\frac{a}{10}\cdot\frac{5}{a}=\frac{1}{2}$ 2) $\frac{a}{b}:\frac{b}{a}=\frac{a^2}{b^2}$ 3) $ab:\frac{a}{b}=b^2$

4) $\frac{a^3}{b^2}:\frac{a^4}{b^5}=\frac{b^3}{a}$ 5) $\frac{a^3}{b^{11}}:\frac{a^9}{b^5}=\frac{1}{a^6b^6}$ 6) $\frac{3a}{5b}:\frac{9a^2}{25b^2}=\frac{5b}{3a}$

7) $\frac{7m}{8n}:\frac{49m^3}{64n^5}=\frac{8n^4}{7m^2}$ 8) $abc:\frac{bc}{a}=a^2$

2. 1) $\frac{a-5}{b^9}:\frac{a-5}{b^4}=\frac{1}{b^5}$ 2) $\left(\frac{4a^3}{5b^2}\right)^2:\left(\frac{2a^5}{5b^3}\right)^3=\frac{10b^5}{a^9}$ 3) $30ab:\frac{15ab}{7cd}=14cd$

4) $\frac{a-8}{b^9}:\frac{(a-8)^3}{b^9}=\frac{1}{(a-8)^2}$ 5) $30x^2y^3:\frac{15x^3y^2}{4ab}=\frac{8aby}{x}$ 6) $\frac{a^6b^7}{c^{10}}:\frac{a^5b^{11}}{c^7}=\frac{a}{b^4c^3}$

7) $\frac{8a}{11b}:\left(a^2\right)=\frac{8}{11ab}$ 8) $\frac{m^3n}{k^5}:\frac{m^2n^5}{k^6}=\frac{mk}{n^4}$

3. 1) $\left(\frac{a}{b^2}-\frac{b}{a^2}\right):\frac{a^2+ab+b^2}{3ab}=\frac{3(a-b)}{ab}$ 2) $\frac{a^2-36}{a^2-9}:\frac{a-6}{a+3}=\frac{a+6}{a-3}$

3) $\left(3+\frac{1}{a^2}\right):\left(3-\frac{1}{a^2}\right)=\frac{3a^2+1}{3a^2-1}$ 4) $\left(\frac{a}{2}+\frac{a}{3}+\frac{a}{4}\right):\left(\frac{a}{3}-\frac{a}{4}-\frac{a}{6}\right)=-13$

5) $\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}+\frac{a^3+b^3}{a+b}\right):\frac{a^2+b^2}{ab}=2ab$ 6) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right):\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

7) $\left(\frac{x-3}{x+4}+\frac{x-4}{x+3}\right):\left(\frac{x+3}{x-4}+\frac{x+4}{x-3}\right)=\frac{x^2-7x+12}{x^2+7x+12}$

4. 1) $\frac{a^2-6a+9}{a^2+6a+9}:\frac{a-3}{a+3}=\frac{a-3}{a+3}$ 2) $\frac{a^2-4a+4}{a^2+4a+4}:\frac{(a-2)^3}{(a+2)^3}=\frac{a+2}{a-2}$

3) $\frac{4a^2-12ab+9b^2}{4a^2+12ab+9b^2}:\frac{10a-15b}{2a^2+3ab}=\frac{a(2a-3b)}{5(2a+3b)}$ 4) $\frac{a^2-b^2}{3a-3b}:\frac{5a+5b}{9}=\frac{3}{5}$

5) $\frac{a^4x-b^4x}{a^2y+b^2y}:\frac{a^2-b^2}{xy}=x^2$ 6) $\frac{a-b}{7b^4}:\frac{a-b}{14b^4}=2$

5. 1) $\left(\frac{2x+3y}{2x-3y}-\frac{2x-3y}{2x+3y}\right):\left(\frac{2x-3y}{2x+3y}-\frac{2x+3y}{2x-3y}\right)=-1$

2) $\left(\frac{5x+4y}{5x-4y}-\frac{5x-4y}{5x+4y}\right):\left(\frac{5x-4y}{5x+4y}-\frac{5x+4y}{5x-4y}\right)=-1$

6. Вычислите.

1) $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot$

$\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}}\cdot\ldots\cdot\frac{\cancel{9}}{\cancel{10}}\cdot\frac{11}{10}=\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$

2) $\left(1-\frac{1}{12^2}\right)\left(1-\frac{1}{13^2}\right)\left(1-\frac{1}{14^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{20^2}\right)=\frac{77}{80}$

3) $1^2-2^2+3^2+4^2+\ldots+99^2-100^2=-5050$

4) $\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\frac{1}{6^2-1}+\frac{1}{8^2-1}+\frac{1}{10^2-1}=\frac{5}{11}$

7. Проверить равенства.

1) $\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{32}{1-x^{32}}$

Решение. $\left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}\right)+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{1+x+1-x}{1-x^2}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+$

$+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=\left(\frac{2}{1-x^2}+\frac{2}{1+x^2}\right)+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{2+2x^2+2-2x^2}{1-x^4}+\frac{4}{1+x^4}+$

$+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=\left(\frac{4}{1-x^4}+\frac{4}{1+x^4}\right)+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{4+4x^4+4-4x^4}{1-x^8}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=$

$\left(\frac{8}{1-x^8}+\frac{8}{1+x^8}\right)+\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{8+8x^8+8-8x^8}{1-x^{16}}+\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{16}{1-x^{16}}+\frac{16}{1+x^{16}}=$

$=\frac{16+16x^{16}+16-16x^{16}}{1-x^{32}}=\frac{32}{1-x^{32}}$

2) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

Решение. $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=\frac{b-c-a+c+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)}=\frac{0}{(a-b)(a-c)(b-c)}=0$

3) $\left(\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}+3\right)\cdot\frac{abc}{ab+bc+ac}=a+b+c$

Решение. $\left(\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}+3\right)\cdot\frac{abc}{ab+bc+ac}=\left(1+\frac{a+b}{c}+1+\frac{b+c}{a}+1+\frac{a+c}{b}\right)\cdot\frac{abc}{ab+bc+ac}=$

$\left(\frac{a+b+c}{c}+\frac{a+b+c}{a}+\frac{a+b+c}{b}\right)\cdot\frac{abc}{ab+bc+ac}=(a+b+c)\frac{ab+bc+ac}{abc}\cdot\frac{abc}{ab+bc+ac}=a+b+c$

8. Найти значение выражения при $abc=1$, $\left(\frac{5}{a}-bc\right)\left(\frac{4}{b}-ac\right)\left(\frac{3}{c}-ab\right)$.

Решение. $\left(\frac{5}{a}-bc\right)\left(\frac{4}{b}-ac\right)\left(\frac{3}{c}-ab\right)=\frac{5-abc}{c}\cdot\frac{4-abc}{b}\cdot\frac{3-abc}{c}=\frac{4\cdot3\cdot2}{1}=24$

ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

Задание 1.

Две компании предложили свои собственные шкалы заработной платы.

Компания А: начальная месячная зарплата = 900 000, ежемесячная надбавка = 50 000.

Компания В: начальная месячная зарплата = 750 000, ежемесячная надбавка = 60 000.

С января 2022 года Али начал работать в компании А, а Ахмед – в компании В. Когда месячные зарплаты Али и Ахмеда сравняются? Рассчитайте тремя способами.

Какая шкала оплаты лучше?

1 способ. Составим таблицу.

	Начальная зарплата	2 месяц	3 месяц	4 месяц	5 месяц	6 месяц	7 месяц
Компания А	900 000	950 000	1000 000	1050 000	1100 000	1150 000	1200 000
Компания В	750 000	810 000	870 000	930 000	990 000	1050 000	1110 000

	8 месяц	9 месяц	10 месяц	11 месяц	12 месяц	13 месяц	14 месяц
Компания А	1250 000	1300 000	1350 000	1400 000	1450 000	1500 000	1550 000
Компания В	1170 000	1230 000	1290 000	1350 000	1410 000	1470 000	1530 000

	15 месяц	16 месяц
Компания А	1600 000	1650 000
Компания В	1590 000	1650 000

Способ 2. Предположим, что в x-м месяце (здесь мы не берём начальную зарплату) зарплаты Али и Ахмеда равны.

Зарплата Али в месяце x равна $A = + 900\,000\ 50\,000\ x$, а зарплата Ахмеда равна $B = 750\,000 + 60\,000x$, и они получают поровну.

То есть $900\,000 + 50\,000x = 750\,000 + 60\,000x$. Вычтите 750 000 из обеих частей этого уравнения, получим $150\,000 + 50\,000x = 60\,000x$. Теперь вычтите $50\,000x$ из обеих частей этого уравнения: $150\,000 = 10\,000x$. Обе части уравнения разделите на 10000, находим, что $x = 15$. Таким образом, одинаковую зарплату они получат через 16 месяцев после первого месяца повышения зарплаты.

Способ 3. Разница между начальными зарплатами Али и Ахмеда составляет 150 000, *а* разница в ежемесячных премиях – 10 000. Эта разница в зарплатах исчезнет через 15 месяцев. Итак, если мы добавим первый месяц к этой разнице, мы получим 16 месяцев.

2) Какая часовая шкала лучше?

Ответ: Почасовая ставка в компании В лучше. Потому что начиная с 17-го месяца зарплата компании В будет увеличиваться

Задание 2.

Компании *C* и *D* предлагали разные почасовые ставки для одной и той же должности:

Компания *C*: начальная месячная почасовая ставка = 500 000.

После этого месячная заработная плата за следующий месяц будет на 10% больше предыдущей месячной заработной платы.
Компания D: начальные месячные рабочие часы = 300 000.
После этого месячная заработная плата за следующий месяц будет на 15% больше предыдущей месячной заработной платы.
1) Азиз и Одил начали работать в компаниях *C* и *D* соответственно в том же месяце. Через сколько месяцев месячная зарплата Одила будет больше, чем у Азиза?
Решение. Составим таблицу ежемесячных прибавок к зарплате.

Месяцы	Предварительная месячная плата	2 месяц	3 месяц	4 месяц	5 месяц	6 месяц	7 месяц
Азиз	500 000	550 000	605 000	665 500	732 050	805 255	885 780,5
Одил	300 000	345 000	396 750	456 262,5	524 701,875	603 407,2	693 918,3

Месяцы	8 месяц	9 месяц	10 месяц	11 месяц	12 месяц	13 месяц
Азиз	974 358,6	1 071 794,5	1 178 973,9	1 296 871	1 426 558	1 569 213,8
Одил	798 006	917 706,9	1 055 362,9	1 213 667	1 395 717,1	1605 074,6

Ответ. Месячная зарплата Одила будет больше, чем месячная зарплата Азиза в 13-м месяце.

2) Какой контракт имеет лучшую почасовую ставку?

Ответ: контракт D

Задание 3.

Компания предложила увеличить годовой оклад. В таблице указана общая заработная плата, полученная рабочим после работы в течение *n* лет.

Количество лет, *n*	3	4	5	6	7
Общий оклад (сум)	28 080	39 360	51 600	64 800	78 960

1) На основании таблицы напишите соответствующие расчёты оклада

2) Подтвердите свой расчёт, используя соответствующий графический метод “Шкала дохода”.

ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

14. В таблице указана длина тени в 10 часов от кустов разной высоты. Какова длина тени куста высотой 50 см в 10 часов утра?

A) 36 cm B) 38 cm C) 40 cm D) 42 cm

Высота куста (cm)	Длина тени (cm)
20	16
40	32
60	48
80	64

Ответ: C

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 3

1 вариант

1. Сократите алгебраическую дробь: $\frac{18x-3x^2}{8x^2-48x}$

2. $\frac{2a+1}{a(a+1)}$ Данная алгебраическая дробь не имеет смысла при $a = 0$ и -1. Является ли данное утверждение истинным или ложным. Прокомментируйте свой ответ.

3. Сократить алгебраическую дробь: $\frac{2x+1}{2}+\frac{3x+1}{4}$.

4. Вычесть алгебраические дроби: $\frac{x+1}{2}-\frac{x+2}{3}$.

5. Перемножьте алгебраические дроби: $\frac{x-3}{15}\cdot\frac{5}{2x-6}$.

2 вариант

1. Сократите алгебраическую дробь: $\frac{3a^3b^2+3a^2b^3}{3a^3b^2-3a^2b^3}$.

2. $\frac{2}{6k};\frac{1}{12kt};\frac{3}{4t}$ Общий знаменатель алгебраической дроби равен $12kt$. Является ли данное утверждение истинным или ложным. Прокомментируйте свой ответ.

3. Сократить алгебраическую дробь: $\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}$.

4. Вычесть алгебраические дроби: $\frac{2x+1}{2}-\frac{3x+1}{4}$.

5. Перемножьте алгебраические дроби: $\frac{x-5}{10}\cdot\frac{5}{x^2-5x}$.

ГЛАВА IV. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРЕНЬ

Цель урока: познакомить учащихся с уравнением и его корнем; закрепить знания учащихся об уравнении, сформировать у них умения о таких понятиях, как корень уравнения, отсутствие корня уравнения, равносильные уравнения.

Все ученики	Умеют проверять, что заданное число удовлетворяет уравнению.
Большинство учеников	Уметь решать уравнение, переместив неизвестные в одну сторону, а известные – в другую.
Некоторые ученики	Знать корень уравнения, решение уравнения, равносильные уравнения, уметь решать уравнение, используя свойства арифметических действий.

Активизирующие вопросы:
1) Что называется уравнением?
2) Что называют корнем уравнения?
3) Что вы понимаете под решением уравнения?
4) Что такое равносильные уравнения?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: при решении уравнения не обращают внимания на свойства арифметических действий. Для устранения ошибок необходимо научиться решать различные виды уравнений, используя свойства арифметических операций.

Домашнее задание: примеры 9-12 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой, называется уравнением.

Неизвестное число называется неизвестной (переменной) уравнения.

Обычно неизвестные (переменные) обозначают буквами латинского алфавита.

Пример 1. При каком неизвестном числе x равенство $4x - 15 = x + 15$ становится верным: $x = 10$.

Пример 2. При каком неизвестном числе a равенство $a \cdot 173 = 1730$ становится верным: $a = 10$.

Пример 3. Ни при каких значениях y равенство $435 - 3y = -3y$ верным не будет.

Корень уравнения – это значение неизвестного, которое превращает уравнение в верное равенство.

Пример 4. Уравнение $5x = 20$ имеет один корень. Корень уравнения число 4.

Пример 5. Уравнение $4x - 15 = x + 15$ имеет один корень. Корень уравнения число 10.

Решить уравнение – означает найти все его корни или показать, что оно не имеет корней.

Чтобы узнать, является ли число корнем уравнения, нужно подставить его в уравнение вместо переменной и получить верное равенство.

Пример 6. Не решая уравнения, определите, какое из чисел является его корнем:

$$-3(x + 3) = 4x + 5$$

1) –2 2) 0 3) 1 4) 2

Уравнения с одинаковыми корнями называются равносильными уравнениями.

Уравнения, не имеющие корней, также являются равносильными уравнениями.

Пример 7. $x + 5 = x$ и $3x - 3(x + 1) = 0$.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Корнем какого из уравнений является число 5?

1) $4x + 1 = 21$.

Решение. Проверяем равенство, подставляя число 5 вместо неизвестного x в данных уравнениях. Если оно превратит уравнение в верное равенство, то оно будет решением этого уравнения.

$$4x + 1 = 21$$
$$4 \cdot 5 + 1 = 20 + 1 = 21$$

Таким образом, 5 корень данного уравнения.

2) $(x-2)+(x+2)=15$

$(5-2)+(5+2)=3+7=8.$ Равенство неверно. Уравнение не имеет корней

3) $2 \cdot (5x-4)=8x+2$

$$2 \cdot (5 \cdot 5 - 4) = 8 \cdot 5 + 2$$
$$2 \cdot 21 = 40 + 2$$
$$42 = 42.$$

Равенство верно. Является корнем

4) $3x-4=10$

$3 \cdot 5 - 4 = 15 - 4 = 11.$ Равенство неверно. Не является корнем.

2. Какое из чисел – 2; – 1; 0; 2; 3 является корнем следующих уравнений?

1) $2x+10=10-3x$

Решение.

$$2x + 10 = 10 - 3x$$
$$2x + 3x = 10 - 10$$
$$5x = 0$$
$$x = 0$$

Ответ: $x = 0$;

2) $x+(x+8)=6$ Ответ: $x = -1$;

3) $x-(x-8)+5=4 \cdot (x+1)+1$ Ответ: $x = 2$;

4) $(x-2)+(x+2)+7=3x+5$ Ответ: $x = 2$;

3. Какое из чисел 1; –1; 7; –7 является корнем уравнения $x + (x - 7) = 7$.

Решение. Достаточно проверить, подставив в уравнение вместо x заданные числа.

Проверим при $x=1$

$1+(1-7)=1-6=-5$. Таким образом, $x=1$ не является корнем.

Ответ: Только $x = 7$ является корнем уравнения $x+(x-7)=7$.

4. Какое из чисел 1; –1; 7; –7 является корнем уравнения $x + (5x - 35) = 7$?

Решение. Достаточно проверить, подставив в уравнение вместо x заданные числа.

Проверим при $x=1$

$1+(5 \cdot 1-35)=1-30=-29.$ Таким образом, $x=1$ не является корнем.

Ответ: Только $x = 7$ является корнем уравнения $x+(5x-35)=7$.

5. Какое из чисел 15; – 8; 1 и 0 является корнем уравнения $x + (x + 5) – (x + 8) – (x – 3) = 0$?

Указание. Смотрите примеры 2, 3, 4.

Ответ: Число 0 является корнем данного уравнения.

6. Какое из чисел 15; – 8; 1 и 0 является корнем уравнения $x + (x + 7) – (x + 8) – (x – 2) = 0$?
Указание. Смотрите примеры 2, 3, 4,5.
Ответ: данные числа не являются корнем данного уравнения.

7. Какое из чисел 2,4 и – 2,4 является корнем уравнения $24x = 57{,}6$?
Решение. Достаточно проверить. Ответ. Число 2,4 является корнем.

8. 1) Покажите, что любое число является корнем уравнения $5(2x – 3) = 2(x + 1) + 8x – 17$;
Решение.

$$10x – 15 = 2x + 2 + 8x – 17$$
$$10x – 10x = 15 – 15$$
$$0 \cdot x = 0$$

Ответ: данное равенство будет верным при любом значении неизвестного x.
2) Покажите, что уравнение $y = y – 11$ не имеет корней.
Решение.

$$y = y – 11$$
$$y – y = –11$$
$$0 \cdot y = –11$$

Ответ: ни при каком значении y данное равенство не имеет места.

9. Имеют ли корни уравнения?
1) $5x + 2 = 5x + 9$
Решение.

$$5x + 2 = 5x + 9$$
$$5x – 5x = 9 – 2$$
$$0 \cdot x = 7$$

Ответ: не имеет решения.
2) $7y = y$ Ответ: имеет решение.
3) $x – 20 = 20 – x$ Ответ: имеет решение.
4) $x + 4 = 4 + x$ Ответ: имеет решение.

10. Равносильны ли уравнения?
1) $4 \cdot (x – 8) = 16$ и $x – 8 = 4$
Решение. Уравнения с одним и тем же корнем называются равносильными.
Ответ: да, потому что эти уравнения имеют один и тот же корень. $x = 12$.
2) $11x = 4$ и $11x – 4 = 0$ Ответ: да.
3) $\frac{3x}{4} = 9$ и $3x = 36$ Ответ: да.
4) $7x = 7 \cdot (x – 1)$ и $2x = 5x – 3 \cdot (x – 2)$ Ответ: да.

11. Корнем какого из уравнений будет число 5?
1) $4x + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$
Решение. Поставьте в уравнение вместо неизвестного цифру 5 и проверьте равенство
$4 \cdot 5 + \frac{1}{4} = 20 + \frac{1}{4} = \frac{81}{4} \neq \frac{21}{4}$ Ответ: Число 5 не является корнем уравнения

2) $\left(\frac{x}{5}-2\right)+(x+2)=15$ Ответ: число 5 не является корнем уравнения.

3) $2\cdot(5x-4)=8x+2,4$ Ответ: число 5 не является корнем уравнения.

4) $3x-4,5=15$ Ответ: число 5 не является корнем уравнения.

12. Какое из чисел –2; –1; 0; 2; 3 является корнем уравнения?

1) $2x+\frac{10}{7}=10-3x$ Ответ: ни одно из этих чисел не является корнем уравнения

2) $\frac{x}{2}+(x+8)=6$ Ответ: ни одно из этих чисел не является корнем уравнения

3) $x-\left(\frac{x}{2}-8\right)+5=4\cdot(x+1)+1$ Ответ: ни одно из этих чисел не является корнем уравнения

4) $\left(3x-\frac{2}{5}\right)+(x+2)+\frac{7}{5}=3x+5$ Ответ: $x = 2$.

13. Покажите, что уравнение $\frac{1}{2}y+\frac{5}{6}=y-\frac{1}{2}y-\frac{11}{6}$ не имеет корней.

Решение. Приведём к общему знаменателю. $\frac{3y+5}{6}=\frac{6y-3y-11}{6}$. Упростим числители: $\frac{3y+5}{6}=\frac{3y-11}{6}$. Это выражение не является истинным равенством ни при каком значении y.

14. Имеет ли уравнение корень?

1) $\frac{1}{5}x+\frac{5}{7}=5x-\frac{2}{7}$ Ответ: да, $x=0,21$ является корнем уравнения.

2) $7y=-9y$ Ответ: да, $y=0$ является корнем уравнения.

3) $\frac{4}{5}x-20=20-\frac{1}{5}x$ Ответ: да, $x=40$ является корнем уравнения.

4) $4x+1+x=4+5x$ Ответ: нет корней.

15. Равносильны ли уравнения?

1) $4\cdot\left(\frac{x}{3}-8\right)=16$ и $x-25=11$ Ответ: нет, так как у них разные корни.

2) $1,1x=4$ va $11x-40=0$ Ответ: да, так как у них одинаковый корень $x=3\frac{7}{11}$.

3) $\frac{3x}{5}=21$ и $0,3x-\frac{1}{2}=10$ Ответ: да, так как у них одинаковый корень $x=35$.

4) $5,4x=2,7\cdot(2x-2)$ и $4\frac{1}{2}x=7,5x-3\cdot(x-2)$

Ответ: да, так как у них одинаковый корень.

ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ

Цель урока: познакомить учащихся с линейными уравнениями с одним неизвестным; сформировать у учащихся умение решать линейные уравнения с одним неизвестным.

Все ученики	Уметь решать уравнения с одним неизвестным
Большинство учеников	Уметь решать линейные уравнения различных видов
Некоторые ученики	Уметь решать линейные уравнения с одним неизвестным, примеры и задачи на их применение.

Активизирующие вопросы:

1) Какое уравнение называют линейным уравнением с одним неизвестным?

2) Сколько решений может иметь линейное уравнение с одним неизвестным?

3) При каких условиях линейное уравнение с одним неизвестным имеет единственное решение?

4) При каких условиях линейное уравнение с одним неизвестным имеет бесконечно много решений?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: при решении линейных уравнений с одним неизвестным не учитывают три случая. Чтобы избежать этих ошибок, необходимо рассматривать все возможные случаи решения линейных уравнений с одним неизвестным.

Домашнее задание: стр. 98 примеры 3-7, стр. 100 примеры 10-14 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Уравнение вида $ax = b$ называют **линейным уравнением с одним неизвестным.**

Здесь x – неизвестное, a и b – произвольные числа.

1) $4x + 1 = 21$ 2) $(x - 2) + (x + 2) = 15$

3) $2(5x - 4) = 8x + 2$ 4) $3x - 4 = 10$

Все эти уравнения являются линейными уравнениями с одним неизвестным.

После упрощения они примут вид $ax = b$

Для решения такого уравнения необходимо обе части уравнения разделить на $a \neq 0$, получим $x = \frac{b}{a}$.

Если в линейном уравнении $ax = b$:

1) $a \neq 0$ уравнение имеет единственный корень;

2) $a = 0,\ b \neq 0$ уравнение не имеет корней, так как равенство $0 \cdot x = b$ не будет верным;

3) $a = 0, b = 0$ корнем уравнения будет любое значение x, так как равенство $0 \cdot x = 0$ верно при любом x.

Таким образом, в зависимости от количества корней линейные уравнения с одним неизвестным бывают трёх видов:

1. с одним корнем;
2. не имеют корней;
3. бесконечно много корней.

Пример 1. Уравнение $3(x - 2) = 12$ имеет корень $x = 6$, так как после преобразования мы придём к уравнению $3x = 18$.

Пример 2. Уравнение $x + 5 = x$ не имеет корней, так как оно приводится к явно неверному равенству $0 \cdot x = -5$. В таких случаях уравнение не будет иметь корня.

Пример 3. Уравнение $2(x - 1) = 2(x - 7) + 12$ имеет бесконечно много корней, так как после преобразования уравнение приводится к виду $0 \cdot x = 0$. А это равенство верно при любом значении x.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Какое из этих уравнений является линейным?

1) $5x=7$. Решение. Если при упрощении уравнений они примут вид $ax=b$, то они называются линейными. Ответ: да, линейное уравнение.

2) $0,7x-5=0$. Ответ: да, линейное уравнение.

3) $\frac{4}{x}=2x$. Ответ: нет, это не линейное уравнение.

4) $0,(3)x=1,(2)$. Ответ: да, линейное уравнение.

5) $-5,8=4,4x$. Ответ: да, линейное уравнение.

6) $4x=1$. Ответ: да, линейное уравнение.

2. Найдите корень уравнения.

1) $5x=20$. Решение. Раздели обе части равенства на 5: $\frac{5x}{5}=\frac{20}{5}$. Ответ: $x=4$

2) $6x=72$. Ответ: $x=12$

3) $5x=0$. Ответ: $x=0$

4) $9x=36$. Ответ: $x=4$

5) $-10x=110$. Ответ: $x=-11$

6) $5x=-125$. Ответ: $x=-25$

7) $11x=44$. Ответ: $x=4$

8) $-6x=-18$. Ответ: $x=3$

3. Решиите уравнения.

1) $2x=-6$. Ответ: $x=-3$

2) $3x=-12$. Ответ: $x=-4$

3) $6x=-30$. Ответ: $x=-5$

4) $8x=-72$. Ответ: $x=-9$

5) $-9x=36$. Ответ: $x=-4$

6) $-7x=-14$. Ответ: $x=2$

7) $3x=0,3$. Ответ: $x=0,1$

8) $-5x=-1,5$. Ответ: $x=0,3$

4. Решите линейное уравнение.

1) $0,5x=7$. Ответ: $x=14$

2) $-5x=\frac{1}{3}$. Ответ: $x=-\frac{1}{15}$

3) $\frac{1}{7}y=\frac{1}{2}$. Ответ: $y=3,5$

4) $\frac{2}{3}x=\frac{2}{3}$. Ответ: $x=1$

5) $8x=-16$. Ответ: $x=-2$

6) $-17x=0$. Ответ: $x=0$

7) $5x=-\frac{1}{5}$. Ответ: $x=-0,04$

8) $\frac{1}{12}x=\frac{1}{2}$. Ответ: $x=6$

5. Найдите корень уравнения.

1) $-1,5x=-12$. Ответ: $x=8$

2) $0,5x=-42$. Ответ: $x=-84$

3) $2x=7$. Ответ: $x=3,5$

4) $6x=-9$. Ответ: $x=-1,5$

5) $7x=15$. Ответ: $x=2\frac{1}{7}$

6) $0,1x=-0,2$. Ответ: $x=-2$

7) $0,04x=0,4$. Ответ: $x=10$

8) $\frac{1}{4}x=-7$. Ответ: $x=-28$

6. Найдите корень уравнения.

1) $3x-120=0$

Решение.

$$3x-120=0$$
$$3x=120$$
$$x=120:3$$
$$x=40.$$

Ответ: $x=40$

2) $11x-2=21$. Ответ: $x=2\frac{1}{11}$

3) $9=8+0{,}1x$. Ответ: $x=10$

4) $48-3x=0$. Ответ: $x=16$

5) $-x+5=49$. Ответ: $x=-44$

6) $0{,}16x+0{,}01=0{,}17$. Ответ: $x=1$

7) $-1{,}5x-9=0$. Ответ: $x=-6$

8) $-0{,}9x+2=65$. Ответ: $x=-70$

9) $2\cdot(x-4)=3\cdot(x-1)$. Ответ: $x=-5$

7. Приведите запись к линейному уравнению с одним неизвестным и определите его корень.

1) Число 47 на 19 больше числа x Ответ: $47=x+19$; корень: $x=28$

2) Число 75 в 15 раз больше числа x Ответ: $75=x\cdot 15$; корень: $x=5$

3) Число x меньше числа 76 на 19 Ответ: $x=76-19$; корень: $x=57$

4) Число x меньше числа 76 в 19 раз Ответ: $x=76:19$; корень: $x=4$

5) Удвоенная сумма чисел y и 15 равна 50 Ответ: $2\cdot(y+15)=50$; корень. $y=10$

6) Четыре пятых от разности чисел y и 47 равно 64

Ответ: $(y-47)\cdot\frac{4}{5}=64$; корень. $y=127$

7) Утроенная разность чисел x и 9 равна удвоенной сумме чисел x и 11

Ответ: $3\cdot(x-9)=2\cdot(x+11)$; корень. $x=49$

8) Сумма одной третьей и одной четвертой частей числа x равна 14

Ответ: $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x=14$; корень. $x=24$

8. Заполните графу “Совместно” в таблице.

№	Уравнение		Корень	Совместимость
1	$x + 3 = 19$	A	$x = 7$	$1 – F$
2	$2x – 8 = 10$	B	$x = –0{,}25$	$2 – R$
3	$9x – 1 = 0{,}8$	C	$x = –10$	$3 – K$
4	$5x – 4 = 4x – 5$	D	$x = \frac{1}{9}$	$4 – M$
5	$2x = 3x – 7$	E	$x = 1{,}2$	$5 – A$
6	$5x + 49 = x + 1$	F	$x = 16$	$6 – N$
7	$8x = –2$	K	$x = 0{,}2$	$7 – B$
8	$9x = 3$	L	$x = –9$	$8 – S$
9	$0{,}5x = –5$	M	$x = 1\frac{7}{9}$	$9 – C$
10	$–0{,}9x = –0{,}1$	N	$x = –12$	$10 – D$
11	$2x – 9 = x – 9$	P	$x = 0{,}2$	$11 – O$
12	$4(x – 1) = 5(x + 1)$	R	$x = 9$	$12 – L$

13	$15x - 24 = 10x - 18$	S	$x = \frac{1}{3}$	$13 - E$
14	$-5x - 7x = 8x - 46$	Z	$x = 2{,}3$	$14 - Z$
15	$0{,}5x + 0{,}6 = 0{,}7$	O	$x = 0$	$15 - P$

Решение. Решив каждое уравнение, заполним соответствующую графу в таблице.

9. Составьте уравнение, корнями которого являются числа 7; –4; 1; –10.
Ответ: образец. 1) $x - 7 = 0$ 2) $x + 4 = 0$ 3) $3x + 6 = 9$ 4) $2x + 22 = 2$

10. Найдите корень уравнения.
1) $8 \cdot (x - 1) = 5 \cdot (x - 6)$
Решение.

$$8x - 8 = 5x - 30$$
$$3x = -22$$
$$x = -7\frac{1}{3}$$

Ответ: $x = -7\frac{1}{3}$
2) $9 \cdot (x + 5) = 6 \cdot (x + 9)$. Ответ: $x = 3$
3) $6 \cdot (x - 1) = 4 \cdot (x - 3)$. Ответ: $x = -3$
4) $3 \cdot (x + 2) = 6 \cdot (x + 7)$. Ответ: $x = -12$
5) $2 \cdot (x + 8) = 8 \cdot (x + 8)$. Ответ: $x = -8$
6) $9 \cdot (x - 8) = 9 \cdot (x - 4)$. Ответ: нет корней
7) $6 \cdot (x - 4) = 2 \cdot (x - 6)$. Ответ: $x = 3$
8) $2 \cdot (x + 6) = 3 \cdot (x + 5)$. Ответ: $x = -3$
9) $2 \cdot (x + 3) = 9 \cdot (x - 3)$. Ответ: $x = 4\frac{6}{7}$
10) $2 \cdot (x - 1) = 4 \cdot (x + 3)$. Ответ: $x = -7$

11. Решите уравнения.
1) $2x + 9 = 15 - x$
Решение.

$$2x + 9 = 15 - x$$
$$2x + x = 15 - 9$$
$$3x = 6$$
$$x = 6 : 3$$
$$x = 2$$

Ответ: $x = 2$
2) $17 - 0{,}3x = 23 + 1{,}7x$. Ответ: $x = -3$
3) $y - \frac{1}{2}y = 0$. Ответ: $y = 0$
4) $14 - x = 19 - 11x$. Ответ: $x = 0{,}5$
5) $0{,}8x + 14 = 2 - 1{,}6x$. Ответ: $x = -5$
6) $x - 4x = 0$. Ответ: $x = 0$
7) $0{,}5x + 11 = 4 - 3x$. Ответ: $x = -2$
8) $15 - x = \frac{1}{3}x - 1$. Ответ: $x = 12$

12. Решите уравнения.
1) $x = -x$. Ответ: $x = 0$
2) $2{,}7x - 1 = 5.4 - 1$. Ответ: $x = 2$
3) $1\frac{1}{3}y + 4 = \frac{1}{3}y + 1$. Ответ: $y = -3$
4) $5x - 6x = 0$. Ответ: $x = 0$
5) $3x - 8 = x + 6$. Ответ: $x = 7$
6) $y - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}y$. Ответ: $y = 1{,}25$

13. Решите уравнения.

1) $(7x-24)-11x=16$

Решение. Раскрыв скобки, упрощаем:

$$(7x-24)-11x=16$$
$$7x-24-11x=16$$
$$-4x=16+24$$
$$-4x=40$$
$$x=-10$$

Ответ: $x=-10$

2) $2{,}1x-(12+3x)=-x$. Ответ: $x=120$

3) $0{,}6x-0{,}7=0{,}8x$. Ответ: $x=-3{,}5$

4) $4x-9=3\cdot(2x-5)$. Ответ: $x=3$

5) $21x+14=7\cdot(x-4)$. Ответ: $x=-3$

6) $6x+15=3\cdot(3x+8)$. Ответ: $x=-3$

14*. Покажите, что равенство верно для любого x.

1) $15-8x-17+3x=14x+20-19x-22$

Решение. Переносим выражения с неизвестным в левую часть уравнения, числа в правую часть уравнения: $-8x+3x-14x+19x=20-22+17-15$. В результате образуется уравнение $0\cdot x=0$. Это равенство верно при любом значении неизвестного.

2) $18-4x+43-7x=-20x+54+9x+7$

Решение.

$$18-4x+43-7x=-20x+54+9x+7$$
$$-11x+61=-11x+61$$

Ответ: одинаковые выражения в правой и левой частях уравнения. Это указывает на то, что любое значение неизвестного будет корнем уравнения.

3) $\dfrac{2x+7}{5}+\dfrac{4x-3}{4}=\dfrac{28x+13}{20}$

Решение. Левую часть равенства приведём к общему знаменателю.

$$\frac{(2x+7)\cdot 4}{5\cdot 4}+\frac{(4x-3)\cdot 5}{4\cdot 5}=\frac{28x+13}{20}$$
$$\frac{8x+28+20x-15}{20}=\frac{28x+13}{20}$$
$$\frac{28x+13}{20}=\frac{28x+13}{20}$$

Ответ: одинаковые выражения в правой и левой частях уравнения. Это указывает на то, что любое значение неизвестного будет корнем уравнения.

4) $\dfrac{3x-7}{15}+\dfrac{9x+8}{6}=\dfrac{51x+26}{30}$

Решение.

$$\frac{3x-7}{15}+\frac{9x+8}{6}=\frac{51x+26}{30}$$
$$\frac{(3x-7)\cdot 2}{15\cdot 2}+\frac{(9x+8)\cdot 5}{6\cdot 5}=\frac{51x+26}{30}$$
$$\frac{6x-14+45x+40}{30}=\frac{51x+26}{30}$$

$$\frac{51x+26}{30}=\frac{51x+26}{30}$$

Ответ: одинаковые выражения в правой и левой частях уравнения. Это указывает на то, что любое значение неизвестного будет корнем уравнения.

15. Покажите, что уравнение не имеет корней.

1) $36+4x=13x+11-9x+24$

Решение. Упростив данное уравнение, приводим к виду $0\cdot x=b$

$$36+4x=13x+11-9x+24$$
$$36+4x=13x-9x+11+24$$
$$36+4x=4x+35$$
$$4x-4x=35-36$$
$$0\cdot x=-1$$

Ответ: полученное равенство ни при каком значении x не является истинным равенством. Данное уравнение не имеет решения.

2) $10x-19-7x=6x-15-4x+13+x$

Решение.

$$10x-19-7x=6x-15-4x+13+x$$
$$3x-19=3x-2$$
$$0\cdot x=17$$

Ответ: уравнение не имеет решения

3) $\frac{x-1}{5}+\frac{3x-1}{8}=\frac{23x-17}{40}$

Решение.

$$\frac{x-1}{5}+\frac{3x-1}{8}=\frac{23x-17}{40}$$
$$\frac{(x-1)\cdot 8}{5\cdot 8}+\frac{(3x-1)\cdot 5}{8\cdot 5}=\frac{23x-17}{40}$$
$$\frac{8x-8+15x-5}{40}=\frac{23x-17}{40}$$
$$\frac{23x-13}{40}=\frac{23x-17}{40}$$
$$23x-23x=-17+13$$
$$0\cdot x=-4$$

Ответ: уравнение не имеет решения.

СПОСОБ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПО МЕТОДУ АЛЬ-ХОРЕЗМИ

1. Найдите уравнение, корнем которого является число –3.

1) $-3x=1$

Решение. Достаточно подставить

$$-3\cdot(-3)=9$$
$$9\neq 1$$

Ответ: –3 не является решением.

2) $2x-7=-13$. Ответ: –3 является решением.

3) $\frac{1}{3}x=-1$. Ответ: –3 является решением.

4) $5\cdot(x-2)+1=4x$. Ответ: –3 не является решением.

2. Покажите, что число 10 не является корнем уравнения.

1) $0,02x=0,002$

Ответ: 10 не является корнем.

2) $8,9x+8,9=98,9$. Ответ: 10 не является корнем.

3) $\frac{x}{5}=50$. Ответ: 10 не является корнем.

4) $-x-9x=-90$. Ответ: 10 не является корнем.

3. Какое из чисел 5; 2,1; –8 и – является корнем уравнения $5x + 57 = –4x – 15$?

Указание. Смотрите решение примера 1.

Ответ: число –8 является решением уравнения

4. Составьте уравнение вида $ax = b$, корнями которого являются числа 4; –1; 0.

Ответ: $1,5x=6$; $2x=-2$; $7x=0$.

5. Среди приведённых уравнений определите линейные и назовите их коэффициенты a и b.

Указание. Среди приведённых уравнений уравнение в виде $ax = b$ является линейным уравнением.

1) $2x=-7$. Ответ: линейное уравнение. $a=2; b=-7$

2) $8x=1$. Ответ: линейное уравнение. $a=8; b=1$

3) $-x=9,1$. Ответ: линейное уравнение. $a=-1; b=9,1$

4) $0,2x=12$. Ответ: линейное уравнение. $a=0,2; b=12$

5) $0x=12$. Ответ: линейное уравнение. $a=0; b=12$

6) $3x=0$. Ответ: линейное уравнение. $a=3; b=0$

7) $0x=0$. Ответ: линейное уравнение. $a=0; b=0$

8) $\frac{1}{x}=4x$. Ответ: не линейное уравнение

6. Равносильны ли уравнения?

Уравнения с одинаковым корнем называются равносильными.

1) $3x-4=0$ и $3x=4$. Ответ: равносильные.

2) $-5x=35$ и $x=-7$. Ответ: равносильные.

3) $0,1x=9$ и $x=0,9$. Ответ: неравносильные.

4) $(x-2)+(x+4)=0$ и $x=2$. Ответ: неравносильные.

7. Определите, какие из приведённых уравнений равносильны уравнению $x-2=3-2x$.

1) $2-x=2x-3$. Ответ: равносильные.

2) $5(x-2)=5(3-2x)$. Ответ: равносильные.

3) $\frac{x-2}{4}=\frac{3-2x}{4}$. Ответ: равносильные.

4) $x-2x=3-2$. Ответ: неравносильные.

Найдите уравнения, равносильные уравнению $x-2=3-2x$.

1) $7(x-2)=7(-2x+3)$ 2) $3x-1=4$

8. Решите линейные уравнения.

1) $-5x=45$. Ответ: $x=-9$

2) $24x=8$. Ответ: $x=\frac{1}{3}$

3) $-x=2,8$. Ответ: $x=-2,8$

4) $-4x=1$. Ответ: $x=-0,25$

5) $-7x=-\frac{1}{8}$. Ответ: $x=\frac{1}{56}$

6) $0,5x=-9$. Ответ: $x=-18$

7) $\frac{2}{7}x=\frac{8}{9}$. Ответ: $x=3\frac{1}{9}$

8) $-0,6x=\frac{1}{3}$. Ответ: $x=-\frac{5}{9}$

9) $-8x=0$. Ответ: $x=0$

10) $\frac{x}{7}=5$. Ответ: $x=35$

11) $3,5x=2\frac{1}{33}$. Ответ: $x=\frac{134}{231}$

12) $1,6x=-0,64$. Ответ: $x=-0,4$

9. Составьте такое линейное уравнение, корнем которого является произвольное число.

Ответ: $4(x+2)=4x+8$

10. Решите уравнения и запишите, какие из них не имеют корней.

1) $8x=0$. Ответ: $x=0$

2) $0x=-2$. Ответ: нет корней.

3) $-3x=1$. Ответ: $x=-\frac{1}{3}$

4) $0x=\frac{1}{3}$. Ответ: нет корней.

5) $0x=0$. Ответ: решением уравнения является любое число.

6) $0,2x=0$. Ответ: $x=0$

11. Решите линейные уравнения.

1) $7x-21=0$. Ответ: $x=3$

2) $10x+36=0$. Ответ: $x=3,6$

3) $8-x=0$. Ответ: $x=8$

4) $15-3x=0$. Ответ: $x=5$

5) $9x-1=17$. Ответ: $x=2$

6) $-3x+22=19$. Ответ: $x=1$

12. Объясните действия.

рис. 1.

$$\begin{array}{r} 3(5x-1)=42 \\ 15x-3-42 \\ +3\quad +3 \\ \hline 15x=45 \\ :15\quad :15 \\ \hline x=3 \end{array}$$

Ответ: на рисунке 1 скобки в левой части уравнения были раскрыты, затем к обеим частям уравнения было добавлено 3, и, наконец, обе части уравнения были разделены на 15. Результат $x = 3$.

рис. 2.

$$\begin{array}{r} 3(5x-1)=42 \\ :3\quad :3 \\ 5x-1=14 \\ +1\quad +1 \\ \hline 5x=15 \\ :5\quad :5 \\ \hline x=3 \end{array}$$

Ответ: на рисунке 2 разделите обе части уравнения на 3, затем добавьте 1 к обеим частям уравнения и, наконец, разделите обе части уравнения на 5. Результат $x = 3$.

13. При каком значении x $8 - 0{,}1x$ выражение равно: –1; 0; 8?

Решение. Приведённое выражение $8 - 0{,}1x$ равно –1 и значение x находится путём решения полученного уравнения.

1)

$$\begin{array}{c} 8 - 0{,}1x = -1 \\ -0{,}1x = -1 - 8 \\ -0{,}1x = -9 \\ x = -9 : (-0{,}1) \\ x = 90 \end{array}$$

Ответ: $x = 90$

2) $8 - 0{,}1x = 0$. Ответ: $x = 80$

3) $8 - 0{,}1x = 8$. Ответ: $x = 0$

14. Найдите корень уравнения.

1) $6x - 11 = 4x - 7$. Ответ: $x = 2$

2) $7 - x = 4 + 4x$. Ответ: $x = 0{,}6$

3) $0{,}7x + 1 = 0{,}4x - 5$. Ответ: $x = -20$

4) $6x - 10{,}3 = -2x - 0{,}3$. Ответ: $x = 1{,}25$

15. При каком значении x уравнения принимают равные значения x?

1) $1{,}8x - 5$ и $0{,}6x + 1$. Решение. Составляем уравнение, приравнивая данные выражения. Его решение будет ответом на вопрос.

$$\begin{array}{c} 1{,}8x - 5 = 0{,}6x + 1 \\ 1{,}8x - 0{,}6x = 1 + 5 \\ 1{,}2x = 6 \\ x = 5 \end{array}$$

Ответ: $x = 5$

2) $0{,}5x - 3$ и $0{,}8 - 1{,}4x$. Ответ: $x = 2$

16. Найдите корень уравнения.

1) $3x-(x-14)=5$. Ответ: $x=-4,5$ 2) $18-(6x+5)=4-7x$. Ответ: $x=-9$

3) $(7x-3)-(3x+4)=6$. Ответ: $x=3,25$ 4) $(4x+15)-(15-3x)=120-x$. Ответ: $x=15$

17. При каком значении x: 1) разность выражений $5-\frac{1}{3}x$ и $\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$ равна нулю?

Решение. Найдём значение x, обращающего разность выражений в 0. Ответ: $x=7\frac{5}{7}$

2) выражение $0,6x-13$ меньше выражения $\frac{3}{5}x+8$ на 21?

Решение. $0,6x-13=\left(\frac{3}{5}x+8\right)-21$. Решим уравнение. Ответ: x любое число

18. Решите уравнения.

1) $4x+5=6+5(x-3)$. Ответ: $x=14$ 2) $19x-(3x-4)=4(5x-1)$. Ответ: $x=2$

3) $2(x-1)-4=6(x+2)$. Ответ: $x=-4,5$ 4) $3(x-2)-5(x+1)=-8x$. Ответ: $x=1\frac{5}{6}$

5) $4(x+1)=15x-7(2x+5)$. Ответ: $x=-13$

6) $5x+8+2(6-x)=1-3(2x-3)$. Ответ: $x=-1\frac{1}{9}$

19. Найдите значения a, при которых уравнения будут равносильны:

1) $5x-a=2x-2$ и $3x+2=6x+5$.

Решение. $3x+2=6x+5$ если корни уравнения являются корнями уравнения $5x-a=2x-2$, то они будут равносильными. $3x+2=6x+5$. Найдём корень уравнения $5x-a=2x-2$ и подставим в уравнение. Из полученного уравнения найдём a. $3x+2=6x+5$ решением уравнения является $x=-1$. Таким образом, $5\cdot(-1)-a=2\cdot(-1)-2$. Отсюда находим, что $a=-1$.

Ответ: $a=-1$

2) $5x-a=2x-2$ и $3x+a=6x+5$ будут ли уравнения равносильными?

Ответ: нет такого значения a.

20. При каких значениях a и b уравнение $ax+1=2x+b$

1) имеет единственное решение

Решение. Данное уравнение приведём к виду $ax=b$ $a\equiv 0$.

$$ax+1=2x+b$$
$$ax-2x=b-1$$
$$(a-2)x=b-1$$

Известно, что уравнение $ax=b$ имеет единственное решение при $a\neq 0$.

Таким образом, данное уравнение имеет единственное решение для $a\neq 2$.

Ответ: $a\neq 2$

2) не имеет решение?

Решение. Уравнение $ax=b$ не имеет решения при $a\neq 0$; $b\neq 0$

Ответ: $a=2;\ b\neq 1$

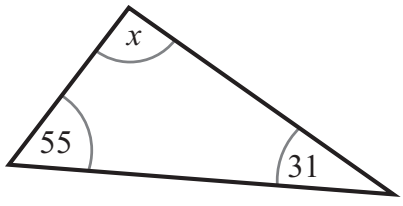
3) бесконечно много решений?

Решение. Уравнение $ax=b$ имеет бесконечно много решений при $a=0$; $b=0$

Ответ: $a=2;\ b=1$

21. Найдите неизвестное.

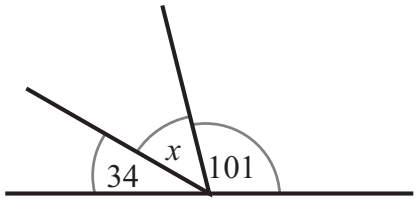
1)



Решение. Как мы узнали на уроках геометрии, сумма внутренних углов любого треугольника равна 180^0. Равенство получается из суммы углов данного треугольника $55^0+31^0+x=180^0$. Отсюда находим $x=94^0$.

Ответ: $x=94^0$;

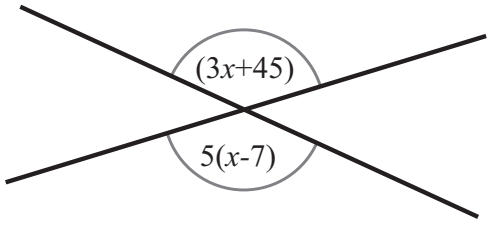
2)



Решение. Мы знаем, что развёрнутый угол равен 180^0. Таким образом, $34^0+x+101^0=180^0$.

Ответ: $x=45^0$

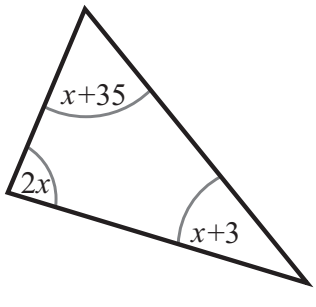
3)



Решение. Мы знаем, что вертикальные углы равны. Поэтому, $3x+45^0=5(x-7^0)$.

Ответ: $x=40^0$

4)



Решение. Воспользуемся решением 1) примера: $x+35^0+x+3^0+2x=180^0$.

Ответ: $x=35,5^0$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ

1. Найдите число, если:

1)число, которое больше его в четыре раза, равно 48;

Решение. Обозначив неизвестное число x, используя условие задачи, составим его математическое выражение: $4x = 48$. Ответ: $x = 12$

2) число, которое вдвое меньше, равно 10.

Решение. $x : 2 = 10$. Ответ: $x = 20$

3) число, которое больше на 15, равно 59.

Решение. $x + 15 = 59$. Ответ: $x = 44$

4) число, которое меньше на 12, равно 34.

Решение. $x - 12 = 34$. Ответ: $x = 46$

2. Одно число в 8 раз меньше другого. Найдите числа, если их сумма равна 100.

Решение. Составим математическую модель задачи. Пусть первое число равно x. Тогда второе число $8x$. По условию задачи, $x + 8x = 100$. Отсюда находим, что $x = 11\frac{1}{9}$ второе число равно $88\frac{8}{9}$. Ответ: $11\frac{1}{9}$ и $88\frac{8}{9}$

3. Из двух чисел, сумма которых равна 20, одно больше другого в 3 раза. Найдите эти числа.

Решение. $x + 3x = 20$. Ответ: 15 и 5

4. В первом вагоне метро пассажиров было в 3 раза больше, чем во втором. На станции из первого вагона вышли 30 человек, во второй вагон сели 10 человек. После этого число пассажиров в вагонах уравнялось. Сколько пассажиров было в вагонах?

Решение. Пусть во втором вагоне x пассажиров, тогда в первом вагоне будет $3x$ пассажиров.

По условию задачи, $3x - 30 = x + 10$. Решая это уравнение получаем количество пассажиров в вагоне.

Ответ: в первом вагоне было 60, во втором вагоне 20 пассажиров.

5. За 5 часов до Нового года игрушек на ёлке было в 5 раз меньше, чем в коробке. В следующие 1,5 часа ёлку украсили ещё 15 игрушками. После этого игрушек на ёлке стало на 1 меньше, чем в коробке. Сколько игрушек было на ёлке за 5 часов до Нового года?



Решение. 1) Условие задачи – количество игрушек, использованных для украшения ёлки.

2) По условию задачи неизвестна разница между количеством игрушек на ёлке и в коробке вначале и количеством игрушек на ёлке после 1,5 часов.

3) Неизвестно, сколько игрушек было в коробке и на ёлке.

4) За x принимаем количество игрушек на ёлке за 5 часов до Нового года. Тогда было в 5 раз меньше игрушек, чем в коробке. На ёлке стало $x + 15$ игрушек, а в коробке осталось $15x - 5$ игрушек.

5) По условию задачи количество $x + 15$ на 2 меньше, чем $15x - 5$. Итак, получаем уравнение: $(5x-15)-(x+15)=2$

Решаем полученное уравнение:

$$5x-15-x-15=2$$
$$4x=32$$
$$x=8$$

6) Таким образом, за 5 часов до Нового года на ёлке было 8 игрушек.

Ответ: 8 игрушек.

6. Работники фермы решили посадить 78 саженцев абрикоса тремя группами. Первая группа получила в 2 раза меньше саженцев, чем вторая группа, а третья группа получила на 12 саженцев больше, чем первая группа. Сколько саженцев нужно отдать первой группе согласно распределению?

Решение. 1) Условием задачи является распределение 78 саженцев между тремя группами.

2) Пусть первой группе выдано x саженцев. В этом случае во вторую группу следует выделить $2x$ кустов, а в третью группу $(x + 12)$ саженцев.

3) По условию задачи, учитывая, что общее количество саженцев равно 78, составляем уравнение $x+2x+(x+12)=78$.

4) Решаем полученное уравнение:

$$x+2x+(x+12)=78$$
$$4x=78-12$$
$$4x=66$$
$$x=16,5$$

По условию задачи значение x должно быть натуральным числом. Решением уравнения, полученного по условию задачи, является дробное число. Это противоречит условию.

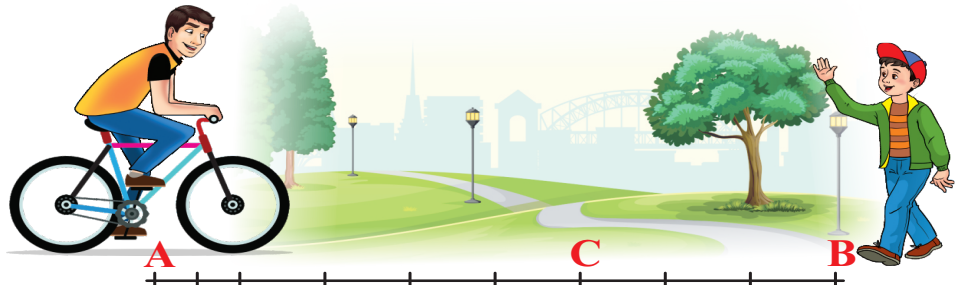
Ответ: саженцы таким способом распределить нельзя.

7. Расстояние между поселками A и B составляет 18 km. Одновременно из посёлка A в посёлок B выехал велосипедист, а из посёлка B в посёлок A вышел пешеход. Они встретились через 36 минут после начала движения. С какой скоростью двигался каждый из них, если расстояние, пройденное за это время велосипедистом, в 5 раз больше, чем у пешехода?

Решение. 1) Задача в разнице между временем велосипедиста и пешехода.

2) Расстояние, пройденное велосипедистом за 36 минут, в 5 раз больше, чем расстояние, пройденное за это время пешеходом. Это означает, что скорость велосипедиста в 5 раз больше скорости пешехода.

3) Обозначим скорость пешехода за $x\,\frac{km}{h}$. Соответственно, скорость велосипедиста $5x\,\frac{km}{h}$.



Учитывая, что 36 минут равны 0,6 часа, находим расстояние для велосипедиста и пешехода, пройденное за это время, по формуле $S = vt$. $AC = 5x \cdot 0,6\ km$, $BC = x \cdot 0,6\ km$.

4) Так как сумма путей, пройденных ими до встречи, равна расстоянию AB, то справедливо равенство $AB = AC + BC$. Итак, $5x \cdot 0,6 + x \cdot 0,6 = 18$.

5) Решаем полученное уравнение $5x \cdot 0,6 + x \cdot 0,6 = 18$.

$$(5x + x) \cdot 0,6 = 18$$
$$6x = 18 : 0,6$$
$$6x = 30$$
$$x = 30 : 6$$
$$x = 5$$

Согласно приведённому выше обозначению, скорость пешехода равна $5\,\frac{km}{h}$, а у велосипедиста в 5 раз больше, т.е. $25\,\frac{km}{h}$.

Ответ: $5\,\frac{km}{h}$ и $25\,\frac{km}{h}$

8. В корзине было в 2 раза меньше яблок, чем в ящике. После того, как 10 яблок переложили из корзины в ящик, яблок в ящике оказалось в 5 раз больше, чем яблок в корзине. Сколько яблок было в корзине и в ящике изначально?



Решение.

1) Условие задачи состоит в том, что количество яблок в корзине и в ящике одинаково.

2) По условию задачи, если в корзине было x яблок, то в коробке было $2x$ яблок.

3) После того, как 10 яблок переложили из корзины в ящик, в корзине осталось $x - 10$ яблок, а в ящике $2x + 10$ яблок. По условию задачи яблок в ящике в 5 раз больше, чем яблок в корзине. Итак,

$$5(x - 10) = 2x + 10$$

4) Решаем полученное уравнение.

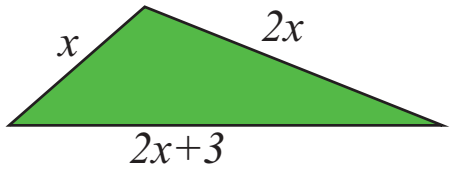
$$5(x-10)=2x+10$$
$$5x-50=2x+10$$
$$5x-2x=10+50$$
$$3x=60$$
$$x=20$$

Итак, в корзине было 20 яблок.

Поскольку $2x = 2 \cdot 20 = 40$, то в ящике было 40 яблок.

Ответ: 20 и 40 яблок

9. Найдите стороны треугольника, если его периметр 23 cm.



Решение. 1) Задача о периметре треугольника.

2) Пусть длина наименьшей стороны треугольника равна x см. Тогда длина второй стороны равна $2x$, а длина третьей стороны равна $2x+3$.

3) По формуле периметра треугольника, периметр этого треугольника равен $x+2x+(2x+3)=23$.

4) Решаем полученное уравнение.

$$x+2x+(2x+3)=23$$
$$3x+2x+3=23$$
$$5x=20$$
$$x=4$$

По условию задачи найденное число есть меньшая сторона треугольника x = 4 см. Вторая сторона 8 см, третья сторона 11 см. Могут ли отрезки, соответствующие этим найденным числам, быть сторонами треугольника? Из геометрии мы знаем, что сумма длин двух меньших отрезков разной длины больше длины третьей (более длинной) стороны.

Если они большие, эти отрезки могут быть сторонами треугольника. Сравнивая сумму двух наименьших из трёх найденных выше чисел с наибольшим числом, мы видим, что 4 +8 > 11 и можем сделать вывод, что эти числа могут быть сторонами треугольника.

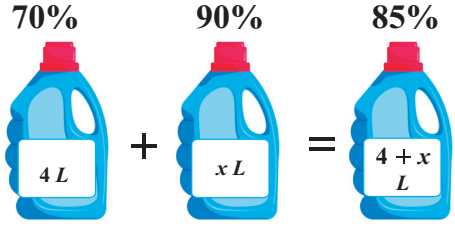
Ответ: 4 cm.

10. Комил старше Умиды на 6 лет. 9 лет назад он был в два раза старше Умиды. Сколько сейчас лет Комилу?



Ответ: 21 год.

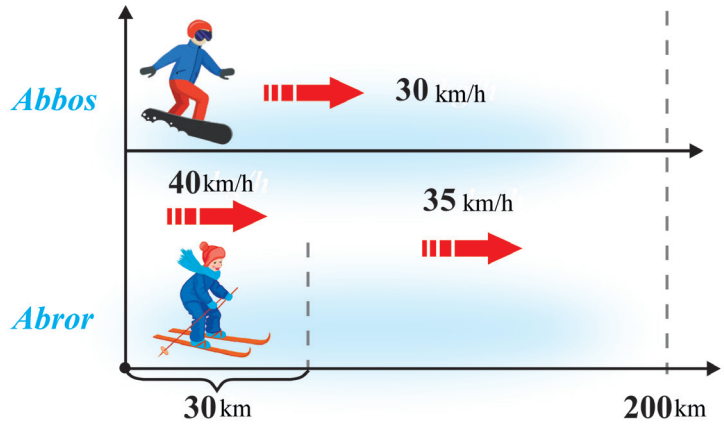
11. На основании рисунка составьте задачу и найдите неизвестные величины.



Задача. 4 литра 70% раствора и x литров 90% раствора смешивали, чтобы получить 85% смесь. Сколько литров раствора потребуется для приготовления этой смеси?

Ответ: 12 литров.

12. Аббос и Аброр соревнуются, кто первым доберётся до точки, находящейся на расстоянии 200 km от них. Аббос всю дистанцию передвигался с постоянной скоростью 30 km/h. Аброр первые 30 km передвигался с постоянной скоростью 40 km/h. Из-за схода лавины он остановился на 3 минуты, а затем продолжил движение со скоростью 35 km/h до конца дистанции. Кто выиграл гонку?



Решение. Воспользуемся формулой $S = vt$.
Аббос преодолевает расстояние 200 km с постоянной скоростью за время $t_1 = 200 : 30 = 6\frac{2}{3}\ h$ а Аброр потратил на путь

$$t_2 = 30 : 40 + \frac{3}{60} + 170 : 35 = \frac{3}{4} + \frac{1}{20} + \frac{34}{7} = \frac{3 \cdot 35 + 7 + 34 \cdot 20}{140} = \frac{105 + 7 + 680}{140} = \frac{792}{140} = \frac{198}{35} = 5\frac{23}{35}\ h.$$

Итак, Аброр провёл на этой дистанции меньше времени.
Ответ: Аброр выиграл этот конкурс

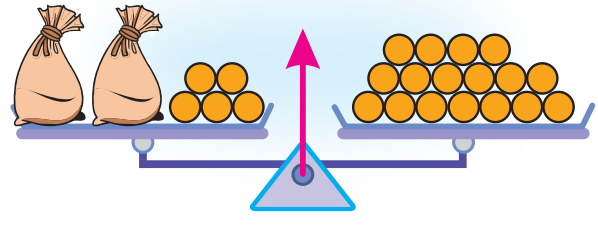
13. В первый из двух построенных рядом домов в “Ташкент-сити” привезли 230 банок краски, во второй – 321 банку. Если на ремонт первого дома ежедневно расходуется 30 банок краски, а на ремонт второго дома – 39 банок, то через сколько дней количество неиспользованной краски во втором доме будет в 1,5 раза больше, чем в первом доме?

Ответ: через 4 дня

14. Всего в хозяйстве собрано 425 kg помидоров, огурцов и картофеля. Если помидоров было собрано на 65 kg больше, чем огурцов, и в 3 раза меньше, чем картофеля, то сколько было собрано каждого овоща?

Ответ: помидоров 98 kg, огурцов 33 kg и картофеля 294 kg.

15. Сколько шаров весит один мешок? Составьте уравнение по картинке.



Решение. $2x + 5y = 17y$. Здесь x – вес одного мешка, y – вес одного шара.
Ответ: вес одного мешка равен весу 6-ти шаров.

16. Ученик запланировал прочесть 190 страниц книги за три дня. В пятницу он прочитал в 1,2 раза меньше, чем в субботу, а в субботу на 20 страниц меньше, чем в воскресенье. Сколько страниц прочитал ученик в субботу?

Ответ: 60 страниц

17. Найдите скорость грузовика, если расстояние, пройденное грузовиком за 2 часа, на 20 km больше, чем расстояние, пройденное автобусом за 1 час, а скорость автобуса в 1,5 раза больше скорости грузовика.

Ответ: $40\,\frac{km}{h}$

18. Вертолёт преодолел расстояние между двумя базами за 45 минут по направлению ветра и за 1 час против ветра. Найдите расстояние между базами, если скорость ветра 10 km/h.

Ответ: 60 *km*

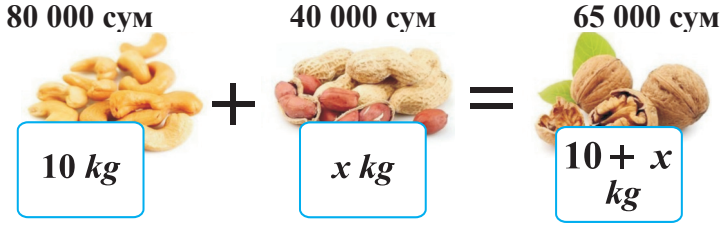
19. Корабль прошёл путь между пунктами A и B за 4 часа 30 минут и вернулся за 6 часов 18 минут. Найдите расстояние между пунктами A и B, если скорость корабля 14,4 km/h.

Ответ: $8\frac{104}{135}\,km$

20. Лодка плыла вверх по течению 6 часов, против течения – 9 часов. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 15 km/h.

Ответ: $3\,\frac{km}{h}$

21.



a) Каким уравнением можно воспользоваться, чтобы найти количество арахиса, необходимого для приготовления смеси?

1) $80000x + 40000x = 650000$

2) $40000 + 80000x = 65000(10 + x)$

3) $80000x + 40000x = 650000(10 + x)$

4) $800000 + 40000x = 65000(10 + x)$

Ответ: находится 4 уравнением

b) Сколько килограмм арахиса нужно для смеси?

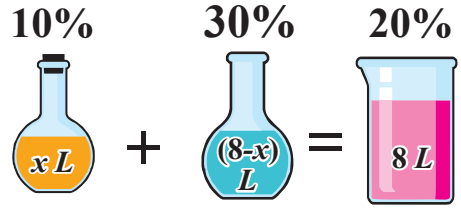
4 *kg*, 6 *kg*, 10 *kg*, 12 *kg*

Ответ: 6 *kg*.

22. Путешественник может добраться из посёлка A в посёлок B за 5 часов. Если он увеличит свою скорость на 1 km/h, то сможет преодолеть это расстояние за 4 часа. Найдите скорость путешественника.

Ответ: 4 km/h

23. На основании рисунка составьте задачу и найдите неизвестные величины.



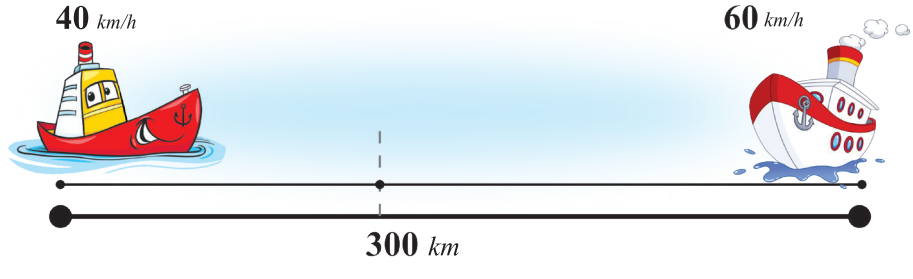
Сколько литров каждого из них нужно взять, чтобы приготовить 8 литров 20% раствора путём смешивания 10% и 30% растворов?

Вам нужно взять по 4 литра каждого раствора.

24. Пешеход шёл из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 10 km, со скоростью 6 km/h. Через полчаса за ним последовал велосипедист со скоростью 18 km/h. Сколько километров им осталось проехать до пункта B после того, как велосипедист обогнал пешехода?

Ответ: 5,5 km

25. Две лодки находятся на расстоянии 300 km друг от друга и движутся навстречу друг другу. Первая лодка движется со скоростью 40 km/h, вторая со скоростью 60 km/h. Лодки одновременно начали своё движение.



а) Каким уравнением можно воспользоваться, чтобы найти время, через которое лодки встретятся (где t – время в часах)?

1) $60t - 40t = 300$ 2) $40t + 60t = 300$ 3) $(60t)\cdot(40t) = 300$

4) $300t - 60 = 40$

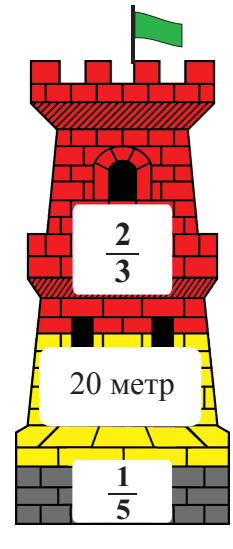
Ответ: 2 уравнение

б) Через сколько часов они встретятся?

2,7 часа 4,5 часа 3 часа 10 часа

Ответ: 3 часа

26. Одна пятая часть высоты башни окрашена в чёрный цвет, следующие 20 метров – в жёлтый, а оставшиеся две третьих высоты – в красный.



а) какое уравнение можно использовать для нахождения высоты башни?

Ответ: обозначим за x метров одну часть высоты башни, высоту башни можно найти решив уравнение $\frac{1}{5}x + 20 + \frac{2}{3}x = x$.

б) какова высота башни?
Ответ: 150 метров

27. Отцу 47 лет, сыну 23 года. Сколько лет назад сын был в 3 раза моложе отца?
Ответ: 11 лет назад

28. Матери 30 лет, дочери 6 лет. Через сколько лет мать будет в 4 раза старше дочери?
Ответ: через 2 года.

29. Сумма возрастов трёх братьев равна 26. Если средний брат на 4 года старше младшего брата, но на 3 года младше старшего брата, сколько им лет?
Ответ: 5 лет, 9 лет, 12 лет

30. Чтобы достичь пункта назначения согласно расписанию, поезд должен был двигаться со средней скоростью 60 km/h. Но он двигался со средней скоростью 70 km/h и прибыл в пункт назначения на 0,5 часа раньше расписания. Какое расстояние проехал поезд до пункта назначения?
Ответ: 210 *km*

31. Сумма двух натуральных чисел равна 90. Если разделить большее из них на меньшее, то частное от деления будет равно 3, а остаток будет равен 6. Найдите эти числа.
Ответ: 21 и 69

32. Сумма двузначных чисел равна 15. Если мы поменяем её цифры местами, то получим двузначное число, которое на 9 меньше заданного. Найдите заданное двузначное число.
Ответ: 87

33. Первое число на 16 больше второго. Второе число в 5 раз меньше первого числа. Найдите эти числа.
Ответ: 20 и 4

34. Сумма пяти последовательных натуральных чисел равна 350. Найдите наибольшее из этих чисел. Ответ: 72

35. Корабль прошёл в общей сложности 153 km за 6 часов по озеру и 3 часа по течению реки. Если скорость течения реки 3 km/h, с какой скоростью двигался корабль в озере?

Ответ: 16 *km / h*

36. Работу, запланированную на 20 дней, завод выполнил за 18 дней, выпуская в день на 2 автомобиля больше . Сколько автомобилей выпустил завод?
Ответ: 360 шт

37. Моторная лодка прошла из пункта A в пункт B вверх по течению за 8 часов, а из пункта B в пункт A против течения за 10 часов. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде, если скорость течения реки 3 km/h.

Ответ: 27 *km* / *h*

38. Разность квадратов двух последовательных положительных чётных чисел равна 116. Найдите меньшее из этих чисел.

Ответ: 28

39. Сколько литров воды температурой 40 °C нужно добавить к 3 литрам воды температурой 30 °C, чтобы температура раствора была 37 °C?

Ответ: 7 литров

40. Сумма двух чисел равна 242, и при делении большего из этих чисел на меньшее частное от деления равно 4, а остаток равен 22. Найдите меньшее из этих чисел.

Ответ: 44

41. 20 человек могут выполнить определённую работу за 17 дней. Если через 2 дня к ним присоединятся 5 человек, то за сколько дней они выполнят оставшуюся работу?

Ответ: 12 дней

42. Тулкин задумал число. Он прибавил к нему 4, разделил сумму на 5 и вычел 6 из полученного числа. Результат был равен 7. Найдите задуманное число.

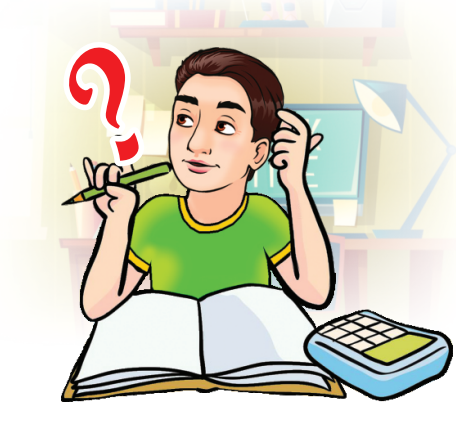
Ответ: 61

43. Сумма четырёх последовательных чётных чисел в 5 раз больше наименьшего из них. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

Ответ: 9

Проверьте себя с помощью вопросов PISA

Талантливый мальчик



Алишер увлекается математикой и регулярно участвует в олимпиадах по этому предмету.

По условию очередной онлайн-олимпиады, в которой он участвует, участникам будет начислено по 10 баллов за каждый правильный ответ, а за каждый неправильный ответ будет вычтено по 5 баллов из общей суммы баллов.

Вопрос 1.

Если Алишер набрал 155 баллов из 20 вопросов, как вы думаете, на сколько вопросов он ответил правильно?

Ответ: Правильно ответил на 17 вопросов

Вопрос 2.

По итогам олимпиады участник, занявший первое место, набрал 170 баллов. Если бы у Алишера было на один правильный ответ больше, чем у победителя, с какими баллами он бы выиграл олимпиаду?

Ответ: 185 баллов

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 4

1 вариант

1. Найдите x из уравнения $420 : (160 - 1000 : x) = 12$.

2. В поезде находилось 936 пассажиров. Если мужчин было в 7 раз больше, чем детей, и в 5 раз больше женщин, то сколько женщин было в поезде?

3. Решите уравнение: $3x - 1 = 2(x + 3) + x$.

4. Скорость лодки в стоячей воде (собственная скорость) 12 km/h, скорость течения реки 3 km/h. Определите:
а) скорость лодки по течению;
б) расстояние, которое лодка проходит по реке за 3 часа.

2 вариант

1. Найдите x из уравнения $64 (2 - 3x) = 6 (8x - 1) + 68$.

2. Первая рабочая группа выполнит заказ в течение 20 дней, а вторая – в течение 30 дней. Сколько дней потребуется для выполнения заказа, если команды работают вместе?

3. Решите уравнение: $2(3 + x) = 4(3x - 2) - 5$.

4. Скорость лодки в стоячей воде (собственная скорость) 12 km/h, скорость течения реки 3 km/h. Определите:
а) скорость лодки по течению;
б) расстояние, которое лодка проходит по реке за 5 часов

ГЛАВА V. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ
ДЕКАРТОВА СИСТЕМА КООРДИНАТ

Цель урока: познакомить учащихся с декартовой системой координат, сформировать у учащихся навыки работы с понятиями декартовой системы координат, четвертей, осей абсцисс и ординат, начала координат и координатной плоскости.

Все ученики	Уметь отмечать точки во всех четвертях
Большинство учеников	Уметь определять, в какой четверти находится точка, уметь отмечать точки на координатной плоскости
Некоторые ученики	Возможность выполнения операций над понятиями декартовой системы координат, четверти, оси абсцисс и ординат, начало координат и плоскости координат.

Активизирующие вопросы:
1) Какую ось мы называем осью абсцисс?
2) Что такое ось ординат?
3) Что такое оси координат?
4) Что такое начало координат?
5) Что называется координатной плоскостью?
6) Какой знак имеет абсцисса точки, расположенной во второй четверти?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: ошибки в знаках при откладывании точек в декартовой системе координат. Для того чтобы исключить эти ошибки, нужно уметь отличать оси координат друг от друга, научить какие знаки имеют точки, отмеченные на осях координат в четвертях.

Домашнее задание: примеры 3, 5, 13, 15, 19.

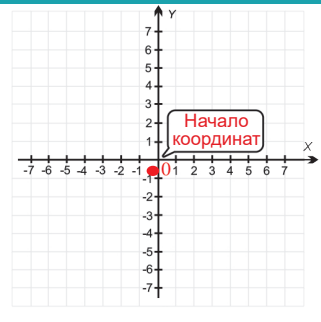
ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

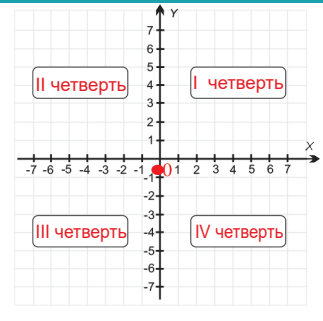
Система координат образуется перпендикулярным пересечением двух числовых осей.

x – горизонтальная числовая ось.

y – вертикальная числовая ось.

Точка пересечения осей x и y называется началом координат, и в этой точке находится число 0 для обеих осей.





Система координат делит плоскость на четыре части, называемые четвертями.

Рене Декарт (1596–1650) – французский философ, математик, физик, физиолог. Он ввёл в науку понятие системы координат, эта система называется **декартовой системой координат**.

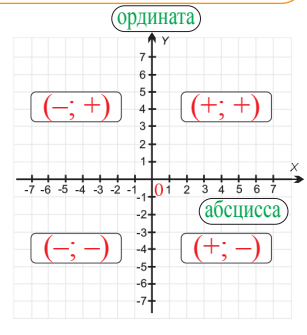
– горизонтальная числовая ось обозначается Ox и называется **осью абсцисс**;

– вертикальная числовая ось обозначается Oy и называется **осью ординат**;

– оси абсцисс и ординат называются **осями координат,** точка их пересечения – **центром координат**;

– начало координат обозначает 0 на каждой оси;

– на оси абсцисс положительные числа представлены точками, расположенными правее точки O, а отрицательные числа представлены точками, расположенными левее точки O;



– на оси ординат положительные числа изображаются точками, расположенными выше точки O, а отрицательные числа – точками, расположенными ниже точки O;

– плоскость, в которой выбирается система координат, называется **координатной плоскостью**.

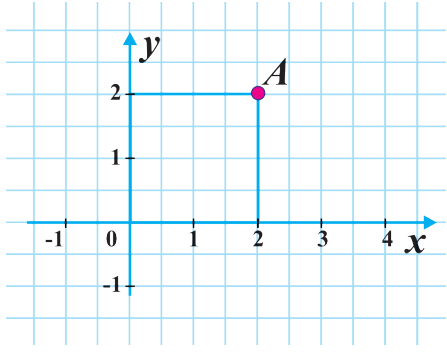
Примеры

Выбираем точку A на координатной плоскости. Из точки A проводим перпендикуляр к оси абсцисс. Абсцисса точки A обозначает число $x = 2$.

Из точки A проводим перпендикуляр к оси ординат. Ордината точки A обозначает число $y = 1$.

Эти найденные значения абсцисс и ординат называются координатами точки A. Обозначение $A(x; y)$ означает, что точка A имеет абсциссу x и ординату y.

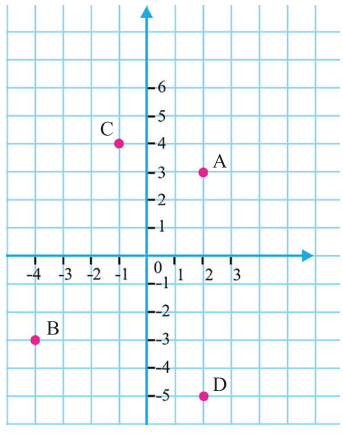
В обозначении $A(2;2)$ цифра 2 – это абсцисса, а цифра 2 – это ордината.



Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

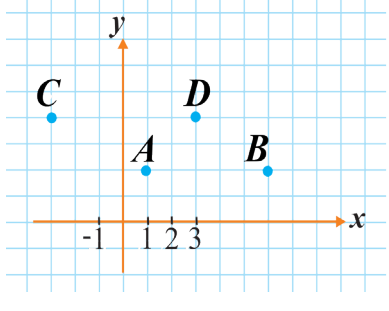
1. Отметьте в системе координат точки $A(2; 3)$, $B(–4; –3)$, $C(–1; 4)$ и $D(2; –5)$. Найдите, в какой четверти они расположены.

Ответ: точка A в I четверти, точка B в III четверти, точка C во II четверти, точка D в IV четверти



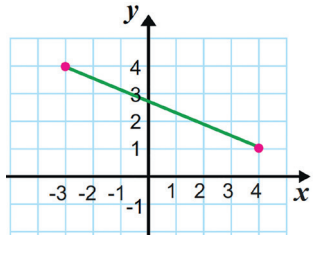
2. В системе координат заданы точки $A(1; 2)$, $B(6; 2)$, $C(–3; 5)$ и $D(3; 5)$. Найдите расстояние от точки A до точки B и от точки C до точки D.

Ответ: точки A и B параллельны оси Ox, так как расстояние между ними равно 5 единицам. Точки C и D расположены параллельно оси Ox, т.к. расстояние между ними равно 6 единицам.



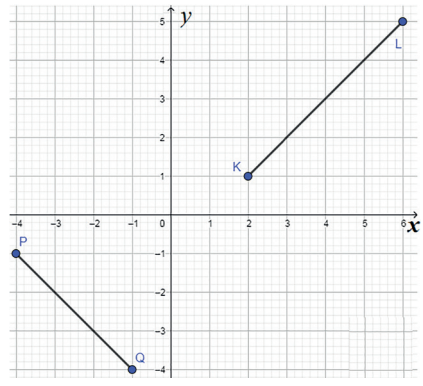
3. Постройте отрезки с концами в точках $M(−3; 4)$ и $N(4; 1)$.

Ответ:



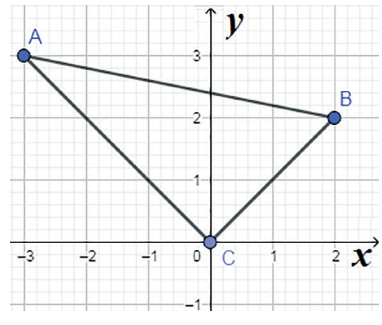
4. Сравните отрезки с концами в точках $P(−4; −1)$ и $Q(−1; −4)$, $K(2; 1)$ и $L(6; 5)$.

Решение. Используя координаты точек, определим их в декартовой координатной плоскости. Соединяем их линейкой и получаем отрезок. Сравниваем их длины с помощью линейки.

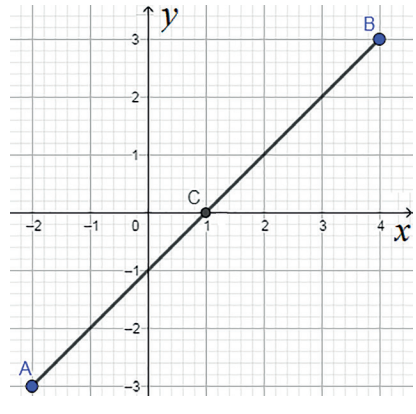


Ответ: $PQ > KL$.

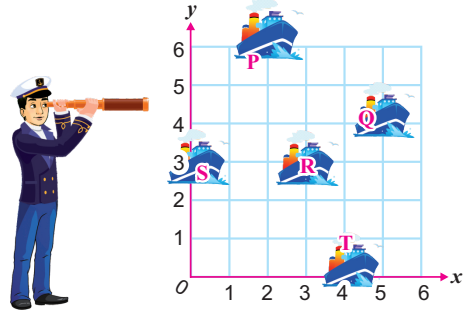
5. Постройте треугольник с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(2; 2)$ и $O(0; 0)$.
Ответ:



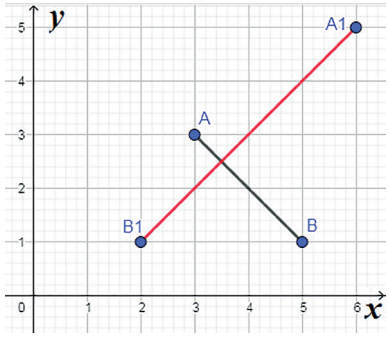
6. Постройте отрезок с концами в точках $A(-2; -3)$ и $B(4; 3)$ Найдите координаты середины отрезка.
Ответ: $C(1; 0)$.



7. По картинке определите координаты мест стоянок кораблей.
Какие корабли находятся в точках (2; 6) и (4; 0)?
Ответ: 1) $P(2; 6)$, $Q(5; 4)$, $R(3; 3)$, $S(0; 3)$, $T(4; 0)$
2) корабли P и T.

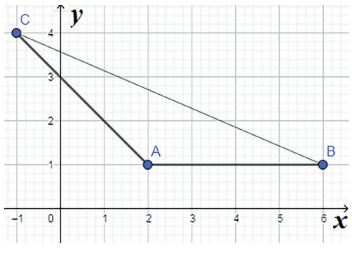


8. Точка $A(3; 3)$ сдвинута на две единицы вверх и на три единицы вправо, а точка $B(5; 1)$ сдвинута на три единицы влево. Найдите, во сколько раз увеличилось расстояние между точками A_1 и B_1 по сравнению с первоначальным расстоянием.



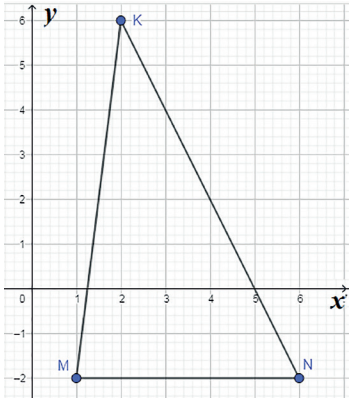
Ответ: Как видно из рисунка, образованный отрезок $A\ B$ в 2 раза длиннее отрезка $A_1\ B_1$. Нарисуйте треугольники и назовите типы в зависимости от их сторон.

9. Постройте треугольники с вершинами в точках: а) $A(2; 1)$, $B(6; 1)$ и $C(–1; 4)$;



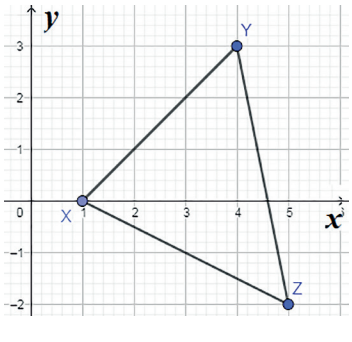
Ответ: разносторонний треугольник

б) $M(1; –2)$, $N(6; –2)$ и $K(2; 6)$;



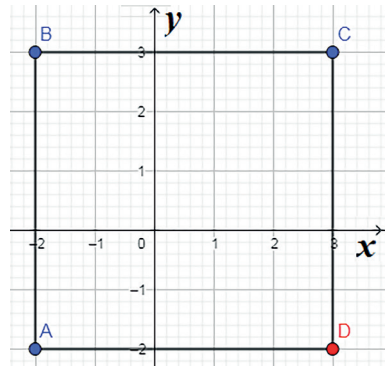
Ответ: разносторонный треуголник

в) $X(1; 0)$, $Y(4; 3)$ и $Z(5; –2)$



Ответ: разносторонний треугольник

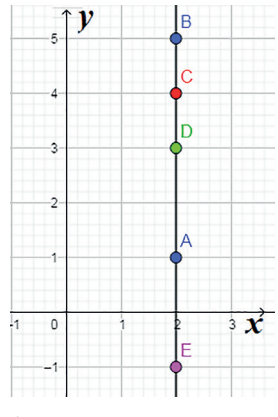
10. Отметьте точки $A(-2;-2)$, $B(-2;3)$ и $C(3;3)$. Выберите точку D таким образом, чтобы точки A, B, C, D стали вершинами квадрата. Найдите координаты точки D.



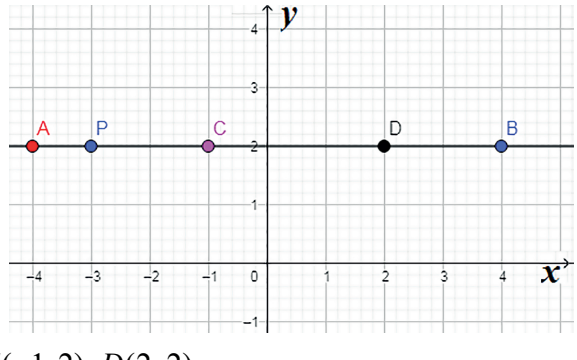
Ответ: $D(3;-2)$

11. Найдите взаимно симметричные точки относительно осей Ox, Oy и начала координат.
$A(1;3)$; $B(5;2)$; $C(1;-3)$; $D(-5;-2)$; $E(-1;3)$; $F(5;-2)$.
Ответ: 1) взаимно симметричные точки относительно оси Ox $A(1;3)$ и $C(1;-3)$; $B(5;2)$ и $F(5;-2)$;
2) взаимно симметричные точки относительно оси Oy $A(1;3)$ и $E(-1;3)$; $D(-5;-2)$ и $F(5;-2)$;
3) точки симметричные относительно начала координат $B(5;2)$ и $D(-5;-2)$.

12. а) Проведите прямую через точки $A(2;\ 1)$ и $B(2;\ 5)$. Найдите координаты трёх точек на этой прямой.

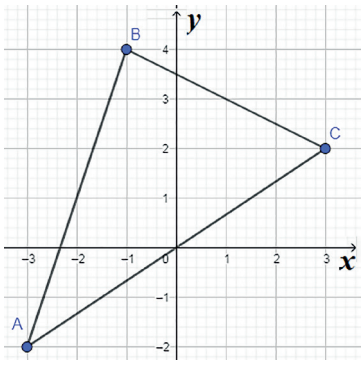


Ответ: $C(2;\ 4)$, $D(2;\ 3)$, $E(2;-1)$.
б) Проведите прямую через точки $P(-3;2)$ и $B(4;2)$. Найдите координаты трёх точек на этой прямой.



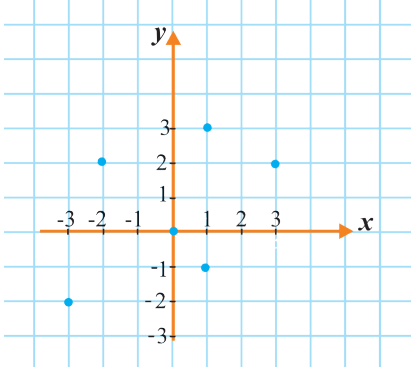
Ответ: $A(-4;\ 2)$, $C(-1;\ 2)$, $D(2;\ 2)$.

13. Постройте треугольник с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(-1; 4)$ и $C(3; 2)$.
Ответ:



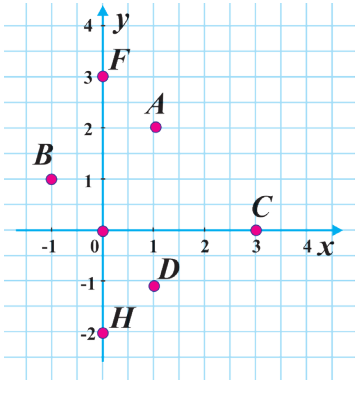
14. Найдите координаты точек $M(3; 5)$ и $N(-2; 4)$, полученных в результате симметричного смещения:
a) a) относительно оси Ox; Ответ: $M_1(3; -5)$ и $N_1(-2; -4)$.
b) относительно оси Oy; Ответ: $M_2(-3; 5)$ и $N_2(2; 4)$.
c) относительно начала координат. Ответ: $M_3(-3; -5)$ и $N_3(2 - 4)$.

15. Найдите координаты точек, изображённых на рисунке.



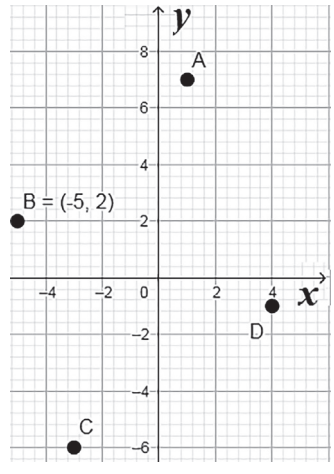
Ответ: в I четверти (13), (3; 2); во II четверти (–2; 2); в III счетверти (–3; –2) в IV четверти (1; –1)

16. Определите координаты точек, заданных в декартовой системе координат.



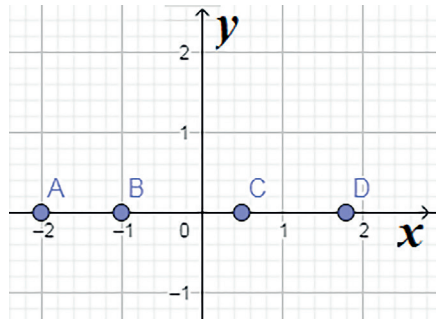
Ответ: $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$, $C(3; 0)$, $D(1; -1)$, $F(0; 3)$, $H(0; -2)$.

17. Изобразите точки и найдите, в какой координатной четверти они расположены.
1) $A(1;7)$ 2) $B(-5;2)$ 3) $C(-3;-6)$ 4) $D(4;-1)$



Ответ: точка A в I четверти, точка B во II четверти, точка C в III четверти, точка D в IV четверти

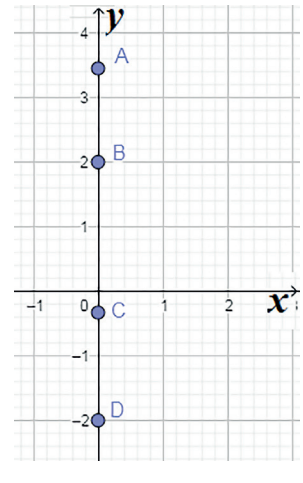
18. Отметьте на оси абсцисс 4 точки, определите их координаты. Что у них общего?



Ответ: $A(-2;0)$, $B(-1;0)$, $C(0,5;0)$, $D(1,8;0)$. Ординаты этих точек одинаковые – 0.

19. Отметьте на оси ординат 4 точки, определите их координаты. Что у них общего?
Ответ: $A(0;3,45)$, $B(0;2)$, $C(0;-0,33)$, $D(0;-2)$.
Абсциссы этих точек одинаковые – 0.

20. Среди точек:
а) запишите симметричные относительно оси Ox;
б) запишите симметричные относительно оси Oy.
$A(1;-1)$; $B(1;1)$; $C(4;-5)$; $D(-4;-5)$; $E(7;9)$; $F(7;-9)$.
Ответ:
а) симметричные относительно оси Ox $A(1;-1)$ и $B(1;1)$; $E(7;9)$ и $F(7;-9)$
b) симметричные относительно оси Oy $C(4;-5)$ и $D(-4;-5)$.



ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ

Цель урока: познакомить учащихся с понятием функция; воспользовавшись понятием функция, сформировать у учащихся навыки о способах задания функции, графика функции.

Все ученики	Уметь проверять по таблице существует или нет функция
Большинство учеников	Уметь решать примеры с функциями, заданными формулами и таблицами
Некоторые ученики	Уметь решать примеры с функциями, заданными формулами, таблицами и графиками, уметь решать задачи, решаемые с применением функций

Активизирующие вопросы:
1) Что такое функция?
2) Что такое свободные и зависимые переменные в функции f(x)?
3) Что такое аргумент?
4) Чем отличаются друг от друга способы задания функции?
5) Что такое график функции?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: игнорирование определения функции. Для устранения этой ошибки необходимо обратить внимание на определение функции и способах задания функции, т. е. систематически использовать примеры и задачи, поясняющие, что необязательно таблица может задавать функцию, заданную табличным способом, необязательно график выражать функцию, заданную графическим способом.

Домашнее задание: примеры 6, 8, 13, 15–16.

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Пример 1. Таблица умножения на 2.
Вопрос: если ввести 100, чему будет равен результат? А если ввести 200?

Ввод	Отношение	Результат
0	· 2	0
1	· 2	2
2	· 2	4
3	· 2	6
10	· 2	20
20	· 2	40
...	· 2	...

Пример 2. Каждый год дерево вырастает на 20 cm, высота дерева зависит от его возраста:

$$f(\text{возраст}) = \text{возраст} \cdot 20$$

Если возраст дерева 10 лет, высота равна:

$$f(10) = 10 \cdot 20 = 200 \text{ cm}$$

Возраст	f (возраст) = возраст · 20
0	0
1	20
2	40
3	60
3,5	70
4	80
...	...

По мере старения дерева его высота меняется. Изменение высоты дерева зависит от формулы (правила) f (возраст) = возраст · 20. Это то, что мы называем функцией.

Функция связывает каждый элемент множества ровно с одним элементом другого множества по некоторой формуле (правилу).

Если обозначить возраст дерева через x, а его высоту через f, то получится выражение: $f(x) = 20x$.

В функции $f(x)$ f означает, что величина зависит от величины x $f(x)$, читается как (эф от икс).



Аргумент	Функция	Примеры::
$x, a, t, z, \ldots$	$f(x), f(t), g(a)\ g(x), y(x), y, \ldots$	$y(x) = 20x$ $y(3{,}5) = 20 \cdot 3{,}5 = 70$ $x = 3{,}5$ – аргумент $y = 70$ – значение функции

Способы задания функции

1) Задание функции формулой:

$y = kx$, $y = 2x + 4$, $f(x) = x^2$, $g(t) = t^2 + 5t$ – эти формулы показывают правило вычисления значения функции на основе заданного значения аргумента.

2) Задание функции с помощью таблицы:

При задании функции в виде таблицы значения должны соответствовать определению функции. Следовательно, не каждая таблица относительно x, y может быть табличным представлением функции. Таблица умножения на 2, таблица умножения на 3, таблица чётных и нечётных чисел – это примеры представления функции в таблице.

3) Графическое задание функции:

График функции представляет собой множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых имеют значения независимой переменной, а ординаты – соответствующие значения функции.

Пример 3. Найдите значения функции $g(0)$, $g(1)$, $g(-1)$, заданной формулой $g(x) = 5x + 2$.

Вычислим значение функции, заменив аргумент x в формуле заданной функции соответственно на числа 0, 1, –1:

1) $g(0) = 5 \cdot 0 + 2 = 2$ 2) $g(1) = 5 \cdot 1 + 2 = 7$ 3) $g(-1) = 5 \cdot (-1) + 2 = -3$

Пример 4. Найдите, при каком значении x функция, заданная формулой $y(x) = -2x + 1$ принимает значения, равные $y(x) = -1$.

Мы находим значение аргумента x, подставляя соответственно -1; -3; 7 числа вместо заданного значения функции в данной формуле $y(x)$.

1) из уравнения $-1 = -2x + 1$ находим аргумент x.

$2x = 1 + 1$

$2x = 2$

$x = 1$

Пример 5. Используя таблицу, определите, задана ли функция.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Из таблицы видно, что значение функции $y(x) = 4x$ изменяется согласно правилу.

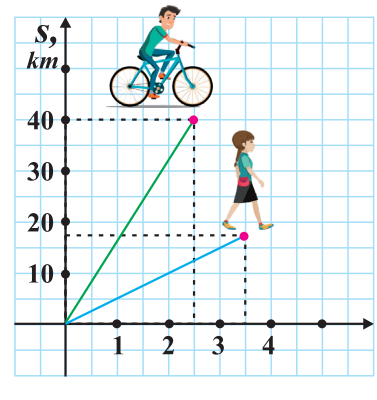
$y(1) = 4 \cdot 1 = 4$; $y(2) = 4 \cdot 2 = 8$; $y(3) = 4 \cdot 3 = 12$; ... .

Пример 6. На основе графика убедитесь, что определена функция.

На графике велосипедист проезжает 40 km за 2,5 часа; 15 km за 1 час.

Видно, что он проходит 25 km за 1,5 часа. Итак, этот график определяет функцию.

Найдите самостоятельно, что в графике девушки определена функция.



Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Функция задана формулой $y(x) = 3x - 1$. Найдите её значения $y(0)$, $y(2)$, $y(-1)$.
Решение. $y(0) = 3 \cdot 0 - 1 = 0 - 1 = -1$; $y(2) = 5$; $y(-1) = -4$.

2. Функция задана формулой $y(x) = 0{,}5x - 3$. Найдите её значения $y(1)$, $y(-2)$, $y(0)$.
Решение. $y(0) = 0{,}5 \cdot 0 - 3 = 0 - 3 = -3$; $y(2) = -2$; $y(-1) = -3{,}5$.

3. На основе таблиц убедитесь, что определена функция.

x	y
3	18
4	24
5	30

Ответ: да, функция определена. Поскольку из таблицы видно, что значение функции меняется по правилу $y(x) = 6x$.

x	y
7	11
8	12
9	13

Ответ: да, функция определена. Поскольку из таблицы видно, что значение функции меняется по правилу $y(x) = x + 7$.

x	y
5	12
8	15
11	18

Ответ: да, функция определена. Поскольку из таблицы видно, что значение функции меняется по правилу $y(x) = x + 7$.

x	y
1	5
3	15
5	25

Ответ: да, функция определена. Поскольку из таблицы видно, что значение функции меняется по правилу $y(x) = 5x$.

4. Заполните пустые ячейки.

x	y
4	16
5	20
	24
7	

Решение. На основании информации, приведённой в таблице, здесь определена функция $y(x) = 4x$.

Поэтому, $y(x)=24$ поскольку $4x=24$, $x=6$.
$y(7)=4\cdot 7=28$.

x	y
2	11
4	13
6	
	17

Ответ: здесь определена функция $y(x)=x+9$. $y=15, x=8$.

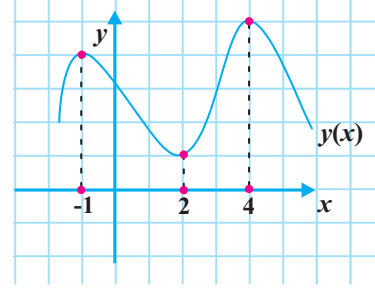
x	y
5	45
6	
7	63
	72

Ответ: здесь определена функция $y(x)=9x$. $y=54, x=8$.

x	y
3	18
5	20
7	
	24

Ответ: здесь определена функция $y(x)=x+15$. $y=22, x=9$.

5. На рисунке изображён график функции $y(x)$.
На основе рисунка найдите:
а) значение функции в точках $x=-1, x=2, x=4$;
б) наибольшее и наименьшее значение функции;
в) какие из точек $(-1; 3)$, $(2; 1)$, $(3; 3)$, $(-1; 5)$, $(4; 5)$ лежат на графике функции.



Решение.
а) $x=-1$ при $y=4$; $x=2$ при $y=1$; $x=4$ при $y=5$;
b) наибольшее значение функции: $x=4$ при $y=5$;
наименьшее значение функции: $x=2$ при $y=1$;
c) $(2; 1)$, $(3; 3)$, $(4; 5)$ точки лежат на графике.

6. Заполните заданную таблицу на основании данных.

Функция	Значения x						
	–4	–2	–1	0	1	2	4
$y(x)=3x$	–12	–6	–3	0	3	6	12
$y(x)=0,25x$	–1	–0,5	–0,25	0	0,25	0,5	1
$y(x)=-x+2$	6	4	3	2	1	0	–2
$y(x)=0,5x+3$	1	2	2,5	3	3,5	4	5

7. Высота чинары во дворе школы 7,3 m. Она ежегодно растёт на 15 cm. Составьте функцию, представляющую рост чинары.
Решение. Начальная высота чинары 7,3 *m*. Она ежегодно растёт на 15 *cm* = 0,15 *m*. Таким образом, формулу её роста можно записать в виде $L(n) = 7{,}3 + 0{,}15n$. Здесь L – высота чинары в конце года, а n – количество лет.
Ответ: $L(n) = 7{,}3 + 0{,}15n$

8. Турист, пройдя 120 km от туристической базы, запланировал для себя проходить по 9 km каждый час. Составьте формулу функции, выражающую путь, пройденный туристом.
Ответ: $S(t) = 9t + 120\ (km)$

9. На рынке цена кускового сахара на 4000 сумов выше, чем у сахара-песка. Составьте выражение, выразив цены на кусковой сахар и сахар-песок разными буквами.
Решение. Пусть цена кускового сахара x, сахара-песка y.
Ответ: $y = x + 4\,000$

10. Задано соотношение $y = kx$. Заполните следующую таблицу.

Функция	Значения x						
	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y(x) = 2x$	–6	–4	–2	0	2	4	6
$y(x) = 3x$	–9	–6	–3	0	3	6	9
$y(x) = -2x$	6	4	2	0	–2	–4	–6
$y(x) = 0{,}5x$	–1,5	–1	0,5	0	0,5	1	1,5

11. Велосипедист едет со скоростью 12 km/h. Напишите выражение для вычисления пути S, пройденного им за t часов.
Ответ: $S(t) = 12t\ (km)$

12. Если известно, что точка A лежит на графике функции $y = kx$, найдите значение k.
a) $A(-2;\ 1)$
Если абсцисса точки A равна $x = -2$, график функции проходит через точку $y = 1$. И эти значения удовлетворяют равенству $y = kx$.
Итак, из равенства $1 = k \cdot (-2)$ находим $k = -0{,}5$.
Ответ: $k = -0{,}5$
b) $A(6; -18)$ Ответ: $k = -3$. c) $A(-4;\ 8)$ Ответ: $k = -2$.

13. Цена картофеля на рынке 6000 сумов. За x kg картофеля было выплачено y сумов. Составьте выражение зависимости и найдите значение полученного выражения при $x = 4$; $x = 8$; $x = 10$; $x = 70$.
Ответ: из зависимости $y(x) = 6\,000x$ при $x = 4$ $y(4) = 24\,000$ сум, при $x = 8$ $y = 48\,000$ сум, при $x = 10$ $y = 60\,000$ сум, при $x = 70$ $y = 420\,000$ сум.

15. а) Определите, верны ли последовательности.

1) 18, 16, 15, 13, ... 2) 4, 9, 14, 19, ...

Ответ: 1) ошибка, потому что закон убывания чисел разный.

2) Верно, потому что числа растут одинаково.

б) Найдите следующие три члена каждой последовательности.

1) 12, 9, 6, 3, ... 2) –2, 2, 6, 10, ...

Ответ: 1) 0, –3, –6; 2) 14, 18, 22.

в) Напишите уравнение для n-го члена каждой последовательности.

1) 15, 13, 11, 9, … 2) –1, –0,5, 0, 0,5, …

Ответ: 1) $y(n)=15-2n$; 2) $y(n)=0,5n-1$.

16. Переработка одной тонны макулатуры сохраняет в среднем 17 деревьев. Напишите формулу функции, представляющую зависимость между количеством переработанной бумаги и количеством сохранённых деревьев.

Ответ: $y(t)=17t$

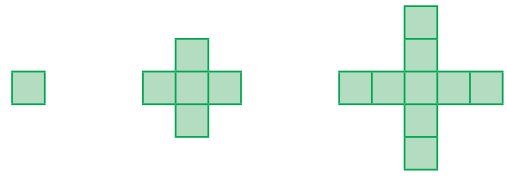
17. В час из бассейна спускается 720 литров воды. В таблице показана функция, связывающая объём воды в бассейне со временем её спуска из бассейна. Заполните таблицу .

Ответ: $x=10$ при $y=2880$; $x=14$ при $y=0$.

x	y
0	10 080
2	8 640
6	5760
10	
12	1440
14	

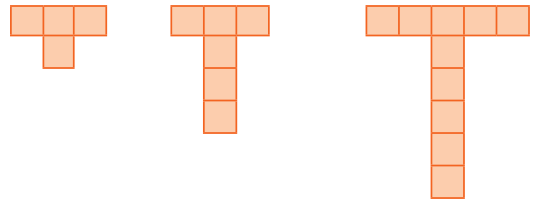
18. В какой из последовательности фигур определена функция? Обоснуйте свои выводы.

1)



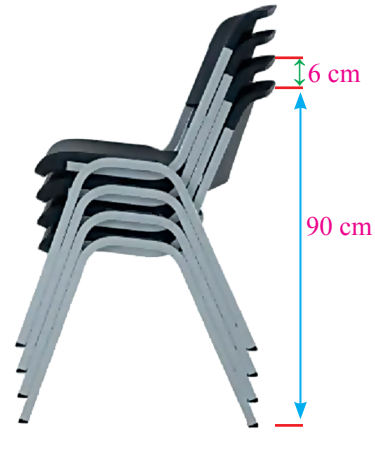
Ответ: эта последовательность является функцией (формула $y(x)=x^2$).

2)



Ответ: эта последовательность не является функцией.

19. Высота школьного стула 90 сантиметров. Стулья установлены, как показано на картинке. Могут ли они выражать функцию?



Ответ: такая расстановка является функцией (формула $h(x)=60x+90$).

20. Какое из записанных ниже предложений может быть функцией? Объясните свой вывод.

1) Если автомобиль потребляет 10 литров бензина на 100 km, он может проехать 500 km с 50 литрами топлива.

Ответ: является функцией

2) Чем выше ваш доход, тем выше подоходный налог.

Ответ: является функцией

3) Когда цена растёт, спрос падает, и наоборот.

Ответ: является функцией

4) Если заработная плата составляет 3 миллиона сумов, уплачивается 300 тысяч подоходного налога. Если ежемесячный доход составляет 3,5 млн сумов, уплачивается 350 тысяч подоходного налога.

Ответ: является функцией

5) В банкомат была вставлена пластиковая карта для снятия 500 000 сумов наличными. Банкомат выдал 450 000 сумов.

Ответ: является функцией, если банкомат удерживает определённый процент от снимаемой суммы в качестве платы за обслуживание. В противном случае нет.

21. Составьте формулу функции для последовательностей, данных в упражнении 15.

а) 1) 18, 16, 15, 13, … . Ответ: нет формулы

2) 4, 9, 14, 19, … . Ответ: $y(x) = 5x + 4;$

б) 1) 12, 9, 6, 3, … . Ответ: $y(x) = -3x + 12;$

2) –2, 2, 6, 10, … . Ответ: $y(x) = 4x - 2;$

c) 1) 15, 13, 11, 9, … . Ответ: $y(x) = -2x + 15;$

2) –1, –0,5, 0, 0,5, … . Ответ: $y(x) = 0,5x - 1.$

ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

3. Жамиля построила график функции:

• График представляет собой прямую линию.

• График пересекает ось *yx* в точке (0; 3).

Графиком какой из перечисленных функций он может быть?

A) $y = x^2 + 3$ B) $y = 3x + 1$ C) $y = 3x^2 - 1$ D) $y = x + 3$

Ответ: D

4. Приведена формула для расчёта температуры воздуха (t °C) на высоте y метров над уровнем моря при температуре x °C на уровне моря. Если температура на уровне моря 21 °C, то какая температура на вершине горы на высоте 2000 m?

$$t = x - \frac{6,5}{100} y$$

Ответ: $t = 21 - 0,065 \cdot 2000 = 21 - 130 = -109^0$ C

5. Какая пара чисел $(x; y)$ удовлетворяет уравнению $3x + 4y = 24$?

A) $(0;\ 8)$ B) $(3;\ 4)$ C) $(4;\ 3)$ D) $(6;\ 0)$

Ответ: C

скачано с сайта www.idum.uz

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

Цель урока: познакомить учащихся с линейной функцией; сформировать у учащихся умение, используя линейную функцию и её задание определять, в каких четвертях лежит её график.

Все ученики	Уметь строить график линейной функции $y = kx$.
Большинство учеников	Уметь строить графики линейных функций $y = kx$, $y = kx + b$.
Некоторые ученики	Уметь определять, в какой четверти лежит график линейной функции, проверять принадлежность точки графику функции, определять функцию по графику, находить точки пересечения графика функции с осями координат.

Активизирующие вопросы:

1) В каких четвертях располагается график линейной функции $y = kx$, если $k>0$?
2) В каких четвертях располагается график линейной функции $y = kx$, если $k<0$?
3) В каких четвертях располагается график линейной функции $y = kx + b$, если $k>0$, $b>0$?
4) В каких четвертях располагается график линейной функции $y=kx+b$, если $k=0$, $b>0$?
5) При выполнении каких условий график линейной функции $y=kx+b$ представляет собой ось Ox?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: не учитывается k и b при проверке, в каких четвертях лежит график линейной функции и принадлежит ли данная точка графику функции. Для устранения этих ошибок нужно научить строить графики разного вида линейных функций для всех случаев k и b линейной функции $y=kx+b$, упражнения на проверку принадлежности заданной точки функции.

Домашнее задание: примеры 2–3 стр. 121, примеры 7, 13, 15 стр. 125, примеры 21–22 стр. 126.

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Пример 1. Формула нахождения периметра квадрата выглядит следующим образом: $P = 4a$.

В этой формуле P можно выразить функцией, а a аргументом. Мы заменяем P на $f(x)$ и a на x и образуем функцию, выраженную формулой $f(x) = 4x$ или $y = 4x$.

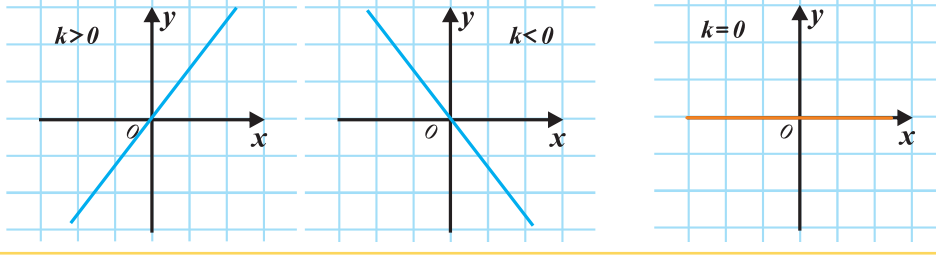
Проверяем функцию по таблице:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(a)$	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Функция $y = kx$

График функции $y = kx$ представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат при любом значении k.

Если $k > 0$, то график функции расположен в I и III четвертях.
Если $k < 0$, то график функции расположен во II и IV четвертях.
Если $k = 0$, то график функции совпадает с осью Ox.
Таким образом, k могут быть числа –2; –0,5; 2; 3.

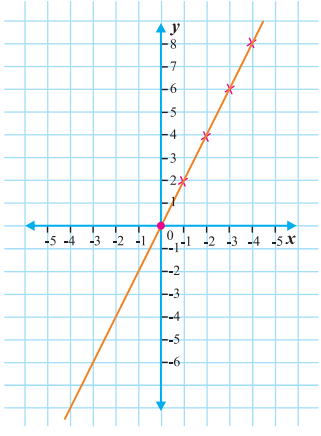


Примеры

Пример 2. Постройте график функции $y = 2x$.

Чтобы построить график функции, вычислим соответствующие значения x, присвоив x разные значения, и покажем это в таблице.

x	–2	–1	0	1	2	3
$y = 2x$	–4	–2	0	2	4	6

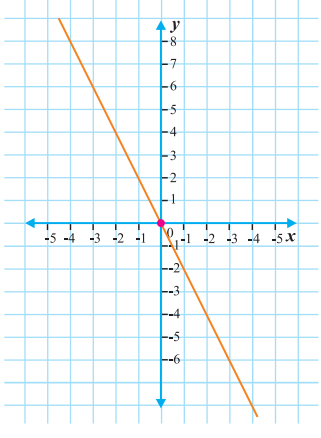


Исходя из таблицы, получаем координаты точек (–2; –4); (–1; –2); (0; 0); (1; 2); (2; 4); (3; 6) и откладываем их в декартовой системе координат, соединяем с помощью линейки, чтобы получилась прямая линия.

Пример 3. Постройте график функции $y = –2x$.

Чтобы построить график функции, вычислим соответствующие значения x, присвоив x разные значения, и покажем это в таблице.

x	–2	–1	0	1	2	3
$y = –2x$	4	2	0	–2	–4	–6



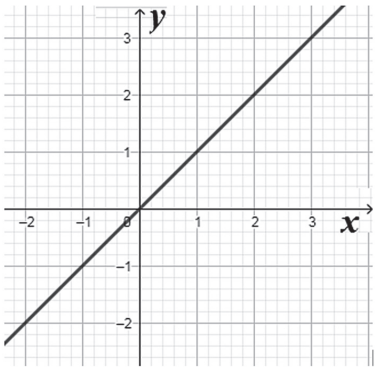
Исходя из таблицы, получаем координаты точек (–2; 4); (–1; 2); (0; 0); (1; –2); (2; –4); (3; –6) и откладываем их в декартовой системе координат.

Согласно аксиоме “через любые две точки проходит только одна прямая”, достаточно найти две точки на графике, чтобы построить график функции $y = kx$.

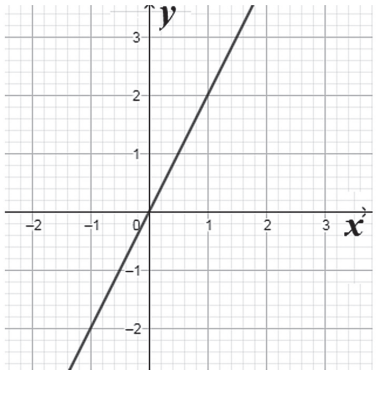
Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Постройте график функции.

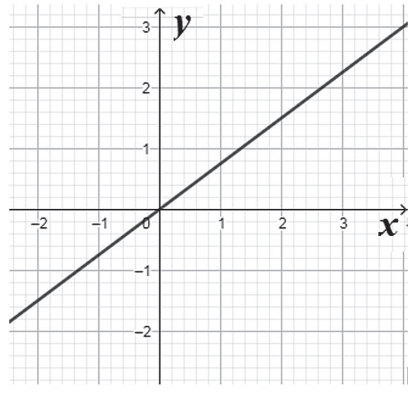
1) $y = x$



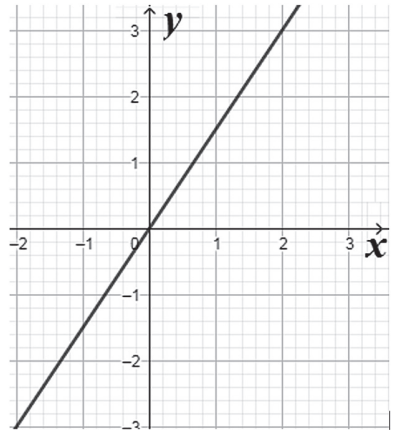
2) $y = 2x$



3) $y = \frac{3}{4}x$

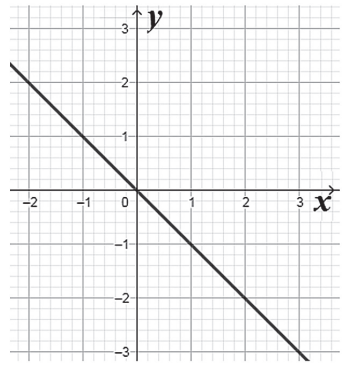


4) $y = 1,5x$

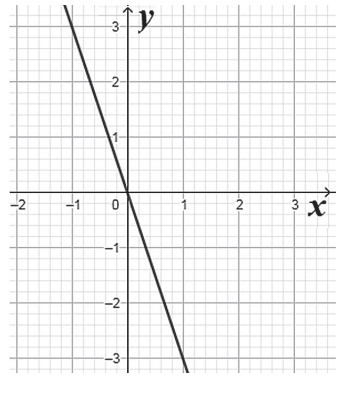


2. Постройте график функции.

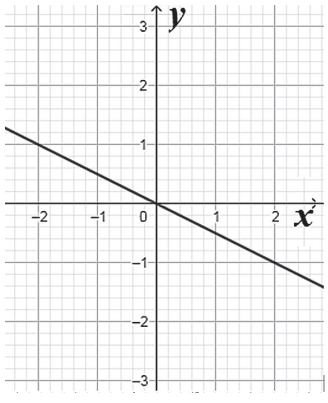
1) $y = -x$



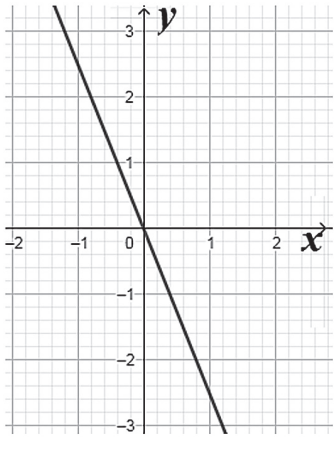
2) $y = -3x$



3) $y = -\frac{1}{2}x$

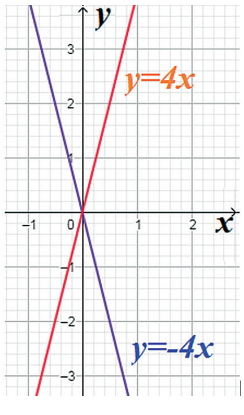


4) $y = -2,5x$

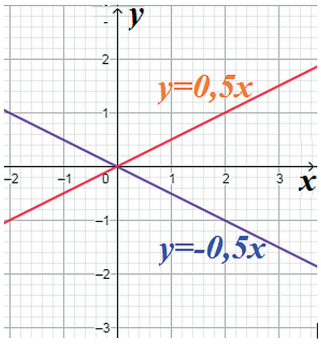


3. Постройте графики функций в одной системе координат и покажите, в каких координатных углах эти графики расположены.

1) $y = 4x, \quad y = -4x$



2) $y = 0,5x, \quad y = -0,5x$



4. Заполните таблицу в соответствии с соотношением $y = kx$.

Решение.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=-0,2x$	$0,6$	$0,4$	$0,2$	0	$-0,2$	$-0,4$	$-0,6$
$y=0,2x$	$-0,6$	$-0,4$	$-0,2$	0	$0,2$	$0,4$	$0,6$
$y=-\frac{1}{4}x$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$y=4x$	-12	-8	-4	0	4	8	12

5. Удовлетворяют ли данные, приведённые в таблице, условиям функции $y = kx$?

x	18	20	22	24	26
y	9	10	11	12	13

x	10	13	16	19	21
y	10	13	16	19	21

x	4	5	6	7	8
y	1	2	3	4	5

Ответ: 1) $y(x)=\frac{1}{2}x$, $k=\frac{1}{2}$; 2) $y(x)=x$, $k=1$; 3) $y(x)=x-3$, $k=1$.

6. Если известно, что график функции $y = 3x + b$ проходит через точку $(-2; 1)$, найдите значение b.

Ответ: $b = 7$

7. Через какие точки проходит график функции $y=3x+1$?

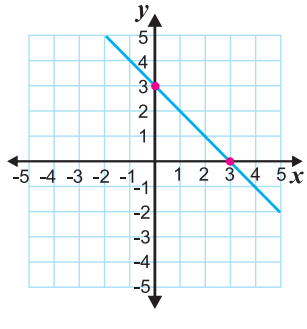
1) $A(3;7)$; 2) $B(2;-1)$; 3) $C(5;16)$; 4) $D(7;20)$.

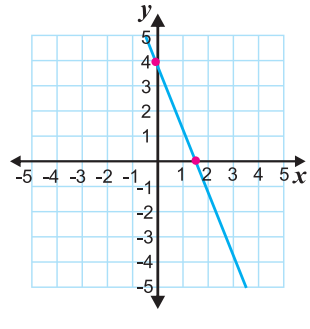
Ответ: C

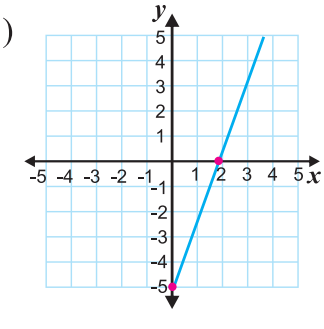
8. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = 2x - 3$ и $y = -x + 6$.

Ответ: $(3;3)$

9. Запишите функции на основании графика.

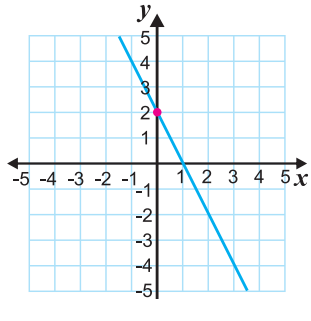
1) 

2) 

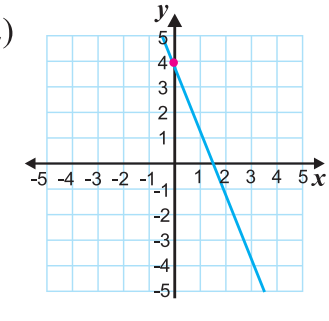
3) 

Ответ: 1) $y=-x+3$; 2) $y=-2x+4$; 3) $y=2,5x-5$

10. Используя данные функции, заполните таблицы.

1) 

$y=-2x+2$

2) 

$y=-\frac{8}{3}x+4$

Ответ:

1)

x	-1	0	1	2
y	4	2	0	-2

2)

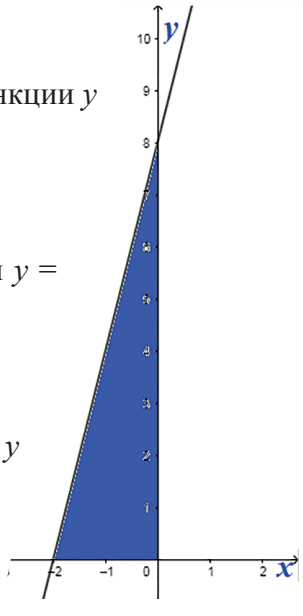
x	-1	0	1	2
y	$6\frac{2}{3}$	4	$1\frac{1}{3}$	$-1\frac{1}{3}$

11. При каких значениях x функции $y = 2x - 3$ и $y = -x + 6$ принимают равные значения?
Ответ: $x = 3$

12. При каких значениях x функции $y = 5x - 1$ и $y = x + 3$ принимают равные значения?
Ответ: $x = 1$

13. При каком значении k прямая $y = kx + 3$ проходит через точку A?
1) $A(2;25)$ 2) $A(4;13)$ 3) $A(8;16)$ 4) $A(4;19)$
Ответ: 1) $k = 11$; 2) $k = 2,5$; 3) $k = 1,625$; 4) $k = 4$

14. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции $y = 4x + 8$ и осями координат.
Ответ: $S = 8$



15. Определите координату точки пересечения графика функции $y = 3x + 5$ с осью Oy.
Ответ: $(0,5)$

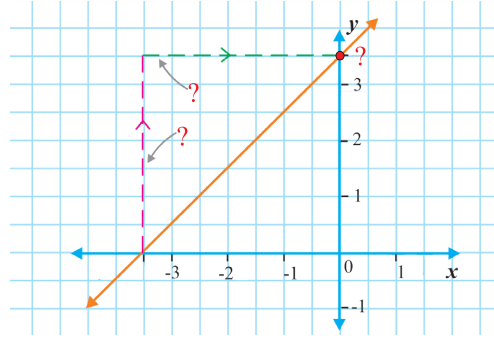
16. Определите координату точки пересечения графика функции $y = -3x + 6$ с осью Oy.
Ответ: $(0,6)$

17. 1) Найдите точку, симметричную точке $A(5; 3)$ относительно оси Ox. Ответ: $A'(5;-3)$
2) Найдите точку, симметричную точке $A(5; 3)$ относительно оси Oy.
Ответ: $A'(-5;3)$
3) Найдите точку, симметричную точке $A(5; 3)$ относительно точки O.
Ответ: $A'(-5;-3)$
4) Найдите точку, симметричную точке $A(52; 43)$ оносительно точки $B(17; -54)$.
Ответ: $A'(-18;-151)$

18. Найдите нули функции.
1) $y = 5x + 5$; 2) $y = 3x - 12$; 3) $y = 10x - 30$; 4) $y = 3x - 24$.
Ответ: 1) $x = -1$; 2) $x = 4$; 3) $x = 3$; 4) $x = 8$.

19. Найдите точку пересечения данной функции с осью Ox.
1) $y = 4x - 8$; 2) $y = 4x - 28$; 3) $y = 7x - 14$; 4) $y = 5x - 1$.
Ответ: 1) $x = 2$; 2) $x = 7$; 3) $x = 2$; 4) $x = 0,2$.

20. Какое число можно поставить вместо вопросительного знака? Найдите формулу функции по графику.



Ответ: $3,5$; $y = x + 3,5$.

21. Ответьте на следующие вопросы:

1) Принадлежит ли точка A(3;2) графику функции $y = 5x - 7$? Ответ: нет
2) Принадлежит ли точка B(3; 2) графику функции $y = 5x - 7$? Ответ: нет
3) Принадлежит ли точка C(1; 4) графику функции $y = 2x - 7$? Ответ: нет
4) Принадлежит ли точка D(1; 3) графику функции $y = 5x - 14$? Ответ: нет

22. Ответьте на следующие вопросы:

1) Проходит ли график прямой $y = x - 4$ через точку $A(7; 3)$? Ответ: да
2) Проходит ли график прямой $y = x - 9$ через точку $A(7; 3)$? Ответ: нет
3) Проходит ли график прямой $y = x - 5$ через точку $A(6; 4)$? Ответ: нет
4) Проходит ли график прямой $y = 6x - 1$ через точку $B(0; 3)$? Ответ: нет

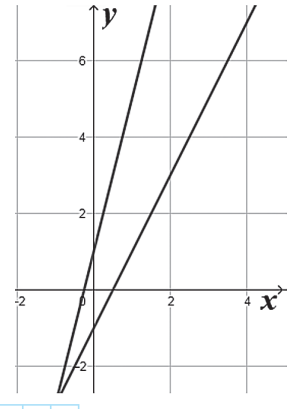
23. Изучите положение графика функции $y = kx + b$ на координатной плоскости, если:

a) $k > 0,\ b = 0$ при $k > 0,\ b > 0$ при $k > 0,\ b < 0$;

b) $k < 0,\ b = 0$ при $k < 0,\ b > 0$ при $k < 0,\ b < 0$ изучить его положение на координатной плоскости. Дайте свой вывод.

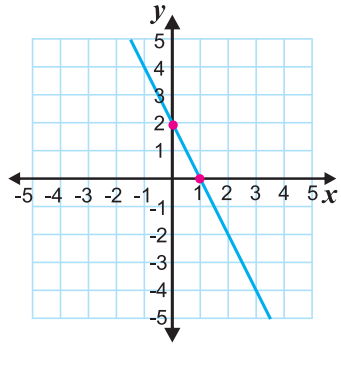
Указание. Выберите подходящие значения для k и b, постройте графики и обсудите с учащимися.

24. Постройте графики функций $y = x + 1$ и $y = 2x - 1$.

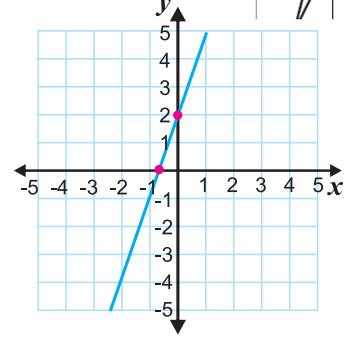


25. Напишите формулу функции по графику.

1)



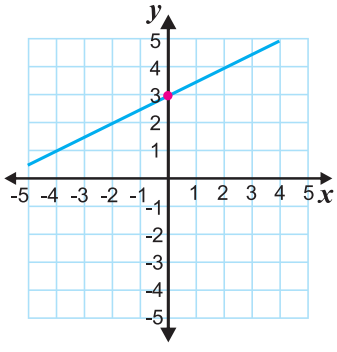
2)



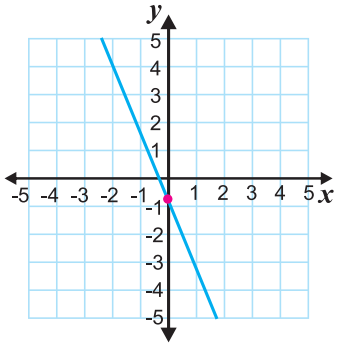
Ответ: 1) $y = -2x + 2$; 2) $y = 2x + 2$.

26. Заполните таблицу, используя график функции и формулу.

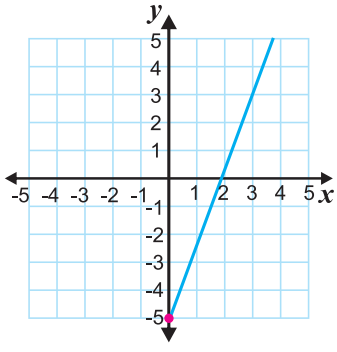
$y = \frac{1}{2}x + 3$



$y = -2\frac{1}{2}x - 1$



$y = 2\frac{2}{3}x - 5$



Ответ:

x	-1	0	1	2
y	$2,5$	3	$3,5$	4

x	-1	0	1	2
y	$1,5$	-1	$-3,5$	-6

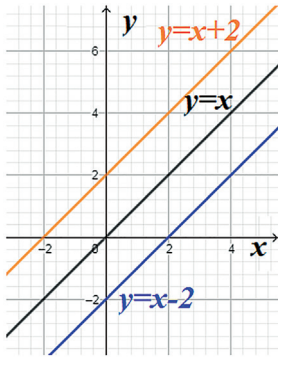
x	-1	0	1	2
y	$-7\frac{2}{3}$	-5	$-2\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

27. Найдите координату точки пересечения графика данной прямой с осью Oy.

1) $y = 3x - 7$; 2) $y = 3x + 6$; 3) $y = 2x + 1$; 4) $y = 6x + 7$.

Ответ: 1) $(0;-7)$; 2) $(0;6)$; 3) $(0;1)$; 4) $(0;7)$.

28. Начертите графики функций $y = x$, $y = x + 2$ и $y = x - 2$ в одной координатной плоскости и проанализируйте их графики. Сделайте свой вывод.



Ответ: их графики параллельны

29. Найдите линейную функцию, проходящую через точки A и B.

1) $A(7;6)$ и $B(3;5)$. Ответ: $y = 0,25x + 4,25$

2) $A(3;2)$ и $B(5;4)$. Ответ: $y = x - 1$

3) $A(4;2)$ va $B(5;7)$. Ответ: $y = 5x - 18$

4) $A(2;10)$ va $B(1;9)$. Ответ: $y = x + 8$

30. Найдите линейную функцию, параллельную прямой, проходящей через точки A и B, и проходящую через точку C.

1) $A(3;2)$; $B(4;1)$; $C(2;1)$. Ответ: $y = -x + 3$

2) $A(1;2)$; $B(3;4)$; $C(2;4)$. Ответ: $y = x + 2$

3) $A(-1;3)$; $B(1;5)$; $C(-3;4)$. Ответ: $y = x + 7$

4) $A(-5;2)$; $B(2;4)$; $C(0;4)$. Ответ: $y = \frac{2}{7}x + 4$

31. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции $y = -3x + 6$ и осями координат.

Ответ: площадь треугольника равна 6

32. Из формулы найдите y. Чему равно значение y при $x = 0$?

1) $2x+4y=16$; 2) $-x-y=5$; 3) $-x+2y=3$; 4) $2x-y=2$.

Ответ: 1) $y=-0,5x+4$, $y=4$; 2) $y=-x-5$, $y=-5$.

3) $y=0,5x+1,5$, $y=1,5$; 4) $y=2x-2$, $y=-2$.

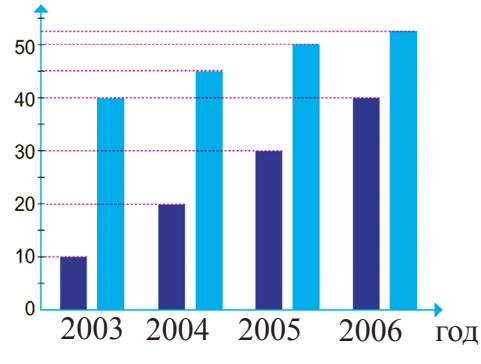
ЗАДАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЦЕНКИ

12. На графике представлена диаграмма продаж двух видов питьевой воды (виноградной и лимонной) за 4 года. Если в ближайшие 10 лет объём продаж не изменится, то в каком году объём продаж виноградного напитка сравняется с объёмом продаж лимонного напитка?

Объясните результат задания, построив график функции.

A) 2003 B) 2004 C) 2005 D) 2006

Ответ: 2003 год. A



Виноградный напиток: $y=10x+10$, лимонный напиток: $y=5x+40$

15. Компания “Реал Бургер” имеет 5 ресторанов. Количество сотрудников в этих пяти ресторанах составляет 12, 18, 19, 21 и 30 человек соответственно.

– Найдите среднее арифметическое количества сотрудников в пяти ресторанах.

Ответ: 20.

– Найдите медиану числа сотрудников в пяти ресторанах.

Ответ: 19.

– Если количество сотрудников в ресторане с 30 сотрудниками увеличить до 50, как это повлияет на среднее арифметическое и медиану выше?

Ответ: среднее арифметическое равно 24, медиана не изменяется.

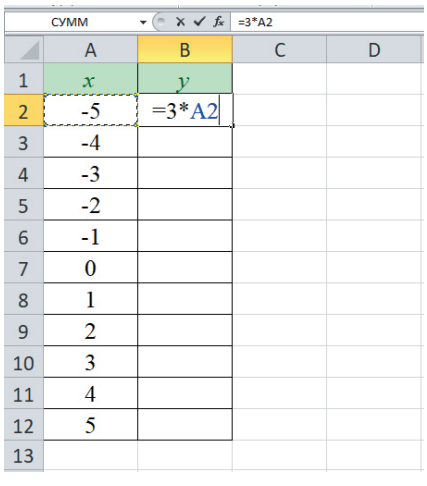
ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

Построение графика линейной функции в программе MS Excel

Одной из возможностей электронных таблиц MS Excel является возможность отображать данные в виде различных диаграмм или графиков. Представление готовых таблиц в графическом виде, во-первых, наглядно представляет данные, во-вторых, создаёт удобную возможность для сравнения результатов.

Учитывая значения функции $y = 3x$ и построение точечного графика:

1) Создаём значения аргумента x и функции y в таблице Excel, как показано на картинке. Для этого мы используем параметры заливки, копирования и форматирования. Значения x: берём целые числа от – 5 до 5 и отмечаем значения y в таблице.

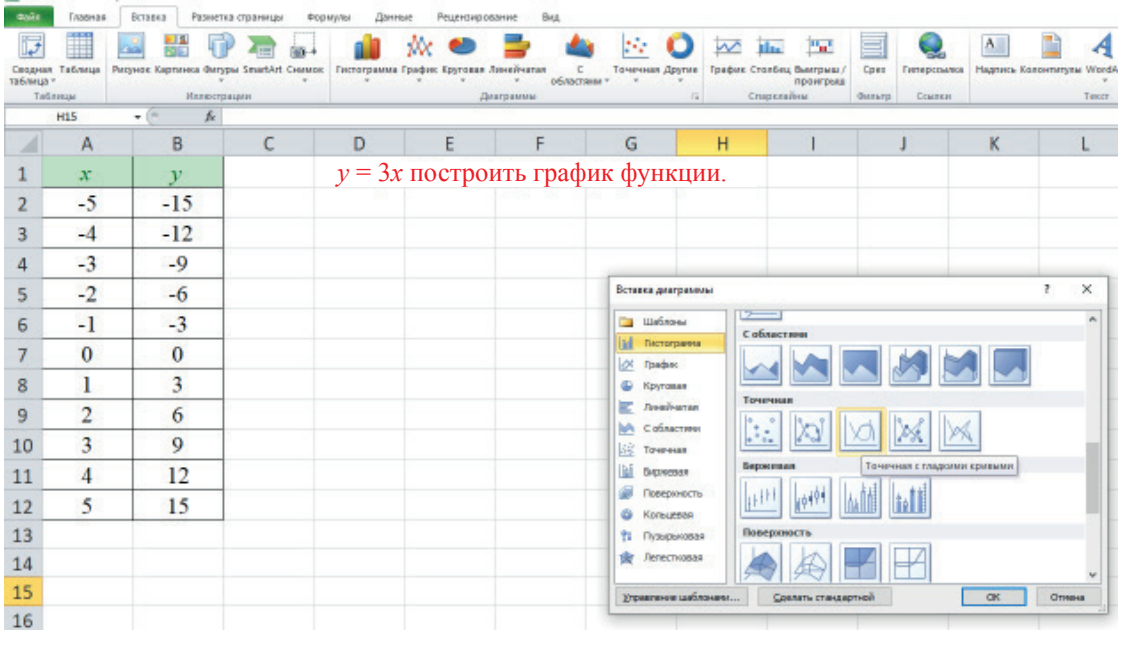


	A	B	C	D
1	*x*	*y*		
2	-5	=3*A2		
3	-4			
4	-3			
5	-2			
6	-1			
7	0			
8	1			
9	2			
10	3			
11	4			
12	5			
13				

2) Для нахождения значения y воспользуемся формулой "=3*A2" Затем находим все значения y, зависимые от x.

	A	B	C	D
1	*x*	*y*		
2	-5	-15		
3	-4	-12		
4	-3	-9		
5	-2	-6		
6	-1	-3		
7	0	0		
8	1	3		
9	2	6		
10	3	9		
11	4	12		
12	5	15		
13				

Выполните действия, указанные на рисунке.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	*x*	*y*										
2	-5	-15										
3	-4	-12										
4	-3	-9										
5	-2	-6										
6	-1	-3										
7	0	0										
8	1	3										
9	2	6										
10	3	9										
11	4	12										
12	5	15										
13												
14												
15												
16												

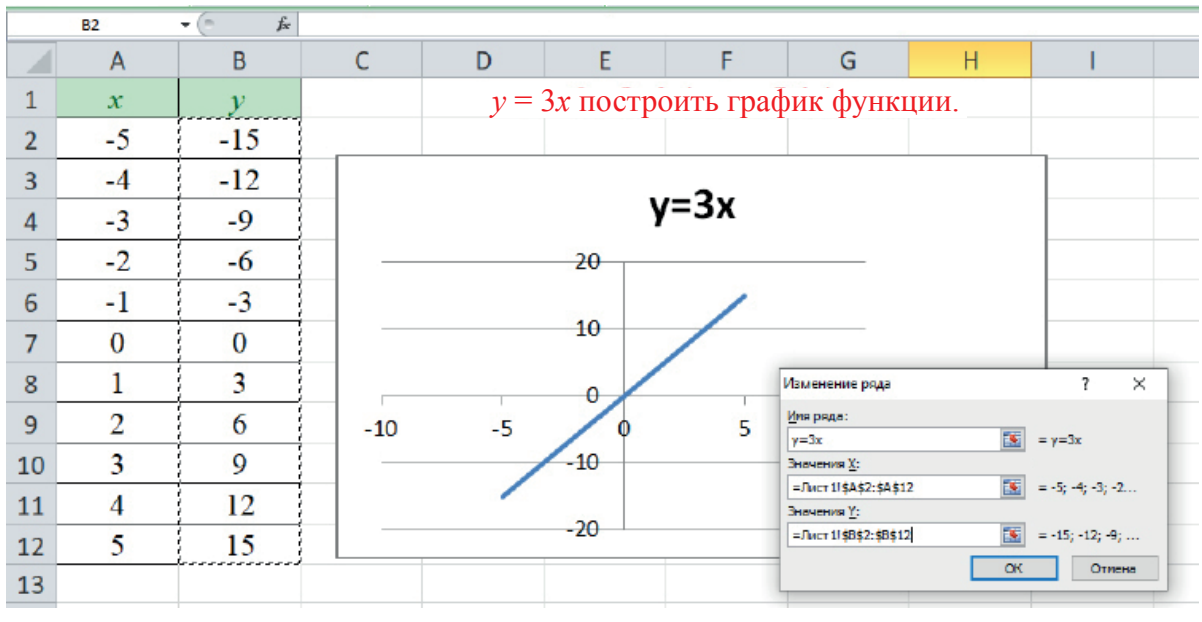
3) В меню **Вставка** отметьте раздел **График → Все типы диаграмм → Точечная** и нажмите **Ok**.

4) В меню **Конструктор** выберите раздел **Выбрать данные → Добавить**.

5) В окне **Ряд** в раздел **Имя ряда** запишите формулу функции $y = 3x$.

6) В окне **Значения X:** отмечаем значения аргумента x, в окне **Значения Y:** значения функции y.

При правильном и точном выполнении всех операций будет построен график функции $y = 3x$.



Задание

1. Нарисуйте график следующих функций, используя электронную таблицу MS Excel.

1) $y = 5x - 2$ 2) $y = 2x+3$ 3) $y = 4x + \frac{1}{4}$ 4) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

2. Измените цвет и координаты построенных графиков функций, размеры шрифта.

3. Сделайте презентацию всех результатов.

График 1

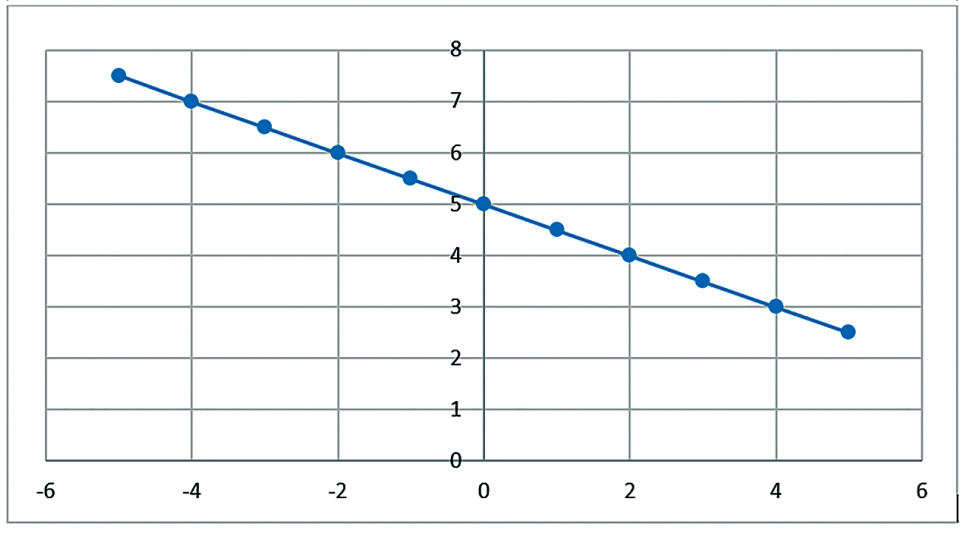


График 2

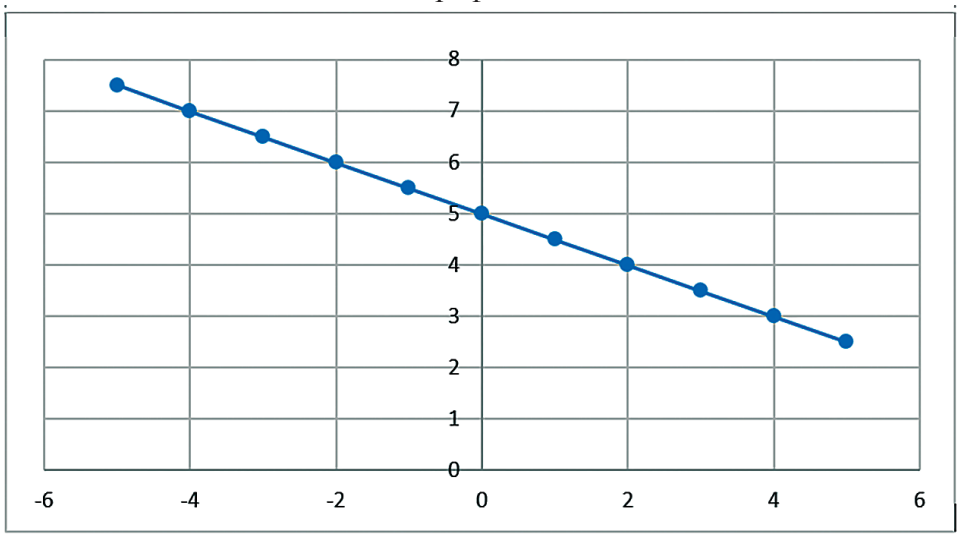


График 3

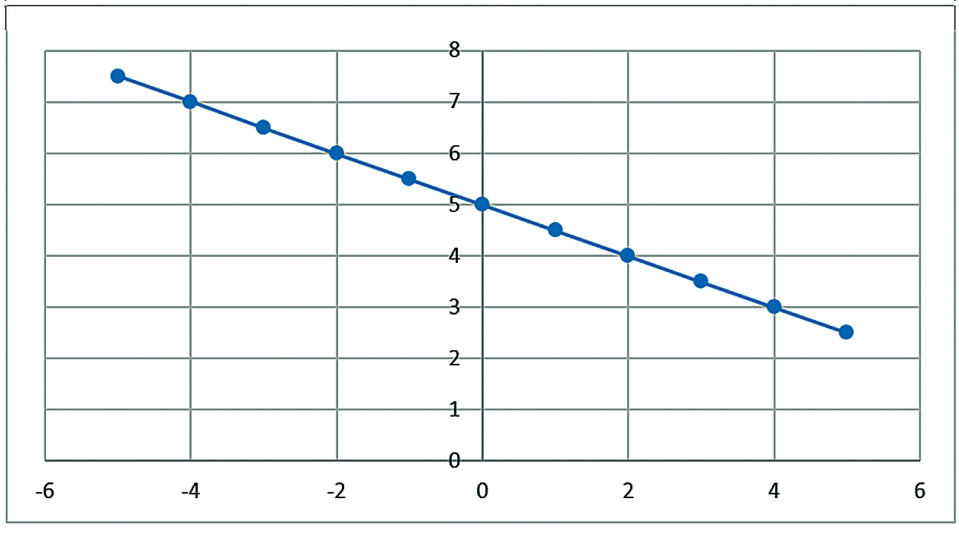
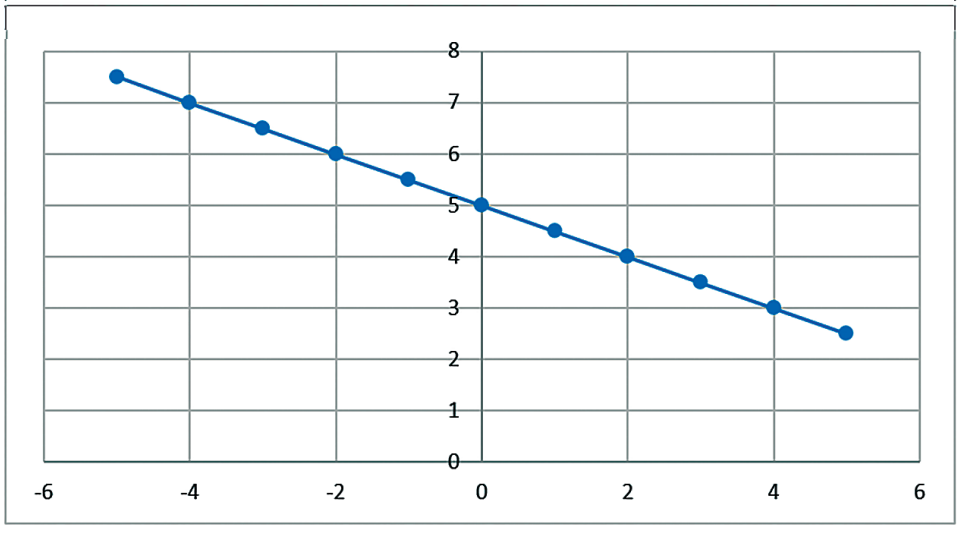


График 4



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 5

1 вариант

1. В какой четверти координатной системы Oxy пересекаются графики прямых $y = 2x + 5$ и $6x - 3y = 2$? Найдите точку пересечения.

2. (1; 2); (2; 1); (3; 1); (2; 3); (1; –3) какие из точек принадлежат графику функции $y = -2x + 5$?

3. Начертите график функции: $f(x) = 2x - 1$.

4. Удовлетворяют ли данные, приведённые в таблице, условиям функции $y=kx$? найти k

x	1	2	3	4	5
y	1	4	6	8	10

x	–2	–1	0	1	2
y	6	3	3	–3	–6

2 вариант

1. В какой четверти координатной системы Oxy пересекаются графики прямых $y = 2x + 1$ и $y = -2 - x$? Найдите точку пересечения.

2. (3; –5); (–3; 5); (5; –3); (2; 4); (4; 2) какие из точек принадлежат графику функции $y = -3x + 4$?

3. Начертите график функции: $f(x) = 2x + 1$.

4. Удовлетворяют ли данные, приведённые в таблице, условиям функции $f(x) = kx + 1$? найти k.

x	1	2	3	4	5
y	2	3	4	5	6

x	–2	–1	0	1	2
y	–1	0	1	2	3

ГЛАВА VI. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель урока: познакомить учащихся с системой линейных уравнений; сформировать умение учащихся проверять существование решения системы линейных уравнений с двумя неизвестными по графику линейной функции.

Все ученики	Уметь строить графики функций вида $y = kx + b$, входящих в систему линейных уравнений
Большинство учеников	Уметь строить графики функций, входящих в систему линейных уравнений.
Некоторые ученики	Уметь строить графики функций, входящих в систему линейных уравнений, и делать выводы о её решениях.

Активизирующие вопросы: 1) Что называют линейным уравнением с двумя неизвестными? 2) Что называют решением уравнений с двумя неизвестными? 3) Что называют решением системы уравнений? 4) Что значит решить систему линейных уравнений графически?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При определении того, имеет ли система линейных уравнений решение или нет, допускают ошибки в графиках линейных функций. Чтобы избежать этих ошибок, нужно больше уделять внимания различным видам линейных функций, показать, как построить график линейной функции, .

Домашнее задание: примеры 2–11 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

1) Прибавьте $3x$ к правой и левой частям уравнения $y = -3x + 4$. К какому уравнению вы пришли? Они равносильные?

2) Как называется уравнение $3x + y = 4$? Если в данном уравнении $x = 0$, то чему равен y? Сможете ли вы найти значение x, если $y = -4$?

Уравнение вида $ax + by = c$ – линейное уравнение с двумя неизвестными, где x и y – переменные (неизвестные), a, b и c – коэффициенты (заданные числа).

В уравнении $3x + y = 4$, $a = 3$, $b = 1$, $c = 4$.

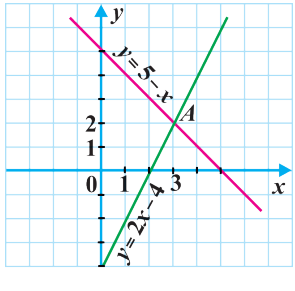
При $x = 1$, $y = 1$ уравнение $3x + y = 4$ становится верным равенством: $3 \cdot 1 + 1 = 4$.

Пара неизвестных значений $x = 1$, $y = 1$ и будет решением этого уравнения.

Решением уравнения с двумя неизвестными называется пара значений неизвестных, которые обращают это уравнение в верное равенство.

Пару значений неизвестных иногда кратко обозначают (1; 1); (0; –7).

1) Сможете ли вы указать точку пересечения графиков функций, заданных в виде $y = 5 - x$ и $y = 2x - 4$?



2) $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x - 4 \end{cases}$ и $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ равносильны?

Общий вид системы уравнений первой степени с двумя неизвестными записывается следующим образом:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Здесь a_1; b_1; c_1; a_2; b_2; c_2 – **коэффициенты**, x и y – **неизвестные (переменные).**

Решением системы уравнений называют пары значений неизвестных $(x; y)$, которые обращают каждое из уравнений системы в верное равенство.

Решить систему линейных уравнений значит найти все его решения или показать, что решений нет.

Пример 1. Сумма двух чисел равна 5, а их разность равна 3. Найдите эти числа.

Обозначим первое число x, а второе число y. По условию задачи сумма этих чисел равна 5, т.е. $x + y = 5$.

А так как их разность равна 3, то $x - y = 3$.

Мы получили два уравнения с двумя переменными. Это $x + y = 5$ и $x - y = 3$.

Система уравнений записывается в следующем виде с использованием больших скобок:

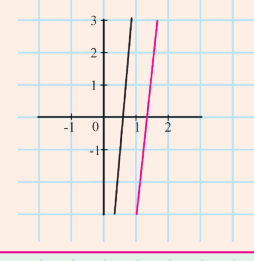
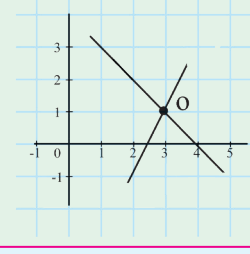
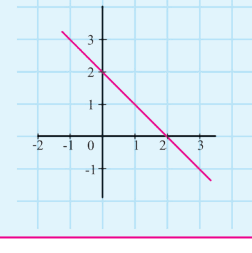
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Приведём каждое уравнение системы уравнений к виду линейной функции и построим их графики в одной системе координат.

Сделаем каждое уравнение системы уравнений линейной функцией и построим их графики в одной системе координат.

Известно, что 2 прямые на плоскости могут располагаться в трёх разных ситуациях, а именно:

1. параллельно.
2. пересекаются в одной точке.
3. совпадают.

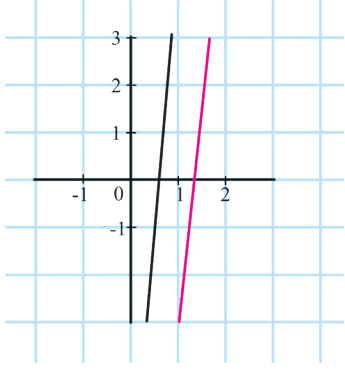
Соотношение коэффициентов	Взаимное расположение прямых	Количество корней	Графики
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	Прямые параллельны	Система уравнений не имеет корней.	
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	Прямые пересекаются в одной точке.	Система уравнений имеет единственный корень	
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	Прямые совпадают	Система имеет бесконечно много корней.	

Примеры

Пример 2. Проверьте, имеет ли система корни. $\begin{cases} 4x-2y=2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

Способ 1. В каждом уравнении проверим соотношение коэффициентов.

$\frac{4}{2}=\frac{-2}{-1}\neq\frac{2}{3}$, то есть $2=2\neq 0{,}666...$.



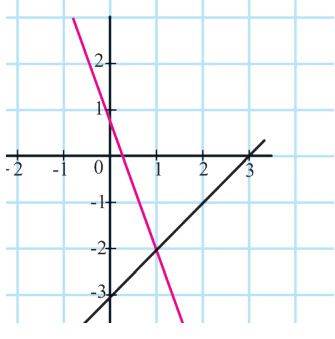
Таким образом, система уравнений не имеет корней.

Способ 2. В каждом уравнении, входящем в систему, выразим переменную y через переменную x:

$$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=2x-3 \end{cases}$$

Эти прямые линии параллельны, следовательно, система **не имеет решения.**

Пример 3. Проверьте, имеет ли система корни. $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x+y=1 \end{cases}$



Способ 1. В каждом уравнении проверим соотношение коэффициентов.

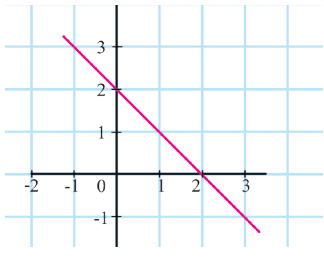
$\frac{1}{3}\neq\frac{-1}{1}$, то есть $0{,}333...\neq -1$. Следовательно, система уравнений имеет единственное решение.

Способ 2. В каждом уравнении, входящем в систему, выразим переменную y через переменную x:

$$\begin{cases} y=x-3 \\ y=-3x+1 \end{cases}$$

Эти прямые пересекаются, и система имеет **единственное решение.**

Пример 4. $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+3y=6 \end{cases}$ Проверьте, имеет ли система корни.



1 способ. В каждом уравнении проверим соотношение коэффициентов.

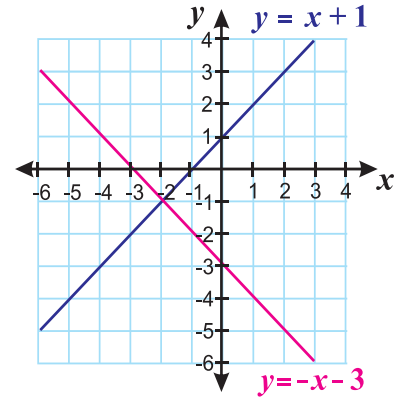
$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$. Следовательно, система уравнений имеет бесконечно много решений.

2 способ. В каждом уравнении, входящем в систему, выразим переменную y через переменную x:

$$\begin{cases} y=-x+2 \\ y=-x+2 \end{cases}$$

Графики этих функций совпадают, следовательно, система имеет **бесконечно много решений.**

Пример 5. $\begin{cases} x-y=-1 \\ -x-y=3 \end{cases}$ Решите систему уравнений графически.



Приведём каждое уравнение системы к виду линейной функции:

$x-y=-1 \quad \rightarrow \quad y=x+1$

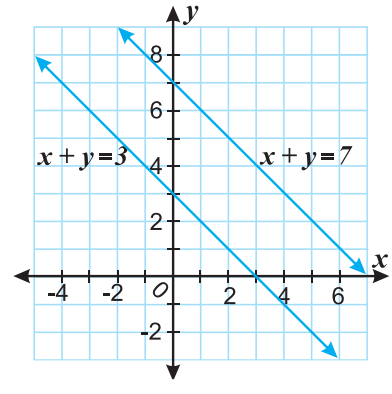
$-x-y=3 \quad \rightarrow \quad y=-x-3$

Начертим графики каждой из двух функций. Графики представляют собой прямые линии, и они пересекаются.

Найдём точку пересечения: $x=-2$; $y=-1$.

Следовательно, $(-2; -1)$ решение системы.

Пример 6. $\begin{cases} x+y=3 \\ x+y=7 \end{cases}$ Решите систему уравнений графически.



Приведём каждое уравнение системы к виду линейной функции:

$x+y=3 \quad \rightarrow \quad y=-x+3$

$x+y=7 \quad \rightarrow \quad y=-x+7$

Начертим графики каждой из двух функций. Графики представляют собой прямые линии, и они не пересекаются, так как параллельны. Следовательно, система не имеет корней.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Проверьте, являются ли числа $x=3$, $y=2$ решением следующих систем уравнений.

1) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

Решение. Проверим.

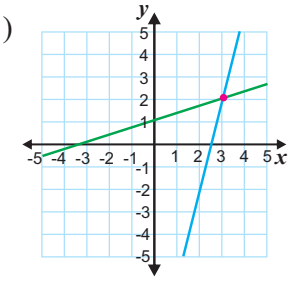
$\begin{cases} 3+2=5 \\ 3-2=1 \end{cases}$ x и y являются решением данной системы уравнений.

2) $\begin{cases} 2x+y=10 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ Ответ: не являются решением

3) $\begin{cases} x+2y=7 \\ x-y=1 \end{cases}$ Ответ: является решением

2. Графически найдите значения x и y.

1)



$y=4x-10$

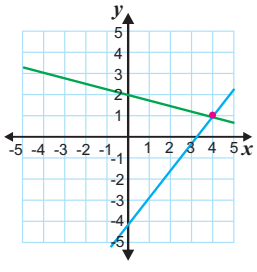
$y=\frac{1}{3}x+1$

(3,2)

Решение. Координаты точки пересечения данных прямых и будут решением системы уравнений.

Ответ: $x=3,\ y=2$ или $(3;2)$

2)



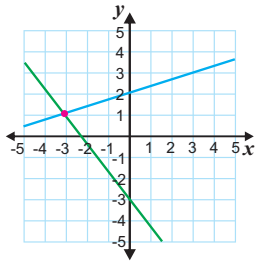
$-5x+4y=-16$

$x+4y=8$

(3,2)

Ответ: $(4;1)$

3)



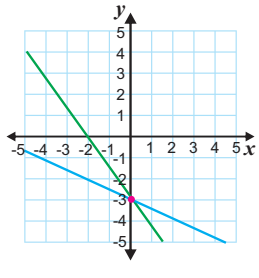
$-x+3y=6$

$4x+3y=-9$

(-3,1)

Ответ: $(-3;1)$

4)



$y=-\frac{4}{9}x-3$

$y=-\frac{7}{5}x-3$

(0,-3)

Ответ: $(0;-3)$

3. Какие из приведённых пар чисел будут решением системы уравнений $\begin{cases}2x-3y=-6\\x-y=6\end{cases}$

1) $x=8,\ y=2$

Решение. Проверим.

$\begin{cases}16-6=-6\\8-2=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}10\neq-6\\6=6\end{cases}$ Ответ: не является решением

2) $x=24,\ y=18$ Ответ: является решением

3) $x=3,\ y=-3$ Ответ: не является решением

4) $x=6,\ y=0$ Ответ: не является решением

4. Какие из пар являются решениями следующих систем уравнений (0; 1), (1; 2), (–3; 4), (0; 2)?

1) $\begin{cases}x+y=2\\x-y=-2\end{cases}$

Ответ: решением данной системы уравнений является пара (0;2)

2) $\begin{cases}x+y=1\\x-y=-7\end{cases}$ Ответ: $(-3;4)$

3) $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-1 \end{cases}$ Ответ: $(1;\ 2)$

4) $\begin{cases} x+y=1 \\ -x+y=1 \end{cases}$ Ответ: $(0;1)$

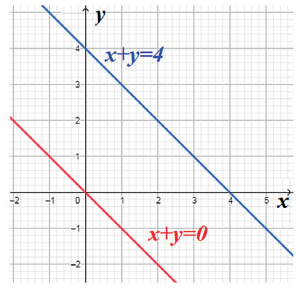
5. Составьте системы линейных уравнений, решениями которых будут следующие пары чисел:

1) $x=2;\ y=1$. Ответ: $\begin{cases} 3x+2y=8 \\ x+y=3 \end{cases}$ 2) $x=2;\ y=-1$. Ответ: $\begin{cases} x-5y=7 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$

3) $x=2;\ y=0$. Ответ: $\begin{cases} 8x-12y=16 \\ 3x+9y=6 \end{cases}$ 4) $x=-2;\ y=-1$. Ответ: $\begin{cases} 2x-4y=0 \\ 3x+7y=-13 \end{cases}$

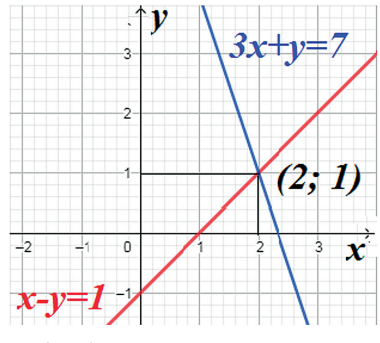
6. Графически проверьте, имеют ли следующие системы уравнений решения:

1) $\begin{cases} x+y=0 \\ x+y=4 \end{cases}$



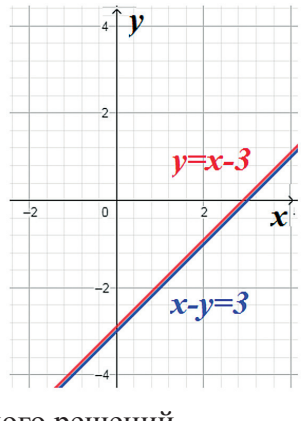
Ответ: не имеет решения

2) $\begin{cases} x-y=1 \\ 3x+y=7 \end{cases}$



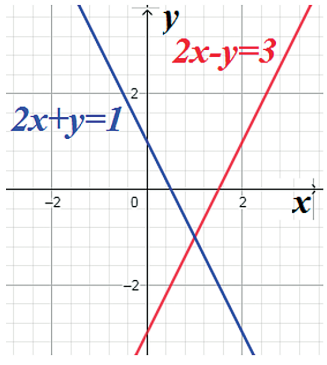
Ответ: имеет одно решение (2;1)

3) $\begin{cases} y=x-3 \\ x-y=3 \end{cases}$



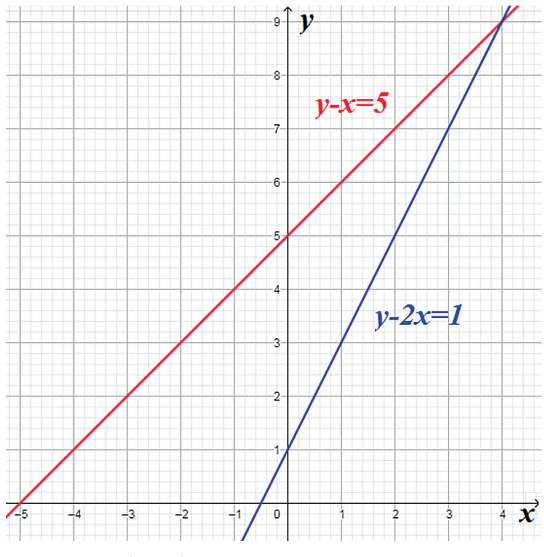
Ответ: имеет бесконечно много решений

4) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$



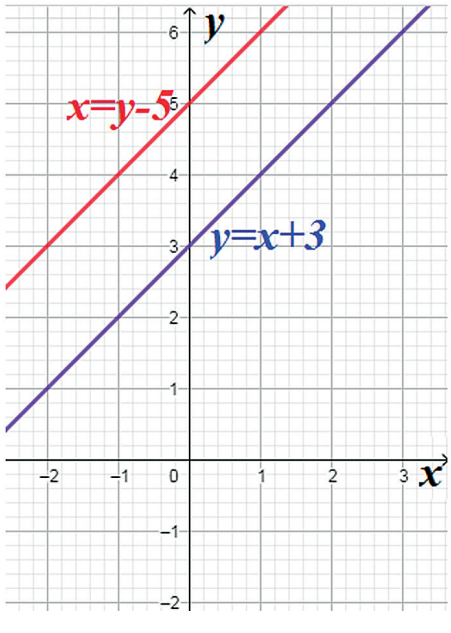
Ответ: имеет одно решение (1; –1)

5) $\begin{cases} y - x = 5 \\ y - 2x = 1 \end{cases}$



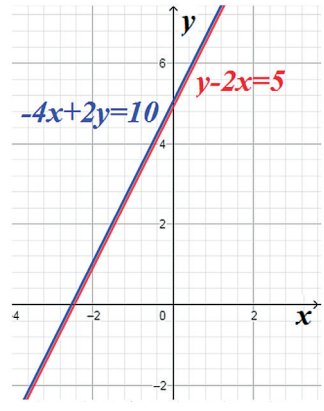
Ответ: имеет одно решение (4; 9).

6) $\begin{cases} y = x + 3 \\ x = y - 5 \end{cases}$



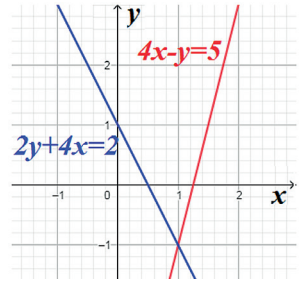
Ответ: не имеет решения

7) $\begin{cases} y-2x=5 \\ -4x+2y=10 \end{cases}$

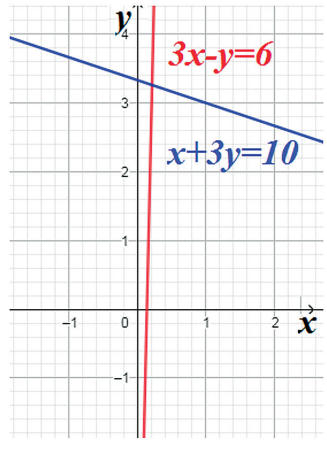


Ответ: имеет бесконечно много решений

8) $\begin{cases} 4x-y=5 \\ 2y+4x=2 \end{cases}$



9) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ x+3y=10 \end{cases}$



7. При каком значении a системы уравнений не имеют решения?

1) $\begin{cases} ax-y=2 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$

Решение. Напоминаем, что система уравнений не имеет решения, если его коэффициенты удовлетворяют условию $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$.

Запишем это условие для коэффициентов данной системы уравнений: $\frac{a}{3}=\frac{-1}{-2}\neq\frac{2}{-5}$.

Условие выполняется. $\frac{-1}{-2}\neq\frac{2}{-5}$. $\frac{a}{3}=\frac{-1}{-2}$ теперь из равенства найдём a.

Ответ: $a=-1,5$

2) $\begin{cases}7x+8y=12\\6x-ax=2\end{cases}$ Ответ: $a=-6\frac{6}{7}$

3) $\begin{cases}5x+ay=-6\\9x-18y=20\end{cases}$ Ответ: $a=-10$

8. При каком значении a системы уравнений имеют решения?

1) $\begin{cases}ax+8y=12\\18x-3y=-1\end{cases}$

Решение. Напоминаем: $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$ что система уравнений имеет единственное решение, если его коэффициенты удовлетворяют условию $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$.

Запишем это условие для коэффициентов данной системы уравнений: $\frac{a}{18}\neq\frac{8}{-3}$. Условие выполняется. $a\neq -48$ Теперь из равенства найдём $\grave{a}$.

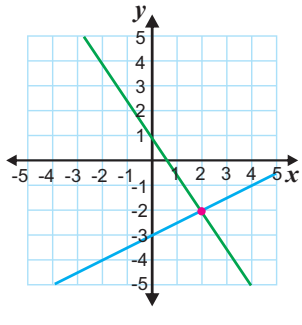
Ответ: $a\neq -48$

2) $\begin{cases}5x+ay=-6\\9x-18y=20\end{cases}$ Ответ: $a\neq -10$

3) $\begin{cases}24x+8y=-3\\3x-2ay=6\end{cases}$ Ответ: $a\neq -0,5$

9. По графику найдите пару x и y, которая будет решением системы уравнений, и проверьте результаты.

1)



-x + 2y =-6

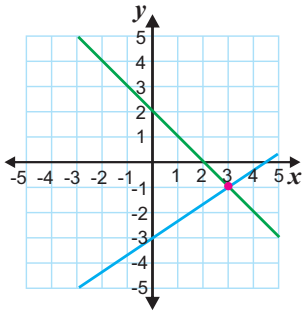
3x + 2y = 2

(2,-2)

Ответ: $x=2;\ y=-2$. Проверим: $\begin{cases}-x+2y=-6\\3x+2y=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2+2\cdot(-2)=-6\\3\cdot 2+2\cdot(-2)=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-6=-6\\2=2\end{cases}$

Данная пара чисел удовлетворяет обоим уравнениям.

2)



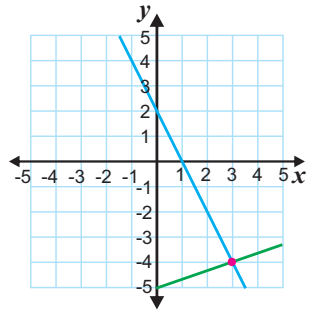
- 2x + 2y =- 6

x + y = 2

(3,-1)

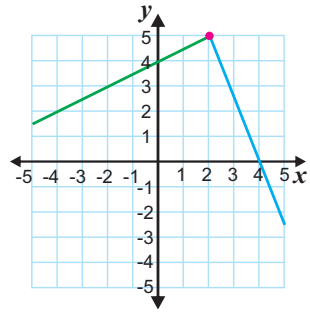
Ответ: $(3;-1)$

3)



Ответ: $(3;-4)$

4)



Ответ: $(2;5)$

10. Для точек A и B найдите прямую, проходящую через точку A, перпендикулярную прямой AB.

1) $A(5;\ 2);\ B(2;\ 5)$ Решение. Указание: Линейные функции взаимно перпендикулярны $y=kx+m$ и $y=-\frac{1}{k}x+n$. Точки А и В обращают равенство в верное равенство $y=kx+m$ координаты точки А должны удовлетворять равенству $y=-\frac{1}{k}x+n$ Приняв это во внимание, составляем систему уравнений.

$\begin{cases}2=5k+m\\5=2k+m\end{cases}$ Из системы находим, что, $k=-1$ Подставив в равенство это значение и координаты точки А, получаем $y=-\frac{1}{k}x+n$. $2=-\frac{1}{-1}\cdot 5+n$ Откуда находим, что $n=-3$. Таким образом, найденная нами прямая $y=x-3$.

Ответ: $y=x-3$

2) $A(4;\ 3);\ B(1;\ 4).$ Ответ: $y=3x-9$

3) $A(3;\ 2);\ B(4;\ 5).$ Ответ: $y=-\frac{1}{3}x+3$

4) $A(-3;0);\ B(0;\ -5).$ Ответ: $y=\frac{3}{5}x+\frac{9}{5}$

11. Найти прямую, параллельную прямой $y = 3x + 5$.

1) $y=3x-5$ Решение. Напоминаем, $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$ что для условием параллельности является $k_1=k_2;\ b_1\neq b_2$ Таким образом, эта прямая параллельна данной прямой.

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель урока: познакомить учащихся с методами решения системы линейных уравнений; сформировать у учащихся умение решать систему линейных уравнений методом подстановки и методом алгебраического сложения.

Все ученики	Уметь решать системы линейных уравнений методом подстановки.
Большинство учеников	Уметь решать системы линейных уравнений методом подстановки и алгебраического сложения.
Некоторые ученики	Уметь решать примеры, выясняющие количество корней систем, уметь применять системы линейных уравнений.

Активизирующие вопросы: 1) Какой метод называют методом подстановки для решения системы линейных уравнений? 2) Какой метод называют методом алгебраического сложения решения системы линейных уравнений? 3) Что является решением системы линейных уравнений?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: При решении системы линейных уравнений не знают каким методом можно решать заданные уравнения. Чтобы избежать этих ошибок, необходимо побольше и разными способами решать системы линейных уравнений.

Домашнее задание: пример 2 стр. 138, примеры 1-5, стр. 141 (чётные), пример 10 стр. 142 (чётные).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Одним из простейших способов решения системы линейных уравнений с двумя неизвестными является метод подстановки.

Правило решения системы уравнений подстановкой выглядит следующим образом:

1) Из одного уравнения системы (неважно, какого) одно из неизвестных должно быть выражено через другое.

2) Полученное выражение нужно подставить во второе уравнение системы (при этом образуется уравнение с одним неизвестным).

3) Необходимо решить уравнение с одним неизвестным и найти значение x.

4) Подставив найденное значение x в ранее полученное выражение, находим значение y.

Пример 1. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Шаг 1: из второго уравнения системы выражаем $x = y + 3$.

Шаг 2: в первое уравнение системы вместо x подставляем полученное выражение $y + 3$.

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 7 \\ x = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(y + 3) - y = 7 \\ x = y + 3 \end{cases}$$

Шаг 3: $2y + 6 - y = 7$. Отсюда получаем $y = 1$.

Шаг 4: подставив это значение y во второе уравнение системы, $x = 1 + 3 = 4$, находим $x = 4$.

Ответ: (4; 1) или $x = 4$, $y = 1$.

Пример 2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Шаг 1: получив из первого уравнения системы $y = 2x - 4$ подставляем вместо y во второе уравнение $2x - 4$:

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x + (2x - 4) = 5 \end{cases}$$

Шаг 2: решив полученное уравнение $x + (2x - 4) = 5$, находим $x = 3$.

Шаг 3: подставив это значение x во второе уравнение системы вместо переменной x, находим $y = 2 \cdot 3 - 4 = 2$.

Ответ: $x = 3$ и $y = 2$ или $(3; 2)$.

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x + 4y = 32 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$.

В двух уравнениях этой системы неудобно выражать одно неизвестное через другое.

Тем не менее, выразив переменную y из второго уравнения $3x - 2y = 6$, которое немного проще, через переменную x и подставив в первое уравнение полученное выражение вместо переменной y, решаем уравнение.

Необходимо найти значение y, подставив найденное значение x в ранее найденное уравнение с одной неизвестной:

$$\begin{cases} 5x + 4y = 32 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 32 \\ y = \dfrac{3x - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + {}^{2}\cancel{4} \cdot \dfrac{3x - 6}{\cancel{2}_{1}} = 32 \\ y = \dfrac{3x - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2 \cdot (3x - 6) = 32 \\ y = \dfrac{3x - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 6x - 12 = 32 \\ y = \dfrac{3x - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 6x = 32 + 12 \\ y = \dfrac{3x - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11x = 44 \\ y = \dfrac{3x - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \dfrac{3x - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \dfrac{3 \cdot 4 - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \dfrac{12 - 6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \dfrac{6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Таким образом, решением данной системы является пара чисел $(4; 3)$.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Выразите одно неизвестное в каждом из данных уравнений через другое:

1) $x - y = 2$

Решение. Перенесём y из левой части уравнения в правую с противоположным знаком. $x = 2 + y$ или выразить $y = x - 2$ тоже можно.

2) $-x + y = 1$. Ответ: $y = 1 + x$ 3) $x - 2y = 4$. Ответ: $x = 4 + 2y$

4) $3x - y = -7$. Ответ: $y = 3x + 7$

2. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} x = y \\ x + y = 4 \end{cases}$

Решение. $\begin{cases} x = y \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ Ответ: $(2; 2)$

2) $\begin{cases} x = -y \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ Ответ: $(-6; 6)$

3) $\begin{cases} y = -x \\ -x + 6y = 7 \end{cases}$ Ответ: $(-1; 1)$

4) $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 10 \end{cases}$ Ответ: $(2; 4)$

5) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x = 2 + y \end{cases}$ Ответ: $(3; 1)$

6) $\begin{cases} x + y = 7 \\ y = x + 3 \end{cases}$ Ответ: $(2; 5)$

7) $\begin{cases} x = 5 - y \\ x - y = 3 \end{cases}$ Ответ: $(4; 1)$

8) $\begin{cases} y - 4 = x \\ x + y = 4 \end{cases}$ Ответ: $(0; 4)$

9) $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$ Ответ: $(5; 2)$

10) $\begin{cases} x + y = 2 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$ Ответ: $(1; 1)$

11) $\begin{cases} x = -y \\ x - y = 10 \end{cases}$ Ответ: $(5; -5)$

12) $\begin{cases} x = 8y - 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$ Ответ: $(1; 1)$

13) $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ x + y = 0 \end{cases}$ Ответ: $(1; -1)$

14) $\begin{cases} 4x - 5y = 9 \\ x - y = 2 \end{cases}$ Ответ: $(1; -1)$

15) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ Ответ: $(5; -1)$

16) $\begin{cases} x = 5y + 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ Ответ: $(-1; -1)$

17) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ Ответ: $(5; 0)$

18) $\begin{cases} x = 8 - y \\ 5x + 3y = 24 \end{cases}$ Ответ: $(0; 8)$

19) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$ Ответ: $(7; 3)$

20) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases}$ Ответ: $(2; -3)$

21) $\begin{cases} y = 5 + 3x \\ x + y = 9 \end{cases}$ Ответ: $(1; 8)$

Способ сложения

I Другой метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными – это **метод алгебраического сложения**.

Правило решения системы уравнений методом сложения следующее:

1) приравнивание модулей коэффициентов перед одним из неизвестных;

2) нахождение одного неизвестного путём почленного сложения или вычитания полученного уравнения;

3) подстановка найденного значения в одно из уравнений данной системы и нахождение второго неизвестного.

Примеры

Пример 4. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$.

Поскольку здесь коэффициенты перед переменной y в уравнениях $x + y = 5$ и $x - y = 1$ являются противоположными числами, сложим эти уравнения столбиком:

$$\begin{array}{r|l} + & \begin{array}{l} x+y=5 \\ x-y=1 \end{array} \\ \hline & 2x+0=6 \end{array}$$

Получаем равенство $2x = 6$. Отсюда находим $x = 3$.
Далее, вместо x подставив его значение в уравнение $x + y = 5$ или $x - y = 1$, можно найти $y = 2$.

Можно проверить, что пара чисел (3; 2) удовлетворяет данной системе $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 3+2=5 \\ 3-2=1 \end{cases}.$$

Два равенства верны. Следовательно, решением данной системы уравнений является (3; 2).

Пример 5. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x+2y=11 \\ 3x-y=8 \end{cases}$.

Почленно вычтем из первого уравнения системы второе.

$$\begin{array}{r|l} - & \begin{array}{l} 3x+2y=11 \\ 3x-\ \ y=8 \end{array} \\ \hline & 0+3y=\ 3 \end{array}$$

Из уравнения $3y = 3$ находим $y = 1$. Подставляем $y = 1$ в $3x + 2y = 11$ или $3x - y = 8$ и находим $x = 3$. Ответ: (3; 1).

Пример 6. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x+3y=10 \\ 5x-y=3 \end{cases}$.

Если второе уравнение в данной системе уравнений умножить на 3 и почленно сложить с первым, получим:

$$\begin{cases} 4x+3y=10 \\ 5x-y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=10 \\ 15x-3y=9 \end{cases} \qquad \begin{array}{r|l} + & \begin{array}{l} 4x+3y=10 \\ 15x-3y=9 \end{array} \\ \hline & 19x=19 \end{array}$$

Отсюда полученное значение $x = 1$ подставим в уравнение $4x + 3y = 10$, то есть

$$\begin{aligned} 4 \cdot 1 + 3y &= 10 \\ 3y &= 10 - 4 \\ 3y &= 6 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Ответ: (1; 2).

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases}$

Решение. Сложим почленно два уравнения: $x+y+x-y=2+0$. Упростив обе части равенства, получим и оттуда находим, что $2x=2$ и от него $x=1$. В любое из данных уравнений системы, подставив найденное значение x, находим, что $y=1$.

Ответ: $(1;1)$.

2) $\begin{cases} x+2y=0 \\ x-2y=2 \end{cases}$ Ответ: $(1;-0,5)$

3) $\begin{cases} x-3y=2 \\ x+3y=8 \end{cases}$ Ответ: $(5;1)$

4) $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ Ответ: $(2;1)$

5) $\begin{cases} x+6y=15 \\ x-6y=-1 \end{cases}$ Ответ: $\left(7;1\frac{1}{3}\right)$

6) $\begin{cases} -x+6y=7 \\ x-4y=-5 \end{cases}$ Ответ: $(-1;1)$

7) $\begin{cases} 5x+y=40 \\ 10x-y=-10 \end{cases}$ Ответ: $(2;30)$

8) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 2x-6y=-1 \end{cases}$ Ответ: $\left(4\frac{9}{14};1\frac{5}{7}\right)$

9) $\begin{cases} x-y=12 \\ 2x+y=30 \end{cases}$ Ответ: $(14;2)$

10) $\begin{cases} 3x+y=12 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ Ответ: $(5;-3)$

11) $\begin{cases} x-y=14 \\ -x+5y=10 \end{cases}$ Ответ: $(20;6)$

12) $\begin{cases} 5x+6y=17 \\ 10x-6y=-2 \end{cases}$ Ответ: $(1;2)$

2. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} x+y=7 \\ 3x-y=13 \end{cases}$ Ответ: $(5;2)$

2) $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 3x-y=10 \end{cases}$ Ответ: $(3;-1)$

3) $\begin{cases} 2x+4y=14 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$ Ответ: $(3;2)$

4) $\begin{cases} 7x+2y=10 \\ 7x+3y=8 \end{cases}$ Ответ: $(2;-2)$

3. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} 4x+3y=14 \\ 5x-y=8 \end{cases}$ Ответ: $(2;2)$

2) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ 2x+y=9 \end{cases}$ Ответ: $(5;-1)$

3) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 8x-3y=21 \end{cases}$ Ответ: $(3;1)$

4) $\begin{cases} 2x-7y=-1 \\ x-5y=-2 \end{cases}$ Ответ: $(3;1)$

4. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} 3x+4y=10 \\ 4x+5y=13 \end{cases}$ Ответ: $(2;1)$

2) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ 2x+y=9 \end{cases}$ Ответ: $(5;-1)$

3) $\begin{cases} 8x-7y=6 \\ 6x-11y=16 \end{cases}$ Ответ: $(-1;-2)$

4) $\begin{cases} 12x-9y=12 \\ 8x+13y=8 \end{cases}$ Ответ: $(1;0)$

5. Точки A и B принадлежат графику функции $y = kx + b$. Найдите значения k и b.

1) $A(2;\ 3)$ и $B(4;\ 5)$

Решение. $\begin{cases} 3 = 2k + b \\ 5 = 4k + b \end{cases}$ решим систему уравнений. Ответ: $k = 1,\ b = 1$

2) $A(-1;\ 6)$ и $B(0;\ 3)$. Ответ: $k = -3,\ b = 3$

3) $A(2;\ 0)$ и $B(0;\ 8)$. Ответ: $k = -4,\ b = 8$

4) $A(3;\ 26)$ и $B(-5;\ 10)$. Ответ: $k = 2,\ b = 20$

6. Ответьте на вопросы.

1) Вместо A запишите такое линейное уравнение, чтобы система уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ A \end{cases}$ имела единственное решение.

Напоминаем, $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ что система уравнений имеет единственное решение, если её коэффициенты удовлетворяют условию $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

Ответ: $x + y = 6$

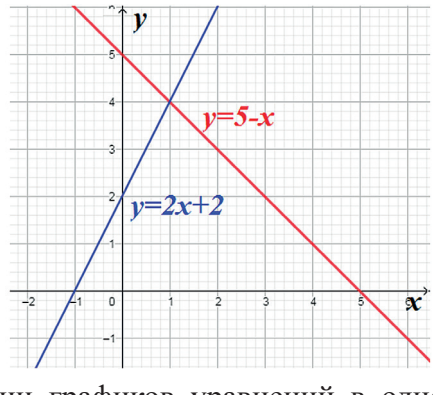
2) Вместо A запишите такое линейное уравнение, чтобы система уравнений $\begin{cases} 8x + y = 5 \\ A \end{cases}$ имела бесконечно много решений.

Напоминаем, $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ что система уравнений имеет бесконечно много решений, если её коэффициенты удовлетворяют условию $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

Ответ: $16x + 2y = 10$

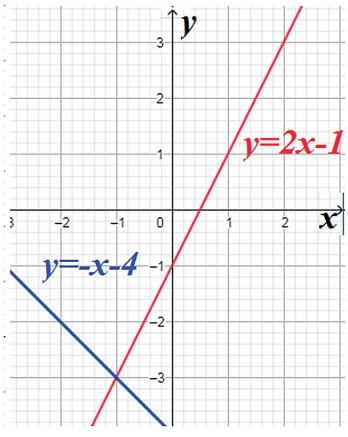
7. Графическим способом сделайте вывод о существовании решения системы уравнений.

1) $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x + 2 \end{cases}$



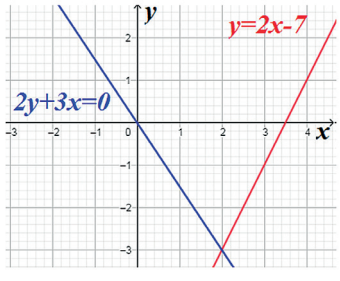
Ответ: при изображении графиков уравнений в одной координатной плоскости видим, что они пересекаются в одной точке. Вывод: система уравнений имеет одно решение.

2) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x - 4 \end{cases}$



Ответ: имеет одно решение

3) $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2y + 3x = 0 \end{cases}$



Ответ: имеет одно решение

8. Решите систему линейных уравнений методом подстановки.

1) $\begin{cases} 15x - 4y = 8 \\ y = 1 + 3x \end{cases}$

Решение. Подставим во второе уравнение системы вместо y выражение $1 + 3x$.

$$15x - 4 \cdot (1 + 3x) = 8$$
$$15x - 4 - 12x = 8$$
$$3x = 8 + 4$$
$$3x = 12$$
$$x = 4$$

Найденное значение x подставим во второе уравнение вместо x.

$$y = 1 + 3 \cdot 4$$
$$y = 1 + 12$$
$$y = 13$$

Ответ: $(4; 13)$.

2) $\begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ x = 6 - 3y \end{cases}$ Ответ: $(3; 1)$

3) $\begin{cases} 3x - y = -5 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$ Ответ: $(3; 14)$

9. Решите систему линейных уравнений методом алгебраического сложения.

1) $\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 13 \end{cases}$ Ответ: $x = 29,\ y = 16$

2) $\begin{cases} x + y = 49 \\ -x + y = 17 \end{cases}$ Ответ: $x = 16,\ y = 33$

3) $\begin{cases} 3x + 2y = -27 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$ Ответ: $x = -5;\ y = -6$

10. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} x+y=45 \\ x-y=13 \end{cases}$ Ответ: $x=29;\ y=16$

2) $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=11 \end{cases}$ Ответ: $x=5{,}5;\ y=-5{,}5$

3) $\begin{cases} y=x+1 \\ 5x+2y=16 \end{cases}$ Ответ: $x=2;\ y=3$

4) $\begin{cases} y=2{,}5x \\ y=8-1{,}5x \end{cases}$ Ответ: $x=2,\ y=5$

5) $\begin{cases} 5x-3y=-8 \\ x+12y=11 \end{cases}$ Ответ: $x=-1,\ y=1$

6) $\begin{cases} 3x-4y=5 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$ Ответ: $x=2\frac{9}{17},\ y=\frac{11}{17}$

7) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+4y=-3 \end{cases}$ Ответ: нет решения.

8) $\begin{cases} 2x+11y=15 \\ 10x-11y=9 \end{cases}$ Ответ: $x=2;\ y=1$

9) $\begin{cases} 3y-2x=0 \\ y=-3x+11 \end{cases}$ Ответ: $x=3;\ y=2$

10) $\begin{cases} x+y=5 \\ y=2x+2 \end{cases}$ Ответ: $x=1, y=4$

11) $\begin{cases} x=3y-4 \\ y=x+1 \end{cases}$ Ответ: $x=0{,}5,\ y=1{,}5$

12) $\begin{cases} y=2x-7 \\ 2y+3x=0 \end{cases}$ Ответ: $x=2,\ y=-3$

13) $\begin{cases} 4x-9y=3 \\ x+3y=6 \end{cases}$ Ответ: $x=3,\ y=1$

14) $\begin{cases} 5x-2y=0 \\ 3x+2y=16 \end{cases}$ Ответ: $x=2,\ y=5$

15) $\begin{cases} 3x-y=-5 \\ -5x+2y=1 \end{cases}$ Ответ: $x=-9,\ y=-22$

16) $\begin{cases} -x+2y=4 \\ 7x-3y=5 \end{cases}$ Ответ: $x=2,\ y=3$

17) $\begin{cases} 3x+2y=-27 \\ -5x+2y=13 \end{cases}$ Ответ: $x=-5,\ y=-6$

18) $\begin{cases} 3x-2y=64 \\ 3x+7y=-8 \end{cases}$ Ответ: $x=16,\ y=-8$

11. Найдите решение системы уравнений удобным для вас способом.

1) $\begin{cases} 5x-2y=0 \\ 3x+2y-16=0 \end{cases}$

Решение. Для этой системы уравнений подходит способ алгебраического сложения.

$$+\left|\begin{array}{l} 5x-2y=0 \\ 3x+2y-16=0 \end{array}\right.$$

$$5x+3x+2y-2\ -16=0$$

$$8x=16$$

$$x=2$$

Подставив найденное значение x в одно из уравнений системы получим, что $y=5$.

Ответ: $(2;5)$

2) $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=11 \end{cases}$ Ответ: $(5{,}5;-5{,}5)$

3) $\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 2x+4y+3=0 \end{cases}$ Ответ: нет решения

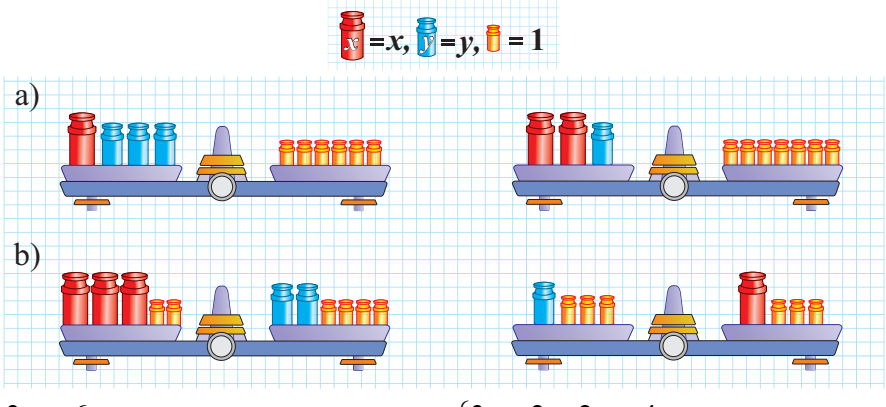
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Сумма двух чисел равна 50, а их разность 16. Найдите эти числа.

Решение. Обозначим первое число x, а второе y. Тогда из условия задачи получим, $\begin{cases} x+y=50 \\ x-y=16 \end{cases}$. Находим решение этой системы уравнений.

Ответ: $x=33;\ y=17$.

2. Составьте систему уравнений, воспользовавшись двумя весами, и найдите неизвестные.



а) $\begin{cases} x+3y=6 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ Ответ: $x=3, y=1$ б) $\begin{cases} 3x+2=2y+4 \\ x+3=y+3 \end{cases}$ Ответ: $x=2;\ y=2$

3. Сумма двух чисел равна 16. Удвоенное значение одного из чисел на 7 больше, чем утроенное значение другого. Найдите эти числа.

$\begin{cases} x+y=16 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$ Ответ: $x=11, y=5$

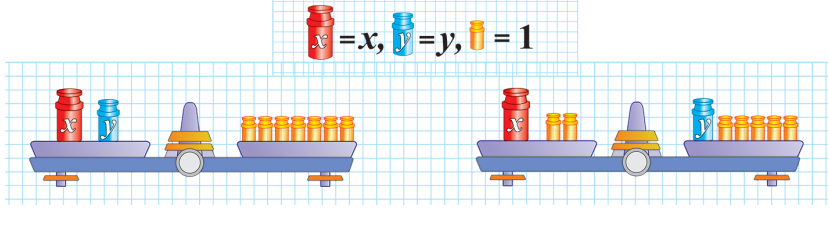
4. Солихабону заплатила 1600 сум за 3 тетради и 2 карандаша. Дурдона заплатила 1100 сумов за 2 тетради и 2 карандаша. Найдите цену тетради и карандаша.

$\begin{cases} 3x+2y=1600 \\ 2x+2y=1100 \end{cases}$ Ответ: тетрадь 500 сум, карандаш 50 сум

5. Сумма двух чисел равна 50, а их разность 16. Найдите эти числа.

$\begin{cases} 2x+3y=62000 \\ 3x+2y=73000 \end{cases}$ Ответ: первое число 33, второе 17

6. Составьте систему уравнений, воспользовавшись двумя весами, и найдите неизвестные.



$\begin{cases} x+y=7 \\ x+2=y+5 \end{cases}$ Ответ: $x=5;\ y=2$

7. 42 ученика отправились в путешествие на 8 лодках. Одни лодки четырёхместные, другие шестиместные. Сколько 4-местных и 6-местных лодок, если все места в них заняты?

$\begin{cases} 4x+6y=42 \\ x+y=8 \end{cases}$ Ответ: 4-местных -3 лодки, 6-местных -5 лодок

8. Прибавление второго числа к двум пятым первого равно 26, а прибавление первого числа к двум пятым второго равно 23. Найдите эти числа.

$\begin{cases} \frac{2}{5}x+y=26 \\ x+\frac{2}{5}y=23 \end{cases}$ Ответ: $x=15,\ y=20$

9. На ферме содержатся куры и кролики. У них 310 голов и 880 ног. Сколько кур и сколько кроликов на ферме?

$\begin{cases} x+y=310 \\ 2x+4y=880 \end{cases}$ Ответ: Количество кур 180, кроликов – 130

10. В сутки на 12 лошадей и 19 коров выделяется 189 kg корма. Если известно, что 3 коровам дают на 1 kg корма больше, чем 2 лошадям, то сколько kg корма даётся каждой лошади и каждой корове в день?

$\begin{cases} 12x+19y=189 \\ 3y-2x=1 \end{cases}$ Ответ: лошадям $7\frac{5}{37}\,kg$, коровам $5\frac{10}{37}\,kg$

11. Сумма цифр двузначного числа равна 16. Если его цифры поменять местами, то значение увеличивается на 18. Найдите это двузначное число.

Решение. Двузначные числа можно записать $10x+y$. Тогда получим систему уравнений $\begin{cases} x+y=16 \\ 10x+y+18=10y+x \end{cases}$. Решение системы $x=7,\ y=9$. Таким образом, двузначное число 79. Ответ: 79

12. Скорость катера по течению 28 km/h, против течения – 22 km/h. Найдите скорость катера в стоячей воде и скорость течения.

Решение. Пусть скорость катера в стоячей воде v_k, скорость течения реки v_d.

$\begin{cases} v_k+\mathrm{v}_d=28 \\ v_k-\mathrm{v}_d=22 \end{cases}$. Решая эту систему уравнений находим, что скорость катера $25\frac{km}{h}$, скорость течения реки $3\frac{km}{h}$.

13. Сумма двух натуральных чисел равна 53. При делении одного из них на другое частное от деления равно 3, а остаток равен 1. Найдите эти числа.

$\begin{cases} x+y=53 \\ x=\mathrm{y}\cdot 3+1 \end{cases}$ Ответ: числа 40 и 13

14. Среднее арифметическое двух натуральных чисел равно 24. Одно из них составляет 20% от другого. Найдите эти числа.

$\begin{cases} \frac{x\ +\ y}{2}=24 \\ x=0,2y \end{cases}$ Ответ: числа 8 и 40

15. Расстояние между двумя городами составляет 564 km. Два поезда отправились навстречу друг другу и встретились через 6 часов. Найдите скорость каждого поезда, если скорость одного из них на 10 km/h больше скорости другого.

$\begin{cases} 6v_1 + 6v_2 = 564 \\ v_1 - v_2 = 10 \end{cases}$ Ответ: $v_1 = 52;\ v_2 = 42$

16. Периметр прямоугольника равен 48 cm. Если одну из его сторон увеличить в 2 раза, а вторую уменьшить на 6 cm, периметр получившегося прямоугольника будет 64 cm. Найдите стороны прямоугольника.

$\begin{cases} 2x + 2y = 48 \\ 4x + 2 \cdot (y - 6) = 64 \end{cases}$ Ответ: $x = 14;\ y = 10$

17. По плану мастер и подмастерье должны были за один день изготовить 65 стульев. Мастер увеличил план на 20%, а подмастерье уменьшил его на 20%, и они изготовили вместе 70 стульев за один день. Сколько стульев по плану должен изготовить каждый из них?

$\begin{cases} x + y = 65 \\ 1,2x + 0,8y = 70 \end{cases}$ Ответ: мастер - 45 стульев, подмастерье - 20 стульев

18. Для получения воды 42°C было смешано всего 10 литров воды 30°C и 70°C. Сколько литров той и другой воды было взято?

Решение. Напомним формулу средневзвешенного значения

$$\frac{30\ ^0C \cdot x\ l + 70\ ^0C \cdot y\ l}{(x+y)\ l} = 42\ ^0C$$

$x + y = 10$ литров. Отсюда получаем систему уравнений $\begin{cases} 30x + 72y = 420 \\ x + y = 10 \end{cases}$.

Ответ: с температурой 30°C 3 литра и 70° 7 литров

19. У Азизбека было всего 100 сумов купюрами номиналом 5 и 10 сумов. Какая сумма была у Азизбека номиналом по 5 сумов, если 5-сумовых купюр на 5 больше, чем 10-сумовых?

$\begin{cases} 5x + 10y = 100 \\ x - y = 5 \end{cases}$ Ответ: 5- сумовых 10 купюр всего 50 сум

20. Перед походом в горы ученики взяли с собой двух- и трёхместные палатки. Если в горах в 10 палатках расположилось 26 учеников, то сколько учеников в трёхместных палатках?

$\begin{cases} 2x + 3y = 26 \\ x + y = 10 \end{cases}$ Ответ: 18 учеников

21. Одна сторона прямоугольника на 4 cm длиннее другой стороны. Если меньшую сторону увеличить в 2 раза, периметр получившегося прямоугольника будет 56 cm. Найдите стороны данного прямоугольника.

$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + 2y = 28 \end{cases}$ Ответ: $y = 8,\ x = 12$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 6

1 вариант

1. Всего у Абдурахмана 8 овец и кур. Если всего 54 ноги, то сколько овец и сколько кур у Абдурахмана?

2. В системе уравнений найдите x: $\begin{cases} 3x-4y=3 \\ x+2y=1 \end{cases}$

3. Если пара $(x;\ y)$ $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$ является решением системы уравнений то найдите $x-y$.

4. В системе уравнений найдите y: $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ 5x-2y=1 \end{cases}$

2 вариант

1. На пастбище паслись овцы и гуси. Их общее количество 30, а количество ног 96. Сколько овец паслось на пастбище?

2. В системе уравнений найдите x: $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ 5x-2y=1 \end{cases}$

3. Если пара $(x;\ y)$ $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x+y=2 \end{cases}$ является решением системы уравнений то найдите $x+y$.

4. В системе уравнений найдите y: $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ x+2y=5 \end{cases}$

ГЛАВА VII. РАБОТА С ДАННЫМИ

ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА КОМБИНАТОРИКИ

Цель урока: познакомить учащихся с основными правилами комбинаторики; сформировать у учащихся умение решать комбинаторные задачи с использованием основных правил комбинаторики.

Все ученики	Уметь производить счёт по правилу сложения конечного числа заданных сочетаний предметов при соблюдении того или иного условия.
Большинство учеников	Уметь производить в комбинаторике счёт по правилу сложения и умножения конечного числа заданных сочетаний предметов при соблюдении того или иного условия.
Некоторые ученики	Уметь решать задачи, применяя счёт в правиле сложения и умножения сочетаний.

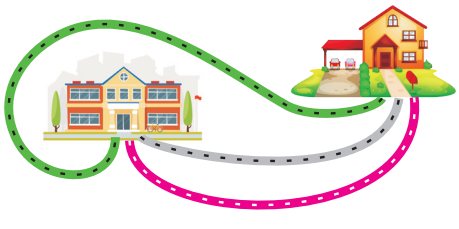
Активизирующие вопросы: 1) Какое правило называют правилом сложения комбинаторики? 2) Какое правило называют правилом умножения комбинаторики? 3) К какому разделу относится комбинаторика? 4) Чем занимается комбинаторика?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Несоблюдение правил сложения и умножения при решении комбинаторных задач. Для устранения этих ошибок важнее научиться решать различные задачи, связанные с правилами сложения и умножения комбинаторики.

Домашнее задание: стр. 147 (чётные номера), стр. 149 (чётные номера).

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

Пример 1. Из дома до школы ведут три дороги. Длина 1-й дороги 1 km 200 m, 2-й дороги – 2 km 50 m, 3-й дороги – 1 km 800 m. По какой дороге вы бы пошли в школу?



Конечно, если ходить в школу – основная задача, то путь по 1-й дороге – лучший. Потому что лучший путь – это самый короткий путь.

Если все пути, которые мы должны выбрать, находятся на одинаковом расстоянии, не имеет значения, какой путь мы выберем.

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются способы выбора и размещения элементов некоторого множества на основании определённых условий.

Жизнь человека связана с техникой и производством. Обычно мы обращаем внимание на то, полезна ли выполняемая нами работа или нет. Поэтому важно заранее знать, будет ли выполняемая работа полезной или вредной, необходимо искать и анализировать несколько способов её выполнения.

Комбинаторика – это подсчёт комбинаций конечного числа данных объектов при соблюдении того или иного условия.

Правило сложения и умножения

Если объект A можно выбрать n способами, а объект B – m способами, то объект A или B можно выбрать $n + m$ способами.

Если элемент A можно выбрать сначала n способами, а затем элемент B можно выбрать m способами, то пару A и B можно выбрать $n \cdot m$.

Пример

Пример 2. В первой корзине 12 одинаковых шаров, а во второй корзине 11 точно таких же шаров. Сколькими способами можно выбрать один шар из корзин?

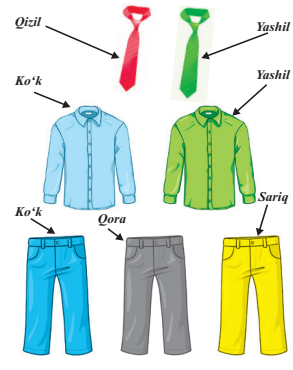


Если нам нужно достать один шар из первой корзины, мы можем сделать это 12 различными способами. Если нам нужно достать его из второй корзины, мы можем сделать это 11 способами. Так как не имеет значения, из какой корзины мы достанем один шар, то его можно достать

$$12 + 11 = 23$$

способами.

Пример 3. Если у вас есть 2 галстука, 2 рубашки и 3 пары брюк, сколькими разными способами можно одеться, используя любое сочетание этих вещей?

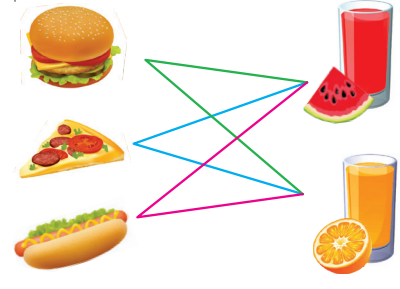


Во-первых, давайте посмотрим, как 2 рубашки сочетаются с 2 галстуками. Очевидно, вы можете носить их 4 разными способами.

Теперь мы подбираем 3 пары брюк к 4 разным нарядам. Таким образом, получается всего 12 различных нарядов.

Итак, можно одеться 12 разными способами.

Пример 5. Салиму предложили на выбор гамбургер, пиццу, хот-дог, арбузный сок и апельсиновый сок. Какие комбинации он может попробовать?



Есть 3 варианта еды и 2 напитка. Перемножаем их, чтобы найти комбинации:

$$3 \cdot 2 = 6.$$

Таким образом, Салим может попробовать 6 комбинаций, используя правило подсчёта $n \cdot m$.

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. В корзине 4 граната, 5 груш и 6 яблок. Сколькими способами можно выбрать один фрукт из корзины?
   Ответ: $4+5+6=15$

2. В корзине три вида фруктов: 4 яблока, 5 груш и 7 апельсинов. Сколькими способами можно выбрать один фрукт из корзины?
   Ответ: $4+5+7=16$

3. В одном классе 15 девочек и 20 мальчиков. Сколько учеников в этом классе?
   Ответ: 15+20=35 учеников

4. В одной школе 15 классов по 30 учеников в каждом. Сколько всего учеников в этой школе?
   Ответ: $15 \cdot 30 = 450$

5. Всего в контейнере 15 чёрных и белых шаров. Сколькими способами можно достать из контейнера только один шар?
   Ответ: 15

6. В группе A 15 детей, а в группе B 20. Сколькими способами можно выбрать одного ребёнка из групп?
Ответ: $15 + 20 = 35$

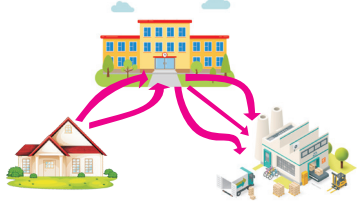
7. В одной корзине 20 яблок, а в другой 13. Сколькими способами можно выбрать одно яблоко из корзин?
Ответ: $20 + 13 = 33$

8. Сколько двузначных чисел можно составить из чисел 1, 2, 3, 4 и 5, не повторяя их?
Ответ: 20

9. В классе 12 мальчиков и 16 девочек. Сколькими способами можно выбрать пару, состоящую из одного мальчика и одной девочки?
Ответ: 192

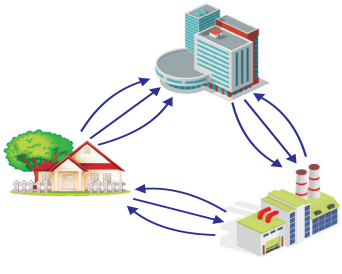
Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

1. Сколькими способами Алишер может выбрать путь от дома до школы и от школы до торгового центра?



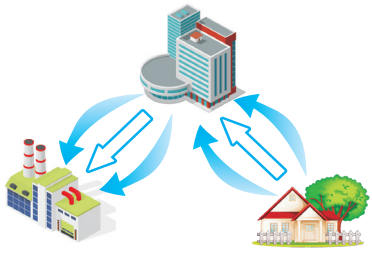
Ответ: $2 \cdot 3 = 6$

2. Сколькими способами Джамшид может пройти от своего дома до фабрики?



Ответ: $3 \cdot 2 + 1 = 7$

3. Сколькими способами Абдулла может выбрать дорогу, чтобы добраться от своего дома до города и от города до фабрики?



Ответ: 9

4. Есть два способа добраться из города A в город B. Три дороги ведут из города B в город C. Сколькими способами можно добраться из города A в город C?
Ответ: 6

5. На подносе лежат 5 яблок и 6 груш. Сколькими различными способами мы можем выбрать два различных фрукта с подноса ?
Ответ: 30

6. В магазине продаётся 5 видов чашек, 3 вида блюдец и 4 вида чайных ложек.
а) Сколькими способами можно купить пару из чашки и блюдца?
Ответ: 15
б) Сколькими способами можно купить тройку из чашки, блюдца и чайной ложки?
Ответ: 60
в) Сколькими способами можно купить пару из двух различных предметов посуды?
Ответ: $5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 15 + 20 + 12 = 47$

7. В магазине есть 6 kg яблок, 5 kg винограда и 4 kg груш. Сколькими способами можно выбрать по 1 kg каждого из них на 3 kg фруктов?
Ответ: $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

8. Есть 4 разных способа добраться из города A в город B и 5 разных способов добраться из города B в город C. Сколькими способами можно добраться из города A в город C, если путь пройдёт через город B?
Ответ: 20

9. Сколькими способами можно выбрать старосту и его заместителя в классе из 12 человек?
Решение. Одного из 12 человек можно выбрать капитаном, а одного из оставшихся 11 – помощником. Количество таких выборов равно 12 · 11 = 132
Ответ: 132

10. Сколько способов экзаменационных ответов (сдано, не сдано) может быть в классе из 12 человек?
Ответ: 132

11. Из Гурлана в Ургенч можно добраться 3 видами транспорта: автобусом, такси, мотоциклом. Из Ургенча в Ташкент можно добраться 4 видами транспорта: самолётом, поездом, автобусом, такси. Сколькими способами можно добраться из Гурлана в Ташкент?
Ответ: 12

12. Имеется 3 курицы, 4 утки и 2 гуся. Выберите трёх птиц так, чтобы среди них были курица, утка и гусь. Сколько будет таких вариантов?
Ответ: 24

13. Сколько различных пар можно составить, взяв один из четырёх разных болтов и трёх разных гаек?
Ответ: 12

14. Сколько различных пар можно составить из 40 различных болтов и 13 различных гаек?
Ответ: 520

15. Сколькими способами можно выбрать одну гласную и одну согласную из букв слова “КОМБИНАТ”?
Ответ: 15

ВИДЫ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Цель урока: познакомить учащихся с видами комбинаторных задач; сформировать у учащихся умение разделять комбинаторные задачи на типы и решать их с помощью перестановок, размещёний, сочетаний.

Все ученики	Уметь решать комбинаторные задачи с использованием формул перестановки
Большинство учеников	Уметь решать комбинаторные задачи с использованием формул перестановки и размещения
Некоторые ученики	Уметь решать комбинаторные задачи с использованием формул перестановки, размещения и сочетания

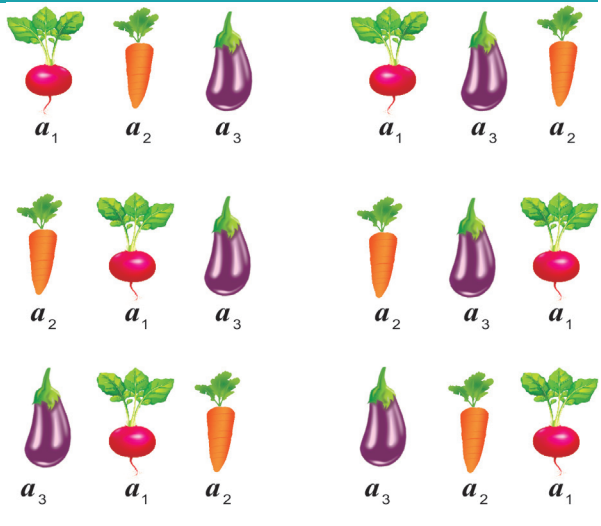
Активизирующие вопросы: 1) Что называется перестановкой? 2) Что такое размещение? 3) Что такое сочетание? 4) В чём разница между перестановкой и размещением?

Типичные ошибки и рекомендации по их устранению: Не обращают внимания на типы комбинаторных задач. Для устранения этих ошибок необходимо углубленно обучать выполнению действий по перестановке, размещению, сочетанию по отдельности, а затем решению задач разного типа.

Домашнее задание: Чётные примеры на стр. 153–155.

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ

В комбинаторике всегда выполняются операции над элементами множества. Ниже приведён пример. В нём дано множество из 3 овощей. Элементы множества {репа, морковь, баклажан} можно обозначить $\{a_1, a_2, a_3\}$



Вы можете увидеть, сколькими различными способами можно организовать их рамещение, используя все заданные элементы. Пронумеруем овощи для удобства. Репа – 1, морковь – 2, баклажаны – 3.

Тогда можно будет заменить указанную выше задачу комбинаторики на известную всем нам задачу образования чисел. То есть сколько чисел можно составить из цифр 1, 2, 3?

Самый простой способ решить задачи по комбинаторике – записать все решения одно за другим. Удобнее это делать в виде таблицы.

123	132	213
231	312	321

Этот тип задачи называется задачей размещения (расположения или перестановки) в комбинаторике. В этом, как видите, принимают участие все элементы, и, меняя их местами, определяются пути решения задачи. Такое упорядочение (расположение) называется перестановкой.

Количество перестановок из n элементов равно $P_n = n!$ и читается как “эн факториал”.
$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot n$

0! определён и его значение равно 0! = 1, так как перестановки 0 элементов снова дают 0. Поэтому 0! = 1.

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2 = 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$

$8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$

$9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 362880$

$10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3628800$

Основное свойство факториала:
$(n + 1)! = (n + 1) \cdot n!$

Например: $(5 + 1)! = (5 + 1) \cdot 5!$

Так же верно: $6! = (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) \cdot 6 = 720$

Подсчитав значение: $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) = 5! = 120$

Примеры

Пример 1. Сколькими способами можно разместить 5 учеников на 5 стульях?

$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$

Пример 2. Сколькими способами можно разложить 6 различных писем в 6 конвертов?

$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720.$

Пример 3. Сколькими способами можно раздать 4 различных книги 4 детям?

$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$

Пример 4. Сколькими способами можно расставить в ряд красные, чёрные, синие и зелёные шары?

На первое место можно поставить любой из четырёх шаров. Вы можете поставить любой из оставшихся трёх шаров на второе место, любой из двух оставшихся шаров на третье место и, наконец, самый последний шар на последнее место: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$.

Пример 5. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, каждое из которых встречается ровно один раз?

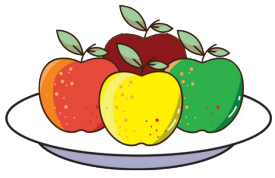
Сначала можно выбрать любую из трёх цифр. Любую из двух оставшихся цифр можно поставить на второе место, а последнее число на третье место.

Итого: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ чисел.

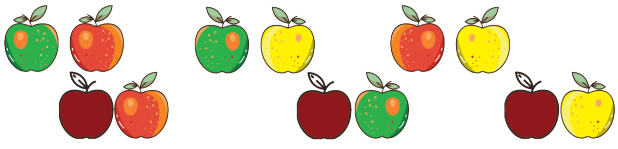
скачано с сайта www.idum.uz

СОЧЕТАНИЕ

На тарелке лежат яблоки 4 разных цветов. Сколько различных сочетаний можно составить, взяв 2 таких яблока?



В этом случае мы можем определить следующее:



Итак, количество сочетаний, которые мы ищем, равно 6.

Сочетания находят по формуле $C_m^n = \frac{m!}{n!\,(m-n)!}$.

Обозначим количество 4 яблок (элементов) как m. Возьмём сочетания по 2 за n и подставим их в формулу.

Таким образом, $C_4^2 = \frac{4!}{2!\cdot(4-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{1\cdot2\cdot1\cdot2} = \frac{12}{2} = 6$

Пример 7. Сколько отрезков получится, если точки A, B, C, D и E лежат на одной прямой?



По приведённой выше формуле находим количество отрезков, которые будут образованы:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!\cdot3!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot1\cdot2\cdot3} = 10.$$

Пример 8. Сколькими способами можно выбрать старосту, его заместителя и секретаря в классе из 30 учеников?

Итак, количество элементов $m = 30$;

Количество групп $n = 3$.

$$C_{30}^3 = \frac{30!}{3!\cdot27!} = \frac{28\cdot29\cdot30}{1\cdot2\cdot3} = 28\cdot29\cdot5 = 4060$$

Перестановка

Количество перестановок из n элементов равно $P_n = n!$ и читается как “эн факториал” ($n! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\ldots\cdot n$).

Основное свойство факториала: $(n+1)! = (n+1)\cdot n!$

Сочетание находится по формуле $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$.

Перестановка без повторений, состоящая из m элементов, называется размещением по n элементов, и обозначается как A_m^n.

$$C_m^n \cdot P_n = A_m^n = m(m-1)(m-2)\cdots(m-k+1) = \frac{m!}{n!\,(m-n)!}n! = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Задачи, их решение и инструкции к их выполнению

Вычислить. (1 – 5)

1. 1) $5!$ Решение. $5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120.$

2) $4!$ Ответ: 24 3) $6!$ Ответ: 720 4) $3!$ Ответ: 6

5) $4!+3!$ Ответ: 30 6) $5!-4!$ Ответ: 96 7) $5\cdot4!-5!$ Ответ: 0

8) $6!-5\cdot5!$ Ответ: 120 9) $7!-(6!+5!)\cdot6$ Ответ: 0

10) $(7!-6!):5!-3!\cdot3!$ Ответ: 0

2. 1) P_5

Решение. $P_5=5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120$; Ответ: 120

2) P_7 Ответ: 5040 3) P_2+P_3 Ответ: 8 4) $12\cdot P_2-P_4$. Ответ: 0;

5) $\frac{P_{10}}{P_8}$ Ответ: 90

3. 1) $\frac{4!+5!+6!}{5!+4!}$

Решение. $\frac{4!+5!+6!}{5!+4!}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4+1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5+1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5+1\cdot2\cdot3\cdot4}=\frac{\cancel{1\cdot2\cdot3\cdot4}\cdot(1+5+5\cdot6)}{\cancel{1\cdot2\cdot3\cdot4}\cdot(5+1)}=\frac{36}{6}=6$

Ответ: 6

2) $\frac{5!-4!-3!}{4!+3!+2!}$ Ответ: $2\frac{13}{16}$ 3) $\frac{5!+5\cdot5!+6\cdot6!}{4!+4\cdot4!+5\cdot5!}$ Ответ: 7

4) $\frac{4!-5!+2\cdot6!}{5!-4!}$ Ответ: 14

4. 1) C_4^3

Решение. $C_4^3=\frac{4\cdot3\cdot2}{3\cdot2\cdot1}=4$ Ответ: 4

2) C_5^2 Ответ: 10 3) C_{10}^4 Ответ: 210

4) $\frac{C_7^6}{C_4^3}$ Ответ: $1\frac{3}{4}$ 5) $\frac{C_5^2}{C_5^3}$ Ответ: 1

5. 1) $\frac{6\cdot P_5}{12}$

Решение. $\frac{6\cdot P_5}{12}=\frac{6\cdot1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{12}=3\cdot4\cdot5=60$ Ответ: 60

2) $24\cdot\frac{P_7}{6!}$ Ответ:168 3) $10!-9\cdot P_9$ Ответ: p_9

4) $45\cdot\frac{P_8}{10!}$ Ответ: 0,5

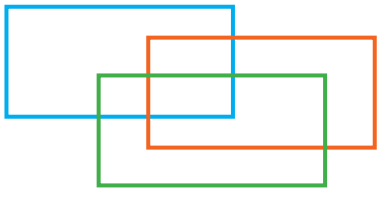
6. Сколько четырёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, не повторяя их?
Ответ: 4! = 24

7. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, не повторяя их?
Ответ: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

8. Сколькими способами можно раздать 5 разных книг, лежащих на полке, 5 ученикам?
Ответ: 5! = 120

9. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 4, не повторяя их?
Ответ: $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$

10. Сколько прямоугольников на рисунке?



Ответ: 7 шт

11. Пять учеников хотят обменяться подарками. Какое минимальное количество подарков требуется для этого?

Ответ: $2 \cdot C_5^2 = 20$

12. Акмаль, Батыр, Собир и Даврон хотят сфотографироваться в ряд. Акмаль не хочет стоять рядом с Собиром, а Даврон соглашается сфотографироваться, только если он будет стоять рядом с Акмалем. Сколькими способами их можно расположить так, чтобы эти условия были выполнены?
Ответ: ADSB; ADBS; DABS; BADS; SDAB; SBAD; BSDA; SBDA (8 разных способов)

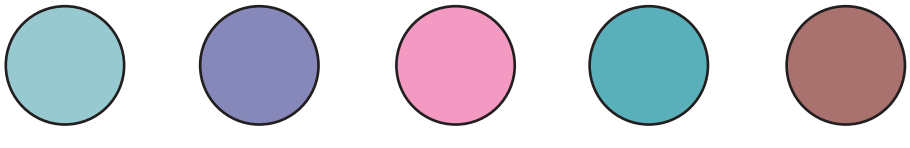
13. В футбольном соревновании принимают участие 10 команд. Если каждая команда сыграла с другой командой один раз, сколько всего игр было сыграно?
Ответ: 45

14. Сколькими способами 6 отличников из 7 “А” класса могут участвовать в олимпиаде по 6 предметам? (Каждый ученик должен участвовать только на одной олимпиаде.)
Ответ: 6! = 720

15. Взяты 5 точек, принадлежащих прямой x, и 1 точка, не принадлежащая ей. Сколько различных треугольников можно составить с вершинами в этих точках?

Ответ: $C_5^2 = 10$

16. Дано 5 шаров 5-ти разных цветов. Сколько существует различных сочетаний из 2 таких шаров?



Ответ: 10

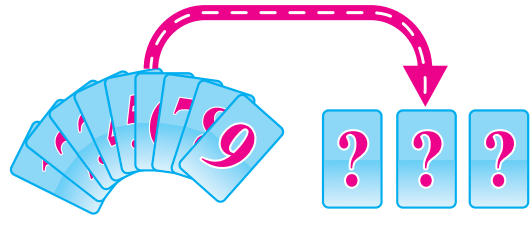
17. Сколькими способами можно разложить 3 различных письма в 3 конверта?
Ответ: 3! = 6

18. На одной из параллельных прямых отметили 5 точек, а на другой – 4 точки. Сколько различных прямоугольников можно составить с вершинами в этих точках?

Ответ: $C_5^2 \cdot C_4^2 = 10 \cdot 6 = 60$

19. Сколькими способами могут выстроиться в ряд 5 учеников?
Ответ: 5! = 120

20. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр от 1 до 9, не повторяя их?



Ответ: $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ шт

21. Библиотекарь предложил ученику 4 книги. Сколькими способами ученик может выбрать две из них?
Ответ: 6

22. Имеется 5 белых и 6 красных роз. Сколькими способами можно составить букет из 3 белых и 4 красных роз?
Ответ: 150

23. На олимпиаде по математике было предложено 12 примеров. Сколькими способами можно выбрать 5 из них?
Ответ: 792 шт

24. Сколькими способами можно разложить 10 одинаковых деталей по 4-м ящикам?
Ответ: 5040

25. Сколькими способами можно установить 4 шины, взятые для замены автомобильного колеса?
Ответ: 4! = 24

26. Сколько чётных трёхзначных чисел можно составить из цифр 3, 4, 5, 6, не повторяя их?
Ответ: 12 шт

27. Сколько нечётных трёхзначных чисел можно составить из цифр 3, 4, 5, 6, не повторяя их?
Ответ: 12 шт

28. Сколько трёхзначных чисел, кратных 4, можно составить из чисел 3, 4, 5, 6, не повторяя их?
Указание: вспомните признак делимости на 4. Ответ 4

29. Сколько трёхзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из чисел 3, 4, 5, 6, не повторяя их?
Указание: вспомните признак делимости на 5.
Ответ: 6 шт

30. Сколькими способами можно выбрать 5 из 36 чисел в игре Спортлото?

Ответ: способов $C_{36}^{5} = 376992$

31. Сколькими способами можно выбрать 6 из 36 чисел в игре Спортлото?

Ответ: способов $C_{36}^{6} = 1947792$

32. В магазине продаётся 7 видов ручек и 3 вида карандашей. Сколькими способами можно выбрать 2 разные ручки и 2 разных карандаша?
Ответ: 63 способа

33. Сколькими способами можно рассадить 6 различных цветочных отростков в 3 горшках по 2?
Ответ: 90

34. Сколькими способами можно разделить 12 человек на 3 бригады по 4 человека?

Ответ: способов $\frac{12!}{4!\cdot 4!\cdot 4!}$

35. Во время встречи 11 человек обменялись рукопожатием. Сколько раз они пожали друг другу руки?

Ответ: $C_{11}^{2} = 55$ раз.

36. Альпинист может взобраться на гору пятью разными путями, а спуститься – четырьмя. Сколькими способами альпинист может подняться и спуститься с горы?
Ответ: 20

37. Сколько среди 9-значных чисел, образованных из цифр $1, 2, 3, \ldots, 9$ без их повторения, таких, в которых цифры 2 и 5 стоят рядом?

Ответ: $2 \cdot 8!$

38. Даны элементы A, B, C:
а) Сколько перестановок можно сделать, взяв по одному элементу?
Ответ: 3
б) Сколько перестановок можно сделать, взяв по два элемента?
Ответ: 6
в) Сколько перестановок можно сделать, взяв по три элемента?
Ответ: 3

39. Сколькими способами можно распределить 5 человек на 5-ти работах?
Ответ: 5! = 120

40. Лайло, Шахло, Лола, Гузаль и Гули разместились на 5 местах:
а) сколькими способами они могут сесть?
Ответ: 5! = 120
б) сколькими способами Лайло и Лола могут сидеть рядом?
Ответ: 48

41. Сколькими способами можно расположить Эргаша, Мурада, Аббаса, Бабура, Джалиля, Карима, чтобы Эргаш и Мурад не находились рядом друг с другом?
Ответ: 480

42. Сколько существует четырёхзначных чисел с разными цифрами в записи?
Ответ: 4536 шт

43. Сколько различных трёхзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 3, 4, 5?

44. 25 одноклассников решили на выпускном вечере обменяться фотографиями. Сколько всего фотографий нужно заказать?
Ответ: 600 шт

45. Сколькими способами можно раздать 2 из 7 пронумерованных шаров двум ученикам?
Ответ: 42 способа

46. В многоквартирном доме замок на двери подъезда открывается кодом. Код – это 4-значное число, состоящее из цифр 0 и 1 (числа 0000 и 1111 не считаются кодом). Каково наибольшее число попыток открыть дверь подъезда, если вы забыли код?
Ответ: 14 попытка

47. Чемодан Лазиза открывается кодом. Этот код состоит из трёх разных цифр, каждая цифра не больше 3. Число 13 не фигурирует в коде. Если Лазиз забудет код, какое наибольшее количество попыток у него будет, чтобы найти код?
Ответ: 21 попыток

48. Сколькими способами можно разменять купюру в 1000 сумов купюрами в 100, 200, 500 сумов?
Ответ: 10 способов

49. В футбольном соревновании принимают участие 18 команд. Победители соревнования будут награждены золотыми, серебряными и бронзовыми медалями. Сколькими способами можно распределить между командами медали?
Ответ: 4896 способов

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

1. Школьники решили отправиться в путешествие на горное озеро. Первый этап пути можно совершить на поезде или автобусе. Второй этап – на байдарках, велосипеде или пешком. Третий этап пути – пешком или с помощью канатной дороги. Какие возможные варианты путешествия есть у школьников?








Ответ: 12

2. Мадина, Ширин, Лола, Ирода, Анвар, Мурад и Эргаш готовились к празднованию Нового года. Сколькими способами можно выбрать из них одного мальчика и одну девочку?

	Анвар	Мурад	Эргаш
Мадина	Мадина-Анвар	Мадина-Мурод	Мадина-Эргаш
Ширин	Ширин-Анвар	Ширин-Мурод	Ширин-Эргаш
Лола	Лола-Анвар	Лола-Мурод	Лола-Эргаш
Ирода	Ирода-Анвар	Ирода-Мурод	Ирода-Эргаш

Ответ: 12

3. Хамид надевает в школу серую, синюю, зелёную или клетчатую рубашку с чёрными брюками или джинсами и обувью или кроссовками.

а) Сколько дней Хамид сможет выглядеть по-новому?

Ответ: 16

б) Сколько дней при этом он будет ходить в кроссовках?

Ответ: 8

в) Сколько дней он будет ходить в рубашке в клетку и джинсах?

Ответ: 2

4. Запишите все возможные варианты расписания пяти уроков на день из предметов: математика, русский язык, история, английский язык и физика, причём математика должна быть вторым уроком.

1	2	3	4	5	6
Русский язык	Русский язык	Русский язык	Русский язык	Русский язык	Русский язык
Математика	Математика	Математика	Математика	Математика	Математика
История	История	Физика	Английский язык	Английский язык	Физика
Английский язык	Физика	История	Физика	История	Английский язык
Физика	Английский язык	Английский язык	История	Физика	История

7	8	9	10	11	12
История	История	История	История	История	История
Математика	Математика	Математика	Математика	Математика	Математика
Русский язык	Русский язык	Физика	Английский язык	Английский язык	Физика
Английский язык	Физика	Русский язык	Физика	Русский язык	Английский язык
Физика	Английский язык	Английский язык	Русский язык	Физика	Русский язык

13	14	15	16	17	18
Английский язык	Английский язык	Английский язык	Английский язык	Английский язык	Английский язык
Математика	Математика	Математика	Математика	Математика	Математика
Русский язык	Русский язык	Физика	История	История	Физика
История	Физика	Русский язык	Физика	Русский язык	История
Физика	История	История	Русский язык	Физика	Русский язык

19	20	21	22	23	24
Физика	Физика	Физика	Физика	Физика	Физика
Математика	Математика	Математика	Математика	Математика	Математика
Русский язык	Русский язык	Английский язык	История	История	Английский язык
История	Английский язык	Русский язык	Английский язык	Русский язык	История
Английский язык	История	История	Русский язык	Английский язык	Русский язык

Ответ: 24

5. Сколькими способами можно разместить 7 человек на 7 местах?



Ответ: 7! = 5040

6. Сколькими способами Умар, Фатима, Аиша и Зайнаб могут поделить между собой 12 книг?

Ответ: $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$

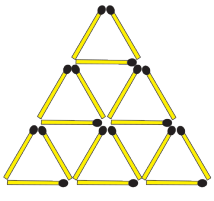
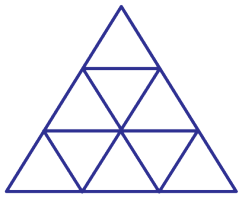
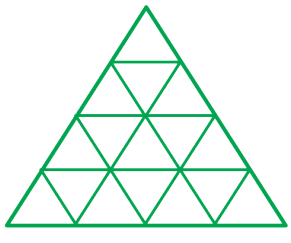
7. Имеются два свободных места. Сколькими способами можно пересадить двух из трёх человек на эти места?
Ответ: 6

8. Из цифр 6, 2, 4, 7, 9 были образованы 5-значные числа без их повторения. Сколько из них делятся на 2 без остатка?
Ответ: $4! \cdot 3 = 24 \cdot 3 = 72$

9. Из цифр 6, 2, 4, 7, 9 были образованы 5-значные числа без их повторения. Сколько из них делятся на 4 без остатка?
Ответ: 30

10. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 4, 5, 0, 9, 8, не повторяя их?
Ответ: 100

11. Сколько треугольников на рисунках?

Ответ: 13; 13; 26

12. Имеется 2 курицы, 3 утки и 4 гуся. Выберите трёх птиц так, чтобы среди них были курица, утка и гусь. Сколько будет таких вариантов?
Ответ: 24

13. Сколькими способами можно разменять купюру в 1000 сум купюрами по 50, 100, 200, 500 сум?





Решение. Составим таблицу.

1000	50	100	200	500
1	20	0	0	0
2	18	1	0	0
3	16	2	0	0
4	16	0	1	0
5	14	3	0	0
6	14	1	1	0
7	12	4	0	0

Если продолжить таблицу в таком порядке, то станет ясно, что существует 45 способов. Ответ: 45

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 7

Вариант 1

1. Сколькими способами можно раздать 3 разные книги 3 ученикам (при условии, что каждому даётся по одной книге)?

2. В группе А 20 детей, в группе Б 15. Сколькими способами можно выбрать из них одного ребёнка?

3. Из Навои в Самарканд можно добраться 3-мя разными способами, из Самарканда в Ташкент 4-мя разными способами. Сколькими разными способами можно добраться из Навои в Ташкент?

4. Сколькими способами можно поместить 5 писем в 5 конвертов?

Вариант 2

1. Сколькими способами 2 из 3 человек могут поместиться на 2 свободных места?

2. В супермаркете продаются 5 видов чайников, 6 видов чашек и 4 вида блюдец. Сколькими способами можно купить предмет с одинаковым названием?

3. В классе 12 мальчиков и 16 девочек. Сколькими способами можно выбрать пару, состоящую из одного мальчика и одной девочки?

4. Сколько четырёхзначных чисел можно составить из чисел 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, не повторяя их?

Повторение

ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1. Выполните действия.

1) $(48-19)-(25-21)=25$

2) $(56-73)-(48-94)=33$

3) $(-28+34)-53+41=-6$

4) $(-19+13)+(-72+89)=11$

2. Вычислите.

1) $(-1,6)\cdot(2,8:(-0,7)-(-7,2):1,8)=0$

2) $2,6\cdot(-2,5)-(-3,8):(19)-1,7:(-0,17)=3,3$

3) $-18-6:(-3)+2\cdot6=-4$

4) $27:(-9)-(-3)\cdot(-0,03)+6:(0,06)+3=0$

3. Найдите значение выражения.

1) $(64,2\cdot7,2+17,8\cdot13,04):3\frac{12}{13}=117\frac{1053}{1275}$

2) $2\frac{13}{29}\cdot0,77-3,33\cdot1,7+3\frac{1}{2}\cdot2\frac{1}{2}=5,0415$

4. Заполните таблицу.

a	-10	5	0	$-1,2$	$-2,5$	$1,1$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
a^2	100	25	0	$1,44$	$6,25$	$1,21$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$
$-a^2$	-100	-25	-0	$-1,44$	$-6,25$	$-1,21$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{4}{9}$
$(-a)^2$	100	25	0	$1,44$	$6,25$	$1,21$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$
$(-a)^3$	-1000	-125	0	$-1,728$	$-15,625$	$-1,331$	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{8}{27}$

5. Вычислите.

1) $\frac{-0,6+1,9-6,5}{1,1-4,4-1,6}=1\frac{3}{49}$

2) $\frac{-8,3+5,4-9,7}{-9,5+4,2-7,3}=1$

3) $\frac{-9,6+1,8-4,1}{-4,1+15,8-4,4}=\frac{119}{73}=-1\frac{46}{73}$

4) $\frac{2,8-19,7+8,5}{7,9-13,4-2,9}=1$

6. Вычислите.

1) $\left(\frac{511}{73}+\frac{693}{77}\right)\cdot\left(\frac{511}{73}+\frac{693}{77}\right)+\frac{1,2+1,3+1,4}{0,39}=266$

2) $\frac{5,(231)+3,(04)+7,(101)}{3,(101)+5,(04)+7,(231)}\cdot2022=2022$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

7. Что такое алгебраическое выражение?

Ответ: Алгебраическое выражение – это выражение, состоящее из цифр и букв в сочетании со знаками арифметических операций.

8. Покажите алгебраическое выражение.

1) $3a-4b$ 2) $6\cdot 3+1\cdot 5$ 3) 2^{14} 4) $(-12-3)\cdot(6\cdot 2+3)$

Ответ: $3a-4b$

9. Покажите алгебраическое выражение.

1) $0,25a-6b^2$ 2) $-4-6\cdot 3$ 3) $0,2+0,5a$ 4) $2a$

5) $1-3a$ 6) $(1-3\cdot 6)\cdot(-7)$ 7) -2 8) $2x$

9) $0,5\cdot(0,2a-1,8)$ 10) $(-0,8)\cdot(0,2+6:(-3))$ 11) $2,34\cdot 1,9$ 12) 100

Ответ: 1-, 3-, 4-, 5-, 8-, 9-выражения могут быть алгебраическими выражениями. Остальные выражения – числовые выражения.

10. По заданным значениям чисел *a, b, c* удобным способом вычислите сумму $a+b+c$.

1) $a=-1,8;\ b=3,7;\ c=-6,2$

Решение. $-1,8+3,7-6,2=-(1,8+6,2)+3,7=-8+3,7=-4,3$. Ответ: $-4,3$

2) $a=9,6;\ b=-5,8;\ c=-3,6$

Решение. $9,6-5,8-3,6=(9,6-3,6)-5,8=6-5,8=0,2$. Ответ: $0,2$

3) $a=7,4;\ b=-3,2;\ c=-4,8$. Ответ: $-0,6$

4) $a=-5,9;\ b=-6,1;\ c=2,2$. Ответ: $-9,8$

11. Найдите значение выражения.

1) $2a-b$, здесь $a=2,\ b=2$.

Решение. $2\cdot 2-2=2$ Ответ: 2

2) $-2a-3b$, здесь $a=-3,\ b=-2$. Ответ: 12

3) $0,25a-4c^2$, здесь $a=4,\ c=2$. Ответ: -15

4) $\left(3a^2-\frac{1}{2}b\right)$, здесь $a=-3,\ b=16$. Ответ: 19

12. Найдите значение алгебраического выражения.

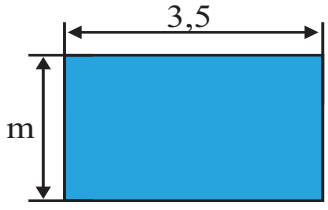
1) $\frac{1}{3}x-\frac{1}{7}y$, здесь $x=-9,\ y=14$. Решение. $\frac{1}{3}x-\frac{1}{7}y=\frac{1}{3}\cdot(-9)-\frac{1}{7}\cdot 14=-3-2=-5$

2) $\frac{2}{5}x+\frac{2}{9}y$, здесь $x=125,\ y=-729$. Ответ: -112

3) $\frac{2a-3b}{a-2b}$, здесь $a=-3,\ b=-4$. Ответ: $1\frac{1}{6}$

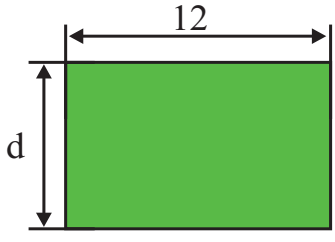
4) $\frac{a+4b}{2a+3b}$, здесь $a=1,\ b=-3$. Ответ: $1\frac{4}{7}$

20. Запишите периметр и площадь данного прямоугольника в виде алгебраического выражения.



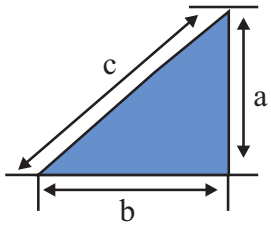
Ответ: $P = 2m + 7; S = 3,5m$

21. Запишите периметр и площадь данного прямоугольника в виде алгебраического выражения.



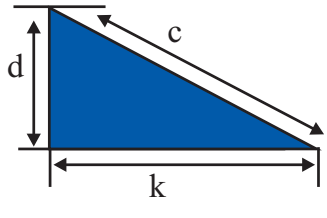
Ответ: $P = 2d + 24; S = 12d$

22. Запишите периметр и площадь данной фигуры в виде алгебраического выражения.



Ответ: $P = a + b + c; S = \frac{1}{2}ab$

23. Запишите периметр и площадь данной фигуры в виде алгебраического выражения.

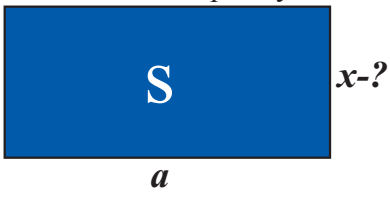


Ответ: $P = k + d + c; S = \frac{1}{2}dk$

24. Площадь прямоугольника равна S, а ширина равна a. Составьте выражение для нахождения его периметра.

Ответ: $P = 2\left(a + \frac{S}{a}\right)$

25. Площадь прямоугольника равна S, а ширина равна a. Найти его вторую сторону.



Ответ: $x = \frac{S}{a}$

26. Сторона равностороннего треугольника равна a. Найдите его периметр.

Ответ: $P = 3a$

скачано с сайта www.idum.uz

ФОРМУЛЫ

40. Найдите числовое значение выражения V = *abc*, если *a* = 2,7; *b* = 1,2; *c* = 7,7.
Ответ: 24,948

41. Найдите числовое значение выражения V = *xyz*, если *x* = 0,01; *y* = 3,9; *z* = 1000.
Ответ: 39

42. Найдите числовое значение выражения V = *abc*, если *a* = 6,5; *b* = 0,65; *c* = 10.
Ответ: 42,25

43. Найдите числовое значение выражения S = 2(*ab* + *ac* + *bc*), если *a* = 4,7; *b* = 2,3; *c* = 6.
Ответ: 105,62

44. Мальчик купил 12 тетрадей за *a* сумов и обнаружил, что у него осталось еще 17 сумов. Сколько денег было у мальчика вначале?
Ответ: $12a+17$ сум

45. Ученик купил 8 тетрадей за *b* сумов и обнаружил, что у него осталось еще 12 000 сумов. Сколько сумов было у ученика вначале? Ответ: $8b+12000$ сум

46. Как изменится разность, если:
1) уменьшаемое увеличить на 18, а вычитаемое уменьшить на 25;
Ответ: увеличится на 43
2) уменьшаемое увеличить на 43, а вычитаемое на 37; Ответ: увеличится на 6
3) уменьшаемое уменьшить на 41, а вычитаемое увеличить на 34;
Ответ: уменьшится на 75
4) уменьшаемое уменьшить на 54, а вычитаемое уменьшить на 19?
Ответ: уменьшится на 35

47. Проверьте верность равенства.

1) $(m+n)+(m-n)=2m$. Ответ: правильно.

2) $(m+n)-(m-n)=2n$. Ответ: правильно.

3) $\frac{m+n}{2}-\frac{m-n}{2}=n$. Ответ: правильно.

4) $(a+b-c)+(a-b+c)-(a+b+c)=a-b-c$. Ответ: правильно.

5) $(a-b-c)-(a+b+c)+(a+b+c)=a-b-c$. Ответ: правильно.

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

48. Вычислите.

1) $\frac{62^{71}\cdot 9^{35}}{93^{70}\cdot 32^{14}}=62$ 2) $\frac{39^4}{9^2\cdot 169^2}=1$ 3) $\frac{3^{12}\cdot 27^4}{81^6}=1$ 4) $\frac{42^6\cdot 81^2}{63^6\cdot 8^2}=9$

5) $\frac{49^{21}\cdot 11^{42}}{77^{42}}=1$ 6) $\frac{32^3\cdot 81^4}{27^5\cdot 16^4}=1,5$ 7) $\frac{13^{19}\cdot 7^{20}}{91^{19}}=7$ 8) $\frac{5^{26}\cdot 81^{13}}{45^{26}}=1$

49. Найдите последнюю цифру выражения.

1) $25647+658485-4571+45879-45457$. Ответ: 3
2) $65897-54671+4578123-784519$. Ответ: 0
3) $2546\cdot5487+40784\cdot547029$. Ответ: 8
4) $5498\cdot1547-2145\cdot758$. Ответ: 6
5) $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot17\cdot18$. Ответ: 0
6) $5\cdot15\cdot25\cdot35\cdot\ldots\cdot85\cdot95$. Ответ: 5

МНОГОЧЛЕНЫ

50. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые.

1) $(3x^3-5x^2+4x-7)(x-7)=3x^4-26x^3+39x^2-35x+49$
2) $(2a^2-3ab+b^2)(5a-3b)=10a^3-21a^2b+14ab^2-3b^3$
3) $(4x^2+3x-3)(-2x^2-4x+7)=-8x^4-22x^3+22x^2+33x-21$
4) $(3a^2+4ab-2b^2)(a+2b)=3a^3+10a^2b+6ab^2-4b^3$

51. Вынесите общий множитель за скобку.

1) $a^2+a=a(a+1)$
2) $a^3+a^7=a^3(1-a^4)$
3) $4c^2-12c^7=4c^2(1-3x^2)$
4) $x^3-x^2=x^2(x-1)$
5) $3m^2+9m^3=3m^2(1+3m)$
6) $5x^5-15x^3=5x^3(x^2-3)$

54. Вычислите.

1) $2,7\cdot6,2-9,3\cdot1,2+6,2\cdot9,3-1,2\cdot2,7=60$
2) $1,25\cdot14,9+0,75\cdot1,1+14,9\cdot0,75+1,1\cdot1,25=32$

55. Упростите выражения.

1) $9(2x-4)+6(7x-4)=60x-60$
2) $2(4x-3)+5(x+2)=13x+4$
3) $4(5x-8)+4(2x-9)=28x-68$
4) $7(2x+4)-8(3x+4)=-10x-4$
5) $8(5x-1)-3(8x+5)=16x-23$
6) $6(3x-4)+5(6x+7)=48x+11$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

Сократите дроби (67–69).

67. 1) $\frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{12}_{3}}=\frac{2}{3}$. Ответ: $\frac{2}{3}$
2) $\frac{45}{120}$. Ответ: $\frac{3}{8}$
3) $\frac{84}{210}$. Ответ: $\frac{2}{5}$

68. 1) $\frac{m^5}{m^7}$. Ответ: $\frac{1}{m^2}$
2) $\frac{6a^2b^2}{8a^2b^4}$. Ответ: $\frac{3}{4b^2}$
3) $\frac{5x^2y}{10x^8y}$. Ответ: $\frac{1}{2x^6}$

69. 1) $\frac{5a-5b}{10a}$. Ответ: $\frac{a-b}{2a}$
2) $\frac{3x+6y}{6x}$. Ответ: $\frac{x+2y}{2x}$
3) $\frac{4m-4n}{8a+8b}$. Ответ: $\frac{m-n}{2a+2b}$

70. Выполните действия.

1) $\frac{5}{x^2y}+\frac{2}{3xy^2}$ Решение. $\frac{5}{x^2y}+\frac{2}{3xy^2}=\frac{15y+2x}{3x^2y^2}$

2) $\frac{12}{5a}-\frac{2}{a}=\frac{12-10}{5a}=\frac{2}{5a}$

3) $\frac{a-5}{a^2+5a}+\frac{a+5}{5a-a^2}$ Ответ: $-\frac{20a}{a(a^2-25)}$

4) $\frac{15x-2}{5a}-\frac{x-2y}{3a}$ Ответ: $\frac{40x+10y-6}{15a}$

71. Выполните действия.

1) $\frac{x^2}{3x-15}-\frac{25}{3x-15}$. Ответ: $\frac{x+5}{3}$

2) $\frac{5x^2+3}{x^2-2x}-\frac{10x+3}{x\ -2x}$. Ответ: 5

3) $\frac{x^2+x}{(x+1)^2}-\frac{x+1}{(1+x)^2}$. Ответ: $\frac{x-1}{x+1}$

4) $-\frac{5a-3b}{(a-b)^2}-\frac{3a-b}{(b-a)^2}$. Ответ: $\frac{-8a+4b}{(a-b)^2}$

72. Продолжите выполнение действий.

1) $\frac{m-2n}{4}-\frac{m+2n}{4}=\frac{m-2n-(m+2n)}{4}=\frac{m-2n-m-2n}{4}=\frac{-4n}{4}=-n$. Ответ: $-n$

75. Продолжите умножение.

1) $\frac{\left(x^3y^2\right)^2\left(xy^3\right)^2}{\left(x^4y^2\right)^3}$. Ответ: $\frac{y^4}{x}$

2) $\frac{\left(a^2b^3\right)^2\left(a^3b\right)^4}{\left(ab^2\right)^3}$. Ответ: $a^{13}b^4$

3) $\frac{\left(x^2y^3\right)^4\left(xy^2\right)^3}{\left(x^3y^2\right)^5}$. Ответ: $\frac{y^4}{x^4}$

4) $\frac{\left(a^2b\right)^2\left(a^3b\right)^2}{a^4b^3}$. Ответ: a^6b

5) $\frac{\left(x^5y^2\right)^5\left(xy^2\right)^4}{\left(x^5y^2\right)^5}$. Ответ: x^4y^8

6) $\frac{\left(a^3b^5\right)^3\left(a^6b^3\right)^4}{\left(a^{13}b^2\right)^2}$. Ответ: a^7b^{24}

ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ.

Решите уравнения (76–80).

76.

1) $48+x=80-19$.	Ответ: 13	2) $-36+x=-47-(-17)$.	Ответ: 6
3) $91-x=56-(-33)$.	Ответ: 2	4) $-71-x=-49+21$.	Ответ: –43
5) $x+(-19)=-23-(-36)$.	Ответ: 32	6) $-x-(-28)=-21+53$.	Ответ: –4
7) $84-x=94-128$.	Ответ: 118	8) $62-73=x+143$.	Ответ: –154
9) $-89+56=-x-72$.	Ответ: –39	10) $-10+33=25-x$.	Ответ: 40

77.

1) $5x-150=0$.	Ответ: 30	2) $12x-1=35$.	Ответ: 3
3) $7=6-0,2x$.	Ответ: –5	4) $48-3x=0$.	Ответ: 16
5) $1,3x=54+x$.	Ответ: 180	6) $-0,7x+2=65$.	Ответ: –90
7) $-1,5x-9=0$.	Ответ: –6	8) $-3,4x=17,6+x$.	Javon. –4

78. 1) $2x + 9 = 13 - x$. Ответ: $1\frac{1}{3}$ 2) $1\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{3}x + 1$. Ответ: -3

3) $z - \frac{1}{2}z = 0$. Ответ: 0 4) $0{,}5a + 11 = 4 - 3a$. Ответ: -2

5) $5y = 6y$. Ответ: 0 6) $1{,}7 - 0{,}3m = 2 + 1{,}7m$. Ответ: $-0{,}15$

7) $1{,}2n + 1 = 1$. Ответ: 0 8) $15 - p = \frac{1}{3}p - 1$. Ответ: $1\frac{1}{3}$

9) $14 - y = 19 - 11y$. Ответ: 0,5 10) $0{,}8x + 14 = 2 - 1{,}6x$. Ответ: 0,2

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

89. Заполните таблицу для данной функции.

Ответ:

$y = x - 2$	x	–2	–1	0	1	2	3
	y	–4	–3	–2	–1	0	1

Ответ:

$y = -2x + 1$	x	–2	–1	0	1	2	3
	y	5	3	1	–1	–3	–5

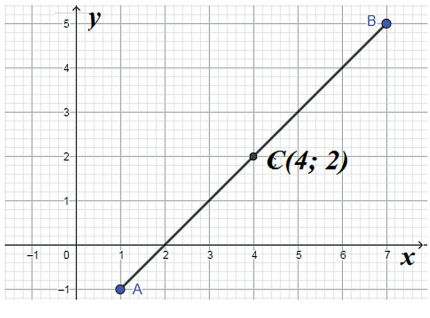
Ответ:

$y = -0{,}5x + 2$	x	–2	–1	0	1	2	3
	y	3	2,5	2	1,5	1	0,5

90. В декартовой системе координат найдите координаты середин отрезков, концами которых являются следующие точки.

1) $(1;\ -1)$ и $(7;\ 5)$

Решение.



Указание. Для нахождения координат центра заданного отрезка находится среднее арифметическое соответствующих координат его концов.

$$\begin{cases} c_1 = \dfrac{a_1 + b_1}{2} \\ c_2 = \dfrac{a_2 + b_2}{2} \end{cases}$$ Ответ: $C(4;\ 2)$

2) $(-4; -3)$ и $(2; 5)$. Ответ: $(-1; 1)$ 3) $(10; -2)$ и $(2; 5)$. Ответ: $(4; 4)$

4) $(5; -2)$ и $(2; -6)$. Ответ: $(1{,}5; -4)$ 5) $(-4; 5)$ и $(3; 0)$. Ответ: $(-0{,}5; 2{,}5)$

91. Постройте графики следующих функций.

1) $y = 2x + 4$ 2) $y = 2x + 3$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Сколько целых значений числа n, превращающих дробь $\frac{n^2-n+3}{n+1}$ в целое число?

Решение. $\frac{n^2-n+3}{n+1}=\frac{n^2+n-2n+2+1}{n+1}=\frac{n(n+1)-2(n+1)+1}{n+1}=\frac{n(n+1)}{n+1}-\frac{2(n+1)}{n+1}+\frac{1}{n+1}=n-2+\frac{1}{n+1}$

$n-2+\frac{1}{n+1}$ 1. Для того, чтобы это выражение было целым числом, должны выполняться равенства $n+1=-1$ или $n+1=1$.

Из этих равенств получаем $n_1=-2$ и $n_2=0$.

2. Вычислите.

1) $\left(\frac{1}{6}-1\frac{1}{15}+\frac{1}{10}\right):0,6+0,4$. Ответ: $-1\frac{1}{15}$

2) $-1\frac{3}{4}\cdot 6,5\cdot\left(-\frac{4}{7}\right)-3,75$. Ответ: $2\frac{3}{4}$

3) $\frac{0,64\cdot 0,45-0,45}{1,05-1\frac{1}{2}}$. Ответ: $-0,36$

4) $\left(3\frac{17}{36}-5\frac{7}{12}\right):\frac{2}{9}-\frac{3}{26}\cdot 4\frac{1}{3}$. Ответ -10

3. Вычислите.

1) $3,2(62)-1,(15)$. Ответ: $2,11(31)$

2) $(0,(6)-0,(45))\cdot 0,(33)$. Ответ: $\frac{66-45}{99}\cdot\frac{1}{3}=\frac{7}{99}=0,(70)$

4. Вычислите.

1) $6,4\cdot 4,1+3,6\cdot 2,2+6,4\cdot 2,2+3,6\cdot 4,1$. Ответ: 63

2) $0,85\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot 0,85-\frac{1}{6}\cdot 0,65-0,65\cdot\frac{1}{3}$. Ответ: 0,1

5. Вычислите.

1) $\left(\left|4-4\cdot\left|3-6\cdot|8|\right|\right|\right)-\left(\left|4-|3-8|-7\right|\right)$. Ответ: 168

2) $\frac{\left|4-5\cdot|4-6|+4\cdot 3-6\right|}{\left|3-4\cdot|7-5|\right|}$. Ответ: 1

6. Расположите числа по убыванию: a = 2,(4); b = 2,5 – 0,25 и c = 1,2 : 0,5

Ответ: $a>b>c$

7. Расположите числа по убыванию: m = 0,22(23); n = 0,2(223); l = 0,222(3)

Ответ: $n<m<l$

8. Расположите числа по убыванию: a = 3,(6); b = 3,91 – 0,25 и c = 4,68 : 1,3

Ответ: $c<b<a$

9. Прочтите выражение. Назовите основание и показатель степени.

1) 6^4. Решение. 6^4 Читается шесть в четвёртой степени.6-основание, 4 показатель степени

2) $(1,2)^7$. Ответ: одна целая две десятых в седьмой степени. 1,2 – основание, 7-показатель степени.

3) a^{10}. Ответ: a в степени 10. a – основание, 10 – показатель степени.

4) $(3c)^2$. Ответ: три c в степени два. $3c$ – основание, 2-показатель степени.

10. Какой операцией можно заменить произведение? Выполните замену.

1) $3\cdot3\cdot3\cdot3$

Решение. Произведение можно заменить степенью: $3\cdot3\cdot3\cdot3=3^4$

2) $0,2\cdot0,2\cdot0,2\cdot0,2=0,2^4$ 3) $(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)=(-5)^5$

11. Сколько множителей в выражении? Запишите их в виде произведения.

1) 8^4. Ответ: 4 множителя. $8\cdot8\cdot8\cdot8$

2) 11^6. Ответ: 6 множителей. $11\cdot11\cdot11\cdot11\cdot11\cdot11$

3) $(-3)^7$. Ответ: семь множителя. $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$

4) $(3,2)^{10}$. Ответ: десять множителей. $3,2\cdot3,2\cdot3,2\cdot3,2\cdot3,2\cdot3,2\cdot3,2\cdot3,2\cdot3,2\cdot3,2$

12. Запишите в виде степени с основанием 10.

1) 100. Ответ: 10^2 2) 100 000. Ответ: 10^5

3) 1 000 000. Ответ: 10^6 4) 1000 000 000. Ответ: 10^9

13. Запишите в виде степени с основанием a.

1) $a\cdot a\cdot a\cdot a$. Ответ: a^4 2) $a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a$. Ответ: a^6 3) $a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a$. Ответ: a^8

14. Сравните выражения.

1) 0 и -1^4

Решение. Указание: $-a^n=-(a^n)$ и $\left(-a^n\right)=\begin{cases}-a^n & \text{если } n \text{ нечётное натуральное число}\\ a^n & \text{если } n \text{ чётное натуральное число}\end{cases}$

воспользуемся формулой. $-1^4=-(1\cdot1\cdot1\cdot1)==-1$. Таким образом, $0>-1^4$

2) 1 и $(-1)^5$. Ответ: $1>(-1)^5$ 3) -2^6 и 2^6. Ответ: $-2^6<2^6$

4) $(-4)^4$ и 4^4. Ответ: $(-4)^4=4^4$

15. Найдите значение выражения.

1) $3\cdot2^3$. Ответ: 24 2) $5^3\cdot\frac{1}{5}$. Ответ: 25

3) $9\cdot\left(1\frac{1}{3}\right)^2$. Ответ: 16 4) $100\cdot0,1^3$. Ответ: 0,1

16. Найдите значение выражения $100a^2$ при данных значениях a.

1) $a=1$. Ответ: 100 2) $a=3$. Ответ: 900 3) $a=-0,1$. Ответ: 1 4) $a=\frac{1}{5}$. Ответ: 4

17. Воспользовавшись свойством степени, запишите в виде степени с одним основанием.

1) $6^5\cdot6^3$. Ответ: 6^8 2) $10^4\cdot10^5$. Ответ: 10^9

3) $5^m\cdot5^5$. Ответ: 5^{m+5} 4) $c^n\cdot c^{10}$. Ответ: c^{n+10}

18. Каким свойством можно воспользоваться, чтобы записать выражение в виде степени с одним основанием?

1) $8^{11}:8^5$

Ответ: воспользовавшись свойством степени $a^m:a^n=a^{m-n}$ можно представить в виде степени с одним основанием

$8^{11}:8^5=8^6$

2) $6^9:6=6^8$ 3) $a^5:a^2=a^3$ 4) $x^{12}:x^8=x^4$

19. Вычислите.

1) $\frac{5^4}{5^3}=5^{4-3}=5$ 2) $\frac{0{,}1^7}{0{,}1^5}=0{,}1^2$ 3) $\frac{4^5\cdot4^6}{4^8}=\frac{4^{11}}{4^8}=4^3$ 4) $\frac{3^{12}}{3^2\cdot3^6}=3^4$

20. Упростите выражение.

1) $2^3\cdot2^4$ и $(2^2)^2$

Решение. Вначале представим в виде степени с одним основанием: $2^3\cdot2^4=2^7$ и $(2^2)^2=2^4$. Таким образом, $2^3\cdot2^4>(2^2)^2$ и $(2^2)^2$.

2) $7^5\cdot7^4$ и $7^5\cdot(7^2)^4$. Ответ: $7^5\cdot7^4=7\cdot(7^2)^4$ 3) $(-2^2)^2$ и $(-2^2)^3$. Ответ: $(-2^2)^2>(-2^2)^3$

21. Вычислите.

1) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3=\left(-\frac{4}{3}\right)^3=-\frac{64}{27}=-2\frac{10}{27}$ 2) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$ Ответ: $3\frac{3}{8}$

3) $\frac{100^5}{(80+20)^{10}}\cdot50^5$. Ответ: $\frac{1}{32}$ 4) $\frac{1000^{10}}{(700-200)^{12}}\cdot500^2$. Ответ: 1024

22. Заполните таблицу.

a	4	0,7	1,75	$-\frac{3}{4}$	0	–0,25	0,2	$1\frac{1}{4}$
$4a-1$								

a	4	0,7	1,75	$-\frac{3}{4}$	0	–0,25	0,2	$1\frac{1}{4}$
$4a-1$	15	1,8	6	–4	–1	–2	–0,2	4

23. Найдите числовое значение выражения $a=2{,}4;\ b=3{,}6;\ h=1{,}6$ при $S=\frac{h}{2}(a+b)$.

Ответ: $S=\frac{1{,}6}{2}\cdot(2{,}4+3{,}6)=0{,}8\cdot6=4{,}8$

24. Найдите числовое значение выражения $a=12{,}5;\ h=6{,}4$ при $S=\frac{1}{2}ah$.

Ответ: $S=\frac{1}{2}\cdot12{,}5\cdot6{,}4=12{,}5\cdot3{,}2=40$

Математические термины

	Термин	Словарное значение и комментарии
1	Арифметика	Происходит от греческого слова “арифмос”, означает “искусство чисел”.
2	Алгебра	Это европейское произношение слова “аль-джабр” в произведении аль-Хорезми “Аль-джабр ва аль-мукабала”.
3	:	Определение знака деления с помощью двоеточия ввёл в науку немецкий учёный Лейбниц в XVI веке.
4	Коэффициент	Происходит от латинского слова “coeffi ciens”, значит “помощник”. Этот термин был введён Франсуа Виетом в конце XVI века.
5	“Положительно” и “отрицательно”	Али Кушчи использовал его в 1425 году в своём произведении под названием “Хисаб Рисола” (“Китобул Мухаммадия”).
6	Натуральный	Происходит от латинского слова “натуральный”, означает “настоящий или естественный”.
7	Параллельно	Происходит от греческого слова “parallelas”, в переводе это означает “бок о бок”.
8	Перпендикуляр	Происходит от латинского слова“perpendicularies” и означает “вертикально”.
9	+ и -	Термины “плюс” (лат. plus – больше) и “минус” (лат. minus – меньше) были написаны Фибоначчи в 1202 г. Они фигурируют в произведении “Зибер Абаси”.
10	Процент	Происходит от латинского слова “percentum”, что означает “сотня”.
11	Пропорция	Это сочетание латинских слов “pro” и “portia”, что в переводе означает “два”.
12	Симметрия	Представляет собой сочетание греческих слов“sym” и “metrio”.
13	Система	Происходит от греческого слова “systhema” и в переводе означает “состоящий из частей, объединённый в целое”.
14	Формула	Происходит от латинского слова “formula” и означает “известный закон”.
15	Функция	Происходит от латинского слова “funcilo”, что в переводе означает “быть, выполняться”. Лейбниц ввёл этот термин в науку в 1673 году.
16	Десятичная дробь	Ввёл Джамшид Коши в своём произведении “Арифметика Калити” (“Мифтахул-Хисоб”), написанном в 1427 году.
17	Десятичная дробь	Запись десятичных дробей в их нынешнем виде была введена в науку французским математиком Виетом в XVI веке.
18	( )	Скобки были введены в математику в первой половине XVII века.
19	Вертикаль	Происходит от латинского слова “vertucalus” и в переводе с означает “стоя”.
20	Градус	Происходит от латинского слова “gradus”, означающего “степень” или “этап”.

Аббос Акмалов , Жамолладин Сапарбоев, Дилмурод Бойтиллаев,
Эргаш Каримов, Мураджан Ходжаниязов

АЛГЕБРА

Учебник для 7 классов школ общего среднего образования

Редактор Вераника Пак
Художественный редактор Сарвар Фармонов
Художник Бехзод Зуфаров
Дизайнер Алимардон Акилов
Технический редактор Акмаль Сулайманов
Редактор страниц Ильхом Болтаев
Корректор Людмила Ким
Верстальщик Шахобиддин Махмадиев

Печать разрешена 00.00.2022 г. Размер 60x84 1/8.
Графика Times New Roman. Кегль 12 шрифт. Офсетная печать.
Условная печатная форма 00.00. счёт издательства 00.00.
Количество 000 000 экз. Заказ № 0000.