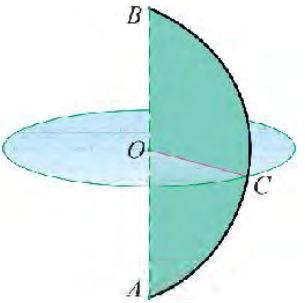
# ALGEBRA

*Aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan Davlat umumta'lim maktablarining*
***7-sinfi uchun darslik***

***Qayta ishlangan va to'ldirilgan 2- nashri***

*O'zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi vazirligi*
*nashrga tavsiya etgan*




„O'QITUVCHI" NASHRIYOT-MATBAA IJODIY UYI
TOSHKENT – 2019

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

UO'K: 51(075.3)
KBK 22.1ya72
A 45

**Mualliflar:**

M.A.Mirzaahmedov, G'.Nasritdinov, Sh.N.Ismailov, M.M.Shoniyozova, F.R.Usmonov, F.S.Rahimova, Sh.R. Aripova

**Taqrizchilar:**

**A. Akmalov** – Nizomiy nomidagi TDPU matematika va uni o'qitish kafedrasi mudiri, pedagogika fanlari nomzodi;

**J. Saparboyev** – Nizomiy nomidagi TDPU matematika va uni o'qitish kafedrasi katta o'qituvchisi;

**M. Sanayeva, Y. Jumaniyazova** – Toshkent shahri, Sergeli tumanidagi 300-maktabning matematika fani o'qituvchilari.

**I. Soibova** – Toshkent shahri, Yashnobod tumanidagi 307-maktabning oliy toifali matematika fani o'qituvchisi.

**Darslikdagi shartli belgilar:**

□ – masalani yechish boshlandi;

■ – masalani yechish tugadi;

 – faollashtiruvchi savol va topshiriqlar;

 – bilish muhim va yodda saqlash foydali bo'lgan matn;

**16, 20...** – murakkabroq masalalar;

 – chuqurlashtirishga oid mavzular.

**Respublika maqsadli kitob jamg'armasi mablag'lari hisobidan chop etildi.**

© M. A. Mirzaahmedov va b.
© „O'qituvchi" NMIU, 2019

ISBN 978-9943-22-402-5

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

# 5–6-SINFLARDA O'TILGAN MAVZULARNI TAKRORLASH

**1.** Amallarni bajaring:

1) $7\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{5}-4\frac{4}{5}\cdot\left(13\frac{1}{8}-2\frac{3}{4}+4\frac{1}{2}\right)$;

2) $\left(3\frac{8}{27}+4\frac{19}{27}\right):6\frac{2}{5}+14\frac{6}{7}:4\frac{4}{7}\cdot 3\frac{1}{5}$;

3) $1\frac{13}{22}\cdot 8\frac{4}{5}+3\frac{2}{3}:\left(9\frac{1}{6}-2\frac{2}{3}+4\frac{1}{2}\right)$;

4) $6\frac{3}{8}:2\frac{1}{8}\cdot 5\frac{2}{3}-\left(8\frac{10}{19}+5\frac{9}{19}\right):\left(8\frac{1}{9}-3\frac{2}{3}\right)$.

**2.** Amallarni bajaring:

1) $\frac{40,54\cdot(3,38\,|\,10,62)\;\;(47,45\,|\,65,85):0,4}{22,38\cdot(424,6\;\;422,1)\;\;62,5\;\;22,75:2,5}$;

2) $\frac{12,12\;\;15,58:(6,38\;\;4,48)\;\;313,4}{292,4\;\;2,3\cdot 6,61\;60:1,5}$.

**3.** Tenglamani yeching:

1) $6\frac{1}{8}\cdot\left(2x-\frac{7}{15}\right)=3\frac{4}{15}$;

2) $3\frac{2}{3}:\left(3x-\frac{1}{3}\right)-8\frac{4}{5}$;

3) $5\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{7}x-\frac{4}{21}\right)-6\frac{2}{3}$;

4) $7\frac{1}{3}\;\;4\frac{7}{10}\cdot 5=2\frac{2}{5}x\;\;11\frac{1}{6}$.

**4.** Karim velosipedda soatiga $8\frac{2}{3}$ km tezlik bilan $3\frac{3}{4}$ soat yurdi. Shu masofani $3\frac{1}{4}$ soatda bosib o'tishi uchun u tezlikni qanchaga orttirishi kerak?

**5.** To'g'ri to'rtburchakning bo'yi 9,5 cm. U enidan 1,9 marta uzun. To'g'ri to'rtburchakning perimetri va yuzini toping.

**6.** To'g'ri to'rtburchakning perimetri 20,4 cm. Bir tomoni ikkinchi tomonining 0,2 qismini tashkil qiladi. To'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.

**7.** *A* qishloqdan *B* qishloqqa qarab 5,4 km/h tezlik bilan birinchi piyoda, *B* qishloqdan *A* qishloqqa qarab 6,1 km/h tezlik bilan ikkinchi piyoda yo'lga chiqdi. Ular *A* qishloqdan 16,2 km masofada uchrashdilar. Agar qishloqlar orasidagi masofa 28,4 km bo'lsa, birinchi piyoda necha soat avval yo'lga chiqqan?

**8.** Damin yo'lning $\frac{3}{8}$ qismini o'tdi. Yana 8 km yurib, yo'lning yarmiga yetdi. Damin jami necha kilometr yo'l yurishi kerak?

**9.** Toshkent va Samarqand shaharlari orasidagi masofa temiryo‘l orqali 380 km. „Sharq“ poyezdi bu masofani 3,5 soatda, „Afrosiyob“ poyezdi esa 2 soat-u 10 minutda bosib o‘tadi. Toshkentdan soat 8 da „Afrosiyob“, 8.30 da „Sharq“ poyezdlari yo‘lga chiqsa, soat nechada ular orasidagi masofa 100 km bo‘ladi?

**10.** 1) Mahsulotning narxi 15% ga pasaydi. Ma’lum bir vaqt o‘tgach, mahsulotga ehtiyoj ortgani sababli pasaygan narx 20% ga oshdi. Dastlabki narxi $a$ so‘mdan bo‘lgan mahsulot hozir necha so‘mdan sotilyapti?

2) Mahsulotning narxi 25% ga ortdi. Ma’lum bir vaqt o‘tgach, mahsulotga ehtiyoj kamaygani sababli narx 10% ga kamaydi. Dastlabki narx qanday o‘zgargan?

**11.** 7-sinf o‘quvchilarining hammasi sport to‘garaklariga qatnashadilar. Ayrimlari futbol, ayrimlari tennis, ayrimlari esa ham futbol, ham tennisga qatnashadilar. 65% o‘quvchi futbol, 72% o‘quvchi tennis bilan shug‘ullansa, o‘quvchilarning necha foizi ham futbol, ham tennisga qatnashadi?

**12.** $a$ son $b$ sonning 25% ini, $b$ son esa $c$ sonning 25% ini tashkil qiladi. $\frac{a}{c}$ nisbatni aniqlang.

**13.** To‘g‘ri to‘rtburchak asosining uzunligi 15% ga orttirildi. Balandligi esa 20% ga kamaytirildi. Uning yuzi qanday o‘zgaradi?

**14.** Amallarni bajaring:

1) $(-680):((-13)\cdot(-3)+25:(-5))-(-54):(-18)$;
2) $(-85)\cdot 6-216:(-12)+(-310):5$;
3) $-60{,}375:(-3{,}75)-80{,}934:(-4{,}2)-(-6{,}5):(-2{,}6)$.

**15.** Tenglamani yeching:

1) $-3\cdot(2x+3{,}2)=4-2\cdot(4x-1{,}9)$;
2) $-2{,}5x+10{,}136=3{,}2-4{,}1\cdot(-7{,}2+5{,}2x)$.

**16.** 1) 7 ta sonning o‘rta arifmetigi 21,7 ga teng. Bu sonlarga yana bitta son qo‘shib, o‘rta arifmetik hisoblangan edi, u 23 ga teng chiqdi. Qo‘shilgan sonni toping.

2) Bir necha sonning o‘rta arifmetigi 45,3 ga teng. Bu sonlarga yana bitta 24,1 soni qo‘shilganidan so‘ng o‘rta arifmetik qiymat 40 ga teng bo‘ldi. Dastlab sonlar nechta bo‘lgan?

**17.** Otaning yoshi 85 da. Farzandlarining o‘rtacha yoshi 60 da. Farzandlari yoshiga otaning yoshi qo‘shilsa, o‘rtacha yosh 65 ga teng chiqdi. Otaning nechta farzandi bor?

**18.** Shahar va qishloq orasidagi masofa 32 km. Velosipedchi shahardan qishloqqa borishda 12,5 km/h, qaytishda esa 10 km/h tezlik bilan yurdi. Velosipedchining o‘rtacha tezligini toping.

**19.** Proporsiyani yeching ($x$ ni toping):

$$1)\ 4\frac{1}{7}:2{,}5=3\frac{5}{8}:x;\qquad 2)\ \frac{5\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}}=\frac{3x+2}{2x-5};\qquad 3)\left(\frac{3}{5}+2x\right):1{,}5-\left(1\frac{2}{5}-\frac{x}{3}\right):5.$$

**20.** a) 540 sonini shunday 4 ta qismga ajratingki, bunda to‘rtinchi son: birinchi sondan $1\frac{5}{6}$ marta, ikkinchi sondan $4\frac{1}{3}$ marta, uchinchi sondan $1\frac{1}{2}$ marta kichik bo‘lsin.

b) 900 sonini 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$ sonlariga: 1) to‘g‘ri proporsional; 2) teskari proporsional qilib qismlarga ajrating.

**21.** Birinchi idishda 30 litr, ikkinchi idishda 40 litr sut bor. Ikkinchi idishdan birinchi idishga qaraganda 2 marta ko‘p sut olingach, birinchisida ikkinchisiga qaraganda 5 litr ko‘p sut qoldi. Har bir idishdan necha litrdan sut olingan?

**22.** Sayyoh 5 km/h tezlik bilan 3 soat-u 12 minut yo‘l bosdi. Keyin tezligini 1,5 km/h ga kamaytirib, 2 soat-u 40 minut yo‘l yurdi. Sayyoh jami necha kilometr yo‘l bosgan?

**23.** $A$ va $B$ shaharlardan bir vaqtda bir-biriga qarab „Lasetti“ va „Spark“ mashinalari yo‘lga chiqdi. „Lasetti“ ning tezligi soatiga 84 km, „Spark“ ning tezligi bu tezlikning oltidan besh qismiga teng. Agar ular uch soatdan keyin uchrashgan bo‘lsa, shaharlar orasidagi masofani toping.

# I BOB. ALGEBRAIK IFODALAR

Siz 5- va 6- sinflarda butun sonlar va kasr sonlar ustida amallar bajarishni, tenglamalar yechishni o‘rgandingiz. Geometrik shakllar, koordinata to‘g‘ri chizig‘i bilan tanishdingiz. Bularning hammasi bitta fan – „Matematika“ fanining kichik bir qismini tashkil qiladi, xolos. Aslida esa matematika alohida-alohida mustaqil fanlarga bo‘linadi: algebra, geometriya, matematik analiz, ehtimolliklar nazariyasi, matematik mantiq va hokazo. Har bir fanning o‘z o‘rganish obyekti, hayotga tatbiqlari bor.

Aziz o‘quvchi! Sizlar bilan *yangi o‘quv fani – „Algebra“* fanini o‘rganishni boshlaymiz. Bu fan juda qiziqarli va keng tatbiqlarga ega. Biz o‘rganadigan „Algebra“ har xil amallarni, hisoblashlarni bajarish imkoniyatini beribgina qolmay, ularni iloji boricha tezroq bajarishni o‘rgatadi.

„Algebra“ so‘zi buyuk o‘zbek matematigi va astronomi, vatandoshimiz Abu Abdulloh Muhammad ibn Muso al-Xorazmiyning „Kitob muxtasar min hisob al-jabr val-muqobala“ (qisqacha: Al-jabr val-muqobala) asaridagi „aljabr“ so‘zidan olingan. Bu asari bilan al-Xorazmiy algebra faniga asos solgan, uni izchil bayon qilgan. Algebra fanining asosiy masalasi algebraik ifodalar ustidagi matematik amallarni o‘rganishdir. ***„Algebra“ olamiga marhamat!***

## 1- §. Sonli ifodalar

„Sonli ifodalar“, „ifodaning son qiymati“ tushunchalari bilan 5–6- sinflardan tanishsiz. Eng sodda sonli ifodalarga ikkita son va bitta amaldan tuzilgan ifodalar misol bo‘la oladi.

3,5+7,2; (1) | $8{,}5-\frac{1}{4}$; (2) | $(-6{,}2)\cdot\frac{1}{5}$; (3) | $-4{,}2:(-3)$; (4).

Bu yerda 3,5 va 7,2 lar (1) ifodaning hadlari; 8,5 va $(-\frac{1}{4})$ lar esa (2) ifodaning hadlari ekanligini eslatib o‘tamiz. (1) ifodaning qiymati 10,7; (2) ifodaning qiymati 8,25; (3) ifodaning qiymati (–1,24); (4) ifodaning qiymati 1,4 ekani ravshan.

Bir necha son va ikki yoki undan ortiq amallardan hamda qavslardan tuzilgan ifoda murakkabroq sonli ifodaga misol bo‘la oladi:

$3{,}2:0{,}2+\frac{1}{6}$; $8{,}7\cdot 1{,}7+1{,}3\cdot 1{,}7$; $4{,}8:(1{,}2+0{,}4)$.

Bo‘lish amali o‘rniga kasr chizig‘i ishlatilishini bilasiz. Masalan, $3{,}2:0{,}2+\frac{1}{6}$ ifodani $\frac{3{,}2}{0{,}2}+\frac{1}{6}$; $4{,}8:(1{,}2+0{,}4)$ ifodani $\frac{4{,}8}{1{,}2-0{,}4}$ kabi yozish mumkin. Bu ifodalarning qiymati, mos ravishda, $16\frac{1}{6}$ va 3 dan iborat. $\frac{9-2{,}1}{75:3-5^2}$ ifoda esa ma’noga ega emas, chunki maxrajdagi ifodaning qiymati 0 ga teng. 0 *ga bo‘lish esa mumkin emas!*

Sonli ifodaning qiymatini to‘g‘ri aniqlashda amallar tartibi katta ahamiyatga ega. Qo‘shish va ayirish 1-bosqich amallari, ko‘paytirish va bo‘lish 2-bosqich amallari, darajaga ko‘tarish esa 3-bosqich amallari ekanligini eslatib o‘tamiz. Bularni e’tiborga olgan holda quyidagi savollarga javob berishga harakat qiling.

1) Agar ifodada qavs bo‘lmasa, ifodaning qiymati qanday topiladi?

2) Agar ifodada qavslar bo‘lsa, uning qiymati qanday topiladi?

3) Agar ifoda kasr ko‘rinishida bo‘lsa, ifodaning qiymati qanday topiladi?

4) Agar ifodada qavslar ichida boshqa qavslar bo‘lsa, uning qiymati qanday topiladi?

Javobingizni sonli ifoda qiymatini topishning quyidagi qoidalari bilan taqqoslang:

1. Agar ifodada qavslar bo‘lmasa, u holda avval uchinchi bosqich amallar, keyin ikkinchi bosqich amallar va nihoyat birinchi bosqich amallar bajariladi. Shu bilan birga, bir bosqich amallar ular qanday tartibda yozilgan bo‘lsa, xuddi shu tartibda bajariladi.

2. Agar ifodada qavslar bo‘lsa, u holda avval qavslar ichidagi sonlar ustida amallar, so‘ngra esa qolgan barcha amallar bajariladi, bunda qavs ichidagi va undan tashqaridagi barcha amallar birinchi bandda ko‘rsatilgan tartibda bajariladi.

3. Agar kasrning qiymati hisoblanadigan bo‘lsa, u holda kasrning suratidagi va maxrajidagi amallar bajariladi, so‘ngra birinchi natija ikkinchisiga bo‘linadi.

4. Agar ifodada qavslar ichida boshqa qavslar bo‘lsa, u holda avval eng ichkaridagi qavslar ichidagi amallar bajariladi.

**1- misol.** Amallarni bajaring: $20\frac{1}{4}:4,5+\left(8\frac{1}{3}\cdot 4,2-7,56:3,6\right)$.

□ 1) $8\frac{1}{3}\cdot 4,2=\frac{25}{3}\cdot 4\frac{1}{5}=\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\cdot\frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}=35$; 2) $7,56:3,6=2,1$; 3) $35-2,1=32,9$;

4) $20\frac{1}{4}:4,5=\frac{81}{4}:\frac{9}{2}=\frac{\overset{9}{\cancel{81}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{9}}}=4,5$; 5) $32,9+4,5=37,4$. ■

**2- misol.** Amallarni bajaring: $\frac{2,14-0,4\cdot 2,2}{3,45-3\frac{3}{20}}$.

□ 1) $\begin{array}{r} \times 2,2 \\ \underline{0,4} \\ 0,88 \end{array}$; 2) $\begin{array}{r} -2,14 \\ \underline{0,88} \\ 1,26 \end{array}$;

3) $3,45-3\frac{3}{20}=3,45-3,15=0,3$; 4) $1,26:0,3=12,6:3=4,2$.

Javob: 4,2. ■

Sonli ifoda bitta sondan iborat bo‘lishi ham mumkin, u holda uning qiymati shu sonning o‘zi bo‘ladi.

Ko‘p masalalarni yechishda sonli ifodalarning qiymatlarini taqqoslashga to‘g‘ri keladi. Taqqoslash natijasi to‘g‘ri tenglik yoki tengsizlik ko‘rinishida yoziladi. Masalan, $\frac{75+2}{7}=11$ – to‘g‘ri tenglik, $\frac{5+1}{6}<1\frac{1}{6}$ – to‘g‘ri tengsizlik.

Agar ikkita sonli ifoda „$=$“ belgisi bilan birlashtirilgan bo‘lsa, hosil bo‘lgan yozuv sonli tenglik deyiladi. Agar tenglikning chap va o‘ng qismlarining qiymatlari bir xil bo‘lsa, bu tenglik to‘g‘ri tenglik deyiladi. Masalan, $\frac{75+2}{7}=8+3$ to‘g‘ri tenglik, chunki uning ikkala qismining ham qiymati 11 ga teng.

**1.** ***Savollarga javob bering va topshiriqni bajaring:***

1) Sonli ifoda deb nimaga aytiladi?
2) Sonli ifodaning qiymati deganda nimani tushunasiz?
3) Sonli ifodaning qiymatini hisoblashdagi amallar tartibini ayting.
4) Sonli tenglik deb nimaga aytiladi?
5) To‘g‘ri tenglik deb qanday tenglikka aytiladi?

**2.** Amallarni bajaring:

1) $\dfrac{(8-7{,}35):0{,}65-29{,}6}{\left(10{,}836\,1{,}2:0{,}25\ \ 2\frac{1}{4}\right)}:\dfrac{13}{24}$;

2) $\left\{\left[\left(\frac{7}{8}-\frac{47}{64}\right):1{,}5+\left(\frac{8}{9}-\frac{17}{27}\right)\cdot(0{,}475-0{,}205)\right]\cdot 1{,}6-\frac{1}{125}\right.$;

3) $\left(1\frac{11}{24}+\frac{13}{36}\right)\cdot 1{,}44-\left(\frac{8}{15}\right)^2\cdot 0{,}5625-\left(10\frac{1}{8}-2\frac{9}{16}\right)\cdot 3\frac{1}{5}$;

4) $\left(7-8\frac{4}{5}\right)\cdot 2\frac{7}{9}-15:\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{4}\right)^2+\left(9-3\frac{2}{5}\right)^2:3\frac{3}{5}$.

**3.** Sonli ifodaning qiymatini toping.

1) $32\,678\cdot 32\,676\quad 32\,675\cdot 32\,679$;

2) $150\,014\cdot 150\,011-150\,012\cdot 150\,013$;

3) $\dfrac{65,3\cdot 78,6-13,3}{65,3-78,6\cdot 64,3}$; 4) $\dfrac{317,5\cdot 360,6-43,1}{635+721,2\cdot 316,5}$.

**4.** Qiymati: 1)$15\frac{1}{2}$; 2)$-13\frac{1}{7}$; 3) 8,75; 4) –14,8 ga teng ifoda tuzing.

**5.** Tenglik to‘g‘rimi:

1) $\left(-2{,}46:\frac{3}{4}\mid 4\frac{4}{11}\cdot 4\frac{1}{8}\right)\cdot 5^2:\left(-5\frac{5}{6}\cdot 2\frac{4}{7}\right)=14{,}32$;

2) $(-7,2):\left(68{,}1:7\frac{1}{2}-8\frac{17}{20}+2\frac{1}{50}\right)+2\frac{7}{11}\cdot\frac{33}{58}=-1{,}7$?

**6.** Quyidagi sonli ifodalarda qavslarni shunday qo‘yingki, javoblar to‘g‘ri bo‘lsin:

1) $5\,096+650:13-30\cdot 4=5\,026$; 2) $5\,096+650:13-30\cdot 4=20\,464$.

**7.** Sonli ifoda tuzing va hisoblang:

1) 30% i 120 ga teng bo‘lgan son bilan 120 ning 30% ining: ayirmasi, yig‘indisi, ko‘paytmasi, bo‘linmasi;

2) 15% i 600 ga teng bo‘lgan son bilan 600 sonining 35% ining: yig‘indisi, ayirmasi, ko‘paytmasi, bo‘linmasi;

3) 576 ning $\frac{5}{16}$ qismi bilan 720 ning $\frac{2}{15}$ qismining yig‘indisi;

4) 930 ning $\frac{17}{31}$ qismi bilan 620 ning $\frac{7}{20}$ qismining yig‘indisi;

5) 60 167 va 617 sonlari yig'indisi bilan shu sonlar ayirmasining nisbati;

6) 2 999 va 2 009 sonlar ayirmasi bilan shu sonlar yig'indisining nisbati;

7) 5 ning kvadrati bilan 6 ning kvadrati yig'indisidan shu sonlar ko'paytmasi uchlanganining ayirmasi;

8) $\frac{7}{15}$ va $\frac{7}{30}$ sonlar ayirmasi bilan shu sonlar yig'indisining ko'paytmasi.

**8.** Sonli ifodaning qiymatini hisoblang:

1) $\underbrace{777...7}_{10\text{ ta}} - \underbrace{999...9}_{9\text{ ta}}$; 2) $\underbrace{1000...01}_{12\text{ ta}} - \underbrace{1000...01}_{11\text{ ta}}$.

## 2-§. Algebraik ifodalar

Sizlarga quyi sinflardan tanish bo'lgan „harfiy ifodalar" tushunchasi algebraik ifodalarga misol bo'la oladi. Masalan,

1) $(a + 325) + 2a$; 2) $15a(7a)$; 3) $4x + 2(x - 2)$ ifodalar algebraik ifodalardir.

*Sonlardan va harflardan tuzilib, amallar belgilari va qavslar bilan birlashtirilgan yozuv* ***algebraik ifoda*** *deyiladi.*

*Algebraik ifodada qatnashayotgan harfning biror qiymatida unda ko'rsatilgan amallar bajarilishi natijasida hosil bo'lgan son* ***algebraik ifodaning son qiymati*** *deyiladi.*

**1-masala.** $\frac{(8a+9b)\cdot 7}{2b-a}$ ifodaning $a=2$; $b=1{,}5$ bo'lgandagi qiymatini toping.

$$\frac{(8\cdot 2+9\cdot 1{,}5)\cdot 7}{2\cdot 1{,}5-2} = \frac{(16+13{,}5)\cdot 7}{3-2} = \frac{29{,}5\cdot 7}{1} = 206{,}5. \blacksquare$$

**2-masala.** To'g'ri to'rtburchakning yuzi $S$ dm$^2$, eni $a$ dm ga teng. Shu to'g'ri to'rtburchakning perimetrini topish uchun algebraik ifoda tuzing. Perimetrning $a = 50$ dm, $S = 300$ dm$^2$ bo'lgandagi qiymatini toping.

□ To'g'ri to'rtburchakning bo'yi $b = \frac{S}{a}$ (dm) ga teng bo'ladi. U holda $P = 2\cdot\left(a + \frac{S}{a}\right)$ (dm).

$P = 2 \cdot \left(50 + \frac{300}{50}\right) = 2 \cdot 56 = 112$ (dm).

Javob: 112 dm. ■

**3-masala.** a) $\frac{4a+5}{4(2a-5)}$; b) $\frac{3(a+7)}{8a+2(2a-9)}$ ifodalar $a$ ning qanday qiymatlarida ma'noga ega?

□ a) $4(2a-5) \neq 0$, $2a-5 \neq 0$, $2a \neq 5$, $a \neq 2{,}5$;

b) $8a+2(2a-9) \neq 0$, $8a+4a-18 \neq 0$, $12a \neq 18$, $a \neq \frac{18}{12}$, $a \neq 1{,}5$.

Demak, a) ifodada $a$ harf 2,5 dan boshqa barcha son qiymatlarini qabul qilishi mumkin; b) ifodada esa $a$ harf 1,5 dan boshqa barcha qiymatlarni qabul qila oladi. ■

**9. *Savollarga javob bering:***

1) Algebraik ifoda deb qanday ifodaga aytiladi?
2) Algebraik ifodaning son qiymati deb nimaga aytiladi?
3) 1-masalada harflar qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin?
4) 2-masalada harflar qanday qiymatlarni qabul qilmaydi?

**10.** Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

1) $5\frac{1}{6} : a - 1\frac{2}{3}b + 15{,}5$, bunda $a = 5\frac{1}{15}; b = -\frac{9}{25}$;

2) $9a^2 \quad 3\frac{2}{3} : b \mid 16{,}2$; bunda $a = 1\frac{1}{3}; b = -7\frac{1}{3}$;

**11.** Algebraik ifoda tuzing:

1) $c$ va $d$ sonlar kvadratlari yig'indisining shu sonlar kvadratlari ko'paytmasiga nisbati;
2) $c$ va $d$ sonlar kvadratlari ayirmasining shu sonlar ko'paytmasining ikkilanganiga nisbati;
3) $m$ va $n$ sonlar kublari ayirmasi bilan shu sonlar kvadratlari ko'paytmasining ikkilangani yig'indisi;
4) $m$ va $n$ sonlar kublari yig'indisi bilan shu sonlar kublari ayirmasining ko'paytmasi.

**12.** Quyidagi algebraik ifodalarga olib keluvchi matnli masalalar tuzing:

1) $a^2$; 2) $2(a+b)$; 3) $ah$; 4) $6a^2$;
5) $abc$; 6) $2(ab+bc+ac)$; 7) $S:a$; 8) $V:(ab)$.

**13.** Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

1) $\left(108a^2+225b+729\right):9-\left(12a^2+25b\right)$, bunda: a) $a=1$; $b=2$;

b) $a=2$; $b=3$;

2) $\frac{2}{19}\cdot(76-19a)+55\frac{1}{19}-2a$, bunda: a) $a=-1$; b) $a=2$.

1) va 2) hol uchun ifodaning son qiymatiga e'tibor bering. Xulosa chiqaring.

**14.** Kilogrammlarda ifodalang:

1) $m$ sentner; 2) $m$ sentner $n$ kilogramm; 3) $m$ kg $n$ gramm; 4) $m$ sentner $n$ kilogramm $k$ gramm; 5) $m$ tonna; 6) $m$ tonna $n$ sentner; 7) $a$ tonna $b$ sentner $c$ kilogramm; 8) $d$ gramm; 9) $c$ tonna $d$ sentner $t$ kilogramm $p$ gramm; 10) $a$ tonna $b$ gramm; 11) $c$ sentner $n$ gramm.

**15.** Kvadrat metrlarda ifodalang:

1) $a$ $cm^2$; 2) $b$ $cm^2$ $d$ $mm^2$; 3) $a$ $m^2$ $b$ $cm^2$;
4) $a$ $m^2$ $b$ $cm^2$ $c$ $mm^2$; 5) $x$ $km^2$ $y$ $m^2$;
6) $t$ $km^2$ $x$ $m^2$ $y$ $cm^2$; 7) $a$ ga $b$ $m^2$; 8) $n$ ar $p$ $m^2$ $l$ $dm^2$.

**16.** Kub metrlarda ifodalang.

1) $a$ $dm^3$; 2) $b$ $m^3$ $a$ $dm^3$; 3) $c$ $cm^3$; 4) $k$ litr; 5) $a$ $km^3$;
6) $a$ $km^3$ $b$ $m^2$.

**17.** *a)* Eni $a$ ga, bo'yi $b$ ga teng to'g'ri to'rtburchakning eni $k$ % ga kamaytirildi, bo'yi esa $t$ % ga uzaytirildi. Hosil bo'lgan to'g'ri to'rtburchak yuzini hisoblash uchun algebraik ifoda tuzing.
*b)* Tomoni $a$ ga teng bo'lgan kvadratning bir tomoni $p$ % ga uzaytirilib, ikkinchi tomoni $q$ % ga kamaytirilib, to'g'ri to'rtburchak hosil qilindi. Bu to'g'ri to'rtburchakning yuzini hisoblash uchun algebraik ifoda tuzing.

**18.** Mahsulotning narxi $b$ so'm. Bu narx $c$ % ga orttirildi. Ma'lum vaqt o'tgach yangi narx $d$ % ga kamaytirildi. Mahsulotning oxirgi narxini ifodalovchi algebraik ifoda tuzing.

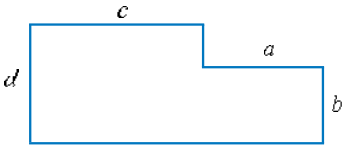
**19.** Algebraik ifoda shaklida yozing.

1) kichigi $m$ ga teng bo'lgan 4 ta ketma-ket kelgan natural sonning o'rta arifmetigi;

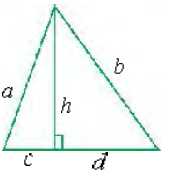
2) kattasi $a$ ga teng bo‘lgan uchta ketma-ket kelgan natural sonning ko‘paytmasi.

**20.** Shakllarning perimetri va yuzini hisoblash uchun ifoda tuzing:

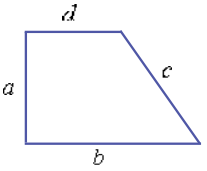
1)



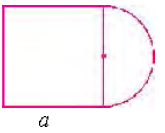

2)




3)




4)




**21.** Avtomobil avval $v$ km/h tezlik bilan $t$ soat yurdi. So‘ng tezligini 15 km ga oshirdi va avvalgiga qaraganda 15 minut ko‘proq yurdi. 1) Avtomobil necha kilometr yo‘l yurgan? 2) Uning o‘rtacha tezligini aniqlang.

**22.** 1) $A$ va $B$ shaharlar orasidagi masofa $s$ km. Bu shaharlardan bir vaqtda bir xil yo‘nalishda ikki avtomobil yo‘lga chiqdi. Birinchi avtomobil oldinda, ikkinchisi orqada. Ikkinchi avtomobil birinchi avtomobilga $t$ soatda va birinchi ($A$) shahardan 40 km uzoqlikda yetib oldi. Ularning tezligini aniqlang.

2) Bir shahardan ikki avtomobil qarama-qarshi yo‘nalishda bir vaqtda yo‘lga chiqdi. Avtomobillardan birining tezligi $v$ km/h bo‘lib, u ikkinchisidan 15 km/h ortiq. $t$ soatdan so‘ng ular orasidagi masofa qancha bo‘ladi?

3) Oralaridagi masofa $s$ bo‘lgan $A$ va $B$ shaharlardan bir-biriga qarab bir vaqtda ikki avtomobil yo‘lga chiqdi. Avtomobillardan birining tezligi $v$ km/h bo‘lib, u ikkinchisidan 5 km/h kam. $t$ soatdan keyin ular orasidagi masofa qancha bo‘ladi?

**23.** Xalqaro tennis musobaqalarini ko‘rish uchun har biri 1 500 so‘mdan $n$ ta chipta va har biri 2 000 so‘mdan $m$ ta chipta sotildi. Bundan tushgan pulni hisoblash uchun algebraik ifoda tuzing. $n = 1\,925$; $m = 2\,314$ bo‘lganda, uning son qiymati qancha bo‘ladi?

**24.** 1) Bitta umumiy daftar $a$ so‘m, bitta rasm daftari $c$ so‘m, bitta ruchka $b$ so‘m turadi. 19 ta umumiy daftar, 30 ta rasm daftari va 15 ta ruchka qancha turadi?
2) Bitta umumiy daftar $a$ so‘m, bitta rasm daftari $c$ so‘m, bitta ruchka $b$ so‘m bo‘lsa, $k$ ta umumiy daftar, $p$ ta rasm daftari va $n$ ta ruchka qancha turadi?

**25.** a) Avtomobil $t$ soat $v$ km/h tezlik bilan yurdi. Shu yo‘lga 2 soat kam vaqt sarflashi uchun avtomobil qanday tezlik bilan yurishi kerak?
b) Ikki shahar orasidagi masofani bosib o‘tishga avtomobil $b$ soat, avtobus unga qaraganda 2 soat ko‘proq vaqt sarflaydi. Agar ular bu shahardan bir-biriga qarab bir vaqtda yo‘lga chiqsa, qancha vaqtdan so‘ng uchrashadilar?

**26.** Agar $x+y=3$; $z=-9$ bo‘lsa, $\frac{z}{x+y+z}$ ifodaning son qiymatini toping.

**27.** Quyidagi algebraik ifodalarda $a$ qanday qiymatlarni qabul qiladi:

a) $\frac{a}{a-2}$; b) $\frac{5}{2a+1}$; d) $\frac{a+7}{3a+12}$; e) $\frac{3-a}{5a-4}$?

## 3-§. Algebraik tengliklar, formulalar

*Ikki algebraik ifoda „=“ belgisi bilan birlashtirilgan bo‘lsa, u* ***algebraik tenglik*** *deyiladi.*

*Amallar bo‘ysunadigan qonunlar, turli xossa, munosabatlarning algebraik tenglik ko‘rinishda yozilishi* ***formuladir.***

Quyidagi algebraik tengliklarni ko‘rib o‘taylik:

1) $a+b=b+a$; 2) $a\cdot b=b\cdot a$;
3) $a(b+c)=ab+ac$; 4) $a(b-c)=ab-ac$;
5) $a-(b+a)=a-b-c$; 6) $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$.

Bu algebraik tengliklar nimani ifodalaydi? Ularni izohlang. Siz $P=2(a+b)$; $S=ab$ kabi tengliklarni bilasiz. Bu ikki tengliklar nimani anglatishini eslab ko‘ring. Bu yerda tomonlari $a$ va $b$ bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri va yuzini topish formulalari berilgan.

$(y+7{,}25)\cdot 7=56{,}7$ tenglik ham algebraik tenglikka misol bo‘la oladi.

Demak, ko‘pgina amaliy masalalarni yechishda sonlar o‘rniga harflar ishlatish natijasida algebraik tengliklar va formulalar hosil bo‘lar ekan.

$a$ son 3 ga karrali bo‘lsa, uni formula ko‘rinishida $a=3n$ kabi yozish mumkin. $b$ sonni 3 ga bo‘lganda 1 qoldiq qolsa, buni formula ko‘rinishida $b=3n+1$ kabi yozish mumkin.

**1-masala.** Bog‘ to‘g‘ri to‘rtburchak shaklida bo‘lib, uning bo‘yi $a$ km, eni esa undan 1 km kam. Yangi yer o‘zlashtirilgandan keyin bog‘ning yuzi $c$ km$^2$ ga ortdi. Bog‘ maydonining yuzi endi qancha bo‘ldi?

□ Dastlab bog‘ning yuzi $S=a(a-1)$ bo‘lgan. Yangi yer ochilganidan keyin bog‘ning yuzi $S_1=S+c=a(a-1)+c$ (km$^2$) ga teng bo‘ldi. ■

**2-masala.** Ikki qishloq orasidagi masofa $s$ km. Har bir qishloqdan bir-biriga qarab bir vaqtda ikki yo‘lovchi yo‘lga chiqdi. Ular $t$ soatdan keyin birinchi qishloqdan 6 km masofada uchrashdilar. Yo‘lovchilarning tezligini toping. $s=15$ km; $t=3$ soat bo‘lgandagi yaqinlashish tezligini toping.

□ Birinchi yo‘lovchi 6 km yo‘l yurgan, uning tezligi $v_1=\frac{6}{t}$ km/h. 2-yo‘lovchi $(s-6)$ km yo‘l yurgan, uning tezligi $v_2=\frac{s-6}{t}$ km/h. $s$ va $t$ ning berilgan qiymatlarida $v_1=\frac{6}{3}=2$ (km/h), $v_2=\frac{15-6}{3}=\frac{9}{3}=3$ (km/h). ■

**28.** ***Savollarga javob bering va topshiriqni bajaring:***

1) Algebraik tenglik deb qanday tenglikka aytiladi?
2) Formula nima?
3) Qanday algebraik tengliklarni bilasiz?

**29.** Algebraik tenglik ko‘rinishida yozing:

a) $m$ va $n$ sonlari yig‘indisining yarmi, shu sonlar yarimlarining yig‘indisiga teng;

b) $a$ va $b$ sonlar ayirmasining ikkilangani, shu sonlar ikkilanganining ayirmasiga teng.

**30.** Masala shartiga mos algebraik tengliklar tuzing:

a) ikki son yig‘indisi 96 ga teng bo‘lib, ulardan biri $a$ ga teng. Birinchi sonning 0,6 qismi ikkinchisining $\frac{3}{4}$ qismiga teng;

b) ikki son ayirmasi 35 ga teng. Ulardan kattasi $a$ ga teng. Katta sonning 0,4 qismi kichik sonning $\frac{5}{9}$ qismiga teng.

**31.** a) $0{,}4a-\frac{4}{9}b-\left(\frac{2}{5}a-\frac{1}{9}b\right)$ va $0{,}8a-\frac{5}{9}b-\left(\frac{4}{5}a-\frac{1}{6}b\right)$ algebraik ifodalarni soddalashtiring. $a=2\frac{1}{2}$; $b=-3$ bo‘lganda ularning son qiymatini taqqoslang.

b) $0{,}6y-\frac{5}{7}x-\left(\frac{3}{5}y-\frac{3}{14}x\right)$ va $0{,}24x-\frac{5}{11}y-\left(\frac{6}{25}x-\frac{21}{22}y\right)$ algebraik ifodalarni soddalashtiring. $x=-6$; $y=2\frac{1}{2}$ bo‘lganda ularning son qiymatini taqqoslang.

**32.** „Captiva“ avtomobili 100 km yo‘lga $b$ litr yonilg‘i sarf qiladi. Bosib o‘tilgan masofa $s$ bo‘lsa, sarf qilingan yonilg‘ining miqdorini aniqlang.
Jadvalni to‘ldiring:

| Bosib o‘tilgan yo‘l, km | 50 | 75 | 150 | 300 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Yonilg‘i sarfi, $l$ (litr) | | | | | $8b$ | $9{,}5b$ | $10{,}25b$ |

**33.** Birinchi qopda $x$ kg, ikkinchi qopda undan $y$ kg ko‘p guruch bor. Ikkala qopdagi guruch massasi $m$ ni aniqlash formulasini yozing. Formuladan foydalanib, 1) $x=60$ va $y=11$; 2) $x=55$ va $y=13$ hollar uchun masalani yeching.

## Amaliy-tatbiqiy masalalar

**34.** Do‘konga har birida 50 kg dan un bo‘lgan $a$ ta qop va har birida 60 kg dan un bo‘lgan $b$ ta qop keltirildi. Do‘konga keltirilgan barcha un massasini hisoblash formulasini tuzing.

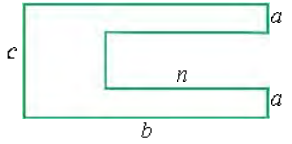
**35.** Dehqonlar $a$ kun 15 gektardan va $b$ kun 20 gektardan yerga ishlov berishdi. Ular 1 kunda o‘rtacha necha gektar yerga ishlov berishgan?

**36.** Tomoni 10 cm bo‘lgan kvadratdan diametrlari yig‘indisi 5 metrdan katta bo‘lgan qancha doiralar qirqib olish mumkin?
*Ko‘rsatma:* Berilgan kvadratni $n\cdot n$ dona o‘zaro teng kvadratchalarga ajrating. Har bir kichik kvadratga ichki aylana chizing.

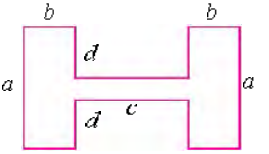
Aylananing diametri $\frac{1}{10 \cdot n}$ metrga teng bo‘ladi. Diametrlar yig‘indisi $n^2 \cdot \frac{1}{10 \cdot n} = 0{,}1 \cdot n$ metrga teng, bundan $0{,}1 \cdot n > 5$, $n > 50$.

**37.** Quyidagi shakllar yuzini va perimetrini hisoblash uchun formulalar tuzing:

a)

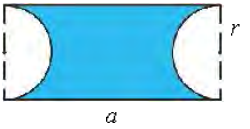



b)

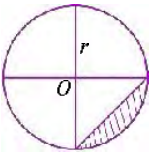



**38.** 1) Bo‘yalgan va shtrixlangan shaklning yuzini toping.
2) a) shaklning perimetri (chegarasi uzunligi) formulasini yozing.

a)




b)




**39.** Quyidagi masalalarni yechish formulasini yozing:

a) 1 kilogrami $a$ so‘m bo‘lgan $b$ kilogramm choy, 1 kilogramining narxi $(a-1)$ so‘m bo‘lgan $(b-c)$ kg choy bilan aralashtirildi. Aralashma choyning 1 kilogrami necha so‘m turadi?

b) Hovuzga 1-quvurdan $k$ soatda $p$ litr suv, 2-quvurdan $(2k+1)$ soatda $(p-1)$ litr, 3-quvurdan $(k-1)$ soatda $(p+1)$ litr suv tushadi. Uchala quvur baravar ochib qo‘yilsa, $t$ soatda hovuzga qancha suv tushadi?

d) Temperaturasi $t$°C bo‘lgan $a$ litr suv bilan temperaturasi $(t-5)$°C bo‘lgan $(a-2)$ litr suv aralashtirildi. Aralashmaning temperaturasini aniqlang.

e) Shahardan bir vaqtda bir xil yo‘nalishda ikki mototsiklchi yo‘lga chiqdi. Birinchi mototsiklchining tezligi $a$ km/h ga teng bo‘lib, ikkinchisining tezligidan katta. 25 minutdan keyin mototsiklchilar orasidagi masofa $d$ km bo‘ldi. Ikkinchi mototsiklchining tezligini toping.

**40.** Savdogar $k$ ta ko‘ylakning har birini $p$ so‘mdan sotib oldi va ularning har birini bir xil narxda sotdi. Natijada u $t$ so‘m foyda qildi. Savdogar ko‘ylakni necha so‘mdan sotgan?

**41.** Bitta aerodromdan $D$ shaharga ikkita samolyot bir vaqtda uchdi. Birinchi samolyotning tezligi $v$ km/h, ikkinchisi esa undan $b$ km/h kam. Agar birinchi samolyot $D$ shaharga ikkinchi samolyotdan $d$ soat oldin uchib kelgan bo‘lsa, aerodromdan $D$ shahargacha bo‘lgan masofani toping.

**42.** Pallali tarozining massalari har xil bo‘lgan 3 ta toshi bor. Ular yordamida 1 kg, 2 kg, ..., 10 kg massalarni o‘lchash mumkin bo‘lsa, toshlarning har biri necha kilogrammdan bo‘lishi mumkin? Zarur bo‘lsa, toshlarni tarozining ikkala pallasiga qo‘yish mumkin.

**Javob:** masalan, 1 kg, 3 kg va 6 kg. Chindan ham, $10=6+3+1$; $9=6+3$; $8=6+3-1$; $6=6$; $5=6-1$; $4=3+1$; $3=3$; $2=3-1$; $1=1$. Tortilayotgan mahsuloti bor pallaga qo‘yilgan tosh massasini ko‘rsatuvchi son oldiga „ “ ishorasi qo‘yilgan.

**43.** Kanalda uchta kema chapdan o‘ngga suzib kelardi. Ularga qarab uchta kema o‘ngdan chapga suzib kelardi. Kanalning eniga faqat bitta kema sig‘adi, ammo kanalda bitta kema sig‘adigan bo‘g‘oz bor. Kemalarning o‘z yo‘lini davom ettirishiga yordam bering.

**44.** Jamila xola bir nechta olmalarni kvadrat shaklidagi stol tomonlariga 4 tadan qo‘yib chiqdi. Qizi kelib, o‘sha olmalarni xuddi shu stol tomonlariga 5 tadan qo‘yib chiqdi. O‘g‘li kelib, o‘sha olmalarni yana o‘sha stol tomonlariga 6 tadan qo‘yib chiqdi. Buni xola, uning qizi va o‘g‘li qanday amalga oshirishgan?

**45.** Do‘konda olma narxi 20% ga oshdi. Sotuvchi olmaning yangi narxini qog‘ozchaga yozib o‘tirmadi, u olma narxi yozilgan avvalgi qog‘ozchadagi dastlabki ikkita raqam o‘rnini almashtirib qo‘ydi, xolos. Qimmatlashishidan avval olmaning narxi (bu narx 500 so‘mdan kam) necha so‘m edi?

**46.** Otabek bitta daftar, ikkita qalam va bitta o‘chirg‘ich uchun 1 200 so‘m to‘ladi. Nargiza ikkita daftar, uchta qalam va uchta o‘chirg‘ich uchun 2 700 so‘m to‘ladi. Saidkomil ikkita daftar, beshta qalam va bitta o‘chirg‘ich uchun necha so‘m to‘laydi?

## 4-§. Arifmetik amallarning xossalari

***Arifmetik amallar*** *deb, qo'shish, ayirish, ko'paytirish, bo'lish amallariga aytiladi.*

*Amallarning asosiy xossalari* ***qonunlar*** *deb ataladi.*

**1. Qo'shish va ko'paytirish qonunlari.**

1) *O'rin almashtirish qonuni:* $a+b=b+a$; $ab=ba$.

2) *Guruhlash qonuni:* $(a+b)+c=a+(b+c)$; $(ab)c=a(bc)$.

3) *Taqsimot qonuni:* $a(b+c)=ab+ac$.

**2. Ayirish qonunlari.**

1) $a+(b-c)=a+b-c$; 2) $a-(b-c)=a-b+c$; 3) $a-(b-c)=a-b+c$.

Bu tengsizliklarda $a$, $b$, $c$ – ixtiyoriy sonlar.

**3. Bo'lish qonuni.** $(a+b):c=a:c+b:c$, $c\neq 0$.

Yuqoridagi amallar xossalaridan algebraik ifodaning qiymatini tez, qulay, ratsional yo'l bilan hisoblashda, ifodalarni soddalashtirishda, boshqa xossalarni keltirib chiqarishda foydalaniladi. Masalan,

$$25{,}7+105{,}2+14{,}3+4{,}8=(25{,}7-14{,}3)+(105{,}2-4{,}8)=30+110=150.$$

**1-misol.** Ifodani soddalashtiring: $3{,}2\cdot\left(\frac{7}{16}a+\frac{1}{2}b\right)+4{,}8\cdot\left(\frac{3}{4}a+\frac{5}{8}b\right)$.

□ $3{,}2\cdot\left(\frac{7}{16}a+\frac{1}{2}b\right)-4{,}8\cdot\left(\frac{3}{4}a+\frac{5}{8}b\right)-3\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{7}{16}a+\frac{1}{2}b\right)+4\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}a-\frac{5}{8}b\right)-$

$=\frac{1\cancel{16}\cdot 7}{5\cdot\cancel{16}_1}a+\frac{8\cancel{16}\cdot 1}{5\cdot\cancel{8}_1}b+\frac{6\cancel{24}\cdot 3}{5\cdot\cancel{4}_1}a+\frac{3\cancel{24}\cdot\cancel{5}^{1}}{1\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{8}_1}b=\frac{7}{5}a+\frac{8}{5}b+\frac{18}{5}a+3b=$

$=\left(\frac{7}{5}a+\frac{18}{5}a\right)+\left(\frac{8}{5}b+b\right)=\frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{5}_1}a+\left(1\frac{3}{5}b-3b\right)=5a-4\frac{3}{5}b=5a-4{,}6b.$ ■

**2-misol.** Arifmetik amallar xossalaridan foydalanib hisoblaylik:

□ a) $15{,}7+\left(24{,}3+7\frac{2}{5}\right)-(15{,}7+24{,}3)+7\frac{2}{5}-40-7\frac{2}{5}=47\frac{2}{5}-47{,}4$;

b) $72\frac{4}{5}\quad(6{,}5\mid 2{,}8)=(72{,}8\quad 2{,}8)\quad 6{,}5=70\quad 6{,}5=63{,}5$;

d) $189{,}4-(95{,}5-10{,}6)-(189{,}4-10{,}6)-95{,}5-200-95{,}5-104{,}5$. ■

**3-misol.** Ifodani soddalashtiring:

□ $6{,}25\cdot\left(\frac{3}{5}a-4b\right)+17\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{7}a-2b\right)=6\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{5}a-4b\right)-17\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{7}a-2b\right)=$

$$= \frac{\cancel{25}^{5}}{4}\cdot\frac{3}{\cancel{5}_{1}}a - \frac{25}{\cancel{4}_{1}}\cdot\cancel{4}_{1}b - \frac{\cancel{35}^{5}}{2}\cdot\frac{3}{\cancel{7}_{1}}a - \frac{35}{\cancel{2}_{1}}\cdot\cancel{2}_{1}b - \frac{15}{4}a - 25b - \frac{15}{2}a - 35b -$$

$$= \left(3\frac{3}{4}a + 7\frac{1}{2}a\right) - (25b + 35b) = 11\frac{1}{4}a - 60b = 11{,}25a - 60b. \blacksquare$$

**47.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Arifmetik amallar deb qanday amallarga aytiladi?
2) Arifmetik amallarning asosiy xossalarini ayting.
3) Arifmetik amallar xossalaridan qayerda foydalaniladi?

Arifmetik amallar xossalarini qo‘llab, sonli ifodaning qiymatini toping **(48 – 52)**:

**48.** 1) $37\frac{2}{5} + \left(6\frac{3}{4} - 62{,}6\right) + 3{,}25$; 2) $125{,}715 + 25{,}27 - 34{,}73 + 174{,}285$.

**49.** 1) $-3\frac{1}{7}\cdot\left(\frac{2}{9} + 1\frac{3}{11}\right)$; 2) $\left(9\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)\right)\cdot 2\frac{2}{5}$.

**50.** 1) $1\frac{3}{7} + 1\frac{3}{14}\left(2{,}8 - \frac{14}{17}\right)$; 2) $2\frac{5}{6} \; 2\frac{7}{9}\cdot\left(1{,}08 \;\; 1\frac{4}{5}\right)$;

3) $1\frac{7}{32}\cdot\left(2\frac{2}{13} \;\; 3\frac{19}{39}\right) \; 10\frac{5}{9}\cdot\left(2\frac{5}{19} \;\; \frac{9}{76}\right)$; 4) $2\frac{7}{9}\cdot\left(5{,}4 - 1\frac{7}{20}\right) - 5{,}75\cdot\left(2\frac{2}{23} - \frac{60}{69}\right)$.

**51.** 1) $2\frac{5}{9}\cdot 3\frac{1}{3} + 6\frac{4}{9}\cdot 3\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3}\cdot 4{,}25 + 3\frac{2}{3}\cdot 4{,}75$;

2) $\dfrac{0{,}15 - 0{,}15\cdot 6{,}4}{0{,}175 - \frac{3}{8}} + \dfrac{9{,}65\cdot 1{,}5 - 1{,}5\cdot 0{,}5}{8{,}9 - 7\frac{2}{5}}$.

**52.** 1) $\left(3\frac{4}{5} - 2\frac{8}{15}\right) : 1{,}9 - \left(1\frac{1}{8} - 2\frac{1}{12}\right) : 3\frac{3}{4}$;

2) $\left(6\frac{4}{7} - 5\frac{3}{4}\right) : \frac{23}{28} - \left(10\frac{5}{6} - 3\frac{1}{12}\right) : \frac{1}{6}$.

**53.** Amallar xossalaridan foydalanib, algebraik ifodani soddalashtiring:

1) $\frac{4}{9}\cdot\left(0{,}75k - \frac{9}{16}p\right) - \frac{3}{7}\cdot\left(\frac{7}{9}k - \frac{7}{12}p\right) + 15\cdot\left(1\frac{1}{5}k - 2\frac{4}{15}p\right)$;

2) $\frac{3}{4}\cdot\left(0{,}8m \;\; \frac{2}{3}n\right) \;\; \frac{4}{7}\cdot\left(0{,}7m \;\; \frac{7}{8}n\right) \; 32\cdot\left(4\frac{1}{8}m \;\; 1\frac{3}{16}n\right)$.

**54.** Ifodalarni soddalashtiring, so‘ngra son qiymatini toping:

1) $9{,}5\cdot(6x-3y)-6\cdot\left(1{,}5x+\frac{1}{6}y\right)$, bunda $x=1{,}5;\ y=-2$;

2) $3{,}4\cdot(5x\ \ 1{,}5y)+6{,}5\cdot(7x\ \ 3{,}4y)$, bunda $x=-\frac{1}{7};\ y=-0{,}5$;

**55.** O‘xshash hadlarni ixchamlang:

1) $9{,}3a+8{,}8b-3{,}3a-2{,}8b-5a+2b$;

2) $2\frac{3}{4}x+2\frac{5}{6}y+4\frac{2}{3}x\ \ 2\frac{7}{12}x\ \ 3\frac{4}{9}y\ \ 1\frac{7}{15}y$.

## 5-§. Qavslarni ochish qoidalari

***1. Algebraik yig‘indi.***

**1-masala.** Avtobusda 60 nafar yo‘lovchi bor edi. 2-bekatda 10 kishi avtobusdan tushdi, 15 kishi avtobusga chiqdi. 3-bekatda 8 nafar yo‘lovchi tushdi, 4 nafar yo‘lovchi chiqdi. Natijada, avtobusda necha nafar yo‘lovchi bo‘ldi?

□ Avtobusda nechta yo‘lovchi bo‘lganini bilish uchun ushbu ifodani tuzamiz: 60–10+15–8+4. Bu ifodaning qiymati 61 ga tengligi ravshan.

**Javob:** avtobusda 61 nafar yo‘lovchi bo‘ldi. ■

6-sinf „Matematika“ kursidan $60-10+15-8+4$ ifodani $60\ \ (-10)+15-(-8)-4$ kabi yig‘indi ko‘rinishida yozish mumkin ekanligini bilasiz. Bu kabi yig‘indini *algebraik yig‘indi,* deb ataymiz.

*„+“ va „ “ ishoralari bilan birlashtirilgan bir nechta algebraik ifodalardan tuzilgan yozuv* ***algebraik yig‘indi*** *deb ataladi.*

Masalan, $-2a+(\ 7b)\ \ (\ 7a^2)+9$; $15a^2b\ \ (\ 21a^2b^2)-(-8a^2b^3)$ algebraik yig‘indilardir. Ularni quyidagicha yozish mumkin:

1) $-2a\ \ (-7b)-(-7a^2)+9=-2a-7b+7a^2+9$;

2) $15a^2b-(-21a^2b^2)-(-8a^2b^3)=15a^2b-21a^2b^2-8a^2b^3$.

1) algebraik yig‘indida $-2a$; $-7b$; $7a^2$; 9 hadlar qo‘shiluvchilar bo‘ladi, chunki $-2a-7b+7a^2+9=(-2a)-(-7b)+7a^2+9$.

2) algebraik yig‘indida esa $15a^2b$; $21a^2b^2$; $-8a^2b^3$ hadlar qo‘shiluvchilar bo‘ladi, chunki: $15a^2b+21a^2b^2-8a^2b^3=15a^2b-21a^2b^2+(-8a^2b^3)$.

***2. Qavslarni ochish va qavs ichiga olish.***

Qo‘shishning guruhlash qonunini eslab o‘taylik: $a+(b+c)=$

$a-b-c$. Bu tenglikda $c=-d$ deb olsak, $a+(b-d)$ $a+b-d$ tenglik hosil bo‘ladi. Bundan qavslarni ochishning ushbu qoidasi kelib chiqadi.

**1- qoida.** *Algebraik ifodaga qavs ichiga olingan algebraik yig‘indini qo‘shish uchun algebraik yig‘indidagi har bir qo‘shiluvchining ishoralarini saqlagan holda, „+“ belgisini va qavslarni tushirib qoldirish mumkin.*

Masalan: 1) $67ab+(-17a^2b+5b^3-65c^5)=67ab-17a^2b+5b^3-65c^5$;
2) $-18+(-25-7b+82c^2)=-18-25-7b+82c^2=-43-7b+82c^2$;
3) $25-(75a-92ab+c)=25+75a-92ab+c$.

Ayirish amalining quyidagi xossalarini ko‘rib o‘taylik:

$-(-a)=a$; $a-(b+c)=a-b-c$;
$-(a-b)=-a+b$; $a-(b-c)=a-b+c$.

Bu tengliklardan qavslarni ochishning ushbu qoidasi kelib chiqadi:

**2- qoida.** *Algebraik ifodadan qavs ichiga olingan yig‘indini ayirish uchun algebraik yig‘indining har bir qo‘shiluvchisi ishorasini qarama-qarshisiga o‘zgartirib, qavs oldidagi „–“ belgisini va qavslarni tushirib qoldirish mumkin.*

**Misollar:** Qavslarni oching:

1) $72b^2-(18a+7)=72b^2-18a-7$;
2) $105-(61a^2-55b^2+9c)=105-61a^2+55b^2-9c$;
3) $(2b \quad 4ac) \quad (7k^2+13a)- \quad 2b+4ac \quad 7k^2 \quad 13a$;
4) Qavslarni ochib soddalashtiring: $18a \quad (15a \quad (12a+7b))$.

□ $18a-(15a-(12a-7b))=18a-(15a-12a-7b)=18a-(3a-7b)=$
$=18a-3a+7b=15a+7b$. ■

Ifodalarni soddalashtirishda, qiymatini hisoblashda, ba’zan ayrim qo‘shiluvchilarni qavs ichiga olish hisoblashni osonlashtiradi. Masalan: $25a-385+82a \quad 185=(25a+82a)-(385-185)=107a-200$.

Qavs ichiga olish quyidagicha bajariladi:

1) $a+b-c-d \quad a+(b-c-d)=a-b+(-c-d)$, ya’ni agar qavs oldiga „+“ belgisi qo‘yilsa, qavs ichiga olingan barcha qo‘shiluvchilarning ishoralari saqlanib qoladi.

2) $a+b-c+d=a-(-b+c-d)=a+b-(c-d)$, ya’ni agar qavs oldiga „–“ belgisi qo‘yilsa, qavs ichiga olingan barcha qo‘shiluvchilarning ishoralari qarama-qarshisiga almashadi.

**56.** ***Savollarga javob bering:***

1) Algebraik yig‘indi deb nimaga aytiladi?
2) Qavs oldida „+“ ishora turgan bo‘lsa, qavslar qanday ochiladi?
3) Qavs oldida „–“ ishora turgan bo‘lsa, qavslar qanday ochiladi?

**57.** Algebraik yig‘indini qavslarsiz yozing:

1) $(+815)+(-7)-(-800)-(-9)$;
2) $(-32)-(-15)-(-75)-(-82)$;
3) $(-15a)+(-82b)-(-3\frac{1}{3})$;
4) $(+25\frac{1}{4}a)-(-16b)-(+8\frac{2}{9})$.

58. *(Og‘zaki.)* Algebraik qo‘shiluvchilarni ayting:

1) $8\frac{1}{2}a-5\frac{1}{7}b-9$;
2) $19-72\frac{1}{2}a+9\frac{5}{7}b$;
3) $-15a+2{,}3a-3{,}5b$;
4) $-13\frac{1}{9}a-1{,}5a-12{,}7b$.

**59.** Algebraik yig‘indi shaklida yozing:

1) $3a-\frac{2}{7}b+13\frac{1}{2}c-1{,}6$;
2) $-18a+12{,}5b-4\frac{2}{5}c-6$;
3) $2a-5\frac{1}{4}-8\frac{1}{7}b+9c$;
4) $-15a+6\frac{1}{4}b-17c-5{,}5$.

Qavslarni oching **(60 – 61)**:

**60.** 1) $-b+\left(3a-3\frac{1}{2}c\right)-(-d)$;
2) $(+2c)-\left(4{,}5a+18\frac{3}{4}d\right)+\left(-12\frac{1}{15}b\right)$;
3) $18a-\left(3b-5\frac{3}{5}c\right)+(-7{,}9d)$;
4) $11{,}1a-\left(6{,}7b+3\frac{1}{4}c\right)-(-8{,}2d)$.

**61.** 1) $(+15a)+(11{,}7b-(7\frac{1}{3}c-5d))$;
2) $8a-(19\frac{1}{9}b-(3\frac{3}{5}c-6d))$;
3) $13a-((8{,}7b-c)+15d)$,
4) $2{,}5a-((8{,}5b-9c)-12\frac{5}{7}d)$.

62. Qavslarni oching va soddalashtiring:

1) $8x-(5{,}7x-(3{,}7x+1))$;
2) $-9t-(18{,}5t-(13{,}2t-5))$;
3) $3a-(5{,}7a+(4{,}3a-(9b+1{,}7a)))$;
4) $7x+(18{,}2a-(8{,}2a+(6\frac{1}{13}x-5a)))$.

63. $n$ yoki $(-n)$ sonlaridan boshlab, barcha qo‘shiluvchilarni qavs oldiga:

a) „+“ ishorasini;
b) „–“ ishorasini qo‘ygan holda qavs ichiga oling:

1) $4a+5b+n-2c$; 2) $-3a-8b+n-4c$;
3) $b-n-3a+4b$; 4) $k-n+6b-8a$.

**64.** 1) $-7a+2b-1$ ifodani biri $2b$ ga teng bo‘lgan ikkita qo‘shiluvchining yig‘indisi shaklida yozing.
2) $8a+3b-7$ ifodani kamayuvchisi $3b$ ga teng bo‘lgan ayirma shaklida yozing.

**65.** $9a^2+3a^2b\quad 4ab^2\quad 9b^3$ ifodada
1) oxirgi uchta qo‘shiluvchi oldiga „–“ ishorasini qo‘yib, qavslar ichiga oling;
2) oxirgi ikkita qo‘shiluvchi oldiga „+“ ishorasini qo‘yib, qavslar ichiga oling.

**66.** Ifodalarni soddalashtiring va harflarning berilgan qiymatlarida ifodaning qiymatini toping:

1) $\frac{2}{3}\cdot(x\quad 6y)\quad \frac{1}{3}\cdot(2x\quad y)$, bunda $x=15;\ y=-\frac{3}{4}$;

2) $\frac{5}{6}\cdot(12c+a)+\frac{2}{3}\cdot(3c\quad 2a)$, bunda $a=-3\frac{1}{4};\ c=-12$.

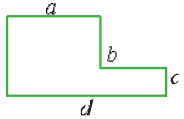
**67.** Tenglamani yeching:

1) $2x+7-3x-2(4x-1)$; 2) $5-2(3x+3)-4(x-5)-2\frac{1}{2}$;

3) $5x+4(2x-5)=-5(2x+1)+7x$; 4) $2(0,5x-8)-5(1,2x-6)=3$.

**68.** 1) $m$ va $n$ – natural sonlar. $18m+2n$ son bilan $4m-5n$ son ayirmasining 7 ga bo‘linishini ko‘rsating.
2) $k$ va $p$ – natural sonlar. $17k-5p$ son bilan $3k-15p$ son yig‘indisining 4 ga bo‘linishini isbot qiling.

**69.** Rasmda ko‘rsatilgan o‘lchamlar bo‘yicha shaklning yuzini uch xil usulda hisoblash uchun ifodalar tuzing. Har biriga geometrik sharh bering.




**70.** 1) Teng yonli uchburchakning perimetri $p$ cm ga teng. Yon tomoni asosidan 2,5 cm qisqa. Shu uchburchakning tomonlari uzunligini toping.
2) To‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri $p$ cm ga teng. Asosining uzunligi $a$ cm. Shu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini toping.
3) To‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi $S$ cm$^2$ ga, balandligi esa $h$ cm ga teng. Shu to‘g‘ri to‘rtburchakning perimetrini toping.

Algebraik ifodaning son qiymatini toping (71 – 73):

**71.** 1) $a+bc+ab$, bunda $a=-2$; $b=3{,}5$; $c=0{,}5$;

2) $a+bc-ac$, bunda $a=-3$; $b=-1\frac{1}{7}$; $c=7$;

3) $(2a+b)c+b$, bunda $a=-1{,}7$; $b=2{,}5$; $c=-6{,}7$;

4) $(3a-b)c-a$, bunda $a=2{,}1$; $b=-3$; $c=5$.

**72.** 1) $-4(2x-3y)^2+3xy$;

2) $3(x+4y)^2-2\frac{2}{3}xy$;

3) $3{,}5(5x-y)^2-2\frac{1}{7}xy$;

4) $-(3x+y)^2+2{,}5xy$, bunda $x=1{,}5$; $y=2{,}5$.

**73.** 1) $1{,}5((a-2b)^2+3\frac{1}{3})-(a-b)$;

2) $-2(5-(3a+1)^2)+(2a+b)$;

3) $((a-3b)b-9):2+(a^2-2b):3$;

4) $(3-a(4a-2{,}5b)):4+(3a-b^2):5$, bunda $a=5$; $b=-1$.

**74.** Harflarning qanday qiymatida ifoda ma'noga ega bo'lmaydi:

1) $\frac{a}{a-5}$; 2) $\frac{7}{a+5}$; 3) $\frac{10}{6y+3}$; 4) $\frac{a}{15a-45}$; 5) $\frac{a-2}{a^2+4a}$?

**75.** Harflarning qanday qiymatlarida quyidagi ifodalar o'zaro teng bo'ladi:

1) $5(2a-1)$ va $12a-4$; 2) $0{,}2x-5$ va $3x-5(x-1)$?

**76.** 1) $t$ ning qanday qiymatida $2t+5$ ifoda qiymati $5t-10(t-2)$ ifoda qiymatidan 16 ta kam bo'ladi?

2) $a$ ning qanday qiymatida $3a-1{,}3$ ifoda qiymati $9(a+7)+3a$ ifoda qiymatidan 10 ta ortiq bo'ladi?

3) $x$ ning qanday qiymatida $9x-5$ ifoda qiymati $4(x-5)+2{,}5x$ ifoda qiymatidan 4 marta kam bo'ladi?

4) $y$ ning qanday qiymatida $1{,}8y+7$ ifoda qiymati $1{,}3(y-3)$ $7y$ ifoda qiymatidan 2 marta ortiq bo'ladi?

**77.** Hisoblang:

1) $\frac{(t-3)^2}{4t^2-2t-1}$, bunda $t=-2$;

2) $\frac{3a^2+4a+2}{(a+2)^2}$, bunda $a=-4$;

**78.** Muqaddas kilosi $a$ so‘mdan yong‘oq sotib oldi. Yong‘oqlar qobig‘idan tozalangach, umumiy massasining $b$ % i qoldi. Muqaddas 1 kg tozalangan yong‘oq uchun necha so‘m sarflagan bo‘ladi?



## To‘plam. To‘plamlar ustida amallar. Eyler diagrammalari

Turmushda biz ma’lum obyektlardan tashkil topgan majmualar bilan ko‘p ish ko‘ramiz. Majmualardan ko‘pi o‘z nomiga ega, masalan, sinf, futbol jamoasi, gullar dastasi, qushlar galasi, qo‘ylar podasi va h.k.

Majmualarni tavsiflash uchun matematikada *to‘plam* atamasi ishlatiladi.

To‘plamni tashkil etgan obyektlar uning *elementlari* deyiladi. To‘plam, odatda, qulaylik uchun, lotin alifbosining bosh harflari, masalan, $A, B, C, \ldots$, uning elementlari esa kichik harflari, masalan, $a, b, c, \ldots$ bilan belgilanadi.

Elementlari $a, b, c, \ldots$, bo‘lgan $A$ to‘plam $A = \{a, b, c, \ldots\}$ kabi yoziladi.

Har bir elementning faqat bir marta yozilishi qabul qilingan. Masalan, „alla“ so‘zidagi harflar to‘plami $\{a, l\}$ ko‘rinishda bo‘ladi.

$A$ va $B$ to‘plamlar bir xil elementlardan tashkil topgan bo‘lsa, u holda $A$ va $B$ to‘plamlar *teng* deyiladi va bunday yoziladi: $A = B$.

4 dan kichik va 5 ga karrali bo‘lgan natural sonlar to‘plamini qaraylik. Bu to‘plam birorta ham elementga ega emas.



*Birorta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam* ***bo‘sh to‘plam*** *deyiladi va* $\varnothing$ *kabi belgilanadi.*

Bo‘sh to‘plamga boshqa misollar: 3157 sonining o‘nlik sanoq sistemasidagi yozuvida juft raqamlari to‘plami; 32 dan katta va 37 dan kichik bo‘lgan tub sonlar to‘plami.

Agar to‘plamni tashkil qilgan elementlar chekli sonda bo‘lsa, bunday to‘plam *chekli to‘plam*, aks holda *cheksiz to‘plam* deyiladi.

Masalan, ikki xonali sonlar to‘plami (u 90 ta sondan tashkil topgan), $x+28=36$ tenglama yechimlari to‘plami (u bitta 8 sonidan tashkil topgan), „kub“ so‘zidagi harflar to‘plami (u 3 ta elementdan tashkil topgan) chekli to‘plamlarga, toq sonlar to‘plami esa cheksiz to‘plamlarga misol bo‘ladi.

Quyidagi sonli to‘plamlar ham cheksiz to‘plamlardir:

$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ – natural sonlar to‘plami (lotincha naturalis – „tabiiy“ so‘zidan olingan);

$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ – butun sonlar to‘plami (nemischa zahl – „son“ so‘zidan olingan).

Biror $x$ element $A$ to‘plamning elementi ekani $x \in A$ ko‘rinishda, elementi emasligi esa $x \notin A$ ko‘rinishda yoziladi va birinchi holda „$x$ element $A$ ga tegishli“, ikkinchi holda esa „$x$ element $A$ ga tegishli emas“ deb o‘qiladi.

Masalan, $N$ – natural sonlar to‘plami bo‘lsa, u holda $5 \in N$; $34 \in N$; $0{,}6 \notin N$.

$A = \{2, 5, 7, 8, 12, 35, 48\}$ to‘plamdan ikki xonali sonlarni ajratib, yangi $B$ to‘plamni tashkil qilaylik: $B = \{12, 35, 48\}$.

$B$ to‘plamning hamma elementlari $A$ to‘plamga tegishli.

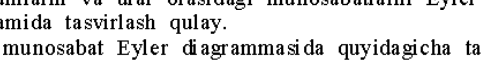
*Agar $B$ to‘plamning hamma elementlari $A$ to‘plamga tegishli bo‘lsa, **$B$ to‘plam $A$ to‘plamning qism to‘plami** deyiladi va $B \subseteq A$ kabi yoziladi.*

$B \subseteq A$ yozuv „$B$ to‘plam $A$ da yotadi“ yoki „$B$ to‘plam $A$ ning qism to‘plami“, deb o‘qiladi.

**Misollar:** 1. Uch xonali sonlar to‘plami $N$ natural sonlar to‘plamining qism to‘plami.

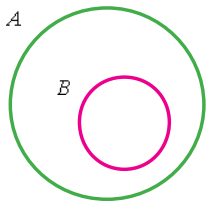
2. 4 ga karrali sonlar to‘plami juft sonlar to‘plamining qism to‘plami. (Nega?)

3. $CM$ kesma (rasmga qarang) $CD$ kesmaning qism to‘plami.




To‘plamlarni va ular orasidagi munosabatlarni Eyler diagrammalari yordamida tasvirlash qulay.

$B \subseteq A$ munosabat Eyler diagrammasida quyidagicha tasvirlanadi:



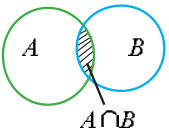
$A$ – 30 sonining natural bo‘luvchilari to‘plami, $B$ esa 45 sonining natural bo‘luvchilari to‘plami bo‘lsin:

$A = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$,

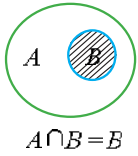
$B = \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$.

$A$ va $B$ to‘plamlar 1, 3, 5 va 15 umumiy elementlarga ega. Bu sonlar 30 va 45 sonlarining umumiy bo‘luvchilaridir. $C = \{1; 3; 5; 15\}$ to‘plam $A$,$B$ to‘plamlarning kesishmasidir.

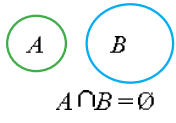
*$A$, $B$ to‘plamlarning* ***kesishmasi*** *deb, har bir elementi bu to‘plamlarning umumiy elementlaridan iborat bo‘lgan $A \cap B$ to‘plamga aytiladi*




$A \cap B$




$A \cap B = B$




$A \cap B = \varnothing$

Quyida Eyler diagrammalari yordamida $A$ va $B$ to‘plamlarning turli hollardagi kesishmasi tasvirlangan.

$A = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$ va $B = \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$ to‘plamlarni qaraylik.

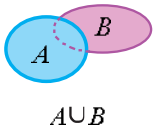
$A$ to‘plamning barcha elementlaridan va $B$ to‘plamning barcha elementlaridan tashkil topgan, ammo boshqa elementlarni o‘z ichiga olmagan

$C = \{1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 30; 45\}$ to‘plamni tuzaylik.

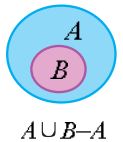
$C$ to‘plam yo $A$ to‘plamga, yo $B$ to‘plamga tegishli bo‘lgan elementlardan tashkil topgan bo‘lib, $A$, $B$ to‘plamlarning *birlashmasi, yig‘indisi* deb ataladi.

Umumiy holda,

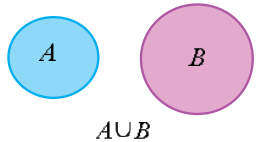
***A va B to‘plamlarning birlashmasi*** *deb har bir elementi bu to‘plamlardan hech bo‘lmaganda bittasiga tegishli bo‘lgan elementlardan iborat $A \cup B$ to‘plamga aytiladi:*




$A \cup B$




$A \cup B - A$




$A \cup B$

28- betdagi rasmda $A$ va $B$ to‘plamlarning turli hollardagi (birinchi holda – $A$ va $B$ to‘plamlarning umumiy elementlari mavjud, ikkinchi holda – biri ikkinchiga tegishli va uchinchi holda – umumiy elementlar mavjud emas) birlashmasi Eyler diagrammalari yordamida ko‘k rangga bo‘yab tasvirlangan.

**Misollar.** 1) $A=\{a, b\}$, $B=\{a, b, c\}$ va $C=\{e, f, k\}$ bo‘lsin.

□ U holda $E=A\cup B=\{a, b, c\}$, $E\cup C=\{a, b, c, e, f, k\}$, $C\cup B=\{a, b, c, e, f, k\}$, $A\cup C=\{a, b, e, f, k\}$ bo‘ladi.

2) $A=\{a, b, c\}$, $B=\{a, b, c, d\}$, $C=\{e, f, k\}$ bo‘lsa, u holda $D=A\cap B=\{a, b, c\}$, $D\cap C=\varnothing$, $A\cap C=\varnothing$, $B\cap C=\varnothing$, $D\cap B=\{a, b, c\}$ bo‘ladi. ■

## Mashqlar

**1.** $A$ – hafta kunlari to‘plami, $B$ – yil oylari to‘plami, $C$ – yil fasllari to‘plami bo‘lsin. Bu to‘plamlarni figurali qavslarni ishlatib yozing.

**2.** „Matematika“ so‘zidagi harflar to‘plamini yozing.

**3.** $A=\{0,2; 33; 60\}$ to‘plam berilgan bo‘lsin. Qaysi yozuvlar to‘g‘ri bo‘ladi: $33\in N$, $60\in N$, $0\notin N$, $0\notin Z$, $33\in Z$, $60\notin Z$, $60\in Z$?

**4.** a) Bitta; b) ikkita; d) cheksiz ko‘p elementdan tashkil topgan to‘plamga misollar keltiring.

**5.** $M$ – 50 dan kichik, 5 ga karrali toq sonlar to‘plami bo‘lsin. Mos simvollarni qo‘llab, 5, 10, 15, 30, 35, 40 sonlar $M$ ga tegishli yoki tegishli emasligini yozing.

**6.** Figurali qavslar yordamida quyidagi to‘plamlarni yozing:

a) $A$ – juft raqamlar to‘plami;
b) 10 ga karrali ikki xonali natural sonlar to‘plami;
d) 10 dan kichik natural sonlar to‘plami.

**7.** To‘plamlarning elementlari qanday umumiy xossaga ega:

a) {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
b) {11, 13, 17, 19, 23, 29};
d) {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 };
e) {1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34}?

**8.** Ikkita kvadratni shunday chizingki, ularning kesishmasi:
a) to‘g‘ri to‘rtburchak; b) kvadrat; d) uchburchak; e) kesma; f) nuqta; g) oltiburchak bo‘lsin.

**9.** $A=\{3;\ 5;\ 7;\ 9;\ 11\}$, $B=\{2;\ 5;\ 7;\ 9\}$, $C=\{7;\ 9;\ 11\}$, $D=\{3\}$ va bo‘sh Ø to‘plam berilgan bo‘lsin. Qaysi to‘plamlar $A$ to‘plamning qism to‘plami ekanligini aniqlang va xulosangizni tegishli simvollar yordamida yozing.

**10.** $A$ – 4 ga karrali natural sonlar to‘plami, $B$ – 6 ga karrali natural sonlar to‘plami bo‘lsin. $A\cap B$ ni toping.

**11.** $K$ – 20 dan katta bo‘lmagan ikki xonali natural sonlar to‘plami, $M$ – 30 dan katta bo‘lmagan toq natural sonlar to‘plami. Shu to‘plamlarning birlashmasini va kesishmasini toping.

**12.** $A$ – 20 sonining natural bo‘luvchilari to‘plami, $B$ – 30 sonining natural bo‘luvchilari to‘plami bo‘lsin. Quyidagilardan qaysilari o‘rinli:
a) $A\cup B$; b) $A\cap B$; c) $A\subset B$; d) $B\subset A$?

**13.** a) Natural sonlar va butun sonlar to‘plamlarining kesishmasini, b) juft natural sonlar va tub sonlar to‘plamlarining kesishmasini toping.

**14.** To‘rtburchak va uchburchak kesishganda qanday shakl hosil bo‘ladi? Barcha hollarni qarang. Mos rasmlarni chizing.

**15.** a) To‘g‘ri chiziq va aylana; b) ikkita aylana kesishmasi nechta nuqtadan iborat? Mos rasmlar chizing.

**16.** Samarqand shahri O‘zbekistonning eng go‘zal joylaridan biri hisoblanadi.

*1-savol.* Samarqand shahrini 2018-yil 1-iyul – 27-avgust kunlari taxminan 200 000 nafar xorijiy mehmonlar ziyorat qildi. Shu davr ichida shaharga kuniga o‘rtacha necha nafar xorijiy mehmon tashrif buyurgan?

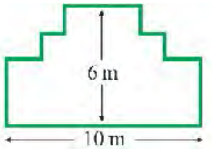
*2-savol.* Mister Smit joylashgan mehmonxonadan Registon maydonigacha bo‘lgan masofa 9 km ga teng. U mehmonxonaga soat 20.00 da qaytishi zarur bo‘lib qoldi. Shaharni ziyorat qilganda uning o‘rtacha tezligi taxminan 1,5 km/h ekanligi ma’lum bo‘ldi. Mehmonxonaga qaytish paytida u tezligini 2 baravar oshirdi. Vaqtida qaytishi uchun, Mister Smit mehmonxonadan soat nechada chiqishi kerak?

*3-savol.* Mister Smit Registon maydonigacha 9 km yurganda qadamlar sonini hisoblaydigan maxsus moslamani ishlatdi. Bu moslama 22 500 qadamni belgilanganligi ma’lum bo‘ldi. Mister Smitning bir qadami o‘rtacha necha santimetr?

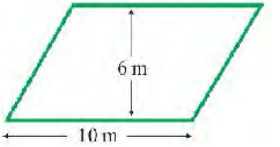
**17.** Ikki xil kattalikdagi doira shaklidagi patir nonlar sotilmoqda. Ulardan kichigining diametri 30 cm bo‘lib, narxi 3 pul birligiga teng ekan. Kattasining diametri va narxi, mos ravishda, 40 cm va 4 pul birligiga teng. Qaysi non arzonroq? Javobingizni asoslab bering.

**18.** Ishchi uzunligi 32 metr sim bilan hovlidagi yerni chegaralamoqchi. U quyidagi shakllardan qaysi birini tanlab olish imkoniyatiga ega?

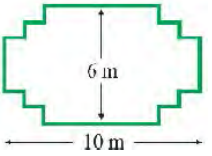
*A*



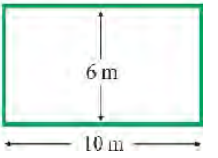

*B*




*D*




*E*



# II BOB. BIR NOMA'LUMLI BIRINCHI DARAJALI TENGLAMALAR

## 1-§. Tenglama va uning yechimlari

Tenglama tushunchasiga olib keluvchi masalalar bilan 5–6-sinflarda tanishgansiz. Bitta masala yechaylik.

**Masala.** Nodira va Nozima bog'dan birgalikda 156 kg uzum uzishdi. Nodira Nozimadan 18 kg ortiq uzum uzdi. Har bir qiz bog'dan necha kilogramm uzum uzgan?

□ Nodira $x$ kg uzum uzdi, deylik. U holda Nozima $(x-18)$ kg uzum uzgan bo'ladi. Masala shartiga ko'ra, $x+(x-18)=156$, bundan $2x-18=156$, $2x=156+18$, $2x=174$, $x=87$.

Demak, Nodira bog'dan 87 kg uzum uzgan. Nozima esa $x-18=$ $=87-18=69$ (kg) uzum uzgan.

**Javob:** Nodira 87 kg, Nozima 69 kg uzum uzgan. ■

$x+(x-18)=156$ tenglikda $x$ harfi bilan noma'lum son, izlanayotgan son belgilangan.

*Harf bilan belgilangan noma'lum son qatnashgan tenglik* ***tenglama*** *deyiladi. Tenglik belgisidan chapda turgan ifodalar* ***tenglamaning chap qismi*** deyiladi. *Tenglik belgisidan o'ngda turgan ifodalar* ***tenglamaning o'ng qismi*** *deyiladi. Tenglamaning chap yoki o'ng qismidagi har bir qo'shiluvchi* ***tenglamaning hadi*** *deyiladi.*

$$2x-18=156 \qquad (1)$$

tenglamaning chap qismi $2x-18$, o'ng qismi esa 156 dan iborat. $x=87$ bo'lganda (1) tenglamaning chap qismi $2\cdot 87-18=174-18=$ $=156$ ga teng; o'ng qismi ham 156 ga teng. Demak, $x=87$ bo'lganda bu tenglama to'g'ri tenglikka aylanadi: $2\cdot 87-18=156$. Ayni shu 87 soni (1) tenglamaning ildizi deyiladi.

*Noma'lumning tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiradigan qiymati* ***tenglamaning ildizi*** *deyiladi.*

Masalan, 5 soni $3x-4=11$ tenglamaning ildizi, chunki $3\cdot 5-$ $-4=11$ – to'g'ri tenglik. 5 dan farqli birorta ham son bu tenglamaning ildizi bo'la olmaydi.

Tenglama faqat bitta ildizga ega bo‘lishi shart emas: u ikkita, uchta, ..., yuzta, ... ildizlarga ega bo‘lishi ham mumkin.

Masalan, $(x+2)(x+1)(x-2)=0$ tenglama uchta ildizga ega: $-2$; $-1$; $2$.

Chindan ham, $x=-2$, $x=-1$, $x=2$ bo‘lganda tenglama to‘g‘ri tenglikka aylanadi. $(x-4)(x-3,5)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+0,75)=0$ tenglama esa to‘rtta ildizga ega: $4$; $3,5$; $\frac{1}{2}$; $-0,75$.

Tenglama ildizlarga ega bo‘lmasligi ham mumkin. Masalan, $5x-3=5x+7$ tenglamaning ildizlari yo‘q, chunki $x$ning ixtiyoriy qiymatida bu tenglamaning o‘ng qismi chap qismidan katta.

Tenglama ildizlarining soni cheksiz ko‘p bo‘lishi ham mumkin. Masalan, $7(x+1)=7x+7$ tenglamaning ildizlari soni cheksiz ko‘p: $x$ ning xohlagan qiymati bu tenglamaning ildizi bo‘ladi, chunki ixtiyoriy $x$ da tenglamaning chap va o‘ng tomonlari o‘zaro tengdir.

*Tenglamani yechish – uning barcha ildizlarini topish yoki ildizlarning yo‘qligini ko‘rsatish, demakdir.*

Amaliyotning ko‘pgina masalalarini yechish (sodda almashtirishlardan so‘ng)

$$ax=b \qquad (2)$$

ko‘rinishdagi tenglamaga keltiriladi, bunda $a$ va $b$ berilgan sonlar, $x$ – noma’lum son.

(2) *tenglama* ***chiziqli tenglama*** *deyiladi.*

Masalan, $7x=14$, $-3x=24$, $\frac{4}{5}x=-1$, $0,65x=1,3$ kabi tenglamalar chiziqli tenglamalardir.

(2) chiziqli tenglamada:

1) $a\neq 0$ bo‘lsa, tenglama bitta (yagona) $x=\frac{b}{a}$ ildizga ega;

2) $a=0$, $b\neq 0$ bo‘lsa, tenglama ildizga ega emas;

3) $a=0$, $b=0$ bo‘lsa, tenglama cheksiz ko‘p ildizga ega bo‘ladi.

**1.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Tenglama deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.

2) Tenglamaning chap, o‘ng qismi, hadi nima? Misollarda tushuntiring.

3) Tenglamaning ildizi deb nimaga aytiladi?
4) Tenglamani yechish deganda nimani tushunasiz?

**2.** 1) Chiziqli tenglama deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.
2) Qachon chiziqli tenglama: a) bitta ildizga ega bo‘ladi? b) ildizga ega bo‘lmaydi? d) cheksiz ko‘p ildizga ega bo‘ladi? Har bir holga uchtadan misol tuzing.

**3.** (*Og‘zaki.*) $x$ ning har qanday qiymatlarida tenglama to‘g‘ri tenglikka aylanadi:

1) $2x+4=6$; 2) $5-x=4$; 3) $8x=4$; 4) $2x+5=0$;
5) $\frac{1}{2}x+3=4$; 6) $2{,}5-x=0{,}5$; 7) $0{,}2x+1=1$; 8) $3+4x=7$?

**4.** Tenglik shaklida yozing:

1) $x$ va 3 sonlari ayirmasining ular yig‘indisiga nisbati 2 ga teng.
2) $x$ va $(-5)$ sonlari ayirmasining uchlangani 10 ga teng;
3) $x$ soni 21 dan 80 ta kam;
4) 819 soni 20 sonidan $x$ marta katta.

**5.** $-1$; $\frac{1}{2}$; 0; 2; 4; 6 sonlari orasida quyidagi tenglamaning ildizi bormi:

1) $10x-7=3x+35$;
2) $3x+4=5x+6$;
3) $15x+8=4x+2\cdot 3$;
4) $7x-3=9+2x$;
5) $2x-5=8+28x$;
6) $4(x+1)-2x=5$?

**6.** $-0{,}5$; 1; 2 sonlari orasida quyidagi tenglamaning ildizi bormi:

1) $2(x+1{,}5)=7$; 2) $3\left(x-\frac{2}{3}\right)=6x-0{,}5$; 3) $4(x+1)=2x+6$;
4) $7(3-x)=4-x$; 5) $5(x-1)=3x+2$; 6) $2x+7=4(1-x)$?

**7.** Ildizi: 1) 3; 2) $-1{,}5$; 3) 0; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{3}{5}$; 6) 5 soniga teng bo‘lgan tenglama tuzing.

**8.** $a$ sonni shunday tanlangki, $7-6=5x+a$ tenglama quyidagi ildizga ega bo‘lsin:

1) $x=-1$; 2) $x=-3$; 3) $x=0$; 4) $x=1$;
5) $x=7$; 6) $x=10$; 7) $x=0{,}1$; 8) $x=1{,}8$.

**9.** 1) Bitta ildizga ega bo‘lgan $4-5$ ta tenglama tuzing.
2) 2 ta, 3 ta, 4 ta ildizga ega bo‘lgan 3 tadan tenglama tuzing.

**10.** 1) Cheksiz ko‘p ildizga ega bo‘lgan 3 ta tenglama tuzing.
2) Ildizga ega bo‘lmagan 4 ta tenglama tuzing.

## 2-§. Bir noma’lumli birinchi darajali tenglamalarni yechish

Buyuk matematik olim yurtdoshimiz Muhammad Muso al-Xorazmiyning „Kitob muxtasar min hisob al-jabr val-muqobala“ asaridagi „al-jabr“ qoidasi musbat hadlarni tiklash, ya’ni manfiy hadlarni tenglamaning bir qismidan ikkinchi qismiga musbat qilib o‘tkazishni, „val-muqobala“ qoidasi esa tenglamaning ikkala qismidan teng hadlarni tashlab yuborishni bildirgan. Demak, bir noma’lumli tenglamalarni yechish to‘g‘ri tengliklarning ma’lum xossalariga asoslangan ekan. To‘g‘ri tengliklarning xossalarini eslatib o‘tamiz (quyidagi jadvalga qarang).

| Xossalarning so‘z bilan ifodalanishi | Xossalarning umumiy ko‘rinishda yozilishi | Misol |
|---|---|---|
| 1. Agar to‘g‘ri tenglikning ikkala qismiga bir xil son qo‘shilsa yoki ikkala qismidan bir xil son ayirilsa, u holda yana to‘g‘ri tenglik hosil bo‘ladi. | Agar $a=b$ bo‘lib, $c$ ixtiyoriy son bo‘lsa, u holda $a+c=b+c$, $a-c=b-c$ bo‘ladi. | $7=7$<br>$7+6=7+6$<br>$7-6=7-6$ |
| 2. Agar to‘g‘ri tenglikning ikkala qismi nolga teng bo‘lmagan ayni bir xil songa ko‘paytirilsa yoki bo‘linsa, u holda yana to‘g‘ri tenglik hosil bo‘ladi. | Agar $a=b$ bo‘lib, $k\neq 0$ bo‘lsa, u holda $a\cdot k=b\cdot k$, $a:k=b:k$ bo‘ladi. | $24=24$<br>$24\cdot 6=24\cdot 6$<br>$24:6=24:6$ |

Birinchi xossadan shunday xulosaga kelamiz: qo‘shiluvchilarni ularning ishoralarini qarama-qarshiga almashtirib, tenglikning bir qismidan ikkinchi qismiga olib o‘tish mumkin.

To‘g‘ri tengliklarning keltirilgan xossalari tenglamalarni yechish jarayonida qanday qo‘llanilishini misollarda ko‘raylik.

**1-masala.** $10x-19=7x+26$ tenglamani yeching.

▫ $x$ son berilgan tenglamaning ildizi, deylik. $x$ son tenglamaga qo‘yilganda tenglama to‘g‘ri tenglikka aylanadi, deb faraz qilaylik. Noma’lum qatnashgan $7x$ hadni minus („–“) ishora bilan tenglikning chap qismiga, noma’lum qatnashmagan had („ozod had“) – 19 ni plus („+“) ishora bilan o‘ng qismiga o‘tkazamiz. Natijada, yana to‘g‘ri tenglik hosil bo‘ladi: $10x-7x=19+26$.

Endi tenglamaning ikkala qismidagi o‘xshash hadlarni ixchamlaymiz, shunda $3x=45$ tenglama hosil bo‘ladi. Bu tenglamaning ikkala qismini 3 ga bo‘lib, $x=15$ ekanini topamiz. Tenglama $x$ ildizga ega, deb faraz qilib, bu $x$ faqat 15 ga teng bo‘lishini ko‘rdik. Chindan ham, $x=15$ tenglamaning ildizi ekanini tekshirib ko‘rib, bunga ishonch hosil qilamiz: $10\cdot 15-19-7\cdot 15+26$. Yozilgan bu tenglik to‘g‘ri tenglikdir, chunki uning chap va o‘ng qismlari ayni bir son 131 ga teng. Shunday qilib, berilgan tenglamaning ildizi bitta va bu ildiz 15 ga tengdir.

**Javob:** $x=15$. ■

Tenglamani yechish jarayonida to‘g‘ri tenglikning biz foydalangan xossalari bir to‘g‘ri tenglikni ikkinchi to‘g‘ri tenglik bilan almashtirish imkonini beradi, bunda hisoblashlar aniq bajarilsa, har doim to‘g‘ri natija olinadi. Shuning uchun ham, bu holda topilgan javobni tekshirish shart emas.

Tenglamaning yechilish jarayonini 1-masaladagi kabi yozma ravishda batafsil tushuntirish ham majburiy emas.

**2-masala.** $4(x-1)-5(x+3)=47-8(x+7)$ tenglamani yeching.

□ 1) Qavslarni ochamiz: $4x-4-5x-15=47-8x-56$;

2) o‘xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$-x-19=-8x-9$, bundan $7x=10$ tenglamaga kelamiz va uni yechamiz:

$x=\frac{10}{7}=1\frac{3}{7}$. **Javob:** $x=1\frac{3}{7}$. ■

**3-masala.** $\frac{2x-3}{2}-\frac{2-3x}{4}=-2+2{,}5x$ tenglamani yeching.

□ Tenglamaning chap va o‘ng qismlarini kasrlarning umumiy maxraji 4 ga ko‘paytiramiz:

$4\cdot\frac{2x-3}{2}-4\cdot\frac{2-3x}{4}=-4\cdot 2+4\cdot 2{,}5x$, bundan $2(2x+3)-(2-3x)=-8+10x$.

Qavslarni ochamiz va o‘xshash hadlarni ixchamlaymiz: $4x+6-2+3x=-8+10x$, $7x+4=-8+10x$, bundan $3x=12$, ya’ni $x=12:3$, $x=4$.

**Javob:** $x=4$. ■

Demak, tenglamani yechishda tenglamaning asosiy xossalaridan foydalaniladi. Shu xossalarni keltiramiz:

***1-xossa.*** *Tenglamaning istalgan hadining ishorasini qarama-qarshisiga o‘zgartirib, uning bir qismidan ikkinchi qismiga o‘tkazish mumkin.*

***2-xossa.*** *Tenglamaning ikkala qismini nolga teng bo'lmagan bir xil songa ko'paytirish yoki bo'lish mumkin.*

Bu xossalar bir noma'lumli istalgan tenglamani yechish algoritmini (imkonini) beradi. Buning uchun:

1) noma'lum qatnashgan hadlarni tenglikning chap qismiga, noma'lum qatnashmagan hadlarni esa o'ng qismiga o'tkazish lozim (1-xossa);

2) o'xshash hadlarni ixchamlash kerak;

3) tenglamaning ikkala qismini noma'lum oldida turgan koeffitsiyentga (agar u nolga teng bo'lmasa) bo'lish (2-xossa) kerak.

Ko'rilgan 3 ta masalada har bir tenglama bittadan ildizga ega edi. Bir noma'lumli tenglama: a) ildizga ega bo'lmasligi; b) cheksiz ko'p ildizga ega bo'lishi ham mumkin. Shu hollarga misollar keltiramiz.

**4-masala.** $\frac{3x+2}{9}+\frac{x+8}{6}-\frac{x-11}{6}+\frac{x}{3}$ tenglama ildizlarga ega emasligini ko'rsating.

□ 1) Tenglamaning ikkala qismini kasrlarning umumiy maxraji 18 ga ko'paytiramiz:

$18\cdot\frac{3x+2}{9}-18\cdot\frac{x-8}{6}=18\cdot\frac{x+11}{6}-18\cdot\frac{x}{3}$. Bundan $2(3x+2)+3(x+8)=3(x+11)+6x$.

2) Qavslarni ochamiz va o'xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$$6x+4+3x+24=3x+33+6x,\quad 9x+28=9x+33,$$
$$\text{ya'ni } 9x-9x=33-28,\quad 0\cdot x=5.$$

Bu tenglamaning chap qismi ixtiyoriy $x$ da nolga teng, o'ng qismi esa 5 ga teng, $0\neq 5$. Demak, berilgan tenglama ildizlarga ega emas. ■

**5-masala.** $\frac{2x+3}{2}-\frac{3x-2}{3}-\frac{13}{6}$ tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega ekanini ko'rsating.

| | 1) Tenglamaning ikkala qismini kasrlarning umumiy maxraji – 6 ga ko'paytiramiz:

$6\cdot\frac{2x-3}{2}-6\cdot\frac{3x-2}{3}-6\cdot\frac{13}{6}$, bundan $6x+9=6x-4+13$, $6x+9=6x+9$.

Oxirgi tenglik $x$ ning ixtiyoriy qiymatida to'g'ri. Demak, istalgan $x$ son berilgan tenglamaning ildizi bo'ladi. ■

**11.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) „Al-jabr“ qoidasi (usuli, almashtirishi) nimani bildiradi? Misollarda tushuntiring.
2) „Val-muqobala“ qoidasi (usuli, almashtirishi) nimani bildiradi? Misollarda tushuntiring.
3) To‘g‘ri tenglikning ikkita asosiy xossasini ayting. Misollarda izohlang.
4) Tenglamaning ikkita asosiy xossasini ayting va misollarda tushuntiring.
5) Bir noma’lumli chiziqli tenglama qanday yechiladi? Yechish algoritmini ayting.
6) Chiziqli tenglama ildizga ega bo‘lishi shartmi? Fikringizni asoslang.
7) Chiziqli tenglama cheksiz ko‘p ildizga ega bo‘lishi shartmi? Misollarda izohlang.

Tenglamani yeching (**12–22**):

**12.** (*Og‘zaki.*) 1) $5x=50$; 2) $9x=81$; 3) $7x=77$; 4) $10x=150$.

**13.** 1) $6x=6{,}6$; 2) $11x=12{,}1$; 3) $7{,}1x=14{,}2$; 4) $0{,}9x=2{,}7$.

**14.** 1) $3{,}5x=-7$; 2) $-2{,}5x=10$; 3) $-8x=4{,}8$; 4) $1{,}7x=-5{,}1$.

**15.** 1) $\frac{3}{4}x-\frac{9}{16}$; 2) $\frac{7}{8}x-1$; 3) $\frac{10}{11}x-7$; 4) $\frac{4}{7}x-3{,}2$.

**16.** 1) $10x-8=x-1$; 2) $5x-3=x+5$; 3) $1{,}7x-1=0{,}7x+3$;
4) $5-x=7-3x$; 5) $7x+3=2x-7$.

**17.** 1) $7:\left(\frac{1}{3}+x\right)=9:\left(x+\frac{3}{4}\right)$; 2) $\left(1{,}7:\left(1\frac{2}{3}x-3{,}75\right)\right):\frac{8}{25}=1\frac{5}{12}$.

**18.** 1) $4(x+1)+5(x+2)=7(x+3)-9$;
2) $7(3x+2)+5(x-3)-2(x-6)=8$.

**19.** 1) $\frac{3x+2}{6}-\frac{5x-8}{8}=\frac{2x-1}{4}-\frac{x-1}{2}-\frac{2}{3}$;
2) $\frac{x+10}{3}-\frac{16x-3}{20}-\frac{7x-6}{4}=0{,}5(x-3)+0{,}3(x-3)$.

**20.** 1) $\frac{3x+4}{2}-\frac{5x+22}{5}=0{,}2(9x+44)+0{,}75(3x+10)$;
2) $\frac{5(3x-2)}{4}+1{,}5x-22\frac{5}{6}-x+\frac{9-x}{18}$.

**21.** 1) $5\,(4x-1)-2{,}7x+0{,}2x=6{,}5-0{,}5x$;

2) $0{,}72x-6{,}8=0{,}6\,(0{,}4x-1{,}2)$.

**22.** 1) $\frac{x-15}{3}-\frac{x-14}{4}-2{,}5-\frac{x+3}{6}$; 2) $\frac{x+3}{3}+\frac{x+4}{4}-3{,}5-\frac{x-3}{6}$;

3) $\frac{3-x}{3}-\frac{4-x}{4}+4{,}5-\frac{2-x}{6}$.

**23.** 1) $x$ ning qanday qiymatida $3\cdot(x-4)-2\cdot(3-x)-8$ ifodaning son qiymati 7 ga teng bo‘ladi?

2) $x$ ning qanday qiymatida $\frac{3x-1}{5}-\frac{5x+1}{6}$ va $\frac{x+1}{8}-3$ ifodalarning son qiymatlari teng bo‘ladi?

**24.** $x$ ning istalgan qiymati tenglamaning ildizi bo‘la olishini ko‘rsating:

1) $4\cdot(2{,}5-3x)-1{,}7x=5\cdot(2-2{,}74x)$;
2) $2\cdot(1{,}3x+0{,}25)-1{,}65x=0{,}95x+0{,}5$;
3) $3\cdot(1{,}2x-0{,}5)-0{,}65x=2{,}95x-1{,}5$;
4) $2{,}8\cdot(5x+3)-6{,}5x=3\cdot(2{,}5x+2{,}8)$.

**25.** Tenglamaning ildizga ega emasligini ko‘rsating:

1) $\frac{5x+7}{12}-\frac{4-x}{3}=\frac{8+3x}{4}$; 2) $\frac{x-6}{5}+\frac{7x-8}{15}=\frac{2x+11}{3}$;

3) $\frac{3x-7}{11}+\frac{x+5}{22}=\frac{19+7x}{22}$; 4) $0{,}8\cdot(4x-2{,}5)+5\cdot(2{,}4x-1{,}8)=(4\cdot 3{,}8x-7)$.

**26.** Tenglamadan noma’lum $x$ ni toping. $a$ ning qanday qiymatlarida tenglama yechimga ega bo‘ladi:

1) $2x-3\cdot(x-a)=3+a$; 2) $5a+7\cdot(x-2)=3a+2x$?

**27.** $a$ sonning tenglama cheksiz ko‘p ildizga ega bo‘ladigan qiymatini toping:

1) $2\frac{3}{7}x-4=2\frac{3}{7}x-a$; 2) $x-(7-4x)=(5x-a)$.

**28.** $a$ ning qanday qiymatlarida tenglama yechimga ega emas:

1) $3x-7=ax$; 2) $2x\cdot(5-3a)=1{,}8$?

**29.** Tenglamani yeching:

1) $\frac{5x+7}{4}=\frac{7x+8}{5}$; 2) $\frac{3-2x}{4-5x}=2\frac{6}{17}\cdot\frac{17}{72}$; 3) $7\frac{9}{13}:5{,}1=3\frac{11}{13}:x$.

**30.** 1) $\frac{x}{5}+3{,}4-\frac{3x-15}{4}$ tenglamaning ildizi $x_0$ bo'lsa, $x_0^2+31$ ni toping.

2) $\frac{4x}{5}+1{,}4-\frac{2-3x}{2}=16+\frac{5x+30}{2}$ tenglamaning ildizi $x_0$ bo'lsa, $612:(-x_0)$ ni toping.

3) $\frac{3x-1}{5}-\frac{x}{8}-0{,}125=\frac{5x-11}{6}-1$ tenglamaning ildizi $x_0$ bo'lsa, $x_0^2+7x_0+2$ ni toping.

**31.** 1) $\frac{3x-2}{5}+\frac{4-x}{3}-\frac{2-x}{15}+1$ tenglamaning ildizi $x_0$ bo'lsa, $10x_0:3$ ni toping.

2) $3\cdot(2{,}5x-2)-4{,}5x+1{,}8x=0{,}5\cdot(3x-2)$ tenglamaning ildizi $x_0$ bo'lsa, $33\cdot x_0-49$ ni toping.

3) $8\frac{2}{3}:(4x-5)=4\frac{1}{3}:(4-3x)$ tenglamaning ildizi $x_0$ bo'lsa, $7x_0+0{,}9$ ni toping.

**32.** *Al-Xorazmiy tenglamalarini yeching:*

1) $110-x+\frac{1}{3}\cdot(20-x)-x=4x$; 2) $300-x+\frac{12}{33}\cdot(100-10-x)-20=2x$;

3) $500\ \ x+100\ \ \frac{x}{5}\ \ \frac{3}{4}x=2\cdot\left(100+x\ \ \frac{3}{4}x\right)$;

4) $300-x-\frac{x}{3}+100-\frac{x}{3}-x-\frac{x}{3}-4\cdot\left(x-\frac{x}{3}\right)$.

**33.** Tenglamani yeching:

1) $\frac{x}{3}+\frac{x}{15}+\frac{x}{35}+\frac{x}{63}+\frac{x}{99}+\frac{x}{143}=12$; 2) $\frac{x}{4}+\frac{x}{12}+\frac{x}{20}+\frac{x}{30}+\frac{x}{42}+\frac{x}{56}\ \ \frac{x}{72}=34$.

**34.** $a$ ning qanday qiymatlarida tenglama yechimga ega emas:

1) $ax+1=a$; 2) $ax=2x+3$; 3) $ax-3=a+2x$; 4) $ax+5=a-2x$?

**35.** $a$ ning qanday qiymatlarida tenglama cheksiz ko'p yechimga ega:

1) $ax-a=x-1$; 2) $ax+1=a+x$.

## 3-§. Masalalarni tenglamalar yordamida yechish

Masalalarni tenglamalar yordamida yechish *ikki bosqich*dan iborat:

1) masala shartiga mos tenglama tuzish;

2) tuzilgan tenglamani yechish.

**Masala.** Olmalarni har bir yashikka 12,5 kg dan solish mo'ljallangan edi. Bu yashiklar o'rniga har biriga 15,5 kg olma sig'adigan boshqa yashiklar olindi. Shunda mo'ljaldagidan 12 ta kam yashik talab qilindi. Yashiklarga hammasi bo'lib necha kilogramm olma joylangan?

☐ ***1-usul. 1-bosqich.*** 1) yashiklarga jami $x$ kg olma joylashgan bo'lsin;

2) olmalar kichik yashiklarga joylanganda $\frac{x}{12,5}$ dona yashik kerak bo'lardi;

3) olmalar katta yashiklarga joylanganda $\frac{x}{15,5}$ dona yashik kerak bo'lardi;

4) $\frac{x}{12,5}-\frac{x}{15,5}$ – yashiklar soni orasidagi farq;

5) masala shartiga ko'ra bu farq 12 ga teng:

$$\frac{x}{12,5}-\frac{x}{15,5}=12.$$

Mana shu tenglama masala mazmuniga mos tenglamadir, u masala shartlarini o'zida aks ettiradi.

***2-bosqichda*** shu tenglamani yechamiz: $15,5x-12,5x=12\cdot 12,5\cdot 15,5$; $3x=12\cdot 12,5\cdot 15,5$; $x=(4\cdot 12,5)\cdot 15,5$; $x=50\cdot 15,5=5\cdot 155=775$ kg.

**Javob:** 775 kg. ■

☐ ***2-usul. 1-bosqich.***

1) $x$ – katta yashiklar soni bo'lsin;

2) jami olmalar $15,5\cdot x$ (kg) bo'ladi;

3) $(x+12)$ – kichik yashiklar soni;

4) $12,5\cdot(x+12)$ (kg) – jami olmalar;

5) masala mazmunini aks ettiruvchi tenglama:
$15,5x=12,5\cdot(x+12)$.

***2-bosqich.*** Shu tenglamani yechamiz:
$15,5x=12,5\cdot x+12,5\cdot 12$; $15,5x-12,5x=150$; $3x=150$; $x=50$ (ta).

Katta yashiklar soni 50 ta ekan. Har bir katta yashikka 15,5 kilogrammdan olma joylashgan, demak, jami olmalar $15,5\cdot 50=775$ (kg).

**Javob:** 775 kg. ■

☐ ***3-usul. 1-bosqich.***

1) $x$ – kichik yashiklar soni bo‘lsin;

2) $(x-12)$ – katta yashiklar soni bo‘ladi;

3) jami olmalar $12{,}5\ x$ (kg) dan iborat;

4) ikkinchi tomondan, jami olmalar $15{,}5\,(x-12)$ (kg);

5) masala mazmuniga mos tenglama:

$15{,}5\cdot(x-12)=12{,}5\cdot x$.

***2-bosqich***da shu tenglamani yechamiz:

$15{,}5\cdot x-15{,}5\cdot 12-12{,}5\cdot x$; $15{,}5\cdot x-12{,}5x-15{,}5\cdot 12$; $3x-15{,}5\cdot 12$; $x=15{,}5\cdot 4$; $x=62$ (ta).

Kichik yashiklar soni 62 dona ekan. Har bir kichik yashikka 12,5 kilogrammdan olma joylashgan, demak, jami olmalar $12{,}5\cdot 62=$ $=775$ (kg).

**Javob:** 775 kg. ■

☐ ***4-usul (arifmetik usul).***

1) 12 ta kichik yashikka necha kilogramm olma joylanadi?

$12{,}5\cdot 12=150$ (kg);

2) katta va kichik yashiklar sig‘imi orasidagi farq necha kilogramm?

$15{,}5-12{,}5=3$ (kg);

3) har bir katta yashikka 12,5 kg dan olma solinsa, 150 kg olma ortib qolar ekan. Har bir katta yashikka yana 3 kg dan olma solinishi kerak. Unda 150 kg olmani joylash uchun $150:3=50$ (ta) katta yashik kerak bo‘ladi. Demak, katta yashiklar soni 50 ta ekan. U holda jami olmalar 775 kg ni tashkil qiladi.

**Javob:** 775 kg.

Javobning to‘g‘riligini masala shartidan foydalanib tekshirish mumkin.

1) har bir yashikka 12,5 kilogrammdan olma joylansa, 775 kg olmani joylash uchun nechta yashik kerak?

$775:12{,}5-62$ (ta);

2) har bir yashikka 15,5 kilogrammdan olma joylansa, 775 kg olmani joylash uchun nechta yashik kerak?

$775:15{,}5=50$ (ta);

3) olmalar faqat katta yashiklarga joylansa, nechta yashik kam talab etiladi?

$62-50=12$ (ta), ya’ni masala shartidagi 12 soni hosil bo‘ldi, bu esa masalada izlanayotgan miqdor – jami olmalar necha kilogrammligi to‘g‘ri topilganini bildiradi. ■

**36.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Masalalarni tenglamalar yordamida yechish nechta bosqichdan iborat?

2) Shu bosqichlarni ayting.

3) Ikkita qopda 90 kg shakar bor. Birinchi qopdagi shakarning 20 %i ikkinchi qopdagi shakarning 25 %iga teng. Har bir qopda necha kilogrammdan shakar bor?

Masalani: a) tenglama tuzib; b) arifmetik usulda yeching. Yechish bosqichlarini yozing.

Masalalarni tenglama tuzib yeching (**37–49**):

**37.** Ma'lum miqdordagi pul 5 kishiga bo'lib berilganida har bir kishiga $a$ so'mdan tegadi. Xuddi shu pul 8 kishiga bo'lib berilsa, kishi boshiga tushgan pul qanchaga kamayadi?

**38.** Fotima pulining 0,2 qismini Zuhraga berganida ularning pullari teng bo'ladi. Zuhra pulining $\frac{1}{3}$ qismini Fotimaga bersa, Fotimaning jami puli 6000 so'm bo'ladi. Zuhraning puli necha so'm?

**39.** Bir kilogramining narxi 3000 so'm va 4200 so'm bo'lgan ikki xil mahsulot aralashtirilib, 1 kilogrami 3300 so'm bo'lgan 32 kg mahsulot hosil qilindi. Har bir mahsulotdan necha kilogrammdan olingan?

**40.** Uchta idish bor: $A$, $B$, $C$. $A$ idishda biror moddaning $8l$ 20 % li eritmasi bor. O'sha moddaning $B$ idishda $4l$ 40 % li, $C$ idishda esa $4l$ 60 % li eritmasi bor. $A$ idishdagi eritmaning yarmi $B$ ga solindi. $B$ idishdagi aralashmaning yarmi $C$ ga quyildi. $C$ idishda endi moddaning necha foizli eritmasi bor?

**41.** Silindr shaklidagi katta idishni (sisternani) III quvur yopiq bo'lganda I quvur 12 soatda, II quvur 18 soatda to'ldiradi. Idish balandligining yarmisida o'rnatilgan III quvur to'la idishning yarmini 36 soatda bo'shatadi. Uchala quvur baravar ochib qo'yilsa, idish necha soatda to'ladi?

**42.** I va II quvurlar baravar ochilib, III quvur yopilsa, sisterna 36 soatda to'ladi. Sisterna balandligining (tubidan hisoblaganda) $\frac{1}{3}$ qismida o'rnatilgan III quvur to'la sisternaning $\frac{1}{3}$ qismini 18 soatda bo'shatadi. Uchala quvur bir vaqtda ochilsa, idish necha soatda to'ladi?

**43.** Idishda ma'lum miqdor suv bor. Agar idishga $a\,l$ suv quyilsa, idishning $\frac{1}{4}$ qismi to'ladi. Agar idishdagi dastlabki suvdan $a\,l$ olib tashlansa, idishning $\frac{3}{20}$ qismi to'la bo'ladi. Dastlab idishning qancha qismi to'la bo'lgan?

**44.** Koptok tashlangan balandligining $\frac{3}{5}$ qismiga qadar sakraydi. Bu koptokning 2 marta sakragandan keyingi balandligi 27 cm bo'lsa, koptok necha santimetr balandlikdan tashlangan?

**45.** 1 kg i 200 so'mdan olingan uzumning 3 kg idan 1 kg sharbat olinib, 720 so'mga sotildi. Uzumning narxi 50 so'mga arzonlashsa, avvalgi foydani saqlab qolish uchun sharbatning yangi narxi dastlabkisidan necha so'm arzon bo'lishi kerak?

**46.** 36 yoshdagi otaning yoshi 3 ta bolasining yoshlari yig'indisidan 3 marta ortiq. Necha yildan so'ng otaning yoshi bolalari yoshlarining yig'indisiga teng bo'ladi?

**47.** 5 yil oldin otaning yoshi o'g'li yoshidan 7 marta ortiq edi. Otaning hozirgi yoshidan 5 yil keyin otaning yoshi o'g'li yoshidan 3 marta ortiq bo'ladi. Ota hozir necha yoshda?

**48.** 1) Ota 40 yoshda, o'g'li 12 yoshda. Necha yil avval otaning yoshi o'g'li yoshidan 5 marta katta bo'lgan?
2) Ona qizidan 39 yosh katta. 7 yildan so'ng onaning yoshi qizi yoshidan 4 marta katta bo'ladi. Ona hozir necha yoshda? Qizi-chi?

**49.** Idishning $\frac{1}{3}$ qismi suv bilan to'la. Bu suvning $\frac{1}{4}$ qismi ishlatilganidan keyin unga 45 litr suv solinsa, idishning $\frac{1}{8}$ qismi bo'sh bo'ladi. Idishga jami necha litr suv ketadi?

### Amaliy-tatbiqiy masalalar

**50.** Sinovda 60 ta savol berildi, har bir to'g'ri javob 5 ballga baholandi. 4 ta noto'g'ri javob uchun jarima sifatida bitta to'g'ri javob bekor qilinadi. Bu sinovda hamma savollarni belgilagan bir o'quvchi 225 ball olgan bo'lsa, u nechta savolga to'g'ri javob bergan?

**51.** Aravaning oldingi g‘ildiragi aylanasi uzunligi keyingi g‘ildiragi aylanasidan 0,5 m qisqa. 45 m masofada oldingi g‘ildirak necha marta aylansa, 54 m masofada keyingi g‘ildirak shuncha marta aylanadi. Har bir g‘ildirak aylanasi uzunligini toping.

**52.** Aravaning oldingi g‘ildiragi aylanasi uzunligi 1,5 m ga, keyingi g‘ildiragi aylanasi uzunligi esa 2 m ga teng. Qanday masofada oldingi g‘ildirak keyingisiga qaraganda 50 ta ko‘p aylanadi?

**53.** 1) Bir son ikkinchisidan 7 taga ko‘p. Agar sonlardan kichigini 4 ga, kattasini 5 ga bo‘lsak, birinchi bo‘linma ikkinchisidan 2 taga ortiq bo‘ladi. Shu sonlarni toping.
2) Ikki sonning ayirmasi 68 ga teng. Agar sonlardan kattasini kichigiga bo‘lsak, to‘liqsiz bo‘linma 5 ga va qoldiq 8 ga teng bo‘ladi. Shu sonlarni toping.

**54.** Mis va ruxdan iborat qotishmaning og‘irligi 24 N bo‘lib, u suvga cho‘ktirilganda o‘z og‘irligining $2\frac{8}{9}$ N ini yo‘qotadi. Mis suvda o‘z og‘irligining $11\frac{1}{9}$ % ini, rux esa suvda o‘z og‘irligining $14\frac{2}{7}$ % ini yo‘qotishi ma’lum bo‘lsa, qotishmada mis va rux og‘irliklari qanchadan?

**55.** 1 kilogramining narxi 6000 so‘m va 8400 so‘m bo‘lgan ikki xil mahsulot aralashtirilib, 1 kilogrami 6600 so‘m bo‘lgan 32 kg mahsulot hosil qilindi. Har bir mahsulotdan necha kilogrammdan olingan?

**56.** Birinchi soatda sayyohlar 3,5 km/h tezlik bilan yurishdi. Hisoblab ko‘rishsa, bunday tezlik bilan yurilganda, manzilga mo‘ljaldan 1 soat kech borilar ekan. Ular tezlikni 1,5 km/h ga oshirishdi va manzilga mo‘ljaldagidan yarim soat oldin yetib kelishdi. Sayyohlar necha kilometr yo‘l yurishgan?

**57.** Ikki qishloq orasidagi masofa 9 km. Yo‘l qiyalik va tekislikdan iborat. Piyoda qiyalikdan tepaga 4 km/h tezlik bilan ko‘tarildi, tekis yo‘lda 5 km/h tezlik bilan yurdi, qiyalikdan pastga esa 6 km/h tezlik bilan tushdi. Piyoda bir qishloqdan ikkinchisiga borish va kelishga 3 soat-u 41 minut sarflagan bo‘lsa, yo‘lning tekis qismi necha kilometrni tashkil qiladi?

**58.** Poyezd 40 km/h tezlik bilan ketyapti. Haydovchi ro‘paradan kelayotgan va uzunligi 75 m bo‘lgan poyezd uning poyezdi yonidan 3 sekundda o‘tib ketganini aniqladi. Ro‘paradan kelayotgan poyezdning tezligi qancha bo‘lgan?

**59.** Mashina $a$ km yo‘lni $v$ km/h tezlik bilan 1 soatda bosib o‘tdi. $v$ tezlikni 2 baravar oshirilsa, o‘sha yo‘lning uchdan birini necha soatda bosib o‘tadi?

**60.** Sirojiddin buvisinikiga borish uchun avtobus, yengil mashina va poyezddan foydalanadi. U uyidan vokzalgacha bo‘lgan $s$ masofani avtobusda bosib o‘tdi. Uning poyezdda yurgan yo‘li bu masofaning 100 baravarini tashkil qiladi. U poyezddan tushgach $s$ masofaning 4 baravarini yana yengil mashinada bosib o‘tdi. Sirojiddinning uyidan buvisinikigacha bo‘lgan masofa 1050 km bo‘lsa, uning: a) yengil mashinada; b) poyezdda yurgan yo‘li jami masofaning qancha qismini tashkil qilishini toping.

**61.** Ali bilan Valining pullari nisbati $\frac{8}{15}$. Alining pullari 25 % ga ko‘payib, Valiniki 25 % kamaysa, pullarning nisbati qanday bo‘lib qoladi?

**62.** Sotuvchi molining 20 % ini 40% foyda bilan sotdi. Jami sotuvdan 32 % foyda ko‘rish uchun u qolgan molini necha foiz foyda bilan sotishi kerak?

**63.** Bir-biriga tegib turadigan tishli uchta g‘ildirakdan birinchisi 5 marta aylanganida, ikkinchi g‘ildirak 6 marta, uchinchisi 10 marta aylanadi. Hamma tishlar soni 56 ta bo‘lsa, kichik g‘ildirakning tishi nechta?

**64.** Uchburchakning bir tomoni ikkinchisidan 4 cm uzun, uchinchisidan esa 3 cm qisqa. Agar uchburchakning perimetri 50 cm bo‘lsa, uning tomonlari uzunliklarini toping.

**65.** Uchburchakning bir tomoni ikkinchisining 60 % ini tashkil qiladi, uchinchisidan esa 4 cm qisqa. Agar uchburchakning perimetri 48 cm bo‘lsa, uning tomonlari uzunliklarini toping.

**66.** Ikki shahar orasidagi masofani yo‘lovchi poyezdi yuk poyezdiga nisbatan $t$ soat tez bosib o‘tadi. Agar yo‘lovchi poyezdining tezligi $v_1$ km/h, yuk poyezdiniki $v_2$ km/h va $v_1 > v_2$ bo‘lsa, shaharlar orasidagi masofani toping.

**67.** $A$ va $B$ shaharlar orasidagi masofa $a$ km. Poyezd $A$ dan $B$ ga $v_1$ km/h tezlik bilan, $B$ dan $A$ ga esa $v_2$ km/h tezlik bilan yurdi. Borish va kelishdagi jami yo'lni poyezd o'rtacha qanday tezlik bilan o'tgan?

□ ***1-savol.*** $A$ dan $B$ ga borish uchun poyezd necha soat sarflagan?

Poyezdning $A$ dan $B$ ga borish uchun ketgan vaqtini $t_1$ bilan belgilaylik. $s=v\cdot t$ yo'l formulasidan $t=\frac{s}{v}$. Bu formulaga asosan $t_1=\frac{a}{v_1}$ (soat).

***2-savol.*** $B$ dan $A$ ga kelish uchun poyezd necha soat vaqt sarflagan?

Poyezdning $B$ dan $A$ ga kelish uchun ketgan vaqtini $t_2$ bilan belgilaylik. $t=\frac{s}{v}$ formulaga ko'ra $t_2=\frac{a}{v_2}$ (soat).

***3-savol.*** Hammasi bo'lib poyezd necha soat yo'l yurgan?

$t_1+t_2=\frac{a}{v_1}+\frac{a}{v_2}=\frac{av_1+av_2}{v_1v_2}$ (soat).

***4-savol.*** Poyezd borish va kelishda hammasi bo'lib necha kilometr yo'l yurgan?

$a+a=2a$ (km).

***5-savol.*** Poyezd jami yo'lni o'rtacha qanday tezlik bilan o'tgan?

$\frac{2a}{t_1+t_2}=\frac{2a}{\frac{av_1+av_2}{v_1v_2}}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$ (km/h).

**Javob:** $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$ km/h. ■

**68.** Beshik ustasi Ahmad ota boshliq korxona buyurtmani $n$ kunda bajarishi kerak edi. U har kuni rejadan tashqari $k$ dona beshik tayyorlab, $m$ kunda topshiriqni bajarib, bundan tashqari yana $d$ ta beshik tayyorladi. Korxona avval bir kunda nechta beshik tayyorlashi kerak edi?

**69.** Birinchi qopda $a$ kg, ikkinchi qopda $b$ kg guruch bor edi. Ikkinchi qopdan birinchi qopdan olinganiga qaraganda $n$ marta ko'p guruch olishdi. Natijada, birinchi qopda ikkinchisidagiga qaraganda $k$ marta ko'p guruch qoldi. Har bir qopdan necha kilogrammdan guruch olishgan?

**68**- va **69**- masalalarda javobni tahlil qiling: harflarning qanday qiymatlarida masala ma'noga ega?

***Masalani yechishning quyidagi usullari bor:***

**1.** ***Algebraik usul.*** Bu usulda masalada topilishi talab etilgan noma'lum miqdor biror harf bilan belgilanadi. Masala mazmunidan kelib chiqib, bu noma'lum va masalada berilgan miqdorlar orasidagi bog'lanish o'rnatiladi. Bu bog'lanish masala shartlariga mos keladigan tenglamadir. Tuzilgan tenglama yechiladi va bu yechim, zarur bo'lsa, masala shartini qanoatlantirishi tekshiriladi. Demak, masalani algebraik usulda yechish shu masalaga mos tenglamani yechishga keltiriladi. Algebraik usulning afzalligi shundaki, bunda mazmun jihatidan turlicha bo'lgan masalalar bitta tenglamaga keltirilishi mumkin.

**2.** ***Arifmetik usul.*** Bu usulda tenglama tuzilmaydi. Har bir masalaga o'ziga xos yondashiladi, masalada berilgan miqdorlar orasidagi bog'lanish mulohazalar yordamida, yo'naltiruvchi savollar berish yo'li bilan o'rnatiladi.

**3.** Avvalgi paragrafda bitta masalani tenglama tuzib (algebraik usulda) va arifmetik usulda yechgan edik. Masala yechishning e'tiborga loyiq yana bir usuli bor, bu usul ham qadimdan ma'lum. Uni „masalada keltirilgan amallar tartibini va amallarning o'zini ham teskarisiga o'zgartirish" usuli deyish mumkin.

**1-masala.** Alijon bir qop kartoshkani bozorga olib keldi. Agar u 1 kg kartoshkani 1650 so'mdan sotsa, 8140 so'm zarar ko'radi. Agar 1 kilogramini 1980 so'mdan sotsa, 16280 so'm foyda ko'radi. Qopda necha kilogramm kartoshka bor?

□ ***Algebraik usul.***

Qopda $x$ kg kartoshka bor, deylik. U holda $1650 \cdot x$ – kartoshkaning 1 kilogrami 1650 so'mdan sotilganda tushadigan pul;

$1980 \cdot x$ – kartoshkaning 1 kilogrami 1980 so'mdan sotilganda tushadigan pul.

Bir qop kartoshkaning narxi $1650 \cdot x + 8140$ so'm bo'lsa, Alijon zarar ko'rmaydi. $(1980 \cdot x - 16280)$ so'm bo'lsa, u foyda ko'rmaydi.

Masala shartiga muvofiq ushbu $1980 \cdot x - 16280 = 1650 \cdot x + 8140$ tenglamani hosil qilamiz. Bundan $1980 \cdot x - 1650 \cdot x = 16280 + 8140$; $330 \cdot x = 24420$; $x = 24420 : 330$; $x = 74$ (kg).

**Javob:** qopda 74 kg kartoshka bor. ■

□ ***Arifmetik usul.***

***1-savol.*** Qimmatga sotilgan 1 kg kartoshka bilan arzonga sotil-

gan 1 kg kartoshkaning narxida qancha farq bor? $1980-1650=$ $=330$ (so‘m).

***2-savol.*** Olinadigan foyda va ko‘riladigan zarar orasidagi farq necha so‘m?

$16280-(-8140)=16280+8140=24420$ (so‘m).

***3-savol.*** Foyda–zarar orasidagi bu farqlar necha kilogramm kartoshka sotilganda hosil bo‘ladi?

$24420:330=74$ (kg). ■

**2-masala.** Men bir son o‘yladim. Uning 3 baravariga 10 ni qo‘shdim va natijani 10 ga bo‘ldim. Bo‘linmaning $\frac{4}{5}$ qismiga 3 ni qo‘shgandim, 11 hosil bo‘ldi. Men o‘ylagan sonni toping.

□ ***1-usul.*** (***Algebraik usul.***) O‘ylangan sonni $x$ deb belgilaymiz. O‘ylangan son $x$ ustida bajarilgan amallarni masalada aytilish tartibida yozib chiqaylik:

**1-ish.** O‘ylangan sonning uch baravari: $3x$;

**2-ish.** Natijaga 10 ni qo‘shish: $3x+10$;

**3-ish.** Yig‘indini 10 ga bo‘lish: $(3x+10):10$;

**4-ish.** Bo‘linmaning $\frac{4}{5}$ qismini topish: $\left((3x+10):10\right)\cdot\frac{4}{5}$;

**5-ish.** Natijaga 3 ni qo‘shish: $\left((3x-10):10\right)\cdot\frac{4}{5}+3$.

Masala shartiga ko‘ra shu 5 ta „ish“ natijasi 11 ga teng: $\left((3x-10):10\right)\cdot\frac{4}{5}+3=11$.

Masalaga mos chiziqli tenglama hosil qildik. Uni o‘zingiz mustaqil yeching, shunda o‘ylangan son $x=30$ ekanini topasiz.

**Javob:** o‘ylangan son 30 ga teng. ■

□ ***2-usul.*** Bu usulda masalani yechish, unda aytilgan oxirgi amalga teskari amaldan boshlanadi. Masalada oxirgi 5-ishda bajariladigan amal qo‘shish amalidir, buning natijasida mos ifodaga 3 ni qo‘shib, 11 hosil bo‘lgani aytilgan. Qo‘shish amaliga teskari amal ayirish bo‘lgani uchun biz 11 dan 3 ni ayiramiz va bu masalani hal etishdagi 1-ish bo‘ladi:

**1-ish.** $11-3=8$.

**2-ish.** Masaladagi 4-ish $\frac{4}{5}$ ga ko‘paytirish edi. Biz 8 ni $\frac{4}{5}$ ga bo‘lamiz: $8:\frac{4}{5}=8\cdot\frac{5}{4}=10$.

**3-ish.** Masalada 3-ish 10 ga bo‘lish edi. Biz natijani 10 ga ko‘paytiramiz: $10 \cdot 10 = 100$.

**4-ish.** Masalada 2-ish 10 ni qo‘shish edi. Biz avvalgi natijadan 10 ni ayiramiz: $100 - 10 = 90$.

**5-ish.** Masaladagi 1-ish o‘ylangan sonni 3 ga ko‘paytirish edi. Biz chiqqan natijani 3 ga bo‘lamiz: $90 : 3 = 30$. Demak, o‘ylangan son 30 ekan. ■

Masalaning bu usulda yechilishi chizmada yaqqolroq tasvirlanishi mumkin. Shunday chizmani o‘zingiz chizib, bunga ishonch hosil qiling.

**70.** Masalani ikki usulda yeching:
Feruza bir son o‘yladi. Uni 6 ga ko‘paytirib, 9 ga bo‘ldi. Natijadan 5 ni ayirdi. Hosil bo‘lgan sonning 40% ini 2 ga bo‘lgan edi, 5 chiqdi. Feruza o‘ylagan sonni toping.
Bu masala yechilishini chizmada ham tasvirlang.

Masalalarni turli usullarda yeching (**71–91**):
*G‘iyosiddin Jamshid al-Koshiyning „Hisob ilmi kaliti“ asaridagi masalalar* (**79–80**):

**71.** Oltin va durdan yasalgan bezakning og‘irligi 3 misqol, bahosi 24 dinor. 1 misqol oltin 5 dinor, 1 misqol dur 15 dinor bo‘lsa, bezakda necha misqoldan oltin va dur bor?

**72.** O‘ylangan sonni 2 ga ko‘paytirib, hosil bo‘lgan songa 1 qo‘shilsa, yig‘indini 3 ga ko‘paytirib, ko‘paytmaga 2 qo‘shilsa, so‘ng hosil bo‘lgan son 4 ga ko‘paytirilib, bu ko‘paytmaga 3 qo‘shilsa, 95 hosil bo‘ladi. O‘ylangan sonni toping.

**73.** 1) 20% li sharbat hosil qilish uchun necha litr qaynagan suvga 200 gramm shakar qo‘shish kerak?

2) Idishning $\frac{1}{5}$ qismi bo‘sh. Idishdagi suvning qancha qismi qadar suv quyilsa, idish to‘ladi?

**74.** Simning uchidan $\frac{1}{3}$ qismi kesilsa, simning o‘rta nuqtasi boshlang‘ich holdagidan 4 cm ga o‘zgaradi. Dastlab simning uzunligi qancha bo‘lgan?

**75.** Sonning o‘ndan biridan 10 ni olib, ayirmaning 0,1 qismini hisoblasak, 10 hosil bo‘ldi. Shu sonni toping.

**76.** Sotuvchi bir to‘p gazlamaning dastlab $\frac{4}{9}$ qismi va 10 metrini, keyin $\frac{1}{3}$ qismidan 8 m kamini va so‘ngra qolgan 18 metrini sotdi. Ikkinchi galda necha metr gazlama sotilgan?

**77.** Rasul avval pulining $\frac{2}{5}$ qismidan 250 so‘m ortig‘ini, keyin qolganining $\frac{3}{5}$ qismidan 250 so‘m kamini ishlatdi. Shunda o‘zida 3750 so‘m pul qoldi. Rasulning jami puli dastlab necha so‘m bo‘lgan?

**78.** (*Qadimgi masala.*) Ota katta o‘g‘liga tangalarining $\frac{1}{13}$ qismini, kichik o‘g‘liga esa qolgan tangalarining $\frac{1}{17}$ qismini berdi. Shundan so‘ng otada 384 ta tanga qoldi. Dastlab unda qancha tanga bo‘lgan?

**79.** (*Qadimgi hind masalasi.*) Asalarilarning beshdan biri oq gullarga, uchdan biri qizil gullarga qo‘ndi. Ular ayirmasining uch baravari sariq gullardan bol yig‘ishmoqda. Faqat bittagina asalari gullar iforidan bahra olib, uchib yuribdi. Qani ayting-chi, gulzorda qancha asalari bor edi?

**80.** Arqonning yarmi va yana $\frac{1}{2}$ dm, keyin qolgan arqonning yarmi va yana $\frac{1}{2}$ dm, so‘ngra bundan qolgan arqonning yarmi va yana $\frac{1}{2}$ dm qirqib olindi. Shundan so‘ng jami arqondan 12 dm qoldi. Dastlab arqonning uzunligi qancha bo‘lgan?

**81.** Said otada qo‘y va tovuqlar bor. Ular boshlarining umumiy soni 172 ta, oyoqlarining soni esa 434 ta. Said otaning nechta qo‘yi, nechta tovug‘i bor?

**82.** 5 tonna va 10 tonna yuk ko‘taradigan 58 ta mashina bilan 465 tonna yukni tashishdi. Yuk tashishda qancha 5 tonnalik va qancha 10 tonnalik mashinalar band bo‘lgan?

**83.** Ikki sonning yig‘indisi 120 ga teng. Sonlardan birini 3 ga, ikkinchisini 2 ga ko‘paytirib, natijalarni qo‘shsak, 293 hosil bo‘ladi. Shu sonlarni toping.

**84.** Ikki sonning ayirmasi 150 ga teng. Sonlarning kattasini 2 ga, kichigini 3 ga ko‘paytirib, biridan ikkinchisini ayirsak, 201 hosil bo‘ladi. Shu sonlarni toping.

**85.** Bitta daftar va bitta ruchka birgalikda 210 so‘m turadi. 4 ta daftar va 3 ta ruchka birgalikda 720 so‘m turadi. Bitta daftar va bitta ruchkaning narxini toping.

**86.** Bitta qurut va bitta xo‘rozqand birgalikda 55 so‘m turadi. 6 ta qurutning puliga 5 ta xo‘rozqand sotib olish mumkin. Bitta qurut necha so‘m turadi? Bitta xo‘rozqand-chi?

**87.** Sondan uning beshdan biri va yettidan biri ayirilsa, 115 qoladi. Sonning o‘zini toping.

**88.** Doira 8 ta qismga (sektorga) shunday bo‘linganki, har bir sektorning burchagi unga qo‘shni bo‘lgan har bir sektor burchagidan 10° ga farq qiladi. Sektorning burchaklarini toping. (Masala 8 xil yechimga ega. Shu yechimlarni toping.) Mos shakllar chizing.

**89.** Donning namligi quritilgach, $p$% dan $q$% ga tushdi ($p>q$). Donning massasi necha foizga kamaygan?

□ Donning dastlabki massasini $a$ kg desak, undagi quruq modda miqdori $a-\frac{a\cdot p}{100}=\frac{a(100-p)}{100}$ kg bo‘ladi. Bu esa quritilgan don massasining $(100-q)$% i ga teng. U holda donning quritilgandan keyingi massasi $\frac{a(100-p)}{100}:\frac{100-q}{100}=\frac{a(100-p)}{100-q}$ kilogrammga teng bo‘ladi. Demak, donning dastlabki massasi $a-\frac{a\cdot(100-p)}{100-q}=\frac{a(p-q)}{100-q}$ kilogrammga kamayadi. Bu esa dastlabki don massasining $\frac{(p-q)}{100-q}\cdot 100\%$ ini tashkil qiladi. ■

**90.** Donning namligi 24 % edi. U quritilgach namligi 14 % bo‘ldi. Donning massasi necha foizga kamaydi?

**91.** Yangi uzilgan bodringdagi suv miqdori 99 % ga teng. Ma’lum muddat o‘tgach, bodringlarning nami qochdi va hozir undagi suv miqdori 98 % ni tashkil etadi. 1) Avval 1 tonna bo‘lgan

bodring hozir necha kilogramm bo‘lib qoldi? 2) Hozir 300 kg bo‘lgan bodring uzilganida necha kilogramm bo‘lgan?

**92.** (*Qadimgi masala.*) Kulol 25 ta ko‘zani bozorga olib borish uchun arava yolladi. Bozorga olib kelingan har bir butun ko‘za uchun kulol aravakashga 1500 so‘m beradi. Sindirib qo‘yilgan har bir ko‘za uchun aravakash kulolga 5000 so‘m to‘laydi. Yo‘lda bir necha ko‘za sinib qolibdi va kulol aravakashga 18000 so‘m berdi. Nechta ko‘za bozorga sinmay kelgan?

**93.** Ikkala to‘pda birgalikda 120 m adras bo‘lib, birinchi to‘pda ikkinchisiga qaraganda 24 m adras kam edi. Ikkinchi to‘pdan birinchisiga qaraganda 2 marta ko‘p adras sotildi. Natijada, birinchi to‘pda ikkinchisiga qaraganda 1,5 marta ko‘p adras qoldi. Har bir to‘pdan necha metrdan adras sotilgan?

a) 14 m, 21 m; b) 20 m, 30 m;
c) 24 m, 36 vm; d) 30 m, 60 m.

### Mantiqiy masalalarni jadval yordamida yechish

**1-masala.** Kosa, ko‘za, stakan va bankaga qatiq, sut, ayron va suv quyilgan. Ma’lumki, suv va qatiq kosada emas, bankada sut ham, suv ham yo‘q, sutli idish ko‘za va ayronli idishlar orasida turadi. Stakan banka va qatiqli idish yonida turibdi. Qaysi idishda qanday suyuqlik joylashganligini aniqlang.

☐ Jadval tuzamiz: uning ustuniga suyuqliklarni, qatori (satri)ga idishlar nomlarini yozamiz. Jadvalda suv va qatiq kosada emasligi, bankada sut ham, suv ham yo‘q ekanligini belgilaymiz.

Sutli idish ko‘za va ayronli idishlar orasida turishi ko‘zada sut va ayron yo‘qligini bildiradi. Stakanning banka va qatiqli idish yonida turishi qatiq stakanda ham, bankada ham emasligini bildiradi. Bu ma’lumotlarni jadvalga kiritamiz:

| | Kosa | Ko‘za | Stakan | Banka |
|---|---|---|---|---|
| Qatiq | – | | – | – |
| Sut | | – | | – |
| Ayron | | | | |
| Suv | – | | | – |

Jadvaldan qatiqning kosada ham, stakanda ham, bankada ham emasligidan uning ko‘zada ekanligi ko‘rinib turibdi. Ko‘zada qatiq borligidan ko‘zada ayron va suv bo‘lmasligi kelib chiqadi. Bu ma’lumotlarni jadvalga kiritamiz:

| | Kosa | Ko‘za | Stakan | Banka |
|---|---|---|---|---|
| Qatiq | | + | | |
| Sut | | – | | – |
| Ayron | | – | | |
| Suv | – | – | | – |

Bankada qatiq, suv va sutning yo‘qligi bankada ayron borligini bildiradi:

| | Kosa | Ko‘za | Stakan | Banka |
|---|---|---|---|---|
| Qatiq | – | + | – | – |
| Sut | | – | | – |
| Ayron | | – | | + |
| Suv | – | – | | – |

Demak, ayron kosa va stakanda emasligi aniq bo‘ldi. Nihoyat, sutning kosada ekanligini va bundan sutning stakanda bo‘lmasligini belgilaymiz.

| | Kosa | Ko‘za | Stakan | Banka |
|---|---|---|---|---|
| Qatiq | – | + | – | – |
| Sut | + | – | – | – |
| Ayron | – | – | – | + |
| Suv | – | – | | – |

Bundan stakanda suv borligi aniq bo‘ldi.

| | Kosa | Ko‘za | Stakan | Banka |
|---|---|---|---|---|
| Qatiq | – | + | – | – |
| Sut | + | – | – | – |
| Ayron | – | – | – | + |
| Suv | – | – | + | – |

**Javob:** ko‘zada qatiq, kosada sut, bankada ayron, stakanda suv bor. ■

Keyingi masalalarda jadvallarni to‘ldirish jarayoni birmuncha qisqaroq bayon qilingan.

**2-masala.** Uch o‘rtoq–Soli, Karim va Muslim bir maktabda o‘qishadi. Ularning familiyalari Parpiyev, Saidov va Ikromov. Soli 7-sinfda o‘qiydi, Karimning onasi muhandis. Ikromov 6-sinfda o‘qiydi, uning onasi hisobchi. Soli va Saidov turli futbol jamoalariga ishqibozlik qiladilar. O‘quvchilarning familiyalarini toping.

□ ***Yechilishi.*** Ismlar va familiyalardan iborat jadvalni tuzaylik:

| | Soli | Karim | Muslim |
|---|---|---|---|
| Parpiyev | | | |
| Saidov | | | |
| Ikromov | | | |

Endi berilgan ma'lumotlarni tahlil qilib, uni quyidagicha to'ldiramiz: rost bo'lgan, to'g'ri moslikka „+", to'g'ri bo'lmagan moslikka esa „–" belgilarini qo'yib, jadval kataklarini to'ldiramiz.

Solining 7-sinfda o'qishi va Ikromovning 6-sinfda o'qishidan Solining Ikromov emasligi kelib chiqadi. Bundan tashqari, Soli va Saidov turli futbol jamoalarining ishqibozi ekanligidan Solining Saidov emasligi kelib chiqadi.

Demak, Solining Saidov ham, Ikromov ham emasligidan Solining familiyasi Parpiyev ekanligi kelib chiqadi.

Bu Parpiyevning ismi Karim yoki Muslim bo'la olmasligini bildiradi.

Shu ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz:

| | Soli | Karim | Muslim |
|---|---|---|---|
| Parpiyev | + | – | – |
| Saidov | – | | |
| Ikromov | – | | |

Tahlilni davom ettiramiz.

Karimning onasi muhandis. Ikromovning onasi hisobchiligidan Karimning Ikromov emasligi va Karim Saidov ekanligi kelib chiqadi. Natijada, Saidov Muslim emasligi va nihoyat Muslim Ikromovligi kelib chiqadi. Shu ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz:

| | Soli | Karim | Muslim |
|---|---|---|---|
| Parpiyev | + | – | – |
| Saidov | – | + | – |
| Ikromov | – | – | + |

**Javob:** Soli Parpiyev, Karim Saidov va Muslim Ikromov. ■

**3-masala.** Jurnalist korxonaga hisobchi, muhandis va mexanik Fayozov, G'iyosov va Diyorovlar bilan suhbatlashish uchun keldi. Tanishi unga quyidagi ma'lumotlarni berdi:

– Diyorov hisobchi emas;
– Fayozov muhandis emas;
– Diyorov muhandis emas;
– G'iyosov mexanik emas.

Jurnalist xodimlar bilan suhbatlashganidan so'ng aytilgan to'rtta ma'lumotdan faqat bittasi haqiqatga to'g'ri kelishini bilib oldi. Xodimlarning mutaxassisligini aniqlang.

□ Bu masalani yechishda asosiy e'tiborni to'rtta gapning bittasi rost ekanligiga qaratamiz. Bunda birinchi gap rost bo'lib, qolgan uchtasi yolg'on bo'lsin, ikkinchi gap rost bo'lib, qolganlari

yolg‘on bo‘lsin va hokazo hollarni ko‘ramiz. Jadval ko‘rinishida bu quyidagicha bo‘ladi:

| Aytilgan gaplar | 1-hol | 2-hol | 3-hol | 4-hol |
|---|---|---|---|---|
| Diyorov hisobchi emas | + | – | – | – |
| Fayozov muhandis emas | – | + | – | – |
| Diyorov muhandis emas | – | – | + | – |
| G‘iyosov mexanik emas | – | – | – | + |

**1-hol:** birinchi gap rost bo‘lib, qolganlari yolg‘on.

Bu holda: Diyorov hisobchi emas, Fayozov muhandis, Diyorov muhandis, G‘iyosov mexanik. Ko‘rinib turibdiki, bu holda ziddiyat bor, ya’ni ikkita xodim Fayozov va Diyorov muhandis, degan xulosa kelib chiqdi. Demak, birinchi gap rost emas.

**2-hol:** Diyorov hisobchi; Fayozov muhandis emas; Diyorov muhandis; G‘iyosov mexanik. Bu holda ham ziddiyat bor, ya’ni bir xodim ikkita kasb egasi ekanligi kelib chiqdi. (Diyorov hisobchi va muhandis.)

**3-hol:** Diyorov hisobchi, Fayozov muhandis, Diyorov muhandis emas, G‘iyosov mexanik. Bu holda ziddiyat yo‘q va xodimlarning kasbi aniq ko‘rsatilgan.

**Javob:** Diyorov hisobchi, Fayozov muhandis, G‘iyosov mexanik ekan. ■

**4-masala.** Uch dugona – Nodira, Vasila va Malika oq, qizil va qora ko‘ylaklarda „Navro‘z“ bayramiga kelishdi. Ularning oyoq kiyimlari ham shu ranglarda. Faqat Nodiraning ko‘ylagi va oyoq kiyimi bir xil rangda. Vasilaning ko‘ylagi ham, oyoq kiyimi ham qora rangda emas, Malikaning oyoq kiyimi qizil rangda. Har bir qizning ko‘ylagi va oyoq kiyimining rangini aniqlang.

Bu masalani ham jadval usulida yechamiz.

| Ranglar | oq | | qizil | | qora | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ismlar | ko‘ylak | oyoq kiyim | ko‘ylak | oyoq kiyim | ko‘ylak | oyoq kiyim |
| Nodira | | | | | | |
| Vasila | | | | | | |
| Malika | | | | | | |

Mavjud ma’lumotlardan foydalanib, jadvalni to‘ldiramiz. Rost bo‘lgan, to‘g‘ri bo‘lgan gapni 1 bilan, noto‘g‘ri gapni esa 0 bilan belgilaymiz.

1) Vasilaning ko‘ylagi ham, oyoq kiyimi ham qora rangda emasligini belgilaymiz.

2) Malikaning oyoq kiyimi qizil rangdaligidan ko‘ylagi qizil emasligi kelib chiqadi.

3) Malikaning oyoq kiyimi qizil rangdaligidan boshqa qizlarning oyoq kiyimi qizil emasligi kelib chiqadi.

4) Xuddi shunday, Malikaning oyoq kiyimi qizil rangdaligidan oyoq kiyimi qora va oq emasligi kelib chiqadi.

5) Vasila va Malikaning oyoq kiyimlari qora emasligidan Nodiraning oyoq kiyimi qora ekanligi kelib chiqadi.

6) Nodiraning oyoq kiyimi qoraligi va qizil emasligi uning oyoq kiyimi oq ham emasligini bildiradi.

7) Nodira va Malikaning oyoq kiyimlari oq rangda emasligidan Vasilaning oyoq kiyimi oq rangda ekanligi kelib chiqadi.

8) Nodiraning oyoq kiyimi qoraligi va faqat Nodiraning ko‘ylagi va oyoq kiyimi bir xil rangdaligidan Nodiraning ko‘ylagi qoraligi kelib chiqadi.

9) Nodiraning ko‘ylagi qoraligidan Nodiraning ko‘ylagi oq va qizil emasligini va Malikaning ko‘ylagi qora emasligini jadvalda belgilaymiz.

10) Qizlarning ko‘ylagi va oyoq kiyimlari bir xil emasligi, Malikaning oyoq kiyimi qizil, Vasilaniki oqligidan Malikaning ko‘ylagi oq, Vasilaniki qizil ekanligi kelib chiqadi.

| Ranglar | oq | | qizil | | qora | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ismlar | ko‘ylak | oyoq kiyim | ko‘ylak | oyoq kiyim | ko‘ylak | oyoq kiyim |
| Nodira | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Vasila | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Malika | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

**Javob:** Nodiraning ko‘ylagi va oyoq kiyimlari qora, Vasilaning ko‘ylagi qizil va oyoq kiyimi oq, Malikaning ko‘ylagi oq va oyoq kiyimi qizil. ■

## Mashqlar

**1.** Bayramda Oppog‘oy, Qizil Qalpoqcha, Qora botir ismli ertak qahramonlari uchrashishdi. Ularning ko‘ylaklari oq, qizil va qora rangda ekan. Oq ko‘ylaklisi Qora botir: „Har birimizdagi ko‘ylak rangi ismimizga mos emas-ku!“ dedi. Kim qanday ko‘ylak kiygan?

**2.** Aziza, Vazira, Gullola va Nodira aylana bo‘ylab turishibdi. Yashil ko‘ylakli qiz (u Aziza ham emas, Vazira ham emas ekan) ko‘k ko‘ylak kiygan qiz bilan Nodira orasida. Oq ko‘ylakli qiz qizil ko‘ylakli qiz va Vazira orasida turibdi. Kim qanday ko‘ylak kiygan?

**3.** Qo‘shnilarimizda 5 nafar o‘g‘il bola katta bo‘lmoqda: Ali, Botir, Vali, G‘ulom va Doniyor. Ular turli yoshda: biri 1 yoshda, ikkinchisi 2 yoshda, qolganlari esa 3, 4 va 5 yoshda ekan. Eng kichigi Vali ekan, Alining va G‘ulomning yoshlarini qo‘shsa, Doniyorning yoshi kelib chiqadi. Botir necha yoshda? Yana kimning yoshini aniqlasa bo‘ladi?

**4.** Alisher, Bobur va Ahad bir sinfda o‘qir ekan. Ulardan biri maktabdan uyga avtobusda, biri „Damas“da, uchinchisi esa „Cobalt“da qatnar ekan. Bir kuni Alisher do‘sti bilan avtobus bekatigacha yetib borganida, uchinchi bola oynadan „Bobur, sen daftaringni maktabda esdan chiqarib qoldiribsan“, deb qichqirdi. Kim uyiga qanday transportda qatnaydi?

## Graflar. Toq darajali uchlar sonining juft-toqligi

Masalalarni yechishda obyektlarni nuqtalar, ular orasidagi bog‘lanishlarni esa chiziqlar bilan tasvirlash ancha qulaylik tug‘diradi.

**1-masala.** Mahallada 9 ta xonadon bor. Ma’lumki, Ikrom va Alisher – Parpining qo‘shnilari, Murod – Ikrom va Samandarning qo‘shnisi, Vali – Dilmurod va Nozimning qo‘shnisi, Erkin esa Nozimning qo‘shnisi. Boshqa qo‘shnilar yo‘q. Parpi devorlardan oshib Nozimnikiga bora oladimi? (Umumiy devorga ega bo‘lgan xonadonlar qo‘shni hisoblanadi.)

Xonadonlarni nuqtalar bilan tasvirlaymiz va qo‘shni xonadonlarni kesishmaydigan chiziqlar bilan tutashtiramiz (1-rasm). Rasmdan Parpi devorlardan oshib Nozimnikiga bora olmasligi ko‘rinib turibdi.




1-rasm.

*Nuqtalar va ularning ayrimlarini tutashtiruvchi chiziqlardan tashkil topgan shakl* ***graf*** *deyiladi. Nuqtalar grafning* ***uchlari****, tutashtiruvchi chiziqlar esa* ***qirralari*** *deyiladi.*

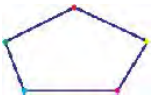
Grafning qirra bilan tutashtirilgan ikkita uchi *qo'shni uchlar* deyiladi. Ikkita uchni tutashtiruvchi qirralar ketma-ketligi *yo'l* deyiladi.

1-masalada grafning $P$ va $N$ uchlarini tutashtiruvchi yo'l mavjud emasligi isbotlangan.

Graflar nazariyasi hozirgi kunda matematikaning eng jadal rivojlanayotgan sohasiga aylandi. Graflar nazariyasi bo'yicha tadqiqotlar natijalari inson faoliyatining turli sohalarida qo'llaniladi. Ulardan ba'zilari quyidagilardir: boshqotirmalarni hal qilish; qiziqarli o'yinlar; yo'llar, elektr zanjirlari, integral sxemalar va boshqarish tizimlarini loyihalashtirish; avtomatlar, blok-sxemalar va kompyuter dasturlarini tadqiq qilish va hokazo.

**2-masala.** 5 nafar bolalar guruhida har bir bola aynan 2 nafar bola bilan tanish bo'lishi mumkinmi?

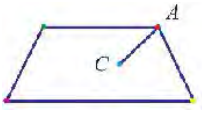
Tegishli graf chizaylik:


yoki

. **2-rasm.**

Demak, masaladagi vaziyat bo'lishi mumkin ekan.

Graf uchidan chiqqan qirralar soni shu uchning *darajasi* deyiladi. Masalan, 3-rasmda tasvirlangan grafda $A$ uchning darajasi 3 ga, $B$ uchning darajasi 2 ga, $C$ uchning darajasi esa 1 ga teng.



**3-rasm.**

Darajasi toq son bo'lgan uch *toq uch*, darajasi juft son bo'lgan uch *juft uch* deyiladi. 3-rasmdagi grafda faqat $A$ va $C$ uchlar toq uchlar, qolgan uchlar esa juft uchlar bo'ladi.

**3-masala.**

1. Firmada 50 ta kompyuter o'rnatilgan. Ulardan ayrimlari sim bilan tutashtirilgan bo'lishi kerak. Har bir kompyuterdan 8 ta sim chiqishi lozim bo'lsa, jami nechta sim kerak?

2. Grafda 40 ta uch, har birining darajasi 7 ga teng. Grafning qirralari nechta?

3. Konsertda har bir ashulani ikkita san'atkor birgalikda ijro et-

di, bunda hech qanday juftlik sahnaga birgalikda bir martadan ko‘p chiqmagan. Jami bo‘lib konsertda 12 nafar san’atkor ishtirok etdi, bunda har biri 5 marta ashula kuyladi. Jami nechta ashula ijro etildi?

**Javob:** a) 200 ta sim; b) 140 ta qirra; d) 30 ta ashula.

□ a) Simning ikkita uchi bor. Har bir kompyuterdan 8 ta sim chiqqan. Demak, jami $50 \cdot 8 = 400$ ta uch va $\frac{400}{2} = 200$ ta sim kerak.

b) Fikrimizda har bir qirrani sim deb, har bir uchni esa kompyuter deb faraz qilaylik. Bunda grafning qirralari soni $\frac{40 \cdot 7}{2} = 140$ ga teng.

d) Birga ijro etgan ikki nafar san’atkorni qirra bilan tutashtiramiz. Har birining darajasi 5 ga teng bo‘lgan 12 ta uchli graf hosil bo‘ladi. Bunda har bir qirra bitta ashulaga mos. Oldingilarga ko‘ra, grafning qirralari soni $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30$ ga teng, ya’ni jami 30 ta ashula ijro etildi. ■

**1-teorema.** *Graf uchlarining darajalari yig‘indisi qirralar sonining ikkilanganiga teng.*

Grafda $n$ ta uch, har birining darajasi, ya’ni har biridan chiqqan qirralar soni $d_1, d_2, \ldots, d_n$ bo‘lsin. Har bir qirra ikkita uchni tutashtirgani uchun grafning qirralari soni $\frac{d_1 + d_2 + \ldots + d_n}{2}$ ga teng. ■

**Natija.** *Har qanday grafning uchlari darajalari yig‘indisi juft bo‘ladi.*

**4-masala.** Grafning uchlari quyidagi darajalarga ega bo‘lishi mumkinmi:

□ a) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2;
b) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1;
d) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2?

a) 8 ta uchi bor grafda 8 darajali uch mavjud bo‘lishi mumkin emas.

b) Agar har bir uch bilan tutashgan ikkita uch mavjud bo‘lsa, u holda qolgan uchlarning har bir darajasi 2 dan kichik bo‘la olmaydi.

d) Uchlarning darajalari yig‘indisi juft bo‘lishi kerak. ■

**5-masala.** Mahallaga 13 ta telefon o‘rnatilmoqda. Har bir telefon aynan 7 ta telefon bilan sim orqali ulanishi mumkinmi?

□ Mos bo‘lgan grafda 13 ta uchi bo‘lib, ulardan har birining darajasi 7 ga teng. Shu grafning darajalari yig‘indisi $13 \cdot 7 = 91$ toq songa teng. 1-teoremaning natijasiga ko‘ra, bunday holat bo‘lishi mumkin emas. ■

**6-masala.** Mamlakatning har bir shahridan aynan 3 ta yo‘l chiqmoqda. Mamlakatda jami bo‘lib 100 ta yo‘l bo‘lishi mumkinmi?

□ Mamlakatda $k$ ta shahar bo‘lsa, u holda jami $\frac{3k}{2}$ ta yo‘l bor. Bu ifoda esa hech qanday $k$ uchun 100 ga teng bo‘lmaydi. ■

2-teorema. *Ixtiyoriy grafda toq uchlar soni juft son bo‘ladi.*

○ Teskarisini faraz qilaylik. Qandaydir grafda toq uchlar soni toq bo‘lsin. U holda shu grafning darajalari yig‘indisi toq bo‘lishi shart. Bu esa oldingi teoremaning natijasiga zid. Demak, farazimiz noto‘g‘ri, ya’ni ixtiyoriy grafda toq uchlar soni juft bo‘ladi. ●

Bu teorema graf uchlari darajalarining yig‘indisini hisoblamaslikka imkon beradi.

**7-masala.** Yer sayyorasida yashagan va toq marta qo‘l berib so‘rashgan insonlar soni juft ekanligini isbotlang.

□ Har bir insonni graf uchi deb faraz qilaylik. Agar u boshqa inson bilan qo‘l berib so‘rashsa, shu ikki insonni qirra bilan tutashtiramiz. 2-teoremaga ko‘ra toq uchlar, ya’ni toq marta qo‘l berib so‘rashgan insonlar soni juft bo‘ladi. ■

**Izoh.** Bu masala 2-teoremaning o‘zginasi, faqat u boshqa tilda ifodalangan. Shuning uchun 2-teorema matematikada „Qo‘l berib so‘rashishlar haqidagi teorema“ degan nom bilan mashhur.

**8-masala.** Sinfda 30 nafar o‘quvchi o‘qiydi. Shulardan 9 nafari 3 tadan, 11 nafari 4 tadan, 10 nafari esa 5 tadan do‘stga ega bo‘lishi mumkinmi?

□ 30 ta uchli grafni qaraymiz. Bu holda 9 ta uchining darajasi 3 ga, 11 ta uchining darajasi 4 ga, 10 ta uchining darajasi 5 ga teng bo‘lishi kerak. Demak, toq uchlari soni $9+10=19$ ga teng. 19 toq son bo‘lgani uchun bu holat 2-teoremaga zid. ■

**9-masala.** Mittivoy Disneylend parkidan kelib, u yerdagi ko‘lda 7 ta orol borligini hamda orollarning har biridan 1, 3 yoki 5 ta ko‘prik chiqqanini aytdi. Shu ko‘priklardan kamida bittasi ko‘lning tashqarisiga chiqqani rostmi?

□ Ha, to‘g‘ri. Teskarisini faraz qilaylik, ya’ni orollar ko‘prik orqali bir-biri bilan tutashtirilgan bo‘lib, hech qanday ko‘prik ko‘l tashqarisiga chiqmasin. Bu degani, hosil bo‘lgan grafda faqat 7 ta uch bo‘lib, ularning barchasining darajalari toq bo‘ladi (chunki 1, 3 va 5 – toq sonlar). Bu esa 2-teoremaga zid. ■

**10-masala.** Tekislikda 9 ta kesma shunday chizilishi kerakki, ulardan har biri aynan 3 ta boshqa kesma bilan kesishsin. Bu ishni amalga oshirsa bo‘ladimi?

□ Mumkin emas. Har bir uchga kesmani mos qo‘yib, graf yasaymiz. Bunda agar ikkita kesma kesishsa, mos bo‘lgan uchlarni qirra bilan tutashtiramiz. Natijada, hosil bo‘lgan grafda 9 ta toq uch bo‘lib, bunday grafning mavjudligi 2-teoremaga zid. ■

**11-masala.** Sinfdagi 10 nafar o‘g‘il bolalardan har biri 8 nafar sinfdosh qizlarga bittadan gul sovg‘a qildi. Har bir qiz 5 tadan gul olgan bo‘lsa, qizlar soni nechaga teng?

□ Vaziyatga mos grafda qirralar sonini aniqlaylik. 10 nafar o‘g‘il bolalardan har biri 8 tadan gul sovg‘a qilgani uchun, jami 80 ta gul sovg‘a qilindi. Har bir qiz 5 tadan gul olgan, demak, jami 16 nafar qiz bo‘lgan. ■

**12-masala.** Sehrli mamlakatda Karabaslar va Barabaslar yashaydi. Har bir Karabas 6 ta Karabas va 9 ta Barabas bilan tanish. Har bir Barabas 10 ta Karabas va 7 ta Barabas bilan tanish. Mamlakatda kim ko‘proq: Karabaslarmi yoki Barabaslarmi?

□ Har bir Karabasni unga tanish bo‘lgan Karabas va Barabas bilan qirra yordamida tutashtiramiz. U holda har bir Karabasdan 9 ta, har bir Barabasdan esa 10 ta qirra chiqadi. Demak, qirralar soni bir vaqtda Karabaslar sonidan 9 marta, Barabaslar sonidan esa 10 marta ko‘proq. Demak, Karabaslar soni Barabaslar sonidan $\frac{10}{9}$ marta ko‘proq bo‘ladi. ■

***Topshiriq.*** 11- va 12-masalalarni graflar tiliga o‘giring.

### Mashqlar

1. Sinfda 20 nafar o‘quvchi bor. Sinfdagi har bir o‘g‘il bola har bir sinfdosh qizga bittadan gul sovg‘a qildi. Eng ko‘pi bilan nechta gul sovg‘a qilingan? Agar sinfda 21 nafar o‘quvchi bo‘lsa, javob qanday bo‘ladi?
2. Mamlakatda 100 ta shahar bor. Har bir shahardan 4 ta yo‘l chiqqan. Mamlakatda jami nechta yo‘l bor?

**3.** Mahallada 15 ta telefon bor. Shulardan 4 tasining har biri 3 ta boshqa telefonlar bilan ulangan, 8 tasining har biri 6 ta boshqa telefonlar bilan ulangan, 3 tasining har biri 5 ta boshqa telefonlar bilan ulangan bo‘lishi mumkinmi?

**4.** Grafning har bir uchidan 3 tadan qirra chiqmoqda. Undagi qirralar soni 2018 ta bo‘lishi mumkinmi?

**5.** Sehrli mamlakatda har qanday shahar aynan 5 ta boshqa shahar bilan aviareys orqali tutashtirilgan.
Mamlakatda 10 ta shahar bo‘lsa, aviareyslar sxemasini chizib bering.
Mamlakatda 50 ta shahar bo‘lsa, aviareyslar nechta bo‘ladi?
46 ta aviareys bo‘lgan shahar mavjudmi?

**6.** Shaxmat musobaqasida bir nechta shaxmatchi toq sondagi partiyalarni o‘ynashdi. Bunday shaxmatchilar soni juft ekanligini isbotlang.

7. Orolda 15 ta davlat bor. Ularning har birida kamida bitta qo‘shni davlat – hamkor davlat bor. Shunday davlat borki, undagi hamkor qo‘shni davlatlar soni juftdir. Shuni isbotlang.

**8.** O‘zga sayyoraliklarning qo‘llari soni ixtiyoriy bo‘lishi mumkin ekan. Bir kuni ularning barchasi qo‘llarini shunday tutashtirishdiki, bunda bo‘sh qo‘l qolmadi. Toq sondagi qo‘llarga ega bo‘lgan o‘zga sayyoraliklar soni juft ekanligini isbotlang.

**9.** 77 ta telefondan har biri aynan 15 ta telefon bilan ulangan. Bunday bo‘lishi mumkinmi?

**10.** Fermada har bir bola aynan 3 ta qo‘yga yem berdi. Har bir qo‘y 3 ta boladan yem olgani ma’lum bo‘ldi. Bolalar soni qo‘ylar soniga teng bo‘lishini isbotlang.

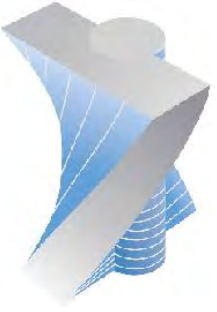
**11.** 6 ta kompyuterdan har ikkitasi o‘zining simi bilan tutashgan. Shu simlarni 5 ta turli rangga bo‘yashmoqchi. Har bir kompyuterdan 5 ta turli rangdagi simlar chiqadigan bo‘lishi mumkinmi?

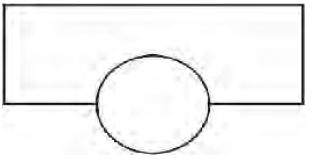
**12.** Pitssa restoranida ikki xil pitssa buyurish mumkin: pishloqli va pomidorli. Ra’no bulardan tashqari unga qo‘shimcha tarzda 4 ta narsadan birortasini qo‘shtirmoqchi: olivka, kolbasa, qo‘ziqorin, salyami. Nechta variantda pitsa buyurish mumkin?





**13.** Zamonaviy arxitekturada ayrim binolar nostandart ko‘rinishga ega. Quyidagi rasmda 20 qavatli binoning kompyuter modeli va birinchi qavatning tarxi yo‘nalishlari (N – shimol, W – g‘arb, E – sharq, S – janub) bilan berilgan.





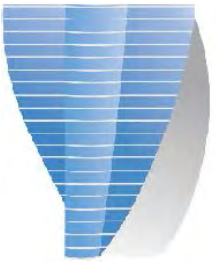






Birinchi qavat kirish va do‘konlardan, qolgan qavatlar esa xonadonlardan tashkil topgan. Har ikki ketma-ket qavatlar tarxlari bir xil bo‘lsa-da, ular kichik burchakka burilishi bilan farqlanib turibdi. Silindr har qavatda to‘xtash imkoniyatga ega bo‘lgan liftga mo‘ljallangan.

Quyidagi rasmda binoning ikkita har xil nuqtadan ko‘rinishlari tasvirlangan.





**1-savol.** Bino qayerdan ko‘rilganda birinchi ko‘rinish hosil bo‘ladi?
(Javob variantlari: N, W, E, S.)

**2-savol.** Bino qayerdan ko‘rilganda ikkinchi ko‘rinish hosil bo‘ladi?
(Javoblar variantlari: N-W, N-E, S-W, S-E.)

**3-savol.** 1- va 10-qavatlar bir biriga nisbatan qanday burchak ostida joylashgan? Chizmada ko‘rsating.

# III BOB. BIRHADLAR VA KO‘PHADLAR

## 1-§. Natural ko‘rsatkichli daraja

Qo‘shiluvchilari bir xil sonlardan iborat bo‘lgan yig‘indini ko‘paytma bilan almashtirish mumkinligini bilasiz.

Masalan: $5+5+5+5=5\cdot4$; umumiy holda $\underbrace{a+a+\ldots+a}_{n\text{ ta}}=a\cdot n$.

Ko‘paytuvchilari bir xil sonlar bo‘lgan ko‘paytmani qisqa yozuv bilan ifodalash mumkin.

**Masalalar:** a) tomoni 6 ga teng kvadrat yuzini; b) qirrasi uzunligi 6 ga teng kubning hajmini aniqlang.

□ a) $S=a\cdot a=a^2$ ekanligini e’tiborga olsak, $S=6\cdot6=6^2=36$.

b) $V=a\cdot a\cdot a=a^3$, bundan $V=6\cdot6\cdot6=6^3=216$.

**Javob:** a) 36 yuz birligi; b) 216 hajm birligi. ■

Bu yerda $6^2$ ni „oltining kvadrati“ yoki „oltining 2-darajasi“, $6^3$ ni „oltining kubi“ yoki „oltining 3-darajasi“ kabi o‘qilishi ham sizga ma’lum.

*Har biri a ga teng bo‘lgan n ta ko‘paytuvchining ko‘paytmasi a sonning n-darajasi deyiladi va* $\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{ ta}}=a^n$, $n\in N$ *kabi yoziladi.*

Bu yerda: $a^n$ – natural ko‘rsatkichli daraja; $a$ – darajaning asosi; $n$ – daraja ko‘rsatkichi deyiladi.

$a^n$ yozuv „$a$ ning $n$-darajasi“ kabi o‘qiladi.

$a^n$ *darajani hisoblash –* ***darajaga ko‘tarish amali****,* $a^n$ *darajani hisoblashdan hosil bo‘lgan son* ***darajaning qiymati*** *deyiladi.*

Masalan, $2^7=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=128$, bunda 2 – daraja asosi, 7 – daraja ko‘rsatkichi; 128 – daraja qiymati;

*a sonning 1-darajasi deb shu sonning o‘ziga aytiladi:* $a^1=a$; $6^1=6$; $\left(\frac{1}{8}\right)^1=\frac{1}{8}$.

Darajaning asosi istalgan son bo‘lishi mumkin.

**Misollar:** 1) $1^5=1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1=1$;
2) $(-1)^4=(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)=1$;
3) $(-1)^5=(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)=-1$;
4) $0^7=0\cdot0\cdot0\cdot0\cdot0\cdot0\cdot0=0$;
5) $10^6=10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10=1\,000\,000$;
6) $13^2=13\cdot13=169$;
7) $(-5)^4=(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)=625$;

8) $\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{32}{243}$;

9) $\left(-\frac{3}{7}\right)^3=\left(-\frac{3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{27}{343}$;

10) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{16}$;

11) $0{,}3^3=0{,}3\cdot0{,}3\cdot0{,}3=0{,}027$.

Yuqoridagi misollardan shunday xulosaga kela olamiz:

1) $1^n=\underbrace{1\cdot1\cdot\ldots\cdot1}_{n\text{ta}}=1$;

2) $(-1)^{2k}=1$; $(-1)^{2k-1}=-1$;

3) $0^n=\underbrace{0\cdot0\cdot\ldots\cdot0}_{n\text{ta}}=0$;

4) $10^n=\underbrace{10\cdot10\cdot\ldots\cdot10}_{n\text{ta}}=\underbrace{1000\ldots0}_{n\text{ta}}$;

5) $(-a)^{2k}=a^{2k}$; $(-a)^{2k-1}=-a^{2k-1}$.

Darajaga ko‘tarish amali – uchinchi bosqich amal. Agar ifodada qavslar bo‘lmasa, u holda avval uchinchi bosqich amallar, keyin ikkinchi bosqich amallar va, nihoyat, birinchi bosqich amallar bajarilishini eslatib o‘tamiz.

**1-misol.** Hisoblang: $8^1\cdot5^3\cdot(-3)^4$.

□ 1) $8^1=8$;
2) $5^3=5\cdot5\cdot5=125$;
3) $(-3)^4=(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)=81$;
4) $(8\cdot125)\cdot81=1000\cdot81=81\,000$.

**Javob:** 81 000. ■

**2-misol.** $-6^3+128:(-2)^3$ ifodaning son qiymatini toping:

□ 1) $-6^3=-6\cdot6\cdot6=-216$;
2) $(-2)^3=(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=-8$;
3) $128:(-8)=-16$;
4) $-216+(-16)=-232$.

**Javob:** –232. ■

**3-misol.** Hisoblang: $7\cdot(-1)^{n+3}+5$, bu yerda $n\in N$.

□ a) $n$ juft; b) $n$ toq bo'lgan hollarni qaraymiz:

a) $n$ juft deylik. U holda $(n+3)$ – toq bo'ladi va

$$7\cdot(-1)^{n+3}+5=7\cdot(-1)+5=-2.$$

b) $n$ toq bo'lsin, deylik. U holda $(n+3)$ – juft bo'ladi va

$$7\cdot(-1)^{n+3}+5=7\cdot 1+5=12.$$

**Javob:** a) $-2$; b) $12$. ■

**4-misol.** $a=2$, $b=-1$ bo'lganda $\frac{-5a^2}{b-a}$ ifodaning son qiymatini toping:

□ $\frac{-5\cdot 2^2}{-1-2}-\frac{-5\cdot 32}{-3}-\frac{160}{3}-53\frac{1}{3}$. **Javob:** $53\frac{1}{3}$. ■

Sonlarni daraja yordamida yozishdan juda ko'p hollarda foydalaniladi:

a) natural sonlarni xona qo'shiluvchilari yig'indisi ko'rinishida quyidagicha yoziladi:

$4\ 271=4\cdot 1000+2\cdot 100+7\cdot 10+1=4\cdot 10^3+2\cdot 10^2+7\cdot 10+1.$

b) fizika, kimyo darslarida $3{,}84\cdot 10^5$; $4{,}17\cdot 10^8$ kabi sonlarni uchratgansiz.

**1.** ***Savollarga javob bering:***

1) Sonning natural ko'rsatkichli darajasi deb nimaga aytiladi?
2) $3^4$ soni qanday yozilishi mumkin? $5^4$ yozuv nimani bildiradi?
3) Daraja, darajaning asosi, darajaning ko'rsatkichi, darajaning qiymati tushunchalari nima?
4) Darajaga ko'tarish amali nechanchi bosqich amal?
5) Agar ifodada to'rt amal va darajaga ko'tarish amali qatnashgan bo'lsa, amallar qanday tartibda bajariladi?
6) Sonning birinchi darajasi nimaga teng?

Yig'indini ko'paytma shaklida yozing (**2**–**3**):

**2.** 1) $8+8+8+8+8$; 2) $9+9+9+9$;
3) $a+a+a+a+a+a$; 4) $b+b+b+b+b+b+b+b$.

**3.** 1) $(-3n)+(-3n)+(-3n)$; 2) $(-19mn)+(-19mn)+(-19mn)$;
3) $(2a-3b)+(2a-3b)$; 4) $(4a-c)+(4a-c)+(4a-c)$; 5) $\underbrace{7-7+\ldots+7}_{31\text{ta}}$;
6) $\underbrace{11+11+\ldots+11}_{43\text{ta}}$; 7) $\underbrace{k+k-\ldots+k}_{p\text{ta}}$; 8) $\underbrace{a+a+\ldots+a}_{k\text{ta}}$; 9) $\underbrace{b+b+\ldots+b}_{n\text{ta}}$.

Ko‘paytmani daraja shaklida yozing (**4–5**):

**4.** 1) $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3$; 2) $\left(-\frac{1}{7}\right)\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)$; 3) $\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}$;

4) $(-5,9)\cdot(-5,9)\cdot(-5,9)\cdot(-5,9)\cdot(-5,9)$; 5) $t\cdot t\cdot t\cdot t\cdot t$;
6) $k\cdot k\cdot k\cdot k\cdot k\cdot k\cdot k$; 7) $(3a)\cdot(3a)\cdot(3a)$; 8) $(-4b)\cdot(-4b)\cdot(-4b)\cdot(-4b)$.

**5.** 1) $(2x-y)\cdot(2x-y)\cdot(2x-y)$; 2) $(a+3b)\cdot(a+3b)$;

3) $\frac{3a}{4}\cdot\frac{3a}{4}\cdot\frac{3a}{4}$; 4) $\frac{l}{k}\cdot\frac{l}{k}\cdot\frac{l}{k}\cdot\frac{l}{k}\cdot\frac{l}{k}\cdot\frac{l}{k}$.

Ko‘paytmaning daraja shaklidagi yozuvidan foydalanib, ifodani soddalashtiring (**6–9**):

**6.** 1) $3\cdot3\cdot3\cdot7$; 2) $5\cdot5\cdot5\cdot11$; 3) $4\cdot4\cdot7\cdot7\cdot7\cdot3\cdot3$;
4) $5\cdot5\cdot8\cdot8\cdot3\cdot3\cdot3$; 5) $3,4\cdot3,4\cdot3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7$;
6) $7,2\cdot7,2\cdot7,2\cdot5\cdot5\cdot8\cdot8\cdot8$; 7) $1,5\cdot1,5\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}$; 8) $\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}\cdot5,2\cdot5,2\cdot5,2$.

**7.** 1) $11\cdot11\cdot11\cdot b\cdot b\cdot b$; 2) $y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot6\cdot6$;

3) $\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot(m-n)\cdot(m-n)$; 4) $\frac{p}{q}\cdot\frac{p}{q}\cdot(9p-q)\cdot(9p-q)\cdot(9p-q)$.

**8.** 1) $a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a+b\cdot b\cdot b$; 2) $x\cdot x\cdot x+y\cdot y\cdot y\cdot y$;
3) $a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a$; 4) $k\cdot k\cdot k\cdot k+k\cdot k\cdot k\cdot k+k\cdot k\cdot k\cdot k$.

**9.** 1) $\underbrace{t\cdot t+t\cdot t+\ldots+t\cdot t}_{n\text{ta}}$; 3) $\underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{m\text{ta}}+\underbrace{y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{m\text{ta}}$;

2) $\underbrace{b\cdot b\cdot b+b\cdot b\cdot b-\ldots+b\cdot b\cdot b}_{n\text{ta}}$; 4) $\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{a\text{ta}}\cdot\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{b\text{ta}}$.

**10.** (*Og‘zaki.*) Ifodani o‘qing, darajaning asosini, daraja ko‘rsatkichini ayting:

1) $13^3$; 2) $\left(4\frac{5}{4}\right)^5$; 3) $\left(-\frac{2}{7}\right)^4$; 4) $(-5,7)^{20}$; 5) $(6a+b)^{16}$; 6) $\left(\frac{3x}{4y}\right)^{15}$.

Hisoblang (**11–15**):

**11.** 1) $3^5$; 2) $0,6^3$; 3) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$; 4) $1^{6n+1}$; 5) $(-1)^{4n-3}$; 6) $(-1)^{10n-1}$, $n\in N$.

**12.** 1) $(-7)^2$; 2) $(-0,3)^3$; 3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$; 4) $0^{16}$.

**13.** 1) $\frac{(-0,3)^3}{(0,1)^5}$; 2) $\frac{(0,2)^4}{(-0,1)^3}$; 3) $\frac{(3,6)^2}{(1,8)^2}$; 4) $\frac{(4,6)^3}{(2,3)^3}$.

**14.** 1) $5\cdot(-2)^3$; 2) $-5\cdot(-2)^4$; 3) $-\frac{1}{4}\cdot(-2)^4$; 4) $-\frac{2}{3}\cdot(-9)^2$.

**15.** 1) $(-6)^2 : \left(-\frac{5}{6}\right)$; 2) $(-4)^3 : \left(-\frac{3}{4}\right)$; 3) $-(-8)^2\cdot 3^2$; 4) $-(-9)^2\cdot(-2)^3$.

**16.** $-a^2$; $(-a)^2$; $(-a)^3$ ifodaning qiymatini toping, bunda $a=-1\frac{2}{3}$; $-4$.

**17.** Jadvalni to‘ldiring:

| $b$ | –5 | –4 | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b^4$ | | | | | | | | | | | |
| $b^3$ | | | | | | | | | | | |

**18.** Ikki xonali son $\overline{ab}=10a+b$; uch xonali son esa $\overline{abc}=10^2a+$ $+10b-c$ kabi yozilishi mumkin, bunda $a$, $b$, $c$ – raqamlar, $a\neq 0$.

To‘rt xonali son $\overline{abcd}$ ni qanday yozish mumkin? Misollar keltiring.

**19.** Sonni xona qo‘shiluvchilari yig‘indisi shaklida yozing:
1) 345 727; 2) 4 532 186; 3) 200 570 607; 4) 52 070 507.

**20.** Quyidagi xona qo‘shiluvchilari yig‘indisi shaklida tasvirlangan sonni yozing:

1) $3\cdot 10^5+5\cdot 10^4+8\cdot 10^3+9\cdot 10^2+2\cdot 10+3$;
2) $4\cdot 10^6+6\cdot 10^5+3\cdot 10^4+3\cdot 10^3+5\cdot 10+8$.

Ifodaning qiymatini toping (**21–22**):

**21.** $0,5\cdot 3^n-0,2\cdot 3^{n+1}-3,6$, bunda $n=2$.

**22.** $0,9\cdot 3^{n+1}-(0,3\cdot 2)^{n+1}-3\cdot 2^n$, bunda $n=3$.

## 2-§. Natural ko‘rsatkichli darajaning xossalari

Quyidagi masalalarni ko‘rib chiqaylik.

**1-masala.** Darajalarni ko‘paytiring: $a^n\cdot a^m$.

$$a^n\cdot a^m=\underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{n\text{ ta ko‘paytuvchi}}\cdot\underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{m\text{ ta ko‘paytuvchi}}=\underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{(n+m)\text{ ta ko‘paytuvchi}}=a^{n+m}.$$

**2-masala.** Darajalarni bo‘ling: $a^n:\ a^m,\ (n>m)$.

$$\square\ a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = \frac{\overbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}^{n\text{ ta ko‘paytuvchi}}}{\underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{m\text{ ta ko‘paytuvchi}}} = \frac{\overbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}^{m\text{ ta ko‘paytuvchi}}\cdot\overbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}^{(n-m)\text{ ta ko‘paytuvchi}}}{\underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{m\text{ ta ko‘paytuvchi}}} = \underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{(n-m)\text{ ta ko‘paytuvchi}} = a^{n-m}.\ \blacksquare$$

**3-masala.** Darajani darajaga ko‘taring: $\left(a^m\right)^n$.

$$\square\quad \left(a^m\right)^n = \underbrace{\left(a^m\cdot a^m\cdot\ldots\cdot a^m\right)}_{n\text{ ta}} = a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n\text{ ta}}} = a^{n\cdot m}.\ \blacksquare$$

**4-masala.** Ko‘paytmani darajaga ko‘taring: $(ab)^n$.

$$\square\quad (ab)^n = \underbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\ldots\cdot(ab)}_{n\text{ ta}} = \overbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}^{n\text{ ta}}\cdot\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{n\text{ ta}} = a^n\cdot b^n.\ \blacksquare$$

**5-masala.** Kasrni darajaga ko‘taring: $\left(\frac{a}{b}\right)^n$.

$$\square\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\text{ ta}} = \frac{\overbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}^{n\text{ ta}}}{\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{n\text{ ta}}} = \frac{a^n}{b^n}.\ \blacksquare$$

Bu masalalardan darajaning shunday xossalari kelib chiqadi:

*1. Asoslari bir xil bo‘lgan darajalarni ko‘paytirishda asos o‘zgarmasdan qoladi, daraja ko‘rsatkichlari esa qo‘shiladi, ya’ni* $a^n\cdot a^m = a^{n+m}$.

*2. Asoslari bir xil bo‘lgan darajalarni bo‘lishda asos o‘zgarmasdan qoladi, daraja ko‘rsatkichlari esa ayiriladi, ya’ni* $a^n : a^m = a^{n-m}$, *bunda* $n>m$.

*3. Darajani darajaga ko‘tarishda asos o‘zgarmasdan qoladi, daraja ko‘rsatkichlari esa ko‘paytiriladi, ya’ni* $(a^m)^n = a^{mn}$.

*4. Ko‘paytmani darajaga ko‘tarishda har bir ko‘paytuvchi shu darajaga ko‘tariladi, ya’ni* $(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$.

*5. Kasrni darajaga ko‘tarishda uning surat va maxraji xuddi shu darajaga ko‘tariladi, ya’ni* $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

**6-masala.** Hisoblang: $\dfrac{\left(5^3\cdot 5^6\right)^3}{\left(5^4\cdot 5^8\right)^2}$.

1) $5^3 \cdot 5^5 = 5^{3+6} = 5^9$; *(1-xossa)*

2) $(5^9)^3 = 5^{9 \cdot 3} = 5^{27}$; *(3-xossa)*

3) $5^4 \cdot 5^8 = 5^{4+8} = 5^{12}$; *(1-xossa)*

4) $(5^{12})^2 = 5^{12 \cdot 2} = 5^{24}$; *(3-xossa)*

5) $\frac{5^{27}}{5^{24}} = 5^{27-24} = 5^3 = 125$. *(2-xossa)*

**Javob:** 125. ■

Shunga o‘xshash:

$$\frac{17^8 \cdot 5^7 \cdot 2^5}{17^7 \cdot 5^5 \cdot 2^3} = \frac{17^8}{17^7} \cdot \frac{5^7}{5^5} \cdot \frac{2^5}{2^3} = 17^1 \cdot 5^2 \cdot 2^2 = 17 \cdot 25 \cdot 4 = 1700.$$

7-**masala.** $a^n : a^n$ ni hisoblang.

Darajaning 2-xossasiga ko‘ra $a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$.

0 dan farqli 2ta bir xil sonni bir-birga bo‘lsak, natija 1 chiqadi, ya’ni $a^n : a^n = 1$ ekanidan $a^0 = 1$ tenglikni hosil qilamiz. ■

**23.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqlarni bajaring:***

1) Bir xil asosli darajalarni ko‘paytirish xossasini ayting va formulasini yozing.

2) Bir xil asosli darajalarni bo‘lish xossasini ayting va formulasini yozing.

3) Darajani darajaga ko‘tarish xossasini ayting.

4) Ko‘paytmani darajaga ko‘tarish xossasini ayting.

5) Kasr qanday qilib darajaga ko‘tariladi?

6) Nolga teng bo‘lmagan sonning 0-darajasi nimaga teng?

Ko‘paytmani daraja shaklida yozing (**24–33**):

**24.** 1) $13^6 \cdot 13^7$; 2) $27^3 \cdot 27^5$; 3) $16^4 \cdot 16$; 4) $8 \cdot 8^{18}$.

**25.** 1) $a^5 \cdot a^8$; 2) $b^{21} \cdot b^9$; 3) $d \cdot d^{15}$; 4) $c^6 \cdot c$.

**26.** 1) $(0{,}5b)^5 \cdot (0{,}5b)^3$; 2) $\left(\frac{3}{4}k\right)^{11} \cdot \left(\frac{3}{4}k\right)^7$.

**27.** 1) $(-6{,}2)^{15} \cdot (-6{,}2)^7$; 2) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right)^5$.

**28.** 1) $(2{,}3)^4 \cdot (2{,}3) \cdot (2{,}3)^8$; 2) $\left(\frac{5}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^{13} \cdot \left(\frac{5}{9}\right)$.

**29.** 1) $a^5 \cdot a^8 \cdot a^3$; 2) $b^{11} \cdot b^5 \cdot b^{13}$; 3) $x \cdot x^3 \cdot x^{21}$; 4) $y^8 \cdot y \cdot y^6$.

**30.** 1) $(-3,5a)^5 \cdot (-3,5a) \cdot (-3,5a)^7$; 2) $(-7,9b)^3 \cdot (-7,9b)^8 \cdot (-7,9b)$;
3) $\left(-\frac{7}{15}x\right)^4 \cdot \left(-\frac{7}{15}x\right) \cdot \left(-\frac{7}{15}x\right)^{12}$; 4) $\left(-\frac{2}{11}y\right) \cdot \left(-\frac{2}{11}y\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{11}y\right)^7$.

**31.** 1) $(a-b)^3 \cdot (a-b)^7$; 2) $(c+d)^8 \cdot (c+d)^5$; 3) $(2a+b)^3 \cdot (2a+b)$;
4) $(4c-d) \cdot (4c-d)^7$; 5) $(a+b)^2 \cdot (a+b)^3 \cdot (a+b)^4$.

**32.** 1) $5^{12} \cdot 5^n$; 2) $6^{17} \cdot 6^k$; 3) $12^a \cdot 12^5$; 4) $18^{15} \cdot 18^c$, $(a, n, k, c \in N)$.

**33.** 1) $a^n \cdot a^8$; 2) $b^{12} \cdot b^m$; 3) $(2x)^{25} \cdot (2x)^n$; 4) $(3y)^n \cdot (3y)^{12}$, $(m, n \in N)$.

Sonlarni asosi 2 bo'lgan daraja shaklida yozing (**34–37**):

**34.** 1) 8; 2) 16; 3) 2; 4) 64.

**35.** 1) $2^{12} \cdot 128 \cdot 4$; 2) $256 \cdot 2^{10} \cdot 512$; 3) $64 \cdot 1024 \cdot 2^7$; 4) $256 \cdot 64 \cdot 2^9$.

**36.** 1) $2^{15} \cdot 256 \cdot 32$; 2) $2^{13} \cdot 1024 \cdot 16$; 3) $2^k \cdot 2^5 \cdot 8$; 4) $2^k \cdot 64 \cdot 32$, $(k \in N)$.

**37.** 1) $2^{3n} \cdot 2^n \cdot 2^{2n}$; 2) $2^{5m} \cdot 2^{6m} \cdot 2^{3m}$; 3) $2^5 \cdot 2^n \cdot 8$; 4) $2^{5k} \cdot 2 \cdot 16$, $(m, n \in N)$.

Sonlarni asosi 3 bo'lgan daraja shaklida yozing (**38–41**):

**38.** 1) 27; 2) 9; 3) 3; 4) 243.

**39.** 1) 81; 2) $3 \cdot 3^{12}$; 3) $3^{17} \cdot 27$; 4) $3^{15} \cdot 3^3 \cdot 9$.

**40.** 1) $3^{15} \cdot 3 \cdot 3^2$; 2) $3 \cdot 3^{16} \cdot 3^4$; 3) $3^8 \cdot 81 \cdot 3$; 4) $3^9 \cdot 243 \cdot 27$.

**41.** 1) $3^m \cdot 3^{2m} \cdot 3$; 2) $3 \cdot 3^{8n} \cdot 3^n$; 3) $3^{m+2} \cdot 3^m \cdot 27$; 4) $3^n \cdot 3^{2n+1} \cdot 729$, $(m, n \in N)$.

Bo'linmani daraja shaklida yozing (**42–45**):

**42.** 1) $18^{10} : 18^2$; 2) $25^{13} : 25^5$; 3) $(0,5)^{11} : (0,5)^7$; 4) $(5,2)^{13} : (5,2)^5$.

**43.** 1) $a^{19} : a^5$; 2) $x^{21} : x^{20}$; 3) $b^{18} : b^{12}$; 4) $c^7 : c$.

**44.** 1) $\left(-\frac{5}{6}a\right)^5 : \left(-\frac{5}{6}a\right)^3$; 2) $\left(-\frac{3}{17}b\right)^{12} : \left(-\frac{3}{17}b\right)^4$;
3) $\left(\frac{3y}{5}\right)^9 : \left(\frac{3y}{5}\right)^8$; 4) $\left(\frac{5}{21}c\right)^{28} : \left(\frac{5}{21}c\right)^{10}$.

**45.** 1) $(c-d)^{15} : (c-d)^7$; 2) $(a+b)^{17} \cdot (a+b)^3$;
3) $(2m+n)^3 : (2m+n)$; 4) $(3x-5)^{35} : (3x-5)^{32}$.

**46.** Sonlarni asosi 2 bo'lgan daraja shaklida yozing:

1) $16:2^3$; 2) $512:2^4$; 3) $\frac{2^8}{2^3}$; 4) $\frac{2^{15}}{2^{13}}$.

**47.** Sonlarni asosi 3 bo'lgan daraja shaklida yozing:

1) $729:3^4$; 2) $3^8:243$; 3) $\frac{3^{25}}{3^4}$; 4) $\frac{3^7}{3}$.

Hisoblang (**48–50**):

**48.** 1) $\frac{2^2\cdot5^4}{5^3}$; 2) $\frac{3^4\cdot6}{3^3}$; 3) $\frac{2^5\cdot2^6}{2^3\cdot2^4}$; 4) $\frac{3^8\cdot3^5}{3^9\cdot3^2}$.

**49.** 1) $\frac{5^6\cdot5^7}{5\cdot5^3\cdot5^8}$; 2) $\frac{6^3\cdot6^4\cdot6^8}{6^9\cdot6^4}$; 3) $\frac{7^9\cdot7\cdot7^5}{7^{12}\cdot7^2}$; 4) $\frac{8^4\cdot8^{14}\cdot8^5}{8\cdot8^{20}}$.

**50.** 1) $\frac{(-9)^8}{9^6}$; 2) $\frac{12^{16}}{(-12)^8}$; 3) $\frac{(-11)^{13}}{11^{11}}$; 4) $\frac{15^4}{(-15)^3}$.

Bo'linmani daraja shaklida yozing (**51–52**):

**51.** 1) $\frac{17^n}{17\cdot17^5}$; 2) $\frac{21^m}{21^2\cdot21^3}$; 3) $\frac{6^{8n}}{6^{2n}\cdot6}$; 4) $\frac{9^{21m}}{9^{12m}\cdot9^5}$.

**52.** 1) $\frac{5^{2k}\cdot5^{8k}}{5^k\cdot5^4}$; 2) $\frac{11^m\cdot11^{12m}}{11^m}$; 3) $\frac{6^{8n+1}\cdot6^{3n-2}}{6^{10n-1}}$; 4) $\frac{13^{9n+5}\cdot13^{6n-5}}{13^{10n}}$.

Tenglamani yeching (**53–55**):

**53.** 1) $x:5^3=5$; 2) $x:8=8^2$; 3) $x\cdot6^{12}=6^{14}$; 4) $x\cdot7^{18}=7^{20}$.

**54.** 1) $13^3\cdot x=13^{10}$; 2) $18^5\cdot x=18^7$; 3) $21^3:x=21$; 4) $43^7:x=43^5$.

**55.** 1) $\frac{x}{7}=7^2$; 2) $\frac{x}{5^2}=5$; 3) $\frac{24^5}{x}=24^3$; 4) $\frac{19^8}{x}=19^7$.

Ifodani asosi $b$ bo'lgan daraja shaklida yozing (**56–59**):

**56.** 1) $(b^8)^3$; 2) $(b^3)^7$; 3) $(b^n)^5$; 4) $(b^m)^6$.

**57.** 1) $(b^8)^2\cdot b^3$; 2) $(b^3)^4\cdot b^2$; 3) $b^7\cdot(b^3)^2$; 4) $b^9\cdot(b^3)^6$.

**58.** 1) $(b^3)^3\cdot b\cdot b^4$; 2) $b^4\cdot(b^3)^6\cdot b^7$;
3) $b^3\cdot(b^2)^4\cdot b\cdot(b^3)^6$; 4) $(b^5)^2\cdot b\cdot(b^3)^7\cdot b^5$.

**59.** 1) $\left(b^8\right)^5:\left(b^3\right)^{13}$; 2) $\left(b^4\right)^5:\left(b^2\right)^3$; 3) $\frac{\left(b^4\right)^3\cdot b^{13}}{b^{25}}$; 4) $\frac{b^{15}\cdot\left(b^3\right)^5}{\left(b^3\right)^6\cdot b}$.

**60.** $m$ ning qanday qiymatlarida tenglik o‘rinli bo‘ladi:

1) $5^m=125$; 2) $3^m=243$; 3) $512=2^m$;
4) $216=6^m$; 5) $(3^2)^m=81$; 6) $(4^2)^m=1024$?

Sonlarni ko‘rsatkichi 2 bo‘lgan daraja shaklida yozing (**61–63**):

**61.** 1) 0,09; 2) 0,0324; 3) $\frac{49}{81}$; 4) $\frac{121}{144}$; 5) $1\frac{27}{169}$; 6) $2\frac{7}{81}$.

**62.** 1) $9^4$; 2) $17^8$; 3) $(-0,9)^{16}$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{26}$.

**63.** 1) $b^8$; 2) $a^{14}$; 3) $k^{28}$; 4) $y^{36}$.

Ko‘paytmani darajaga ko‘taring (**64–69**):

**64.** 1) $(2\cdot7)^4$; 2) $(8\cdot5)^{12}$; 3) $(2,4\cdot17)^8$; 4) $(6,1\cdot19)^{14}$; 5) $\left(8\cdot\frac{2}{3}\right)^5$; 6) $\left(\frac{2}{7}\cdot5\right)^{11}$.

**65.** 1) $(5b)^4$; 2) $(13a)^7$; 3) $(-9x)^6$; 4) $(-15y)^9$.

**66.** 1) $(xy)^2$; 2) $(mn)^6$; 3) $(-2,5mn)^2$; 4) $(-4cd)^3$.

**67.** 1) $(xyz)^5$; 2) $(abc)^4$; 3) $(8\cdot11\cdot9)^{11}$; 4) $(3\cdot4\cdot5)^3$.

**68.** 1) $(a^2\cdot b)^3$; 2) $(kt^3)^2$; 3) $(4b^5)^4$; 4) $(0,2a^3)^5$.

**69.** 1) $(20n^2m^4)^3$; 2) $(3a^2b^8)^2$; 3) $(-5,2m^4n^2)^4$; 4) $(-2,5b^2c^3d)^2$.

Ko‘paytmani daraja shaklida yozing (**70–72**):
**Namuna:** $2^5\cdot k^5=(2k)^5$.

**70.** 1) $5^2\cdot a^2$; 2) $6^5\cdot b^5$; 3) $9^6\cdot5^6$; 4) $15^8\cdot3^8$.

**71.** 1) $\left(\frac{2}{13}\right)^3\cdot a^3$; $\left(\frac{12}{13}\right)^8\cdot b^8$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^{12}\cdot y^{12}$; 4) $(-2,1)^{13}\cdot c^{13}$.

**72.** 1) $25a^2$; 2) $8k^3$; 3) $11^2\cdot a^2\cdot b^2$; 4) $27^3\cdot c^3\cdot d^3$.

Ifodani ko‘rsatkichi 2 bo‘lgan daraja shaklida yozing (**73–75**):

**73.** 1) $a^4\cdot d^8$; 2) $b^{12}\cdot c^{14}$; 3) $64a^2$; 4) $81x^4$.

**74.** 1) $a^{10}\cdot b^{14}\cdot c^{3}$; 2) $x^{2}\cdot y^{12}\cdot z^{24}$; 3) $144\cdot m^{4}\cdot n^{6}\cdot k^{2}$; 4) $81\cdot a^{8}\cdot b^{10}\cdot c^{16}$.

**75.** 1) $0{,}81\cdot a^{8}\cdot b^{4}$; 2) $0{,}64\cdot x^{6}\cdot y^{12}$; 3) $\frac{25}{49}\cdot x^{6}\cdot y^{8}$; 4) $\frac{16}{121}\cdot m^{18}\cdot n^{16}$.

Ifodani ko‘rsatkichi 3 bo‘lgan daraja shaklida yozing (**76–79**):

**76.** 1) $a^{9}$; 2) $c^{18}$; 3) $17^{21}$; 4) $11^{12}$.

**77.** 1) $(-0{,}7)^{15}$; 2) $0{,}027$; 3) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{21}\cdot y^{9}$; 4) $-0{,}008$.

**78.** 1) $a^{6}\cdot b^{9}$; 2) $m^{27}\cdot n^{18}$; 3) $x^{6}\cdot y^{30}\cdot z^{15}$; 4) $b^{33}\cdot c^{21}\cdot d^{9}$.

**79.** 1) $-8\cdot b^{6}$; 2) $-64\cdot c^{3}$; 3) $0{,}027\cdot m^{3}\cdot n^{9}$; 4) $0{,}729\cdot x^{6}\cdot y^{12}$.

Hisoblang (**80–84**):

**80.** 1) $(0{,}125)^{15}\cdot 8^{15}$; 2) $(-0{,}4)^{8}\cdot(2{,}5)^{8}$; 3) $\left(\frac{7}{8}\right)^{12}\cdot\left(\frac{8}{7}\right)^{12}$; 4) $\left(1\frac{2}{5}\right)^{20}\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^{20}$.

**81.** 1) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{25}\cdot(2{,}5)^{25}$; 2) $\left(-\frac{2}{9}\right)^{13}\cdot(4{,}5)^{13}$; 3) $\left(\frac{3}{88}\right)^{2}\cdot 11^{2}$; 4) $\left(\frac{5}{24}\right)^{3}\cdot 12^{3}$.

**82.** 1) $\frac{5^{9}\cdot 3^{9}}{15^{7}}$; 2) $\frac{2^{5}\cdot 9^{5}}{18^{4}}$; 3) $\frac{21^{4}}{7^{2}\cdot 3^{2}}$; 4) $\frac{12^{8}}{3^{3}\cdot 4^{5}}$.

**83.** 1) $\frac{6^{12}\cdot 5^{12}}{10^{10}\cdot 3^{10}}$; 2) $\frac{8^{9}\cdot 6^{9}}{12^{8}\cdot 4^{8}}$; 3) $\frac{21^{5}}{3^{2}\cdot 7^{4}\cdot 9}$; 4) $\frac{8^{16}}{16^{12}}$.

**84.** 1) $\frac{16\cdot 27^{4}}{3^{10}}$; 2) $\frac{5\left(2^{5}\right)^{2}}{512}$; 3) $\frac{6^{8}\cdot\left(3^{4}\right)^{2}}{18^{6}}$; 4) $\frac{25^{2}\cdot 3^{5}}{15^{4}}$.

Kasrni darajaga ko‘taring (**85–88**):

**85.** 1) $\left(\frac{2}{9}\right)^{3}$; 2) $\left(\frac{3}{7}\right)^{2}$; 3) $\left(\frac{7}{8}\right)^{3}$; 4) $\left(\frac{2}{5}\right)^{4}$.

**86.** 1) $\left(-\frac{k}{12}\right)^{2}$; 2) $\left(-\frac{m}{4}\right)^{4}$; 3) $\left(-\frac{k}{3}\right)^{3}$; 4) $\left(-\frac{6}{a}\right)^{4}$.

**87.** 1) $\left(\frac{d}{4b}\right)^{3}$; 2) $\left(\frac{2b}{3c}\right)^{4}$; 3) $\left(\frac{5^{4}}{6^{3}}\right)^{3}$; 4) $\left(\frac{7^{2}}{8^{3}}\right)^{5}$.

**88.** 1) $\left(\frac{c+d}{5}\right)^4$; 2) $\left(\frac{3}{5+d}\right)^3$; 3) $\left(\frac{a+b}{c-3d}\right)^3$; 4) $\left(\frac{m+2k}{m-n}\right)^5$.

Kasrni daraja shaklida yozing (**89–91**):

**89.** 1) $\frac{4^8}{5^8}$; 2) $\frac{2^y}{3^y}$; 3) $\frac{a^5}{2^5}$; 4) $\frac{7^8}{6^8}$.

**90.** 1) $\frac{a^{12}}{b^{12}}$; 2) $\frac{t^{11}}{k^{11}}$; 3) $\frac{16}{49}$; 4) $\frac{121}{196}$.

**91.** 1) $\frac{(3a)^5}{(5b)^5}$; 2) $\frac{(4x)^{12}}{(7y)^{12}}$; 3) $\frac{1}{-27}$; 4) $\frac{-1}{729}$.

Hisoblang (**92–93**):

**92.** 1) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \frac{7^5}{3^4}$; 2) $\frac{5^5}{8^7} \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^6$; 3) $\left(\frac{3}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^4$; 4) $\left(\frac{7}{12}\right)^{12} \cdot \left(\frac{12}{7}\right)^{10}$.

**93.** 1) $\left(-\frac{36}{49}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^6$; 2) $\left(\frac{16}{25}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^5 \cdot (2{,}5)^3$.

**94.** Ifodaning son qiymatini toping:

1) $\frac{5-a^3}{2a^2}$, bu yerda $a = -3$; 2) $\frac{4a^3}{a^3-4}$, bu yerda $a = -5$.

**95.** Ifodani daraja shaklida yozing:

1) $8^{2n+3} \cdot 8^{5n-1} : 8^{3n+5}$; 2) $7^{5n+7} \cdot 7^{2n-5} \cdot 7^{n-2}$;

3) $\frac{x^{6n-5} \cdot x^{3n-1}}{x^{9n-3}}$; 4) $\frac{y^{3n+3} \cdot y^{4n-5}}{y^{5n-7}}$.

**96.** $n$ ning qanday qiymatlarida tenglik to‘g‘ri bo‘ladi:

1) $(7^n)^5 = 7^{20}$; 2) $(3^5)^n = 3^{27}$; 3) $(2^2)^n = 2^{18}$; 4) $(9^5)^n = 3^{12}$?

**97.** Ko‘paytmani darajaga ko‘taring:

1) $(9a^3b^2c^4)^3$; 2) $(12x^4y^3z)^2$; 3) $(-6{,}2a^3b^7z^3)^4$.

**98.** Ifodani asosi $b$ bo‘lgan daraja shaklida yozing:

1) $\frac{b^3 \cdot b^9}{b \cdot b^5}$; 2) $\frac{b^{15} \cdot b^3}{b^2 \cdot b^4}$; 3) $\frac{(b^3)^5 \cdot (b^2)^5}{b^{10} \cdot b^3}$; 4) $\frac{b \cdot (b^3)^4 \cdot b^5}{(b^5)^2 \cdot b^3}$.

**99.** Sonlarni taqqoslang:

1) $34^4$ va $11^{12}$;
2) $22^{11}$ va $11^{22}$;
3) $25^5$ va $5^{25}$;
4) $8^{20}$ va $4^{40}$.

**100.** Hisoblang:

1) $\frac{3\cdot 6^{12}-4\cdot 6^{11}}{36^5}$;
2) $\frac{8\cdot 7^{18}-5\cdot 7^{17}}{49^8}$;
3) $\frac{\left(5\cdot 4^{22}+7\cdot 4^{21}\right)\cdot 54}{\left(27\cdot 16^4\right)^2}$;
4) $\frac{6\cdot\left(5\cdot 8^{15}-29\cdot 8^{14}\right)}{8^{16}+3\cdot 8^{15}}$.

**101.** Tenglamani yeching:

1) $y:3,75-12,125=5\frac{1}{8}$;
2) $24,6:x=0,0003\cdot 1000$;
3) $\frac{5}{18}+\frac{1}{12}-\frac{7}{8}x$;
4) $\frac{19}{24}+\frac{5}{16}=\frac{5}{16}\cdot(x+3,2)$.

**102.** Sonni standart shaklda yozing:

1) 39 000; 2) 98 710 000; 3) 162 000 000; 4) 250 700 000.

**103.** Hisoblang:

1) $-(-3)^2\cdot(-2)^3+(-1)^4\cdot(-2)^5+4^3\cdot(-5)$; 2) $(-0,3)^3:(-0,1)^4-(3,4)^3:(-1,7)^2$;

3) $(-0,2)^3:(0,1)^3-\frac{2}{5}\cdot(-5)^2+\frac{1}{7}\cdot(-7)^2$; 4) $\left(-3\frac{1}{7}\right)^2\cdot\frac{49}{121}-(-1,2)^{40}:(-0,6)^{39}:2^{39}$;

5) $\left((-1)^5\right)^6\ \left((-1)^5\right)^5+\left(-(-1)^6\right)^7\ \left((-1)^3\right)^5$; 6) $\frac{8^2\cdot 4^5}{16^2\cdot 8}+\frac{16^3}{4^3\cdot 64}+\frac{10^8\cdot 4^5}{4^3\cdot 10^7}$;

7) $\frac{120^2\cdot 6^4\cdot 11^4}{60^8\cdot 132^2}+\frac{9^6\cdot 8^6\cdot 24^4}{36^8\cdot 8^3}$; 8) $\left((-25)^4\right)^6:\left((-25)^{13}\right)^2-\left(\frac{1}{12}\right)^2$.

**104.** 1) $3^{69+3n}$ soni $9^{24+n}$ dan necha marta katta?

2) $(14^{n+7})$ soni $(2^{n+1})$ sonidan necha marta katta?

3) Agar $\frac{x^m-x^n}{\frac{1}{x^n}-\frac{1}{x^m}}=4^m\cdot 2^{2n}$ bo'lsa, $x$ ni toping.

4) Agar $2^m\cdot 5^n=200$; $2^n\cdot 5^m=500$ bo'lsa, $m+n$ nimaga teng?

## 3-§. Birhad va uning standart shakli. Sonning standart shakli

Qirralari uzunliklari $5a; b; c$ bo‘lgan to‘g‘ri burchakli parallelepipedning hajmi $5abc$ ga, qirrasining uzunligi $a$ ga teng bo‘lgan kub sirti $6a^2$ ga, qirralari uzunliklari yig‘indisi $12a$ ga teng. $5abc$ ifoda to‘rtta ko‘paytuvchining ko‘paytmasidan iborat bo‘lib, birinchi ko‘paytuvchi 5 sonidan, qolganlari esa $a, b, c$ harflaridan; $6a^2$ ifoda esa 2 ta ko‘paytuvchili ko‘paytma bo‘lib, birinchi ko‘paytuvchi 6 sonidan, ikkinchisi esa $a^2$ dan iborat; $12a$ ifoda 2 ta ko‘paytuvchidan iborat, birinchi ko‘paytuvchi 12, ikkinchi ko‘paytuvchi $a$.

*Sonli va harfiy ko‘paytuvchilarning ko‘paytmasidan tuzilgan algebraik ifoda* ***birhad*** *deyiladi.*

Masalan, $abc$; $-3a$; $4ab$; $\frac{1}{3}a(-0,5)b \cdot ab$; $-2a^2b$; $\frac{2}{5}a^2b \cdot \frac{5}{4}ac$ ifodalar birhaddir.

Birhadlarga $a$; 2; $\frac{3}{8}$ lar ham misol bo‘la oladi, chunki ularni $a = 1 \cdot a$; $2 = 2 \cdot a^0$; $\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \cdot a^0$ ko‘rinishda yozish mumkin.

*Agar birhad birinchi o‘rinda turgan faqat bitta son ko‘paytuvchidan va har xil asosli harfiy darajalardan tuzilgan bo‘lsa, u* ***standart shakldagi birhad*** *deyiladi. Bu yerda son ko‘paytuvchi* ***birhadning koeffitsiyenti*** *deyiladi.*

Masalan, $3ab$ birhadning koeffitsiyenti 3 ga teng;

$\frac{7}{9}abc^3$ birhadning koeffitsiyenti $\frac{7}{9}$ ga teng;

$-3,7a^3b$ birhadning koeffitsiyenti $(-3,7)$ ga teng;

$bc^2 = 1 \cdot bc^2$, ya’ni $bc^2$ birhadning koeffitsiyenti 1 ga teng;

$-a^5b^2c = -1 \cdot a^5b^2c$, ya’ni $-a^5b^2c$ ifodaning koeffitsiyenti $(-1)$ ga teng.

**Masala.** $9ab \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{5}{27}c$ birhadning $a = \frac{2}{3}$; $b = 2,5$; $c = 8,1$ bo‘lgandagi qiymatini hisoblang.

☐ ***1-usul.*** Harflarning o‘rniga berilgan qiymatlarni qo‘yamiz:

$$9\cdot\frac{2}{3}\cdot 2{,}5\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{5}{27}\cdot 8{,}1=\frac{9}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{27}\cdot\frac{81}{10}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}.$$

**Javob:** $3\frac{1}{3}$. ■

☐ ***2-usul.*** Berilgan birhadni standart shaklga keltirib olamiz:

$$9\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{27}a^3bc=\frac{5}{9}a^3bc.$$

Endi harflarning qiymatlarini standart shaklga keltirilgan birhadga qo‘yamiz:

$$\frac{5}{9}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot 2{,}5\cdot 8{,}1=\frac{5}{9}\cdot\frac{8}{27}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{81}{10}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}.$$

**Javob:** $3\frac{1}{3}$. ■

„Birhadning darajasi“ tushunchasini kiritamiz.

*Standart shaklga keltirilgan birhaddagi harflar darajalarining yig‘indisi* ***birhadning darajasi*** *deyiladi.*

Masalan, $5a^2b^3c$ birhadning darajasi 6, chunki $2+3+1=6$;
$-7x^2y$ birhadning darajasi 3, chunki $2+1-3$;
5,42 esa nolinchi darajali birhad hisoblanadi.
0 soni – darajasi aniqlanmagan birhaddir.

Sonlarning $a\cdot 10^n$ ko‘rinishdagi yozuvi, (bunda $1\le a<10$, $n\in N$ sonning *standart shakli* deyiladi.

Masalan: 1) Yerdan Quyoshgacha bo‘lgan masofa taxminan 150 000 000 km bo‘lib, uni $1{,}5\cdot 10^8$ km kabi yozish mumkin;

2) Yer sharining radiusi taqriban 6,37 mln metr ga teng, u $6{,}37\cdot 10^6$ m kabi yoziladi. Shunga o‘xshash:

3) $8\ 725=8{,}725\cdot 10^3$; 4) $78{,}15=7{,}815\cdot 10$;

5) $10\ 030\ 000=1{,}003\cdot 10^7$.

**105.** ***Savollarga javob bering:***

1) Birhad deb nimaga aytiladi?
2) Birhadning standart shakli nima?
3) Birhadning koeffitsiyenti deb nimaga aytiladi?

4) Birhadning darajasi deb nimaga aytiladi?
5) Birhad faqat sondan iborat bo‘lsa, uning darajasi nimaga teng?
6) Sonning standart shakli deb nimaga aytiladi?
7) Sonning standart shakli qayerlarda ko‘p qo‘llaniladi?

**106.** Quyidagi ifodalardan qaysi biri birhad?

1) $8x^4y$; 2) $-3ttyy$; 3) $-(m+n^4k^2)^3$;
4) $6{,}2a(a+b)$; 5) $y$; 6) $-a+b$;
7) $-b$; 8) $3{,}5y^ny^m$; 9) $5{,}7$.

**107.** So‘z orqali aytilgan fikrni algebraik ifoda yordamida yozing va ular ichidan birhadlarni aniqlang:
1) $a$ son bilan $b$ son kubining ko‘paytmasi;
2) $x$ son kvadrati bilan $y$ son kubi ko‘paytmasining uchlangani;
3) $a$ va $b$ sonlar kvadratlarining yig‘indisi;
4) $a$ va $b$ sonlar kvadratlari ko‘paytmasiga qarama-qarshi son;
5) $t$ son kubi bilan $p$ son kvadrati ayirmasining yarmi;
6) $m$ sutkadagi minutlar soni;
7) $k$ metrdagi detsimetrlar soni.

**108.** To‘g‘ri to‘rtburchak o‘lchamlari rasmda ko‘rsatilganidek to‘rtta to‘g‘ri to‘rtburchakka bo‘lingan. Shu to‘rtburchaklarning yuzlarini aniqlash uchun ifoda tuzing. Bu ifodalardan qaysi biri birhad bo‘ladi?




**109.** Birhadning son qiymatini toping:

1) $27a^2b$, bunda $a=\frac{1}{3}$, $b=-6$; 2) $20a^3$, bunda $a=0{,}5$;

3) $-\frac{1}{8}b^2$, bunda $b=100$; 4) $-3p^3q^2$, bunda $p=\frac{1}{3}$, $q=-9$;

5) $\frac{1}{12}c^3\cdot(-16)$, bunda $c=0{,}3$; 6) $\frac{5}{6}y^2x^3$, bunda $y=-3$, $x=-1$.

**110.** Birhadning son qiymatini toping:

1) $-0{,}09x^6y^3$, bunda $x=-1$, $y=1$;
2) $-6{,}5ab^2$, bunda $a=-4$, $ab=4$;

3) $p^2q^3t$, bunda $p=-4$, $q=0{,}5$, $p+q+t=3$;

4) $\frac{2}{5}a^4b^3c$, bunda $a=-1$, $b=2$, $a+b+c=16$.

**111.** Birhadni standart shaklda yozing va uning koeffitsiyentini ko‘rsating:

1) $6x^2\cdot x\cdot(-4x)$; 2) $0{,}8b^3\cdot(-5b^2)$; 3) $-65a^2b\cdot\left(\frac{3}{13}b^3\right)$;

4) $\frac{3}{4}y^3yy^2y(-6{,}4)$; 5) $-7aaabbbb\cdot(-2)ab$.

**112.** Birhadni standart shaklda yozing:

1) $-2{,}5a^2b^4\cdot(-4b^n)$; 2) $\frac{7}{16}p^3\cdot q^4\cdot(-64p)$;

3) $0{,}001y^{m+1}x^n(-1000y^3x^5)$; 4) $t^2(-aab^n)\cdot(-0{,}2)b^4$.

**113.** Birhadlarni standart shaklda yozing va son qiymatini toping:

1) $xy5y$, bunda $x=-\frac{1}{25}$, $y=15$; 2) $x^2\cdot0{,}25x$, bunda $x=-2$;

3) $\frac{7}{9}a^2\cdot12\cdot b\cdot\frac{3}{49}$, bunda $a=-3$, $b=4{,}9$; 4) $y^3\cdot\frac{15}{169}y$, bunda $y=-13$.

**114.** a) Birhadni standart shaklga keltiring va uning darajasini aniqlang:

1) $\frac{1}{3}a^3b^4\cdot(-0{,}3ab)$; 2) $(-0{,}2x^2y^4c^5)\cdot(-0{,}4xc)$;

3) $(-16\cdot pq^2)\cdot(-0{,}25p^2q)$; 4) $\frac{2}{11}txxxt\cdot1\frac{1}{8}$;

5) $-\frac{1}{2}a^2b^2\cdot0{,}7ab^2$; 6) $0{,}3xy^2c^4\cdot\left(-\frac{1}{2}x^2c\right)$;

7) $\left(-34p^2q\right)\cdot\left(-0{,}125pq^3\right)$; 8) $\frac{3}{19}\cdot txx\cdot5\frac{1}{7}$.

b) Sonlarni standart shaklga keltiring:
1) 4567; 2) 18,305; 3) 0,0034; 4) 156 000 000.

## 4-§. Birhadlarni ko‘paytirish

**Masala.** To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari $a$ va $b$ ga teng. Uning tomonlari, mos ravishda, 6 marta, $4k$ marta uzaytirildi. Yangi to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini aniqlang.

□ Yangi to‘g‘ri to‘rtburchakning o‘lchamlari $6a$ va $4kb$ dan iborat va yuzi $S_1=(6a)\cdot(4kb)$ bo‘ladi. $(6a)\cdot(4kb)$ ifoda $(6a)$ va $(4kb)$ birhadlarning ko‘paytmasidan iborat. Bu ifodani sonlarni ko‘paytirish qoidalariga ko‘ra quyidagicha yozish mumkin:

$$(6a)\cdot(4kb)=(6\cdot4)\cdot(a\cdot k\cdot b)=24akb. \blacksquare$$

Hosil bo‘lgan ifoda birhaddir.

Demak, birhadlarni ko‘paytirish natijasida yana birhad hosil bo‘ladi va uni soddalashtirib standart shaklda yozish lozim.

**Misollar. 1.** Birhadlarni ko‘paytiring:

a) $(7a^3b^2c^4)\cdot\left(\frac{5}{49}a^2b\right)$; b) $(-3ab)\cdot\left(\frac{7}{9}a^2b^3\right)$.

**2.** Birhadlarni darajaga ko‘taring:

a) $(3a^2bc^3)^2$; b) $\left(\frac{2}{5}ab^2c^4\right)$.

□ 1. a) $\left(7a^3b^2c^4\right)\cdot\left(\frac{5}{49}a^2b\right)=\left(\frac{7}{1}\cdot\frac{5}{49}\right)\cdot\left(a^3\cdot b^2\cdot c^4\cdot a^2b\right)=\frac{5}{7}a^5b^3c^4$;

b) $(-3ab)\cdot\left(\frac{7}{9}a^2b\right)=\left(-3\cdot\frac{7}{9}\right)\left(ab\cdot a^2b\right)=-\frac{7}{3}a^3b^2=-2\frac{1}{3}a^3b^2$.

2. a) $3a^2bc^3$ ifoda 3; $a^2$; $b$; $c^3$ birhadlarning ko‘paytmasidir.

Ko‘paytmani darajaga ko‘tarish xossasiga ko‘ra:

$$(3a^2bc^3)^2=3^2((a^2)b^2(c^3))^2=9a^4b^2c^6. \blacksquare$$

**115.** ***Savollarga javob bering:***

1) Birhadlar qanday ko‘paytiriladi?
2) Birhadning darajasi qanday topiladi?
3) Birhadlar ko‘paytmasi yana birhad bo‘ladimi?

Birhadlarni ko‘paytiring (**116 – 120**):

**116.** 1) $(4x)\cdot(12y)$; 2) $(3a)\cdot(5b)$;
3) $(-0,5p^2y)\cdot(-8py)$; 4) $(-4,5a^2bc)\cdot(13ab^2c)$.

**117.** 1) $\frac{2}{3}a\cdot12ab^3$; 2) $0,8x^2y\cdot(-xy)$;
3) $-\frac{7}{9}pt^3\cdot(-81p)$; 4) $-\frac{5}{24}a^4b^2\cdot2,4a^2b^4$.

**118.** 1) $14y\cdot0,5y^2$; 2) $8x^2\cdot\left(-\frac{3}{4}x\right)$; 3) $-6b^3\cdot1,3b^2$; 4) $-12a^4\cdot0,3a^2$.

**119.** 1) $\frac{3}{4}ay^4 \cdot 16y$; 2) $1{,}6x^2c \cdot (-2xc^3)$; 3) $-a^3b^4 \cdot 1{,}4a^4b^5$.

**120.** 1) $10ax^4 \cdot (-0{,}1a^5) \cdot (-0{,}5a^2x^8)$; 2) $-20x^4 \cdot 0{,}5xy^2 \cdot (-0{,}3x^2y^3)$;

3) $-\frac{1}{3}a^2bc \cdot (-15ab^2c) \cdot (0{,}2abc^2)$; 4) $12x^2y^2z \cdot \left(-\frac{3}{4}xy^2z^2\right) \cdot (0{,}1x^2yz^2)$.

Birhadlarni darajaga ko‘taring (**121–124**):

**121.** 1) $(9x)^2$; 2) $(6y)^2$; 3) $\left(\frac{1}{7}a^2\right)^2$; 4) $\left(\frac{1}{2}a^3\right)^3$;

5) $(0{,}5y^3)^4$; 6) $(0{,}1c^5)^4$; 7) $(1{,}6a^3)^2$; 8) $(2{,}4c^5)^2$.

**122.** 1) $(4xy)^2$; 2) $(5ax)^3$; 3) $(8a^2b)^2$;
4) $(4ac^4)^3$; 5) $(2a^2c^3)^3$; 6) $(5x^5y^3)^2$.

**123.** 1) $\left(-\frac{1}{2}ab\right)^4$; 2) $\left(-\frac{1}{3}xy\right)^3$; 3) $(-10a^3b^2)^3$;

4) $(-11a^2x^6)^4$; 5) $(-xy^2z^3)^4$; 6) $(-a^2b^3c^4)^5$.

**124.** 1) $-(2ax^2)^2$; 2) $-(3a^2b)^3$; 3) $-(-5x^3c)^3$;
4) $-(-2ab^4)^3$; 5) $-(-a^2b^3c^3)^3$; 6) $-(-a^3b^2c)^4$.

**125.** Birhadlarni kvadrat ko‘rinishida ifodalang:

1) $81a^2y^4$; 2) $49a^6b^4$; 3) $-100x^4y^8$; 4) $-25x^2y^6$.

**126.** Quyidagi ifodalarni birhadning:

a) kvadrati shaklida ifodalang: $\frac{1}{4}x^4$; $0{,}36a^6b^8$ $\frac{1}{9}a^6$; $0{,}16a^4b^{10}$;

b) kubi shaklida ifodalang: $0{,}001x^6$; $-125a^3c^9$; $0{,}008x^9$; $-27a^3b^{12}$.

**127.** Ifodani soddalashtiring:

1) $35a \cdot (2a)^2$; 4) $(-4y^2) \cdot 3y^5$;

2) $20a^3 \cdot (5a)^3$; 5) $\left(3x^6y^3\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}xy^2\right)$;

3) $-4x^3 \cdot (5x^2)^3$; 6) $\left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) \cdot \left(4x^6y\right)^2$.

**128.** Ifodani soddalashtiring:

1) $2\frac{2}{3}a^2y^8\cdot\left(-1\frac{3}{2}ay^3\right)^4$;  2) $3\frac{3}{7}x^5y^6\cdot\left(-2\frac{1}{3}x^5y\right)^2$;

3) $4\frac{1}{6}a^3b^5\cdot\left(-1\frac{1}{5}a^5b\right)^3$;  4) $\left(-2\frac{1}{2}a^3b\right)^4\cdot3\frac{1}{5}a^8b^5$;

5) $x^{n-2}\cdot x^{3-n}\cdot x$;  6) $-2ab^2\cdot3a^3\cdot b^4\cdot(-2a^5b^2)^2$.

**129.** Birhadlarni standart ko‘rinishga keltiring:

a) 1) $(10a^2y)^2\cdot(3ay^2)^3$;  2) $(4ab^2)^3\cdot(0{,}5a^3b)^2$;  3) $\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^3\cdot\left(4y^5\right)^2$;

4) $\frac{2}{3}\left(x^2y^3\right)^3\cdot\left(-9x^4\right)^2$;  5) $-(3x^6y^2)^2\cdot(-x^2y)^4$;  6) $-(-a^2y^4)^4\cdot(6a^4y)^2$;

7) $(-5ab^6)^4\cdot(0{,}2a^6b)^4$;  8) $(-10x^3y^2)^5\cdot(-0{,}2xy^2)^5$;

b) 1) $(2x^2y)^3\cdot(3y^4)^2$;  2) $(2a^2b)^3\cdot(0{,}25ab^2)^2$;

3) $-(2x^4y)^2\cdot(-x^3y^2)$;  4) $(-5a^6b)^3\cdot(1{,}4ab^6)^4$.

## 5-§. Ko‘phadlar

*Bir nechta birhadlarning algebraik yig‘indisi* ***ko‘phad*** *deyiladi. Ko‘phadlarni tashkil etuvchi birhadlar* ***ko‘phadning hadlari*** *deyiladi.*

Masalan, $9x^2+6xy-3{,}6y^2+3{,}1y$ ko‘phad hadlari $9x^2$; $6xy$; $-3{,}6y^2$; $3{,}1y$ bo‘lgan birhadlardan iborat.

$-2{,}8a^2b+9\frac{1}{7}b^2c-6\frac{5}{8}c$ ko‘phadning hadlari esa $-2{,}8a^2b$; $9\frac{1}{7}b^2c$; $-6\frac{5}{8}c$ birhadlar bo‘ladi.

Agar ko‘phadning ba’zi hadlari standart shaklda yozilmagan bo‘lsa, ular standart shaklga keltirilib, soddalashtiriladi.

**1-masala.** Ko‘phadni soddalashtiring:

□ $4b^25a-11abacc+18^6ab\frac{1}{3^1}b^2=20ab^2-11a^2bc^2-6ab^3$. ■

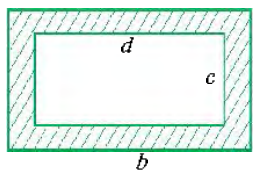
Ko‘phadlar ularning harfli ko‘paytuvchilari bir xil bo‘lmagan hadlari soniga qarab ikkihad, uchhad va hokazo deyiladi.

Ikkihadga misollar: $a^3-b^2$; $2a^2b+7bc$.

Uchhadga misollar: $3{,}1a+\frac{1}{2}a^2b-4c$; $\frac{2}{5}a+0{,}5b-2$.

Birhad ham hadlari soni bitta bo‘lgan ko‘phad deb hisoblanadi.

**2-masala.** Shtrixlangan shaklning yuzini aniqlovchi ifoda – ko‘phadni yozing va uning $a=12$; $b=10$; $c=3$; $d=6$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.




□ Ravshanki, $S=ab-cd$. Bunga harflarning qiymatini qo‘yamiz: $S=12\cdot 10-$ $-3\cdot 6=120-36=84$. ■

**3-masala.** Ko‘phadni soddalashtiring va $x=-5$; $y=0{,}5$ bo‘lganda uning son qiymatini toping: $-0{,}2xy^2x^2-0{,}2y\cdot 10+8x$.

□ $-0{,}2xy^2x^2-0{,}2y\cdot 10+8x=-0{,}2x^3y^2-2y+8x$.
$-0{,}2\cdot(-5)^3\cdot(0{,}5)^2-2\cdot 0{,}5+8\cdot(-5)=-0{,}2\cdot(-125)\cdot 0{,}25-1-40=$
$=6{,}25-41=-34{,}75$. ■

*Ko‘phadni tashkil etgan birhadlarning eng katta darajasi* ***ko‘phadning darajasi*** *deyiladi.*

Masalan, $9a^2b^2c^2-2{,}1ab^2c+4abc$ ko‘phad 6-, 4-, 3- darajali birhadlardan tashkil topgan. Ta’rifga ko‘ra, bu ko‘phad 6-darajali ko‘phaddir.

$3xy^2-2x^2y-\frac{1}{2}$ ko‘phad 3-darajali;

$8b-7{,}5$ ko‘phad esa 1-darajali ko‘phaddir.

**130.** ***Savollarga javob bering:***

1) Ko‘phad deb nimaga aytiladi?
2) Ko‘phadning hadlari nima?
3) Birhadni ham ko‘phad deyish mumkinmi?
4) Ko‘phadning darajasi deb nimaga aytiladi?

**131.** (*Og‘zaki.*) Ko‘phadni tashkil qiluvchi birhadlarni va ularning darajalarini ayting:

1) $-7a^3+3a^2-4a+1$; 2) $5a^2-0{,}5a+6$; 3) $-9x+0{,}7a-x^2$.

**132.** Ko‘phadni birhadlarning yig‘indisi shaklida yozing:

1) $3a^5+3a^4-1{,}2a-8$; 2) $2{,}2b^5+3b^4-18b^2+17$;

3) $8{,}5x^4y-4{,}1x^2y^2+1{,}5xy^3-y^4$; 4) $3{,}5x^4-1{,}8x^3y-1{,}2x^2y-4xy^2$.

**133.** Birhadlardan ko‘phadlar tuzing:

1) $-3x^2$; $4x$ va $8$;
2) $2{,}1x^2$; $6x$ va $5$;
3) $x^3$; $-x^2$ va $-x$;
4) $b^6$; $3b^5$ va $-2b^5$.

**134.** Ko‘phadning har bir hadini standart shaklga keltiring va soddalashtiring:

1) $a^2b+bab$;
2) $y\cdot xy+x^2y$;
3) $5a\cdot 6b^2 \quad 3a^2\cdot 7b$;
4) $3x\cdot 4y^2 \quad 5x^2\cdot 2y$;

**135.** Ko‘phadning har bir hadini standart shaklga keltiring, soddalashtiring va darajasini aniqlang:

1) $15a^3\cdot\frac{1}{3}ba-7ab\cdot\frac{1}{4}a^2b-13aba$;
2) $2ac^4\cdot 0{,}4ac-0{,}3a^2\cdot 10aba-5abab^3$;
3) $2{,}5pq^3\cdot(-2)pqt-12abc\cdot\frac{1}{3}\cdot a^2bc$;
4) $3pp^3t\cdot\left(-\frac{5}{9}kp\right)+8ab^3ab^2$.

**136.** Ko‘phadni standart shaklga keltiring va darajasini aniqlang:

1) $2xxxx\cdot\left(-2\frac{3}{4}xyy\right)+5ppp\cdot 4t$;
2) $(0{,}5xy)\cdot\left(-4x^2y^2\right)-9x^2y\cdot\left(\frac{5}{27}y\right)$.

**137.** Ko‘phadning son qiymatini toping:

1) $3a^2+0{,}5ab+0{,}1b^2$, bunda $a=4$, $b=-10$;
2) $2a^3-0{,}01ab+2b^2$, bunda $a=-1$, $b=-0{,}4$.

**138.** Ko‘phadni soddalashtiring va uning son qiymatini toping:

1) $a^2aba4b+a^3bbb3a+5$, bunda $a=-2$, $b=0{,}5$;
2) $a^24aabb5b+2a5ba^2+2$, bunda $a=-1$, $b=3$.

**139.** Ko‘phadni harflarning darajalari kamayib borishi tartibida yozing:

1) $5x^6+7-3x^8+x^3-x^2$;
2) $2y^8-y^{10}-4y^3-12$;
3) $0{,}5a^9+2a^3 \quad 3{,}5a^{10} \quad 2+7a^3$;
4) $5x^6+0{,}5x^8 \quad x+x^2+7$.

**140.** Ko‘phadni: 1) $x$ ning; 2) $y$ ning darajalari ortib borishi tartibida yozing:

$$18x^7-x^2y-5x^{10}y^8-3x^{13}y^7+y^{10}.$$

**141.** Quyidagi sonlarni ko‘phad ko‘rinishida yozing:

1) $\overline{ab}$; 2) $\overline{xy}$; 3) $\overline{abc}$; 4) $\overline{xyz}$; 5) $\overline{abcd}$; 6) $\overline{xyzt}$; 7) $\overline{mnfkd}$; 8) $\overline{abcde}$.

**142.** $a$ ning qanday qiymatida $5a^6+15a^3+25a+7$ ko‘phadning son qiymati: a) juft; b) toq; c) 5 ga karrali bo‘ladi?

**143.** Ko‘phadlarning qiymati manfiy bo‘lmasligini isbotlang:

1) $a^2+b^2+4$; 2) $x^4+3x^2y^2+y^4+y^2+1$;
3) $x^6+y^6+x^6y^6+x^{12}y^{16}$; 4) $a^8+a^4b^4+a^{10}+b^2+b^8$.

**144.** $a^2+b^2$; $x^2+y^2+6$; $4x^2y^2$; $y^8+3y^4-8$, $1+y^3$ ko‘phadlar ichida harflarning ixtiyoriy qiymatlarida musbat qiymat qabul qiladiganlarini aniqlang.

## 6-§. O‘xshash hadlarni ixchamlash

Siz 5-va 6-sinflarda $5a+0,3a+5$ (1) va $4x-6x+7-3x$ (2) kabi ifodalar va ularning o‘xshash hadlarini soddalashtirish-ixchamlash bilan tanishgansiz:

$$5a+0,3a+5=5,3a+5; \qquad 4x-6x+7-3x=-5x+7.$$

Bu misollar ko‘phadlarning o‘xshash hadlarini ixchamlashga misol bo‘la oladi. (1) ko‘phadda $5a$; $0,3a$ hadlar, (2) ko‘phadda $4x$; $-6x$; $-3x$ hadlar o‘xshash bo‘lib, ular faqat koeffitsiyentlari bilangina farq qiladi.

Endi $15a^2b+8+9ab-12a^2b-15$ (3) ko‘phadni ko‘rib chiqamiz. Bu ko‘phadda 1-va 4-hadlarning harfiy qismlari bir xil.

*Agar ko‘phadda bir xil harfiy qismlarga ega bo‘lgan hadlar mavjud bo‘lsa, ular* ***o‘xshash hadlar*** *deyiladi.*

Masalan, yuqoridagi (3) ko‘phadda $15a^2b$ va $-12a^2b$ hadlar o‘xshash.

Harfiy qismlari bo‘lmagan 8 va $-15$ sonlar ham o‘xshash deb qabul qilinadi, chunki ularni bu sonlar bilan harflarning nolinchi darajasi ko‘paytmasi ko‘rinishida ifodalash mumkin: $8=8a^0b^0$ va $-15=-15a^0b^0$.

**1-misol.** $15a^2b+8+9ab-12a^2b-15$ ko‘phadning o‘xshash hadlarini ixchamlaymiz:

$$\square\ 15a^2b+8+9ab-12a^2b-15=(15a^2b-12a^2b)+9ab+(8-15)=$$
$$=(15-12)a^2b+9ab+(-7)=3a^2b+9ab-7. \blacksquare$$

*Ko'phadlarni o'xshash hadlarining algebraik yig'indisi bitta birhad bilan almashtiriladigan soddalashtirish* ***o'xshash hadlarni ixchamlash*** *deyiladi.*

$3a^2b+ab-7$ ko'phadning har bir hadi standart shaklda bo'lib, ular orasida o'xshash hadlar yo'q.

*Har bir hadi standart shaklga keltirilgan va o'xshash hadlari bo'lmagan ko'phadlar* ***standart shaklda yozilgan ko'phadlar*** *deyiladi.*

Har qanday ko'phadni standart shaklda yozish mumkin. Buning uchun avval ko'phadning har bir hadini standart shaklda yozish va so'ngra o'xshash hadlarini ixchamlash kerak.

**2-misol.** Ko'phadni standart shaklga keltiring:

$$15xy\cdot\frac{1}{5}xz+4xyx-9x^2\cdot\frac{1}{3}y-4xyx+x^2yz.$$

□ $15xy\cdot\frac{1}{5}xz+4xyx-9x^2\cdot\frac{1}{3}y-4xyx+x^2yz=3x^2yz+4x^2y-3x^2y-4x^2y+$
$+x^2yz-4x^2yz-3x^2y.$ ■

**145.** ***Savollarga javob bering:***

1) Qanday birhadlar o'xshash deyiladi?
2) O'xshash hadlar qanday ixchamlanadi?
3) Ko'phadning standart shakli nima?
4) Ko'phad standart shaklga qanday keltiriladi?

**146.** O'xshash hadlarni ixchamlang:

1) $0,5x^2-x^2+0,8x^2+3x^2$;
2) $0,8a^2-a^2+2,2a^2+5a^3$;
3) $-2xy^2-xy^2-0,8xy^2-1,9xy^2$;
4) $-5ab^3-ab^3-0,2ab^3+9,2ab^2$;
5) $2a^2-7ab-5a^2-11ab+13c^2$;
6) $4x^2-y^2+6xy-12y^2-8xy$;
7) $11p^2q+8pq^2+5pq^2-13p^2q-11p^3$;
8) $15a^3b^3-13ab^3-2a^2b^2+15a^3b^3+ab-a^2b^2$.

**147.** Ko'phadni standart shaklga keltiring:

1) $18a^2-5a-a^2-3a$;
2) $4b^2-3b-2b-5b^2$;
3) $0,8c^2-0,1c^2-0,6c^3$;
4) $3,2m^2+2,4m^3-1,8m^2$.

**148.** Ko‘phadning son qiymatini toping:

1) $0,2a^4+a^2+0,1a^4-8-1,3a^4+0,2a^2$, bunda $a=12$;

2) $\frac{1}{8}b^5+\frac{1}{12}\quad\frac{1}{8}b^5\quad b^4\quad\frac{1}{3}b^4$, bunda $b=-2$.

**149.** O‘xshash hadlarni ixchamlang va ko‘phadning darajasini aniqlang:

1) $13t^2-2t^2-10t-3t^2+4t+11$; 2) $x^2+8x-21-x^3\cdot12x^2+8x-18$;

3) $n^3+n^2+n+1-n^4-n^3-n^2-n-1$; 4) $-x^2-x^3-x^4-1-x^2+x^3-9$.

**150.** Ifodani soddalashtiring va uning qiymatini toping:

1) $-a-3b-4+2b$, bunda $a=-14$, $b=-5$;

2) $-15x-y-2+14x$, bunda $x=-19$, $y=-2$;

3) $2ab-2a-b+2b$, bunda $a=-3$, $b=7$;

4) $n^4-3n^3m+n^2m^2+n^3m-4nm^3$, bunda $n=-1$, $m=1$.

**151.** * o‘rniga shunday birhad yozingki, natijada 6-darajali ko‘phad hosil bo‘lsin:

1) $x^3-2x^2+3x-1+*$; 2) $y^6-2y^4-3y-*$.

**152.** Quyudagi ko‘phadlardan, undagi harflarning har qanday qiymatida: a) musbat; b) manfiy bo‘ladiganini ko‘rsating:

1) $a^5+a^3+a$; $-3a^2-1$; $a^6+a^4+a^2+3$;

2) $a^2+b^2+a$; $-a^2\quad b^2\quad a^2b^2\quad 16$; $-a\quad b\quad 8$.

**153.** Ko‘phadni standart shaklga keltiring:

1) $18x^3-13xxy-3x^3-2x^2-8y-4$; 2) $3y\cdot y^3-3y^2\cdot4y^2+6y^2-8y-11$;

3) $5a\cdot\left(-4b^4\right)3x^2x^3+27x^3\quad x^6$; 4) $18x\left(-x^2y\right)+16x^3y\quad 14xxy\quad 12x^2y$.

**154.** Ifodani soddalashtiring:

1) $15a\cdot a^3-6a^2\cdot a^2-16a^4+4a^2-a^2$;

2) $0,3x\cdot4y^2\quad 1,2xy\cdot y+4,8xy^3\quad 6x\cdot0,8y^3$;

3) $5a^2\cdot2b-10ab\cdot4a-14a^2b-18a^2b$;

4) $\frac{2}{9}p\cdot3q^2-\frac{7}{13}pq\cdot26q+\frac{1}{3}pq\cdot4q+1,2\,pq\cdot5\,pq$.

**Misol.** Ifodalarni soddalashtiring:

1) $(3x^2+4x-8)+(5x+2)$;
2) $(3a^2+4ab-b^2)+(2a^3-a^2+4ab-b^2+7)+(a^2-2ab+b^2-3)$;
3) $(x^3+2y^3+3x-4y+7)-(x^3-2y^3-4x-5y+8)$.

□ Qavslarni ochish qoidasiga ko‘ra o‘xshash hadlarni e’tiborga olib, ifodalarni quyidagicha soddalashtirish mumkin:

$$1)\ (3x^2+4x-8)+(5x+2)=3x^2+4x-8+5x+2=3x^2+9x-6;$$

$$2)\ (3a^2-4ab-b^2)-(2a^3-a^2+4ab-b^2-7)+(a^2-2ab+b^2-3)=$$
$$-3a^2+4ab-b^2-2a^3-a^2+4ab-b^2+7+a^2-2ab+b^2-3-$$
$$=3a^2+6ab-b^2-2a^3-4;$$

$$3)\ (x^3+2y^3-3x-4y+7)-(x^3-2y^3-4x-5y-8)-x^3+2y^3-3x-4y+7-$$
$$-x^3+2y^3+4x-5y-8=4y^3-7x+y-1.$$

1), 2), 3) misollarda qavs ichidagi har bir ifoda ko‘phad ekani ravshan. 1); 2) misollarda ko‘phadlarni qo‘shishni, 3) misolda esa ko‘phadlarni ayirishni bajardik. Natijada yana ko‘phad hosil bo‘ldi.

Demak, bir nechta ko‘phadning algebraik yig‘indisini standart shaklidagi ko‘phad ko‘rinishida yozish uchun qavslarni ochish va o‘xshash hadlarni ixchamlash kerak.

Ko‘phadlarning yig‘indisi yoki ayirmasini sonlarni qo‘shish va ayirishga o‘xshash „ustun“ usulida topish qulay bo‘ladi. Bunda o‘xshash hadlar birining ostiga ikkinchisi turadigan qilib yoziladi.

Masalan,

1) $\begin{array}{r} 6a-3bc+2ac \\ +\ 4bc-9ac \\ \hline 6a-bc-7ac \end{array}$;

2) $\begin{array}{r} 15xyz-3xy+9xz-11yz \\ -\ 6xyz\ \ 5xy\ \ 7xz+5yz \\ \hline 9xyz-2xy-16xz-16yz \end{array}$.

**155.** ***Savollarga javob bering:***

1) Ko‘phadlar qanday qo‘shiladi va ayriladi?
2) Ko‘phadlar yig‘indisi yana ko‘phad bo‘ladimi? Ayirmasi-chi?
3) Ko‘phadning yig‘indisi va ayirmasi „ustun“ usulida qanday aniqlanadi?
4) Ko‘phadlar yig‘indisi standart shaklga qanday keltiriladi?

Ko‘phadlar yig‘indisini va ayirmasini toping va ularni standart ko‘rinishga keltiring (**156–157**):

**156.** 1) $8x^2-6x+4$ va $8x^2-6$; 2) $a+4b$ va $4a-4b$;
3) $4a^2+8a-6$ va $4a^2+2$; 4) $x+7y$ va $3-7y$.

**157.** 1) $3y^2+9y-12$ va $4y^2-7y+4$; 2) $5m^4+5m^2-14$ va $5m^5-5m^2+14$;
3) $6y^2-4y+1$ va $9y^2+3y-12$; 4) $x^2-4x+16$ va $x^3+4x-16$.

**158.** Ifodani soddalashtiring:

1) $(4a+6b)+(10a-8b)+(-6a+12b)$;
2) $(3a+6b)+(9a-12b)+(10b-6a)$;
3) $(3x-12y)-(6x+13y)+(4x-18y)$;
4) $(4x+11y)-(7x+4y)+(7x-9y)$;
5) $(4b^2+3b)+(3b^2-4b-5)-(-b^2+19)$.

**159.** Avtobus 4 soat yo‘l yurdi. U 1-soatda $x$ km va har bir keyingi soatlarda avvalgisidan 5 km ko‘p yo‘l o‘tdi. Avtobusning
1) 2- soatda;
2) 3- soatda;
3) dastlabki 2 soatda;
4) oxirgi 2 soatda;
5) butun yo‘l davomida qancha masofa bosib o‘tganini aniqlang.

**160.** Velosipedchi 5 soat yo‘l yurdi. U 1 soatda $y$ km va keyingi har bir soatda avvalgisiga qaraganda 1 km kam yo‘l bosib o‘tdi. Velosipedchi: 1) 2 soatda; 2) 3 soatda; 3) dastlabki 3 soatda; 4) oxirgi 2 soatda; 5) butun yo‘l davomida necha kilometr masofani bosib o‘tdi?

**161.** Ko‘phadlarning algebraik yig‘indisini toping:

1) $\left(5\frac{2}{5}a-\frac{1}{4}a^2\right)+\left(\frac{3}{4}a^2-2\frac{3}{5}a\right)$; 2) $(0{,}5b-0{,}6b^2)-0{,}5b-0{,}7b^2$;
3) $\left(9\frac{5}{7}x^2-\frac{5}{6}x\right)+\left(-\frac{1}{6}x+1\frac{2}{7}x^2\right)$; 4) $(3{,}6k^3+1{,}5k)-(1{,}5k-4{,}4k^3)$.

**162.** 1) $(9k^2-5pk-p^2)-(3k^2-pk+p^2)$;
2) $(6p^2-12pk+t^2)+(-13t^2-9p^2+6pt)$.

**163.** 1) $\left(\frac{1}{3}b-\frac{1}{4}c\right)-\left(\frac{1}{3}b-\frac{3}{4}c\right)-(b+c)$; 2) $\left(\frac{7}{9}p+\frac{2}{3}q\right)-\left(2\frac{7}{9}p-\frac{4}{5}q\right)+(p-q)$.

**164.** 1) $(-4a^3+ab^2)+(3a^2b-2)+(a^2b-ab^2+5a^3)$;
2) $(13b^2+15bc+12b^2c)-(15bc+13b^2)-(12b^2c-13b^2)$.

**165.** Ko‘phadlar yig‘indisini „ustun“ usulida toping:

1) $5ab^2+a^3-4b^3$ va $3a^3-4ab^2$;

2) $4p^2+5pq-9q^2$ va $9q^2-5pq-4p^2q^2-p^3$.

**166.** Ko‘phadlar ayirmasini „ustun“ usulida toping:

1) $2y^2+6y$ 2 va $1+6y$ $3y^2$;

2) $t^4-2t^2-3t$ va $t+t^2+t^4$.

**167.** 1) Agar $A-6a^2+3a+b$ va $B=-5a^2-2a-b$ bo‘lsa, $A+B$ ifoda nimaga teng?

2) Agar $A=3p^2-4q^3+5$ va $B=3p^2-5q^3-4$ bo‘lsa, $A+B$ ifoda nimaga teng?

3) Agar $A=-9x^3-3x+2x^2+1$ va $B=3x^2+3x+9x^3+7$ bo‘lsa, $A-B$ ifoda nimaga teng?

4) Agar $A=x^2-3y^2-2xy$; $B=4x^2-xy-11y^2$ va $C=-5x^2-3xy+4$ bo‘lsa, $A+B-C$ ifoda nimaga teng?

5) Agar $A=3p^2-2pq+8q^2$; $B=9p^2-5pq-5q^2$ va $C=p^2-3pq+2q^2$ bo‘lsa, $A-B+C$ ifoda nimaga teng?

**168.** Sonlar yig‘indisini ko‘phad ko‘rinishida tasvirlang:

1) $\overline{ab}$; $\overline{bc}$; 2) $\overline{cd}$; $\overline{ab}$; 3) $\overline{abc}$; $\overline{bc}$;

4) $\overline{bcd}$ $\overline{cd}$; 5) $\overline{abc}$ $\overline{bca}$ $\overline{acb}$; 6) $\overline{abc}$; $\overline{bcd}$; $\overline{acd}$.

**169.** Qavslarni oching va o‘xshash hadlarni ixchamlang:

1) $9{,}5a-(2{,}5a-(0{,}4a-(0{,}5a+2{,}1a)))$;
2) $3{,}4b-(1{,}6b+(8{,}2b-(1{,}25b-8{,}5b)))$.

**170.** $15b^4-3b^2+2b-8+b^3$ ko‘phadni:
1) 1 ta qo‘shiluvchisi $(15b^4+2b)$ bo‘lgan 2ta ko‘phad yig‘indisi;
2) 1 ta qo‘shiluvchisi $(15b^4-8)$ bo‘lgan 2ta ko‘phad yig‘indisi shaklida ifodalang.

**171.** Isbotlang:
1) uchta ketma-ket kelgan natural sonlar yig‘indisi 3 ga bo‘linadi;
2) beshta ketma-ket kelgan natural sonlar yig‘indisi 5 ga bo‘linadi.




Rasmda ko‘rsatilgan akvariumga to‘lguncha suv quyildi. Akvariumning o‘lchamlari detsimetrlarda ifodalansa, unga qancha suv ketadi?

□ Rasmdagi akvarium to‘g‘ri burchakli parallelepiped shaklida. Bu parallelepipedning hajmi asos yuzi va balandligi ko‘paytmasiga teng: $V=(4ab)\cdot(2a+c)$ ($dm^3$).

Bu ifoda $2a+c$ ko‘phad bilan $4ab$ birhadning ko‘paytmasidir.

Ko‘paytirishning taqsimot qonunini qo‘llab, quyidagilarni yozish mumkin: $(4ab)\cdot(2a+c)=4ab\cdot 2a+4ab\cdot c=8a^2b+4abc$. Demak, akvariumning sig‘imi $V=8a^2b+4abc$ (litr). ■

Bundan shunday natijaga kela olamiz:

*Ko‘phadni birhadga ko‘paytirish uchun ko‘phadning har bir hadini shu birhadga ko‘paytirish va hosil bo‘lgan ko‘paytmalarni qo‘shish kerak.*

**Misollar.** Ko‘phadni birhadga ko‘paytiring:

1) $(5x^2-y-3xy^2)\cdot(-7xy)$;  2) $\left(-4n^2m+3n^2-2m^2\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)nm$;

3) $5tz\cdot\left(\frac{1}{5}t^2-\frac{3}{10}t+3\right)$.

□ 1) $(5x^2-y-3xy^2)\cdot(-7xy)=5x^2\cdot(-7xy)-y\cdot(-7xy)-3xy^2\cdot(-7xy)=$
$=-35x^3y+7xy^2+21x^2y^3$. ■

□ 2) Ko‘phadning har bir hadini birhadga ko‘paytmasini yozmasdan og‘zaki ko‘paytirib, birdaniga javobini yozish mumkin:

$$\left(-4n^2m+3n^2-2m^2\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}nm\right)=2n^3m^2-\frac{3}{2}n^3m+nm^3.$$ ■

□ 3) Misolni yechishda ko‘paytirishning o‘rin almashtirish xossasini e’tiborga olsak, birhadni ko‘phadga ko‘paytirish ham yuqoridagiga o‘xshash bajariladi:

$$5tz\cdot\left(\frac{1}{5}t^2-\frac{3}{10}t-3\right)=t^3z-\frac{3}{2}t^2z+15tz.$$ ■

**172.** ***Savollarga javob bering:***

1) Ko‘phad birhadga qanday ko‘paytiriladi? Birhad ko‘phadgachi?

2) Ko‘phadning birhadga ko‘paytmasi yana ko‘phad bo‘ladimi?

Ko‘paytmani toping (**173–175**):

**173.** 1) $-0,7\cdot(8a+3b)$; 2) $-1,2\cdot(1,8x-6y)$;

3) $\left(5,5y-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$; 4) $\left(9,6t-\frac{5}{8}\right)\cdot\left(-\frac{5}{12}\right)$;

5) $\frac{1}{8}\cdot(16k^2-8k-8)$; 6) $\frac{7}{11}\cdot\left(1\frac{4}{7}c^2+11c\right)$;

7) $-7,2\cdot\left(0,5x^3\quad 1\frac{1}{2}x^2+x\quad 5\right)$; 8) $-3,6\cdot\left(2y^2\quad 1\frac{1}{6}x^3+7\quad 5x\right)$.

**174.** 1) $3a^3\cdot(-9a+8b)$; 3) $\left(-4a^2b+3ab-8a\right)\cdot(-ab)$;

2) $8x^2\cdot(3x+7k)$; 4) $\left(x^5y-x^4y^2+y+1\right)\cdot(-x)$.

**175.** 1) $-0,5a\cdot\left(a^3+1,6a\quad 0,8a^2\right)\cdot a^2$; 3) $\frac{7}{9}xy^2\cdot\left(1,8x^2-2,7xy+15\right)\cdot y$;

2) $-8,2x^3\cdot\left(3x+x^2-5\right)\cdot x^3$; 4) $-\frac{2}{11}\cdot\left(1,1a^2b^2-1,21ab+5\frac{1}{2}\right)\cdot(-a-b)$.

**176.** Ko‘phad ko‘rinishida tasvirlang:

1) $-0,7a\cdot\left(a^3\quad a\cdot\left(2,1a^2\quad 5,1\right)\right)\cdot a^3$; 2) $\frac{2}{5}xy\cdot\left(0,5x^2\quad 1,5\cdot\left(xy\quad\frac{2}{3}\right)\right)\cdot x^3$;

3) $-\frac{1}{8}p\cdot\left(1,6pq\cdot(pq-2)-0,8\right)\cdot(-4q)$; 4) $-t^3\cdot\left(-0,2tp(2t-1)+5\right)\cdot\frac{1}{8}t^2p^2$.

Ifodani soddalashtiring (**177–178**):

**177.** 1) $5a^2+3a\cdot(4-a)$; 3) $1,6p\cdot(p^2-1)-2p^2(4-p)$;

2) $9x^3-2x\cdot(0,5+3x^2)$; 4) $2,5a\cdot(4a^2+a)+1,2a^2(5-a)$.

**178.** 1) $6a^2-2a(a-4)+5a(1-a)$; 2) $15m^4-3m^3(m-3)+(m^2+3m)\cdot 8m^2$.

**179.** Harfning qanday qiymatida tenglik to‘g‘ri bo‘ladi:

1) $2x(1-3x)+1,5x(4x-2)=-5$;

2) $5x(2x+4)-2,5x(4x+2)=10$;

3) $-x^2(5-4x^2)-4x(x^3-1,25x)+5x=8$?

**180.** Ifodaning son qiymatini toping:

1) $8(0,2x^2-0,4x+1,5)-0,4(3x^2+5x-3)$, bunda $x=-21$;

2) $-6ab\left(\frac{2}{3}ab-2\right)+5a^2\left(\frac{2}{5}b^2-3\right)$, bunda $a=-\frac{1}{3}$; $b=-6$.

**181.** Berilgan ifodalardan $b$ ga bog‘liq bo‘lmaganini aniqlang:

1) $8b(5+b)-2b(5b-1)-25(b+3)-b+5$;

2) $3(6b^2-2)-4(2b+5)-5(b^2+2)-b^2+7$.

**182.** Ko‘phad ko‘rinishida ifodalang:

1) $3a^kb\left(\frac{2}{3}a-\frac{5}{6}b^k\right)$;

2) $-36a^kb^n\left(\frac{5}{6}ab^3-\frac{3}{4}a^4b\right)$;

3) $\left(\frac{3}{4}a^{2n}b^n-\frac{1}{8}a^nb^{3n}\right)(-12ab)$;

4) $\left(16a^{3n}b\ \ 12ab^{2n}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}a^2b^2\right)$.

**183.** * o‘rniga shunday birhad qo‘yingki, natijada to‘g‘ri tenglik hosil bo‘lsin:

1) $*\cdot(x^3+3xy+2xy^2+y^3)=1,2x^4y+3,6x^2y^2+2,4x^2y^3+1,2xy^4$;

2) $*\cdot(ab^2+0,1a^2b-4ab+5b^2)=2a^3b^3+0,2a^4b^2-8a^3b^2+10a^2b^3$;

3) $*\cdot(5a^4+10a^3+15a^2+20a)=*+*+*+4a^2$;

4) $*\cdot(0,5ab-0,2a^2b-b^2)=2,5a^2b^3-*-*$.

**184.** Ko‘phadni standart shaklga keltiring va uning darajasini aniqlang:

1) $a^5b(b^4+ab^5-a^2b^6+a^3b^7)$;

2) $2x^2y^3(3y^3+2y^2-x-x^2)$;

3) $(p^4-p^3q+p^2q^2-pq^3)\,pqt$;

4) $(2a^3+3a^2-b-b^2)\,abc$.

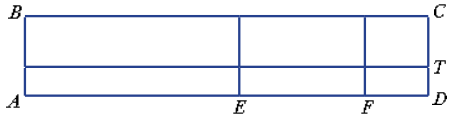
**185.** Agar $m>1$ bo‘lsa, ifodani soddalashtiring:

a) $\left(0,8^{m+3}-\frac{1}{6}b^m-0,5b^{m-1}\right)\cdot1,2b^m-9b^m\cdot\left(\frac{1}{9}b^{m-1}-b^m+0,2b^{m-1}\right)$;

b) $\left(-1\frac{1}{3}c^{m-1}+\frac{1}{9}c^m+3c^3\right)\cdot0,3c^{m+1}\ \ 0,4c^m\cdot\left(\frac{3}{4}c^m\ \ c^{m+1}\ \ 1\frac{1}{4}c^4\right)$.

## 9-§. Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirish

**Masala.** $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakda $AE=3a$; $EF=2b$; $FD=c$; $CT=k$; $TD=0,5d$ bo‘lsa, uning yuzini aniqlash uchun ifoda tuzing.




□ To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlarini aniqlaymiz:

$AD=AE+EF+FD=3a+2b+c$; $CD=CT+TD=k+0,5d$, u holda $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi $S=AD\cdot CD=(3a+2b+c)(k+0,5d)$.

Bu ifoda $(3a+2b+c)$ va $(k+0,5d)$ ko‘phadlarning ko‘paytmasidan iborat. Ko‘paytirishning taqsimot qonunini, ko‘phadlarni birhadlarga ko‘paytirish qoidalarini qo‘llab quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$S=(3a+2b+c)(k+0,5d)=(3a+2b+c)\cdot k+(3a+2b+c)\cdot 0,5d=$$
$$=3ak+2bk+ck+1,5ad+bd+0,5cd. \blacksquare$$

*Demak, ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirish uchun birinchi ko‘phadning har bir hadini ikkinchi ko‘phadning har bir hadiga ko‘paytirish va hosil bo‘lgan ko‘paytmalarni qo‘shish kerak.*

Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirish natijasida yana ko‘phad hosil bo‘ladi. Hosil bo‘lgan ko‘phadni standart shaklda yozish kerak.

**Misollar.** Ko‘paytmani bajaring:

1) $(3a-4b)(0,2a+5b)$; 2) $(x-3y+4z)(-7y+5z)$;

□ 1) $(3a-4b)(0,2a+5b)=0,6a^2-0,8ab+15ab-20b^2=$
$=0,6a^2+14,2ab+20b^2$;

2) $(x-3y+4z)(-7y+5z)=-7xy+21y^2-28yz+5xz-15yz+20z^2=$
$=-7xy+21y^2-43yz+5xz+20z^2$. ■

**186.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Ko‘phadni ko‘phadga qanday ko‘paytiriladi? Misollarda tushuntiring.

2) Ko‘phadlarni „ustun“ usulida qanday ko‘paytiriladi deb o‘ylaysiz? Misollar tuzing.

3) Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirilgach, ko‘paytma standart shaklda qanday yoziladi?

**187.** Ko‘phadlarni ko‘paytiring:

1) $(x+5)(y-8)$; 3) $(4a-3b)(5a-2b)$; 5) $3(b-5)(b+3)$;
2) $(x-2)(y-6)$; 4) $(12x+7)(5x-3)$; 6) $4(x+8)(x-7)$;

7) $(a-9)(11-b)$; 9) $(8x^2+1)(4x-1)$; 11) $-9(y-1)(y+5)$;
8) $(a-3)(8-b)$; 10) $(3x^2-1)(5x+1)$; 12) $-5(2-a)(a+7)$.

**188.** Ko‘paytirishni bajaring:

1) $(a^2-a-2)(a^2+a+2)$;
2) $(y^2-y-1)(y^2+y+1)$;
3) $(3m^2-2m+1)(-3m^2+2m-1)$;
4) $(4+t-t^3+t^5)(t-3)$;
5) $(3-y+y^2-y^5)(1-y)$;
6) $(x+5)(x-2)(x^2+3y-10)$.

**189.** Ifodani ko‘phad ko‘rinishida yozing:

1) $(3t-3)(2t+8)+7$;
2) $(2a-16)(8a-1)+2$;
3) $4a-(a+3)(2a-1)$;
4) $(x+3)(x-5)-(x^2-3x)$;
5) $2x^2+(4-3x)(x+12)$;
6) $4b^2+(3-4b)(b-2)$;
7) $13p-(p-2)(6p-5)$;
8) $(t+11)(t-1)-(t^2-9t)$.

**190.** $x$ ning qanday qiymatlarida quyidagi ifodalar teng bo‘ladi:

1) $(1,5x+2,5)(2x-0,5)$ va $(3x-1,5)(x+3,5)$;
2) $(10x+2)(4x-6)$ va $(5x-2)(8x+2)$;
3) $(10x-2)(4-2x)$ va $(2x-6)(4-10x)$;
4) $(3,5x-0,5)(0,5x+2,5)$ va $(1,5+3,5x)(0,5x-1,5)$?

**191.** Ifodani soddalashtiring:

1) $ab(a+b)-(a^2+b^2)(2a-b)$;
2) $pq(p+q)-(p^2+q^2)(p-2q)$;
3) $(8p+3k)(3p-8k)-(3p+8k)(8p-3k)$.

**192.** Sinfda 2 ta akvarium bo‘lib, ular to‘g‘ri burchakli parallelepiped shaklida. Birinchi akvariumning bo‘yi enidan 20 cm uzun, ikkinchisining bo‘yi va enining har biri birinchisinikiga qaraganda 20 cm uzun. Agar ikkala akvariumga 25 cm balandlikda suv quyilsa, ikkinchi akvariumga birinchisiga qaraganda 30 litr ko‘p suv quyish kerak bo‘ladi. Kichik akvariumning eni va bo‘yini toping.

**193.** Ifodaning qiymatini toping:

1) $\left(2a+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(4a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}\right)$, bunda $a=-4\frac{1}{2}$;
2) $\left(3a-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(9a^2-\frac{9}{4}a+\frac{9}{16}\right)$, bunda $a=3\frac{1}{3}$.

**194.** Ko‘phadlarni ko‘paytiring:

1) $(3a^4-2a^3x+4a^2x^2+ax^3)(a^3-2a^2x+5ax^2-x^3)$;

2) $(a^m+a^m+a^{m-1})(a^{m+1}-a^m)$.

**195.** Ko‘phadlarni „ustun“ usulida ko‘paytiring:

1) $(b+2)(b^2+3b-4)$;

2) $(3a+4)(2a-3)$;

3) $(x-5y)(x^2+5xy+25y)$;

4) $(5x^2-2y)(-x^2+3y+2)$.

**196.** 1) Avtomobil $v$ km/h tezlik bilan 6 soat yurdi. Keyin tezligini 20 km/h oshirib 3 soat yurdi. Avtomobil jami necha kilometr yurgan?

2) Velosipedchi $k$ km/h tezlik bilan 2 soat yurdi. Keyin tezligini $n$ km/h oshirib, 2,5 soat yurdi. U jami necha kilometr yurgan?

**197.** Kater daryo oqimi bo‘yicha 5 soat, oqimga qarshi 6 soat yurdi. Katerning turg‘un suvdagi tezligi $m$ km/h, daryo oqimining tezligi $n$ km/h bo‘lsa, kater bu vaqt davomida necha kilometr yo‘l bosgan?

## 10-§. Birhad va ko‘phadni birhadga bo‘lish

***1. Birhadni birhadga bo‘lish.***

Birhadlarni qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish va natural ko‘rsatkichli darajaga ko‘tarishni o‘rganib oldik. Bu amallarni bajarish natijasida yana birhad hosil bo‘ldi.

Endi birhadni birhadga bo‘lishni ko‘rib o‘taylik.

**Misol.** Bo‘lishni bajaring:

1) $(12b):3$;

2) $(15ab):(5b)$;

3) $(48a^4b^7):(12a^2b^6)$;

4) $(8/9a^5b^3c):(-4a^5b^3c)$;

5) $(20z^8):(4xz^6)$;

6) $y^5:y^6$.

□ Bo‘linmalarni aniqlashda bo‘lish amali o‘rniga kasr chizig‘ini qo‘yamiz va bir xil asosli darajalarni bo‘lish qoidalaridan foydalanamiz.

1) $12b:3=\frac{12b}{3}=4b$;

2) $(15ab):(5b)=\frac{15ab}{5b}=\frac{15}{5}\cdot\frac{a}{1}\cdot\frac{b}{b}=3a$;

3) $(48a^4b^7):(12a^2b^6)=\frac{48a^4b^7}{12a^2b^6}=\frac{48}{12}\cdot\frac{a^4}{a^2}\cdot\frac{b^7}{b^6}=4a^2b$. ■

1) – 3) misollar natijalarida birhadlar hosil bo‘ldi.

Yuqoridagi misollardan shunday xulosaga kelish mumkin:

*Birhadni birhadga bo'lganda yana birhad hosil bo'lishi uchun*
a) *ikkala birhad ham standart shaklida yozilgan bo'lishi kerak;*
b) *bo'luvchida ham, bo'linuvchida ham bir xil harf bo'lib, bo'luvchidagi harfning ko'rsatkichi bo'linuvchidagi harf ko'rsatkichidan katta bo'lmasligi kerak;*
d) *bo'luvchi birhadning koeffitsiyenti „0" bo'lmasligi kerak.*

Bo'lish natijasini ko'paytirish bilan tekshirish mumkin: bo'linuvchi bo'luvchining bo'linmaga ko'paytmasiga teng bo'lishi kerak.

Masalan, $(81x^3y^7z^2):(9x^2y^3z)=9xy^4z$ bo'lish to'g'ri bajarilgan, chunki $(9x^2y^3z)\cdot(9xy^4z)=81x^3y^7z^2$.

***2. Ko'phadni birhadga bo'lish.***

Ko'phadlarni qo'shish, ayirish, ko'paytirish natijasida yana ko'phad hosil bo'lishi avvalgi mavzularda ko'rsatildi. Birhadni birhadga bo'lganda har doim ham birhad hosil bo'lavermaydi. Bundan ko'phadni birhadga bo'lganda doimo ko'phad hosil bo'lmasligi mumkin, degan xulosaga kelamiz.

**Masala.** Bo'lishni bajaring:

1) $(3x^3y+6xy^3-0,75xyz):(3xy)$;
2) $(54p^3q^2-72p^2q^4):(9p^2q^2)$;
3) $(16mn-3m^2n):(5mn)$;
4) $(12ab+11ac):(ab)$.

□ Bu bo'linmalarni aniqlashda sonlarning bo'lish xossasidan foydalanamiz: yig'indini songa bo'lish uchun har bir qo'shiluvchini shu songa bo'lish kerak:

$$1)\ (3x^3y+6xy^3-0,75xyz):(3xy)=(3x^3y):(3xy)+(6xy^3):(3xy)$$
$$-(0,75xyz):(3xy)=\frac{3x^3y}{3xy}+\frac{6xy^3}{3xy}-\frac{0,75xyz}{3xy}=x^2+2y^2-0,25z;$$
$$2)\ (54p^3q^2-72p^2q^4):(9p^2q^2)=(54p^3q^2):(9p^2q^2)-(72p^2q^4):(9p^2q^2)=$$
$$=\frac{54p^3q^2}{9p^2q^2}-\frac{72p^2q^4}{9p^2q^2}=6p-8q^2.\ \blacksquare$$

Ko'rilgan 1) misolda ko'phadni birhadga bo'lish natijasida ko'phad hosil bo'ldi. Bunday hollarda ko'phad birhadga qoldiqsiz bo'linadi, deyiladi.

**198.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqlarni bajaring:***

1) Birhad birhadga qanday bo‘linadi? Misollarda tushuntiring.
2) Birhadni birhadga bo‘lganda doimo birhad hosil bo‘ladimi? Misollar keltiring.
3) Ko‘phad birhadga qanday bo‘linadi? Misollarda tushuntiring.
4) Ko‘phadni birhadga bo‘lganda doimo ko‘phad hosil bo‘ladimi? Misollar keltiring.

Bo‘lishni bajaring (**199–209**):

**199.** 1) $(18a):(3a)$; 2) $(15x):(2x)$; 3) $(-16xy):(4xy)$; 4) $(-26ab):(2ab)$.

**200.** 1) $(9a):\left(-\frac{1}{3}a\right)$; 2) $(8c):\left(-\frac{4}{5}c\right)$; 3) $\left(\frac{3}{4}b\right):\left(-\frac{1}{2}b\right)$; 4) $\left(\frac{7}{8}n\right):\left(-1\frac{3}{4}n\right)$.

**201.** 1) $(10xyz):(-3x)$; 2) $(-18pt):(3t)$;
3) $(8{,}1ab):(-9a)$; 4) $(5{,}12pqt):(-0{,}25qt)$.

**202.** 1) $(25a^5):(5a^2)$; 2) $(-72x^8):(9x^3)$;
3) $(-0{,}8a^8):(-0{,}5a^5)$; 4) $(-8{,}5y^5):(-1{,}7y)$.

**203.** 1) $\left(1\frac{7}{25}a^3b^2p^2\right):\left(-3\frac{1}{5}a^2bp\right)$; 2) $\left(-3\frac{1}{2}x^2y^5z\right):\left(1\frac{3}{4}xy^3\right)$;
3) $(2{,}25p^2q^2y^3):(-1{,}5p^2y^3)$; 4) $(1{,}69a^7b^3c^2):(-1{,}3a^4b^2c)$.

**204.** 1) $(1{,}9a^2b^5c):(3{,}61ab^5c)$; 2) $(14x^5y^2z^3):(7x^5yz)$;
3) $\left(-\frac{8}{5}a^8b^3y^3\right):\left(-1\frac{1}{4}a^6b^2y^3\right)$; 4) $\left(-\frac{7}{4}a^6b^4y\right):\left(-2\frac{1}{3}a^3b^3y\right)$.

**205.** 1) $(3a^4b^3)^3:(4a^2b)^2$; 2) $(5a^3x^2)^3:(15a^2x)^2$; 3) $(-xyz^2)^6:(-x^2yz^3)^3$.

**206.** 1) $(8{,}4a^6b^{m+2}):(0{,}7a^5b^{n-2})$; 2) $(12{,}5x^5y^m):(2{,}5x^3y^{m+2})$;
3) $(-3{,}9a^{k+m}b^{k+m}c^2):(-0{,}3a^{k-1}b^{n-1}c^2)$; 4) $(-1{,}5x^ny^5z^k):(-0{,}5x^2y^3z^n)$.

**207.** 1) $(15x+10):5$; 2) $(23b+26):13$; 3) $(8t-12):4$;
4) $(18m-12):6$; 5) $(-15+6x):(-3)$; 6) $(-85+34a):(-17)$.

**208.** 1) $(8ab-6ap):a$; 2) $(9x^2-12xy):3$; 3) $(p-t):t$; 4) $(mn-m):m$.

**209.** 1) $(13x^2b-26xb^2):(13xb)$;
2) $(28a^{5t}-14a^{5t}):(4at)$;
3) $(65y^8z^3-26yz^7):(-13yz)$;
4) $(-85p^8q^7+34p^9q^6):(-17p^5q^6)$;
5) $(-54a^2b^4-62a^5b^2):(-4a^2b^3)$;
6) $(3p^9q^3-5p^8q^5):(-2p^3q^3)$.

**210.** Ifodani soddalashtiring:

1) $(3a^{21}-2a^3):a^2+(18a^3-27a^2):(9a)$;

2) $(15a^3-18a^2):(3a^2)+(12a^2-8a):(4a)$.

**211.** Ifodaning qiymatini toping:

1) $(8a^4+12a^2):(4a^2)-(10a^2):(5a^2)$, bunda $a=7$;

2) $(27a^3-9a^2):(9a)-(54a^3):(18a^2)$, bunda $a=3$;

3) $(15x^3y^2+10x^3y):(5x^2y)-(18x^2y^3-12xy^3):(6xy^2)$, bunda $x=-12{,}5$, $y=7$;

4) $(21a^2b^2-14a^4b^3):(7a^2b^2)-(12a^4b^2-6a^2b^2):(6a^2b^2)$, bunda $a=2$, $b=-2$.

**212.** Bo‘lishni bajaring:

1) $(25a^8+4a^7):(-5a^6)+(12{,}5a^5-7{,}5a^2):(2{,}5a)$;

2) $(18b^9-17b^6):(-2b^5)+(15b^7-12b^3):(-3b^2)$.

## Quyonlar haqida masala. Dirixle prinsipi va uning umumlashgani

***Quyonlar soni haqidagi masala.*** Faraz qilaylik, uchta qafasda 4 ta quyon joylashgan. Qandaydir qafasda 1 tadan ko‘proq quyon borligini isbotlang.



□ Teskarisini faraz qilaylik, ya’ni har bir qafasda ko‘pi bilan 1 tadan quyon joylashgan bo‘lsin. Bu holda barcha quyonlar soni eng ko‘pi bilan $1\cdot3$ ta bo‘lishi kerak. Ammo jami quyonlar soni 4 ta bo‘lgani uchun, biz ziddiyatga duch keldik. Farazimiz noto‘g‘ri ekan, ya’ni har bir qafasda ko‘pi bilan 1 tadan quyon joylashgan bo‘lishi mumkin emas. Shunday qilib, qandaydir qafasda 1 tadan ko‘proq quyon borligi isbotlandi. ■

Bu tasdiqni ixtiyoriy natural son $n$ uchun ham aytish mumkin:



*Agar $n$ ta qafasda $n$ tadan ko'proq quyon joylashgan bo'lsa, u holda qandaydir qafasda 2 ta quyon bor.*

Keltirilgan tasdiq mashhur fransuz olimi Dirixle sharafiga Dirixle prinsipi nomi bilan yuritiladi.

**Izoh.** Qafasda *1 tadan ko'proq quyon* bor deyilganda qafasda 2, 3, 4 ta quyon bo'lishi mumkinligi tushuntiriladi. Bunda 2 ta quyon, albatta, bor ekanligi kafolatlanadi. Ayrim masalalarda „1 tadan ko'proq quyon bor" mulohazasi o'rniga „2 ta quyon albatta bor", „quyonlar soni 2 tadan kam emas" yoki „kamida 2 ta quyon bor" kabi iboralar ishlatiladi.

**1-masala.** Sinfda 30 nafar o'quvchi o'qiydi. Ular orasida familiyalari bir xil harfdan boshlanadigan kamida ikki nafar o'quvchi mavjudligini isbotlang.

□ O'zbek alifbosida 29 ta harf bor (ularni shartli ravishda „qafas" deylik. O'quvchilar („quyonlar") soni 29 nafardan ko'proq bo'lgani uchun Dirixle prinsipiga asosan bir qafasga 2 nafar o'quvchi tushadi (2 tadan ko'proq ham bo'lishi mumkin). Demak, familiyalari bir xil harfdan boshlanadigan ikki nafar o'quvchi albatta mavjud. ■

**2-masala.** Qopda bir nechta oq va bir nechta qora shar bor. Shu qopdan qaramasdan eng kamida nechta shar olganimizda, ular ichida albatta bir xil rangli sharlar mavjud bo'ladi?

**Javob:** 3 ta shar.

□ ***1-usul.*** 2 ta sharni olaylik. Eng „noqulay sharoit"da ularning ranglari har xil (bittasi qora, ikkinchisi esa oq) bo'ladi. 3-sharni olsak, u albatta yo qora, yo oq rangda bo'ladi, ya'ni oldin olingan sharlardan biri bilan bir xil rangda bo'ladi.

***2-usul.*** Dirixle prinsipiga tayanaylik. „Quyonlar" – olingan sharlar, „qafaslar" esa oq va qora rangda bo'lsin (ya'ni qafaslar soni 2 ga teng). 3 ta shar olaylik. „Quyonlar" soni „qafaslar" sonidan katta bo'lgani bois, Dirixle prinsipiga ko'ra, bir xil rangdagi ikkita shar bor. Shu bilan birga 2 ta sharni olish yetarli bo'lmasligi mumkin, chunki ularning ranglari har xil bo'lishi mumkin. ■

**3-masala.** O'rmonda 800000 ta daraxt o'smoqda. Har bir daraxtda 500000 tadan kam yaproq bor. Yaproqlari soni bir xil bo'lgan ikkita daraxt mavjudligini isbotlang.

□ 1, 2, 3,...,500 000 sonlari bilan nomerlangan qafasga 800 000 ta daraxtni quyidagicha joylashtiraylik: 1-qafasga 1 ta yaproqli daraxt-

larni, 2-qafasga 1 ta yaproqli daraxtlarni,...., 500 000-qafasga yaproqlari soni 500 000 ta bo‘lgan daraxtlarni „joylashtiramiz“. Daraxtlar soni qafaslar sonidan ko‘proq bo‘lgani uchun, Dirixle prinsipiga ko‘ra qandaydir qafasga (ya’ni yaproqlari soni bir xil bo‘lgan) 2 ta daraxt albatta tushadi. ■

Ayrim masalalarni yechishda Dirixle prinsipining umumlashganidan foydalanish maqsadga muvofiq.

*Agar n ta qafasda pn+1 ta quyon joylashgan bo‘lsa, u holda qandaydir qafasda p+1 ta quyon bor.*

**4-masala.** Ko‘p qavatli bir uyda 40 nafar o‘quvchi yashaydi. 4 ta o‘quvchi tug‘ilgan kunini nishonlaydigan biror oy mavjudligini isbotlang.

□ „Qafaslar“ sifatida oylarni, „quyonlar“ sifatida esa o‘quvchilarni qaraymiz. „Quyonlarni“ „qafaslar“ bo‘yicha – tug‘ilgan oylar bo‘yicha joylashtiramiz. Oylar, ya’ni „qafaslar“ soni 12 ga, o‘quvchilar, ya’ni „quyonlar“ soni $40=12\cdot3+4$ ga teng bo‘lgani uchun, Dirixlening umumlashgan prinsipiga ko‘ra, qandaydir qafasda $3+1=4$ ta „quyon“, ya’ni o‘quvchi bor. ■

**5-masala.** Do‘konga 3 ta navdagi olmalar solingan 25 ta idish olib kelindi (har bir idishdagi olmalar bir xil navda). Qandaydir navli olma solingan 9 ta idish mavjudligini isbotlang.

□ „Qafaslar“ sifatida navlarni (ularning soni 3 ta), „quyonlar“ sifatida esa idishlarni (ularning soni 25 ta) qaraymiz. „Quyonlarni“ „qafaslar“ bo‘yicha joylashtiramiz. $25=3\cdot8+1$ ga teng bo‘lgani uchun, Dirixlening umumlashgan prinsipiga ko‘ra qandaydir „qafasda“ (ya’ni navli) $8+1=9$ ta „quyon“, ya’ni idish bor. ■

### Mashqlar

**1.** Qopda 4 ta oq va 2 ta qora shar bor. Shu qopdan qaramasdan eng kamida nechta shar olganimizda, ular ichida albatta
a) 1 oq; b) 1 ta qora; d) 1 ta oq va 1 ta qora; e) 2 ta bir xil rangli shar mavjud bo‘ladi.

**2.** Qopda 100 ta sharlar bor: 28 ta qizil, 20 ta yashil, 12 ta sariq, 20 ta ko‘k, 10 ta oq va 10 ta qora. Shu qopdan qaramasdan eng kamida nechta shar olganimizda, ular ichida, albatta, 15 ta bir xil rangli sharlar mavjud bo‘ladi?

**3.** Akrom chorshanba, payshanba va juma kunlari 7 ta konfet yedi. Qaysidir kuni u 2 tadan ko‘p konfet yeganini isbotlang.

**4.** Inson boshida soch tolalari soni 1 000 000 dan ko‘p bo‘lmasligi ma’lum bo‘lsin. Mamlakatda 8 000 000 nafardan ortiq fuqarolar yashaydi. Boshida soch tolalari soni bir xil bo‘lgan 8 ta fuqaro mavjudligini isbotlang.

**5.** Kompyuter operatori 25 betli matnni terganda 102 ta imloviy xatoga yo‘l qo‘ydi. Qandaydir betda 4 tadan ortiq xato borligini isbotlang.

**6.** Qopda 4 ta navdagi 109 ta olma bor. Ular ichida bir xil navli 27 ta olma borligini isbotlang.

7. Maktabning 30 ta sinfida 995 nafar o‘quvchi o‘qiydi. Qandaydir sinfda 34 nafardan kam bo‘lmagan o‘quvchi borligini isbotlang.



## Dirixle prinsipi va natural sonlarning bo‘linishi

Ma’lumki, berilgan natural son $n$ natural songa bo‘linganda qoldiq $0, 1, 2, \ldots, n-1$ sonlaridan biri bo‘lishi mumkin. Bo‘linishga oid masalalarning Dirixle prinsipiga asoslangan yechimlarida ko‘pincha „qafaslar“ sifatida ana shu qoldiqlar qaraladi.

**1-masala.** 6 ta natural son berilgan. Ular ichida ayirmasi 5 ga bo‘linadigan ikkita son mavjudligini isbotlang.

□ Ixtiyoriy natural son 5 ga bo‘linganda qoldiq 0, 1, 2, 3, 4 sonlaridan biri bo‘lishi mumkin. Bu qoldiqlarni 0, 1, 2, 3, 4 sonlari yordamida nomerlangan „qafaslarga“ quyidagicha joylashtiramiz:

0-nomerli „qafasga“ 5 ga bo‘lganda qoldiqda 0 bo‘ladigan (ya’ni 5 ga bo‘linadigan) sonlarni;

1-nomerli „qafasga“ 5 ga bo‘lganda qoldiqda 1 bo‘ladigan sonlarni;

2-nomerli „qafasga“ 5 ga bo‘lganda qoldiqda 2 bo‘ladigan sonlarni;

3-nomerli „qafasga“ 5 ga bo‘lganda qoldiqda 3 bo‘ladigan sonlarni;

4-nomerli „qafasga“ 6 ga bo‘lganda qoldiqda 4 bo‘ladigan sonlarni joylashtiramiz.

„Qafaslar“ (ya’ni qoldiqlar) soni 5 ga, „quyonlar“ soni (ya’ni berilgan sonlar) 6 ga teng bo‘lgani uchun, Dirixle prinsipiga ko‘ra,

qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor. Shu ikkita sonni 5 ga bo‘lganda qoldiqlari bir xil, chunki ular bitta „qafasda“ joylashgan. Demak, ularning ayirmasi 5 ga bo‘linadi. ■

**2-masala.** O‘nlik yozuvi faqat 1 raqamidan tashkil topgan sonlar orasida 2019 ga bo‘linadigan natural son mavjudligini isbotlang.

□ Birlardan tashkil topgan 2020 ta sonni (1, 11, 111, ..., 111...11 (2020 ta bir)) sonlarni qaraymiz va ularni 0, 1, 2, ..., 2018 sonlari yordamida (bu sonlarni 2019 ga bo‘lgandagi qoldiqlar bo‘ladi) nomerlangan „qafaslarga“ quyidagicha joylashtiramiz: har bir son 2019 ga bo‘lganda hosil bo‘lgan qoldiq bilan nomerlangan „qafasga“ tushadi.

Dirixle prinsipiga ko‘ra qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor.

Ular 2019 ga bo‘lganda bir xil qoldiqqa ega, demak, ularning ayirmasi 2019 ga bo‘linadi. Bu sonlar 11...11 ($m$ ta bir) va 11...11 ($n$ ta bir) bo‘lsin, bu yerda $m>n$. Ularning 2019 ga bo‘linadigan ayirmasi 11...1100...00 ko‘rinishga ega (bu yerda $m-n$ ta bir raqami va $n$ ta nol raqami). Bu sondagi barcha nollarni o‘chiramiz – ularning 2019 ga bo‘linish-bo‘linmasligiga ta’sir ko‘rsatmaydi. Natijada 2019 ga bo‘linadigan va o‘nlik yozuvi faqat 1 raqamidan tashkil topgan sonni hosil qilamiz. ■

**3-masala.** $n$ – ixtiyoriy natural son bo‘lsin. O‘nlik yozuvi faqat 0 va 5 raqamlaridan tashkil topgan va $n$ ga bo‘linadigan natural son mavjudligini isbotlang.

□ $a_1=50$, $a_2=5050$, $a_3=505050,\ldots$, $a_n=50\ldots50$ ($n$ ta 0 va $n$ ta 5) sonlarni qaraymiz va ularni $0,1,\ldots,n-1$ sonlari yordamida (bu sonlar $n$ ga bo‘lgandagi qoldiqlar bo‘ladi) nomerlangan „qafaslarga“ quyidagicha joylashtiramiz: $s$ nomerli „qafasga“ $n$ ga bo‘lganda $s$ qoldiqqa ega bo‘lgan $a_k$ sonni joylashtiramiz.

Agar 0 nomerli „qafasga“ bitta „quyon“ (ya’ni sonlardan bittasi) tushsa, masala yechildi. Aks holda $n$ ta „quyon“ $n-1$ ta „qafasga“ joylashgan bo‘ladi. Dirixle prinsipiga ko‘ra, qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor.

Ular $n$ ga bo‘lganda bir xil qoldiqqa ega, demak, ularning ayirmasi $n$ ga bo‘linadi. Shu sonlar ayirmasining o‘nlik yozuvi ham faqat 0 va 5 raqamlaridan tashkil topgan bo‘ladi. ■

**4-masala.** 52 ta butun son berilgan bo‘lsin. Shular ichida kvadratlari ayirmasi 100 ga bo‘linadigan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.

□ $x^2$ va $(100-x^2)=100^2-200x+x^2$ sonlar 100 ga bo‘lganda bir xil qoldiqqa ega. Demak, berilgan sonlar kvadratlarini 100 ga bo‘lganda 51 ta qoldiq hosil bo‘ladi. Yuqoridagi masalalardagidek shu qoldiqlardan 51 ta „qafas“ni hosil qilib, ular ichiga berilgan 52 ta butun son kvadratlarini joylashtiramiz. Dirixle prinsipiga ko‘ra, qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor. Ularning ayirmasi 100 ga bo‘linadi. ■

**5-masala.** 1, 3, $3^2$,... ko‘rinishdagi sonlar ichida o‘nlik yozuvi 001 raqamlari bilan tugaydigan son mavjud ekanligini isbotlang.

□ Dirixle prinsipiga ko‘ra, 1000 ga bo‘lganda qoldig‘i bir xil bo‘lgan ikkita $3^m$ va $3^n$ sonlar mavjud. Ularning $3^m-3^n=3^n(3^{m-n}-1)$ ayirmasi 1000 ga bo‘linadi (aniqlik uchun $m>n$ deb olamiz). $3^n$ ko‘paytuvchi 1000 ga bo‘linish-bo‘linmasligiga ta’sir ko‘rsatmaydi. Demak, $3^{m-n}-1$ son 1000 ga bo‘linadi. Bundan $3^{m-n}$ sonning o‘nlik yozuvi 001 raqamlari bilan tugashi kelib chiqadi. ■

**6-masala.** 100 ta natural son bir qatorga yozilgan. Yig‘indisi 10 ga bo‘linadigan bir nechta (jumladan, bitta) ketma-ket joylashgan sonlar mavjudligini isbotlang.

□ 1, 1+2, ..., 1+2 +...+100 sonlarini qaraylik.

**1-hol:** shu sonlar orasida 100 ga bo‘linadigan son mavjud bo‘lsin. Bu holda masala yechilgan bo‘ladi.

**2-hol:** sonlardan hech biri 100 ga bo‘linmasin. 100 ga bo‘linganda qoldiqlar soni 99 ga teng bo‘lgani uchun (1, 2, 3, ... 99) Dirixle prinsipiga asosan, bir xil qoldiqqa ega 2 ta son mavjud. Shu sonlar ayirmasi izlanayotgan yig‘indini beradi. ■

7-**masala.** $a$, $b$, $c$ – toq sonlar bo‘lsa, $ab-1$, $bc-1$, $ca-1$ sonlaridan kamida bittasi 4 ga bo‘linishini isbotlang.

□ Berilgan sonlar toq bo‘lgani uchun, ularni 4 ga bo‘lganda 1 yoki 3 qoldiq chiqishi mumkin. Sonlar soni 3 ga, qoldiqlar soni esa 2 ga teng. Dirixle prinsipiga ko‘ra shulardan ikkitasi bir xil qoldiqqa ega. Umumiylikka zarar qilmasdan shu sonlar $a$, $b$ bo‘lib, ular 4 ga bo‘linganda qoldiq 3 bo‘lsin (qolgan hollar xuddi shunday tarzda qaraladi). Demak, $a=4k+3$ va $b=4n+3$. Bundan $ab-1=(4k+3)(4n+3)-1=16kn+12(k+n)+8$. Hosil bo‘lgan sonning 4 ga bo‘linishi ravshan. ■

**8-masala.** $M$ to‘plam $n$ ta natural sondan iborat bo‘lsin. $M$ to‘plamdan shunday $M_1$ qism to‘plamni ajratish mumkinki, undagi sonlar yig‘indisi $n$ ga bo‘linadi.

□ $M=\{a_1, a_2, ..., an\}$ bo‘lsin.
$S_1=a_1$, $S_2=a_1+a_2$, ..., $S_n=a_1+a_2+...+a_n$ yig‘indilarni qaraymiz.

Agar $S_k$ $(k=1,...n)$ yig‘indilardan birortasi ham $n$ ga bo‘linmasa, bu yig‘indilarni $n$ ga bo‘lganda 1,2,..., $n-1$ qoldiqlar hosil bo‘ladi. Yig‘indilar soni $n$ ga, qoldiqlar soni esa $n-1$ ga teng. Dirixle prinsipiga asosan, qandaydir ikkita yig‘indi $n$ ga bo‘linganda bir xil qoldiqqa ega. Ularni $S_k$ va $S_m$ $(1\le k<m\le n)$, deylik. $S_m-S_k$ ayirma $n$ ga bo‘linadi. Demak, izlanayotgan qism to‘plam $\{a_{k+1}, ..., a_m\}$ bo‘ladi. ■

**9-masala.** $2n$ dan kichik bo‘lgan $n+1$ ta turli natural sonlar ichida shunday 3 ta sonni tanlash mumkinki, ulardan biri qolgan ikkitasining yig‘indisiga teng bo‘ladi. Shuni isbotlang.

□ Bu sonlar $a_1<a_2<...<a_{n+1}$ bo‘lsin. $a_2-a_1$, $a_3-a_1$, ..., $a_{n+1}-a_1$ ayirmalarni qaraymiz.

Bu sonlar turli, musbat va $2n$ dan kichik. Dirixle prinsipiga ko‘ra, ulardan ikkitasi ustma-ust tushadi. Mazkur ikkita sonni $a_k$ va $a_m-a_1$ deylik. Bundan tashqari, shu sonlardan biri

$$\{a_2-a_1, ..., a_{n+1}-a_1\}$$

to‘plamga tegishli. Bundan $a_k=a_m-a_1$ va $a_m=a_k+a_1$. ■

**10-masala.** $a_1$, $a_2$, ... $a_n$ sonlar 1, 2, 3, ..., $n$ sonlarning o‘rinlarini almashtirish yordamida hosil bo‘lsin. Agar $n$ toq bo‘lsa, $(a_1-1)(a_2-2)...(a_n-n)$ son juft ekanligini isbotlang.

□ $n=2k+1$ bo‘lsin. $a_1$, $a_2$, ..., $a_n$ sonlar ichida $k+1$ tasi toq bo‘ladi.

$$(a_1-1)(a_2-2)...(a_n-n)$$

ko‘paytmada kamayuvchilar va ayriluvchilar orasida $(k+1)+(k+1)=$ $=2(k+1)=n+1$ ta toq son mavjud.

Ko‘paytmada $n$ ta ko‘payuvchi bo‘lgani uchun, Dirixle prinsipiga ko‘ra shu ayirmalardan kamida bittasi toq sonlardan iborat, ya’ni ayriluvchi va kamayuvchi toq bo‘ladi. Demak, mos ko‘paytuvchi juft, bundan esa butun ko‘paytma ham juft bo‘ladi. ■

**11-masala.** Agar $m$, $n$ butun sonlar o‘zaro tub bo‘lsa, u holda shunday natural $k$ son mavjudki, $m^k-1$ son $n$ ga bo‘linadi.

□ $a_1=m$, $a_2=m^2$, $a_3=m^3$, ..., $a_{n+1}=m^{n+1}$ ketma-ketlikni qaraymiz.

Dirixle prinsipiga ko‘ra, $n$ ga bo‘lganda qoldig‘i bir xil bo‘lgan

ikkita $m^a$ va $m^b$ sonlar mavjud. Ularning $m^a-m^b=m^b(m^{a-b}-1)$ ayirmasi $n$ ga bo‘linadi (aniqlik uchun $a>b$ deb olamiz). $m,n$ o‘zaro tub bo‘lgani uchun $m^{a-b}-1$ son $n$ ga bo‘linadi. ■

***Izoh.*** Bu masalani 5-masala bilan solishtiring.

**Mashqlar**

**8.** 11 ta butun son berilgan bo‘lsin. Shular ichida 10 ga bo‘lganda bir xil qoldiqqa ega bo‘lgan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.

**9.** 12 ta butun son berilgan bo‘lsin. Shular ichida ayirmasi 11 ga bo‘linadigan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.

**10.** $n+1$ ta butun son berilgan bo‘lsin. Shular ichida $n$ ga bo‘lganda bir xil qoldiqqa ega bo‘lgan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.

**11.** $n+1$ ta butun son berilgan bo‘lsin. Shular ichida ayirmasi $n$ ga bo‘linadigan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.

**12.** 3 ta butun son berilgan bo‘lsin. Shular ichida yig‘indisi juft bo‘lgan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.

**13.** 3 ning darajasi ko‘rinishida bo‘lgan sonlar orasida ayirmasi 2019 ga bo‘linadigan ikkita son mavjudmi?

**14.** 1, 3, $3^2$, $3^3$, ... ko‘rinishdagi sonlar orasida ayirmasi 2019 ga bo‘linadigan ikkita son mavjudmi?

**15.** 19991999...199900...0 ko‘rinishdagi sonlar orasida 2001 ga bo‘linadigan son mavjudligini isbotlang.

**16.** $n$ ta natural son bir qatorga yozilgan. Yig‘indisi $n$ ga bo‘linadigan bir nechta (jumladan, bitta) sonlar mavjudligini isbotlang.

**17.** $n$ natural son 2 va 5 sonlariga bo‘linmasin. O‘nlik yozuvi faqat 1 raqamidan tashkil topgan sonlar orasida $n$ ga bo‘linadigan natural son mavjudligini isbotlang.

**18.** $p>3$ – tub son bo‘lsin. a) $(p+1)$ va $(p-1)$ sonlar tub bo‘ladimi? b) Ulardan 3 ga bo‘linadiganlari bormi?

**19.** Natural $a$, $b$, $c$, $d$ sonlar uchun

$$abcd\ (a^2-b^2)(a^2-d^2)(b^2-c^2)(b^2-d^2)(c^2-d^2)$$

son 7 ga karrali ekanligini isbotlang.

## Dirixle prinsipiga oid masalalar

**1-masala.** 15 nafar bola jami 100 ta yong‘oq terdi. Shular ichida ikki nafari bir xil sonda yong‘oq terganini isbotlang.

□ Teskarisini faraz qilamiz, ya’ni barchasi tergan yong‘oqlari soni turlicha bo‘lsin. Bolalarni tergan yong‘oqlari bo‘yicha tartiblaymiz. 2-bola 1 tadan kam emas, 3-bola 2 tadan kam emas va h.k., 15-bola –14 tadan kam bo‘lmagan yong‘oq tergan bo‘lsin. Bu holda jami $0+1+2+...+14=105$ tadan kam bo‘lmagan yong‘oq terildi. Bu esa masala shartiga ziddir. Demak, barchasi tergan yong‘oqlari soni turlicha degan farazimiz noto‘g‘ri va bolalardan qaysidir ikki nafari bir xil sonda yong‘oq tergan. ■

**2-masala.** 10 nafar do‘st bir-biriga tabrik xatlarini yo‘lladi. Har bir bola 5 ta xat jo‘natgani ma’lum. Bolalar ichida ikki nafari bir-biriga xat yo‘llaganini isbotlang.

□ Do‘stlardan tashkil topgan juftliklar sonini hisoblaylik. Har bir bolaning do‘stlari soni 9 ga teng bo‘lgani uchun jami 90 ta juftlik bo‘lishi kerak. Ammo har bir juftlik ikki marta sanalgani sababli, do‘stlardan tashkil topgan juftliklar soni 45 ga teng. Xatlar soni jami 50 ta bo‘lgani uchun Dirixle prinsipiga ko‘ra, qandaydir juftlikka 1 tadan ortiq xat to‘g‘ri kelyapti. Bundan bolalardan qandaydir ikki nafari bir-biriga xat yo‘llaganligi kelib chiqadi. ■

**3-masala.** Sichqon $4\times4$ metr o‘lchamli gilamni yeb, 15 ta teshikni hosil qildi. Shu gilamdan $1\times1$ metr o‘lchamli teshiksiz gilamchani qirqib olish mumkinligini isbotlang.

□ Gilamni qirqib 16 ta $1\times1$ metr o‘lchamli gilamchalarni hosil qilsa bo‘ladi. Dirixle prinsipiga asosan, shulardan bittasi teshiksiz bo‘ladi. ■

**4-masala.** Ixtiyoriy 6 nafar bola orasida yo 3 nafar bir-birini taniydigan, yo 3 nafari bir-birini tanimaydigan bolalar topiladi. Shuni isbotlang.

□ Bolalar ichidan qandaydir birini tanlaylik. Uning ismi Olim bo‘lsin. Qolgan 5 nafar bola ichida yo 3 nafari Olim bilan tanish, yo 3 nafari Olim bilan notanish. Umumiylikka zarar keltirmasdan birinchi holni qaraymiz. Agar shu 3 nafar bola bir-biri bilan tanish bo‘lmasa, u holda masala yechildi. Agar shu 3 nafar bolalar ichida qandaydir 2 nafari bir-biri bilan tanish bo‘lsa, u holda ular Olim bilan birgalikda talab qilinayotgan uchlikni tashkil qiladi. ■

**5-masala.** Shaxmat taxtasida 31 ta shashka donasi turibdi. 3 ta katakdan tashkil topgan „burchak“ mavjud ekanligini isbotlang.

□ Shaxmat taxtasini $2\times2$ o‘lchamdagi 16 ta kvadratga ajratamiz. Bu holda, Dirixle prinsipiga ko‘ra, shu 16 tadan bittasiga bittadan ko‘p bo‘lmagan shashka donasi tushadi. Shu kvadratga 3 ta katakdan tashkil topgan „burchak“ni joylashtirsa bo‘ladi. ■

**6-masala.** $3\times3$ o‘lchamdagi jadval kataklariga $-1$, 0, 1 sonlar yozilgan. Har bir qator, har bir ustun va ikkita bosh diagonalda turgan sonlarni qo‘shib, 8 ta yig‘indi hosil qilamiz. Shulardan qandaydir ikkitasi o‘zaro teng bo‘lishini isbotlang.

□ Mazkur 8 ta yig‘indi $-3$ dan 3 gacha 7 ta qiymatni qabul qila oladi. Dirixle prinsipiga ko‘ra, shulardan qandaydir ikkitasi o‘zaro teng bo‘ladi. ■

## Mashqlar

**20.** Shaharda ko‘chalar soni 201 tadan kam emas. Har bir ko‘chada 52 tadan kam bo‘lmagan va 252 tadan ko‘p bo‘lmagan uylar bor. Uylar soni bir xil bo‘lgan ikkita ko‘cha mavjudligini isbotlang.

**21.** Matematik musobaqada 21 ta jamoa ishtirok etmoqda. Har bir jamoaga 9 ta masala berilgan. Bir xil sondagi masalalar yechgan uchta jamoa mavjudligini isbotlang

**22.** $15\times15$ o‘lchamdagi jadval kataklarini 3 ta rangga shunday bo‘yash kerakki, barcha qatorlarda bir xil rangga bo‘yalgan kataklar soni turlicha bo‘lsin. Shuni amalga oshirish mumkinmi?

**23.** Tomoni 1 m bo‘lgan kvadratga 51 ta nuqta tashlandi. Shulardan qandaydir 3 tasini tomoni 0,2 m bo‘lgan kvadrat bilan qoplash mumkinligini isbotlang.

**24.** $4\times7$ o‘lchamdagi jadval kataklarini shunday bo‘yash kerakki, barcha qatorlar va barcha ustunlarda bo‘yalgan kataklar soni turlicha bo‘lsin. Shuni amalga oshirish mumkinmi?

**25.** Matematiklar davlatida 15 ta shahar bor. Ulardan ba’zilari yo‘llar bilan tutashtirilgan. Qandaydir ikkita shahardan bir xil sondagi yo‘llar orqali chiqish mumkinligini isbotlang.

**26.** O‘n beshta o‘rtoq uchrashib qolib, qo‘l berib so‘rasha boshlashdi. Ixtiyoriy vaqtda bir xil sonda qo‘l berib ko‘rishgan ikkita o‘rtoq topilishini isbotlang.

**27.** a) Qahvaxonada muzqaymoqning 4 xili sotiladi. 47 kishining har biri bittadan muzqaymoq sotib oldi. O‘n ikkitadan kam bo‘lmagan odam bir xil muzqaymoq tanlaganini isbotlang. b) Qahvaxonada muzqaymoqning 4 xili sotiladi. 47 kishining har biri 2 tadan muzqaymoq sotib oldi (bir xil bo‘lishi ham mumkin). Bir xildagi xaridni amalga oshirgan to‘rt kishi topilishini isbotlang.

**28.** a) Bayram kuni sinf xonasi turli rangdagi 50 ta havo sharlari bilan bezatildi. Ular orasida 8 ta bir xil rangdagi yoki 8 ta turli rangdagi sharlar topilishini isbotlang.
b) Agar 50 ni 49 ga almashtirsak, tasdiq to‘g‘riligicha qoladimi?
d) Yuqoridagi kabi masalani o‘ngacha bir xil rangdagi yoki 10 ta turli rangdagi sharlar topiladigan qilib tuzing.
e) 200 ta shar uchun yuqoridagi kabi masala tuzing.

**29.** O‘lchamlari $3\times3$ bo‘lgan jadvalning har bir katagiga 1, 2 yoki 3 sonlari yozilgan. Hamma satrlar, hamma ustunlar va katta diagonallardagi sonlarning yig‘indisi har xil bo‘lishi mumkinmi?

**30.** Shaxmat taxtasida bir-birini urmaydigan qilib nechta: a) rux; b) shoh; d) ot; e) fillarni joylashtirish mumkin?

**31.** „Dengiz jangi“ o‘yinida o‘lchami $6\times6$ bo‘lgan doskada uch katakli burchak shaklida kema joylashgan. Eng kami bilan necha marta o‘q otib, kemaga tekkizish mumkin?

**32.** Doira shaklidagi katta stol atrofida 100 kishi o‘tiribdi, shulardan 51 tasi erkak kishi. Qaysidir 2 ta erkak kishi bir-biriga qarama-qarshi o‘tirganini isbotlang.

**33.** Sinfda 26 o‘quvchi o‘qiydi. Chorak davomida sinf o‘quvchilari matematikadan 313 baho to‘plashdi. Bir xilda baho to‘plagan ikkita o‘quvchi borligini isbotlang.

**34.** 1, 2, ..., 9 sonlari uch guruhga ajratildi. Hech bo‘lmaganda bitta guruhdagi sonlar ko‘paytmasi: a) 72 dan kichik; b) 72 dan kichik emasligini isbotlang.

**35.** Sayyoramizdagi ikkita odam bir kunda, bir sekundda tug‘ilganini isbotlang. Uchta odam haqida nima deyish mumkin?

**36.** *(Qadimgi ertak-masala.)* Qirol bir oy davomida har kuni shirinlik sifatida pirojniyning ikki turini buyurdi. Agar qaysidir ikki kunda shirinliklar bir xil bo‘lib qolsa, oshpazning boshi ketadi.

Oshpaz boshi ketmasligi uchun pirojniyning necha xilini pishirishni bilishi kerak?



## Bir nechta qo‘shiluvchilar yig‘indisi

Quyidagilarni eslatib o‘tamiz.

2 ga bo‘linadigan har qanday natural son *juft*, aks holda *toq* son deyiladi.

Ixtiyoriy juft son $2n$, toq son esa $2n–1$ ko‘rinishga ega, bu yerda $n$ – natural son.

Agar ikkita sondan bittasi juft, ikkinchisi esa toq bo‘lsa, shu sonlar *turli juft-toqlikdagi* sonlar deyiladi. Aks holda ikkita son *bir xil juft-toqlikdagi* sonlar deyiladi.

Ravshanki, turli juft-toqlikdagi ikkita sonning yig‘indisi toq, bir xil juft-toqlikdagi ikkita sonning yig‘indisi juft bo‘ladi.

Aksincha, agar ikkita sonning yig‘indisi toq bo‘lsa, u holda ular turli juft-toqlikdagi sonlar, agar juft bo‘lsa, u holda ular bir xil juft-toqlikdagi sonlar bo‘ladi.

Bunday mulohazalar ayirma uchun ham o‘rinli bo‘ladi, chunki ikkita sonning yig‘indisi va ayirmasi har doim bir xil juft-toqlikdagi sonlar bo‘ladi.

**1-masala.** Ixtiyoriy $m$, $n$ natural sonlar uchun $mn(m+n)$ son juft bo‘lishini isbotlang.

❙❙ ***1-hol:*** $m, n$ – turli juft-toqlikdagi sonlar bo‘lsa, ularning $mn$ ko‘paytmasi juft bo‘ladi. Demak, bu holda $mn(m+n)$ son juft bo‘ladi.

***2-hol.*** $m,n$ – bir xil juft-toqlikdagi sonlar bo‘lsa, ularning $m+n$ yig‘indisi juft bo‘ladi. Demak, bu holda ham $mn(m+n)$ son juft bo‘ladi. ■

**2-masala.** Uchta sonning yig‘indisi toq bo‘lsa, qo‘shiluvchilardan nechtasi toq bo‘ladi?

**Javob:** bittasi yoki uchtasi.

Bu masaladan quyidagi xulosaga kelamiz:



*Bir nechta sonning yig‘indisi uning toq bo‘lgan qo‘shiluvchilari soni bilan bir xil juft-toqlikda bo‘ladi.*

Boshqacha aytganda, agar yig‘indidagi toq qo‘shiluvchilar soni juft (toq) bo‘lsa, u holda yig‘indi juft (toq) bo‘ladi, va aksincha, agar yig‘indi juft (toq) bo‘lsa, u holda yig‘indidagi toq qo‘shiluvchilar soni juft (toq) bo‘ladi.

**3-masala.** 1+2+3+...+10 yig‘indini hisoblamasdan, uning juft-toqligini aniqlang.

□ Bu yig‘indida toq qo‘shiluvchilar soni toq (5 ta) bo‘lganligi bois, yig‘indi ham toq bo‘ladi. ■

**4-masala.** 1,2,...,10 sonlari orasiga „+“ va „–“ ishoralarni qo‘yib chiqib, 0 sonini hosil qilish mumkinmi?

□ Ikkita sonning yig‘indisi va ayirmasi har doim bir xil juft-toqlikdagi sonlar bo‘lganligi bois, hosil bo‘lgan ifodaning qiymati juft-toqligi „+“ va „–“ ishoralarning soniga bog‘liq emas. Oldingi masalaga ko‘ra 1+2+3+...+10 yig‘indi toq. Demak, shu ifodada ayrim „+“ ishoralarini „–“ ishoralariga almashtirsak ham, hosil bo‘lgan ifoda juft son (jumladan, 0) bo‘la olmaydi. ■

**5-masala.** Sinf doskasida 613 ta son yozilgan. Bu sonlarning bittasini shunday o‘chirish mumkinki, qolgan sonlar yig‘indisi juft bo‘ladi. Shuni isbotlang.

□ 1. Agar yozilgan sonlarning yig‘indisi juft bo‘lsa, u holda toq qo‘shiluvchilar soni juft bo‘ladi. Demak, kamida bitta juft son mavjud. Uni o‘chirsak, qolgan sonlar yig‘indisi juft bo‘ladi.

2. Agar yozilgan sonlarning yig‘indisi toq bo‘lsa, u holda toq qo‘shiluvchilar soni toq bo‘ladi. Demak, birorta toq sonni o‘chirsak, toq qo‘shiluvchilar soni juft bo‘lib qoladi. Bu holda qolgan sonlar yig‘indisi juft bo‘ladi.

**Izoh.** Doskada 612 ta son yozilgan bo‘lsa, masala yechimga ega emas. 612 ta son uchun barcha qo‘shiluvchilar toq bo‘lsa, uning juft-toqligini saqlab, birorta ham sonni o‘chirish mumkin emas.

**6-masala.** 1,2, ....,21 sonlar to‘plami bir nechta guruhga bo‘linmoqda. Har bir guruhdagi eng katta son shu guruhdagi qolgan sonlarning yig‘indisiga teng bo‘la oladimi?

□ Bunday bo‘lishda har bir guruhdagi sonlar yig‘indisi juft bo‘ladi. Ammo barcha sonlarning yig‘indisi toq. Ziddiyat. ■

Quyida qaralayotgan masalalarning yechilishi ushbu sodda xulosaga tayanadi:

*Biror jarayonning har qadamida o‘zgaradigan miqdorga juft son qo‘shilsa (ayirilsa), u holda bu miqdorning juft-toqligi o‘zgarmaydi.*

**7-masala.** Stolda tangalardan iborat oltita ustun turibdi. 1-ustunda bitta tanga, 2-ustunda – 2 ta, 3-ustunda – 3 ta, ....., 6-ustunda – 6 ta. Har qadamda ixtiyoriy ikkita ustunga bittadan tanga

qo‘yishga ruxsat berilgan. Bir nechta qadamdan so‘ng ustunlardagi tangalar sonini bir xil qilish mumkinmi?

□ **Javob:** yo‘q. Barcha ustunlardagi tangalarning umumiy soni 21 ga, ya’ni toq songa teng. Har bir qadamda 2 ta tanga qo‘shilgani bois bu yig‘indining juft-toqligi o‘zgarmaydi. Oxirida 6 ta ustunda tangalar soni bir xil bo‘lganda, tangalarning umumiy soni juft bo‘lishi kerak edi. Demak, bir nechta qadamdan so‘ng tangalarning umumiy soni juft bo‘la olmaydi. ■

**8-masala.** Doskada 1, 2, ..., 101 sonlari yozilgan. Har qadamda ixtiyoriy ikkita son o‘chirilib, ularning o‘rniga ayirmasi yoziladi. Oxirida faqat nollar qolishi mumkinmi?

□ Yozilgan sonlarning yig‘indisi toq, chunki toq qo‘shiluvchilar soni 51 ga teng. Har bir qadamda $m$ va $n$ qo‘shiluvchilar o‘rniga $m–n$ qo‘shiluvchi paydo bo‘ladi, ya’ni yig‘indi juft bo‘lgan $2n$ songa o‘zgaradi. Demak, yig‘indi doimo toq bo‘lib qolib, 0 ga teng bo‘la olmaydi. ■

**9-masala.** Doira 6 ta sektorga bo‘lingan. Dastlab har bir sektorda bittadan shashka turibdi. Har bir qadamda ikkita shashkani qarama-qarshi yo‘nalishda bitta sektorga siljitish mumkin. Bir nechta qadamdan keyin barcha shashkalarni bitta sektorga joylashtirish mumkinmi?

□ Sektorlarni 1, 2, ..., 6 raqamlari bilan nomerlab, har bir shashkaga u turgan sektorning nomerini mos qo‘yamiz. Shashka qo‘shni sektorga surilsa, uning nomeri va juft-toqligi o‘zgaradi. Ammo har qadamda shashkalar nomerlari yig‘indisining juft-toqligi o‘zgarmas bo‘lib qoladi. Dastlab bu yig‘indi 21 toq soniga teng. Oxirida barcha shashkalar bitta sektorda tursa, ularning nomerlari yig‘indisi juft bo‘ladi. Bu esa mumkin emas.

**Izoh.** Agar masala shartida sektorlar soni 12 ga teng bo‘lganda, javob o‘zgarmas ekan.

Haqiqatan ham, quyidagi hollardan boshqa hollarda har qadamda shashkalar nomerlari yig‘indisi o‘zgarmas bo‘lib qoladi.

***1-hol:*** 12-sektordagi shashka 1 sektorga surildi. Bunda uning nomeri 11 ga, boshqa shashkaning nomeri 1 ga kamaydi.

***2-hol:*** 1-sektordagi shashka 12 sektorga surildi. Bunda uning nomeri 11 ga, boshqa shashkaning nomeri 1 ga ko‘paydi.

Har qanday holda shashkalar nomerlarining yig‘indisi 4 ga bo‘linganda qoldig‘i o‘zgarmaydi.

Dastlab bu yig‘indi 4 ga bo‘linmaydigan 78 songa teng. Oxirida barcha shashkalar bitta sektorda tursa, ularning nomerlari yig‘indisi 4 ga bo‘linadi. Bu esa mumkin emas. ■

**10-masala.** Bog‘da bir qatorda 8 tup olma daraxti bor. Qo‘shni daraxtlardagi mevalar soni bittaga farqlanyapti. Daraxtlardagi jami olma 1225 ga teng bo‘la oladimi?

**Javob:** yo‘q. Daraxtlarning 4 tasida, ya’ni yarmida toq sondagi, yarmida juft sondagi mevalar bor. Ya’ni jami mevalar soni faqat juft bo‘lishi mumkin.

Bu masaladan quyidagi xulosaga kelamiz:



*Agar qandaydir obyektlar soni juft bo‘lib, ularning holati ketma-ket almashinib tursa, u holda bu obyektlarning yarmi bir holatda, ikkinchi yarmi esa boshqa holatda bo‘ladi.*

**11-masala.** Aylanada sonlar shunday joylashganki, har bir qo‘shni ikkita sonlarning yig‘indisi toq bo‘lsin. Yozilgan sonlar soni juft bo‘lishini isbotlang.

□ Qo‘shni ikkita sonlarning juft-toqligi qarama-qarshi. Bu esa barcha sonlar soni juft bo‘lgandagina bo‘lishi mumkin. ■

### Mashqlar

**1.** Po‘lat 96 varaqli daftar sotib olib, barcha betlarni 1 dan 192 gacha sonlar yordamida nomerlab chiqdi. Vali shu daftardan 25 varaqni belgilab oldi va ulardagi 50 ta sonni qo‘shib chiqdi. U 1990 sonni hosil qilishi mumkinmi?

**2.** 22 ta butun sonning ko‘paytmasi 1 ga teng. Ularning yig‘indisi 0 ga teng bo‘la oladimi?

**3.** Qurbaqa to‘g‘ri chiziq bo‘ylab sakramoqda. Birinchi marta u qaysidir tomonga 1 cm uzoqlikka sakradi, ikkinchisida 2 cm ga va h.k. 2019 ta sakrashdan so‘ng u dastlabki nuqtaga qaytib bora olmasligini isbotlang.

**4.** To‘g‘ri chiziqda $AB$ kesmaga tegishli bo‘lmagan 45 ta nuqta belgilangan. Bu nuqtalardan $A$ nuqtagacha bo‘lgan masofalar yig‘indisi $B$ nuqtagacha bo‘lgan masofalar yig‘indisiga teng emasligini isbotlang.

**5.** 1+2+3+...+2019 yig‘indini hisoblamasdan, uning juft-toqligini aniqlang.

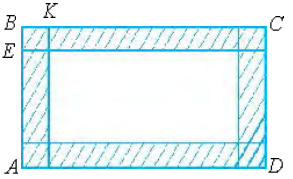
**6.** 1, 2, ..., 2014 sonlari orasiga „+“ va „–“ ishoralarni qo‘yib chiqib, 0 sonini hosil qilish mumkinmi?

## Amaliy-tatbiqiy masalalar

**213.** Berilgan o‘lchamlar bo‘yicha shtrixlangan soha yuzini hisoblash formulasini chiqaring:

1) $2bc+2c(a-2c)=2ac+2c(b-2c)$ tenglikning to‘g‘riligini shakl yordamida ko‘rsating, bunda $a=AB$, $b=BC$, $c=BE$, $BK=c$;

2) shtrixlangan soha yuzini ikkita to‘g‘ri to‘rtburchak yuzlarining ayirmasi sifatida tasvirlang. Bundan foydalanib, $ab-(b-2c)(a-2c)=2ac+2c\cdot(b-2c)$ tenglikni isbotlang.




**214.** Firma 143 dona kompyuter sotib oldi va ularni bo‘limlarga teng miqdorda tarqatishni rejalashtirdi. Ammo yana 2 ta bo‘lim ochishga to‘g‘ri keldi. Natijada har bir bo‘lim 2 tadan kam kompyuter oldi. Firmada bo‘limlar soni nechta bo‘ldi?

**215.** Firma ishlab chiqarishda yangi texnologiyadan foydalanib, mart oyida fevral oyiga nisbatan mahsulot ishlab chiqarishni $\frac{1}{5}$ hissa, aprel oyida mart oyiga nisbatan $\frac{1}{20}$ hissa, may oyida esa aprel oyiga nisbatan $\frac{1}{10}$ hissa oshirdi. Firma may oyida 11088 ta mahsulot ishlab chiqargan bo‘lsa, u aprel, mart, fevral oylarida qanchadan mahsulot ishlab chiqargan?

**216.** 7-„A“ va 7-„B“ sinf o‘g‘il bolalari bayramda qizlarga berish uchun 58 ta oq va qizil atirgullar olishdi. 7-„A“ dagi har bir qizga 5 tadan oq, 7-„B“ dagi har bir qizga 7 tadan qizil atirgullar berishdi. 7-„A“ da necha, 7-„B“ da necha nafar qizlar bor?

**217.** Bir dona daftar 70 so‘m, bir dona qalam 40 so‘m turadi. 530 so‘mga nechta daftar va nechta qalam sotib olish mumkin?

**218.** Rasmda inson qadamlari izlari tasvirlangan. Ma’lumki, erkaklar uchun quyidagi taqribiy formula o‘rinli:

$$\frac{n}{p}\approx 140,$$

bu yerda $n$ – bir minutda bosilgan qadamlar soni, $p$ – qadam uzunligi (metrlarda).




***1-savol.*** Agar bu formula Samandarning yurishi uchun o‘rinli bo‘lsa va Samandar bir minutda 70 ta qadam bosgan bo‘lsa, uning qadami necha metr? Yechish jarayonini yozib bering.

***2-savol.*** Iskandar qadamining uzunligi 0,8 metrga teng. Agar formula uning yurishi uchun o‘rinli bo‘lsa, uning tezligini km/h soatda va m/minda ifodalang. Yechish jarayonini yozib bering.



**219.** Toshkentda marafon tashkil qilinmoqda.

Marafon o‘tkazilgan ko‘chalarda jami bo‘lib 42 195 metr masofani aniqlash uchun bo‘r yordamida chiziq chizildi. So‘ng shu chiziq bo‘ylab aylanishlar sonini sanaydigan moslama o‘rnatilgan maxsus g‘ildirak yordamida yurildi.

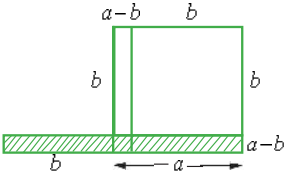
1) G‘ildirakning diametri 70 cm. Yo‘l oxirida moslama qanday ko‘rsatkichni ko‘rsatadi?

2) Standart g‘ildirak o‘rniga velosiped g‘ildiragi ishlatildi, deb faraz qilaylik. Shu g‘ildirakning diametri ham 70 cm bo‘lsin. Birozdan so‘ng bu g‘ildirak dami chiqa boshladi. Bunday holat so‘nggi natijaga qanday ta’sir ko‘rsatadi? Javobingizni asoslang.

# IV BOB. KO‘PHADNI KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATISH

## 1-§. Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ tenglikning to‘g‘riligi shakldan ravshan. $a^2-b^2$ ayirma tomoni $a$ bo‘lgan kvadrat yuzidan tomoni $b$ ga teng bo‘lgan kvadrat yuzining ayirmasiga teng. Ayni shu yuz shtrixlangan soha yuzi $(a-b)(a+b)$ ga teng (1-rasm).



1-rasm.

$a^2-b^2$ ifoda unga teng bo‘lgan $(a-b)\times(a+b)$ ifoda bilan almashtirilsa, hisoblash ancha soddalashadi. Chindan ham, $a=287$, $b=213$ bo‘lganda $a^2-b^2=(287-213)(287+213)=74\cdot500=37000$.

*Ko‘phadni ikkita yoki bir nechta ko‘phadlar ko‘paytmasi ko‘rinishida ifodalash ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratish (yoyish) deyiladi.*

**1-masala.** $ab-ac+ad$ ifodaning $a=40$, $b=21$, $c=15$, $d=19$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

☐ Hisoblashlarni quyidagicha olib boramiz:

$40\cdot21-40\cdot15+40\cdot19=40\cdot(21-15+19)=40\cdot25=1000$. ■

Bunda ko‘paytirishning taqsimot qonunidan foydalanilgan:

$$ab-ac+ad=a(b-c+d).$$

$40\cdot21-40\cdot15+40\cdot19$ sonli ifodada umumiy ko‘paytuvchi 40 soni bo‘ladi; $ab-ac+ad$ algebraik ifodada esa umumiy ko‘paytuvchi $a$ bo‘ladi.

*Agar ko‘phadning barcha (son yoki harfiy) hadlari umumiy ko‘paytuvchiga ega bo‘lsa, u holda shu ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish mumkin.*

*Qavs ichida berilgan ko‘phadni shu umumiy ko‘paytuvchiga bo‘lish natijasida hosil bo‘lgan ko‘phad qoladi.*

**2-masala.** Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrating: $4ab-10b+14bc$.

◻ Bu ko‘phadning barcha hadlari $2b$ umumiy ko‘paytuvchiga ega:

$$4ab=2b\cdot 2a,\ -10b=2b\cdot(-5),\ 14bc=2b\cdot 7c.$$

Shuning uchun $4ab-10b+14bc=2b(2a-5+7c)$. ■

Masalaning mazmuniga qarab, umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga „+“ ishorasi bilan ham, „–“ ishorasi bilan ham chiqarish mumkin.

**Misollar:**

1) $ab-bc=b(a-c)=-b(c-a)$;

2) $2ab^2-6a^2b=2ab(b-3a)=-2ab(3a-b)$.

*Ko‘phadni umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish yo‘li bilan ko‘paytuvchilarga ajratish uchun:*

*1) shu umumiy ko‘paytuvchini aniqlab olish;*

*2) uni qavsdan tashqariga chiqarish kerak.*

Ko‘phadning koeffitsiyentlari natural sonlar bo‘lganda ularning eng katta umumiy bo‘luvchisi (EKUB) ni topish, bir xil asosli darajalar orasidan esa kichik ko‘rsatkichli darajani topish lozim. Masalan, $15x^3b^2-35x^2b^3$ ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratib, ushbu $5x^2b^2(3x-7b)$ ifodani hosil qilamiz. Bunda EKUB(15; 35)=5, $x^2$ va $b^2$ esa $x$ va $b$ ning eng kichik ko‘rsatkichli darajalaridir.

Agar ko‘phad ko‘paytuvchilarga ajratilgan bo‘lsa, shu jarayon to‘g‘ri bajarilganligini tekshirish uchun ko‘paytuvchilarni o‘zaro ko‘paytirib chiqish kerak. Chindan ham,

$$5x^2b^2(3x-7b)=15x^3b^2-35x^2b^3,$$

ya’ni berilgan ko‘phad hosil bo‘ldi.

Umumiy ko‘paytuvchi ko‘phad bo‘lishi ham mumkin. Masalan:

1) $3(m-n)+x(m-n)=(m-n)(3+x)$;

2) $4x(2a-b)-6y(2a-b)+9(2a-b)=(2a-b)(4x-6y+9)$.

Ba’zi hollarda $m-n=-(n-m)$ kabi tenglikdan foydalanish qulayroq bo‘ladi. Masalan:

1) $(3-a)x-(a-3)y=(3-a)x+(3-a)y=(3-a)(x+y)$;

2) $16mn^2(x-y^2)+20m^2n(y^2-x)=16mn^2(x-y^2)+20m^2n(x-y^2)-24mn\cdot(x-y^2)=(x-y^2)(16mn^2+20m^2n-24mn)=4mn\cdot(x-y^2)(4n+5m-6)$.

Ko‘phadning koeffitsiyentlari oddiy yoki o‘nli kasrlar bo‘lishi mumkin. Masalan:

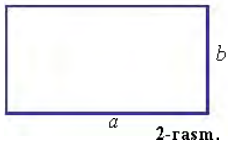
1) $\frac{1}{3}ab-\frac{2}{3}bc=\frac{1}{3}b(a-2c)$; 2) $1{,}6mn+0{,}4ma-0{,}8mb=0{,}4m(4n-a-2b)$.

**1.** ***Savollarga javob bering:***

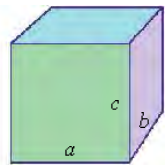
1. Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratish deb nimaga aytiladi?
2. Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish deyilganda nima tushuniladi?
3. Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish uchun nimalar qilish kerak?

**2.** Agar to‘g‘ri to‘rtburchakning bo‘yi $a$ cm, eni $b$ cm bo‘lsa, uning perimetrini toping (2-rasm).

□ To‘g‘ri to‘rtburchakning qarama-qarshi tomonlari o‘zaro teng bo‘lgani uchun uning perimetri $P=2a+2b$ bo‘ladi. Bu ifodada 2 umumiy ko‘paytuvchi. Uni qavsdan tashqariga chiqaramiz: $P=2a+2b=2(a+b)$. ■



2-rasm.



3-rasm.

**3.** Agar to‘g‘ri burchakli parallelepipedning asosi tomonlari $a$ va $b$, balandligi $c$ bo‘lsa, uning barcha qirralari uzunliklari yig‘indisini toping (3-rasm).

Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring (**4–9**):

**4.** 1) $12a^3b-18a^2b^2-36a^4b^3+42a^2b$;
2) $15a^4b^3-9a^3b^2+12a^2b^3-21ab$;
3) $28x^5y^4-21x^4y^3+14x^3y^2-35x^2y^2$.

**5.** 1) $81a^6b^5+72a^5b^4-63a^4b^3-54a^3b^2+45a^2b$;
2) $0{,}01x^8y^5-0{,}04x^7y^6-0{,}09x^6y^7-0{,}03x^5y^8$.

**6.** 1) $(5a-4b)(3x-2y)+(3b-a)(3x-2y)$;
2) $(6a-7b)(4x-3y)-(4a-5b)(4x-3y)$.

**7.** 1) $3x(2a+4b)+y(-a-2b)+(3ab+6b^2)$;
2) $a(2b-c)+(4b-2c)-(2bc-c^2)$;
3) $a(u-v)-(4v-4u)b-(3u-3v)c$.

**8.** 1) $a(x+5y)-(bx+5by)-(3x+15y)$;
2) $a(t-5)-(10-2t)b+(4t-20)c$;
3) $(ab-2a)+(4c-2bc)-(3b-6)$.

**9.** 1) $(a-b)a^2+ab(b-a)$; 2) $(3x+6y)y+(x+2y)x$.

**10.** Ko‘paytmani ko‘phad shaklida yozing:

1) $(a+1)(a-1)$; 2) $3x(1-x)$;
3) $5b^2(2b+3)$; 4) $a^2(a+3b)+b^2(3a+b)$.

**11.** Ko‘paytmani ko‘phad shaklida yozing:

1) $(a+2b)(2a-b)$; 2) $\left(\frac{1}{2}x+y\right)\left(\frac{1}{3}x-y\right)$; 3) $(2y+x)(2x-y)$; 4) $(a-b)(a+2b)$.

**12.** Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring:

1) $7a^2bc-14ab^2c$; 2) $18xyz^2-24xy^2z$; 3) $12x^5-4x^3$; 4) $6a^2b^2-3ab^3$.

**13.** $A$ shahardan $B$ shaharga tomon 20 km/h tezlik bilan velosipedchi yo‘lga chiqdi. Oradan ikki soat o‘tgandan keyin $A$ dan $B$ ga tomon 24 km/h tezlik bilan ikkinchi velosipedchi jo‘nadi. Ikkala velosipedchi ham $B$ shaharga bir vaqtda yetib keldi. $A$ va $B$ shaharlar orasidagi masofani toping?

**14.** $A$ shahardan $B$ shaharga tomon 70 km/h tezlik bilan, $B$ shahardan $A$ shaharga tomon 60 km/h tezlik bilan yengil mashinalar yo‘lga chiqdi. Agar shaharlar orasidagi masofa 260 km bo‘lsa, ular necha soatdan keyin uchrashadi?

**15.** Ko‘paytmani taqsimot qonunidan foydalanib hisoblang:

1) $17\cdot312+17\cdot188$; 2) $58\cdot129+58\cdot171$;

3) $119\cdot425+119\cdot375$; 4) $27\cdot1\frac{1}{4}-23\cdot1\frac{1}{4}$.

Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring (**16–19**):

**16.** 1) $3a+3b$; 2) $4m-4n$; 3) $3x-6$; 4) $9+3a$;
5) $4a+8b-4$; 6) $8m-12n-16$;
7) $\frac{1}{3}a-\frac{2}{3}b-\frac{1}{3}$; 8) $0{,}8m+0{,}2b-0{,}4c$.

**17.** 1) $mx-my$; 2) $ac+bc$; 3) $x+3xy$; 4) $2xy-3x$;
5) $7ab+7b$; 6) $2bd-2ab$; 7) $42z-14xz$; 8) $5p-6pk$.

**18.** 1) $ab+ac-a^2$; 2) $xy+yz-y^2$; 3) $6b^2-3b+12ab$;
4) $a^2b-2ab+b$; 5) $a^3+3a$; 6) $a^4+4a^3$;
7) $a^2b^4-a^3b$; 8) $x^3y^4-x^4y^3$.

**19.** 1) $15m^6+5m^2$; 2) $7x^4-28x^2$; 3) $4a^4-2a$;
4) $9xyz^2-54xy^2z$; 5) $15x^2y^3+5xy^2$; 6) $7a^2bc-49ab^2c$.

**20.** Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarib hisoblang:
1) $136\cdot 2+136\cdot 64$; 2) $0{,}6\cdot 2+0{,}6\cdot 0{,}4$;
3) $129\cdot 2-129\cdot 29$; 4) $0{,}51\cdot 2+0{,}51\cdot 0{,}49$.

Ko‘paytuvchilarga ajrating (**21–22**):

**21.** 1) $m(a+b)+n(a+b)$; 2) $a(b+4)-b(b+4)$;
3) $a(b+2)-(b+2)$; 4) $a(y-3)+b(y-3)$.

**22.** 1) $m^2(x-1)-2mn(x-1)+n^2(x-1)$;
2) $x(p-q)+y(p-q)-z(p-q)$;
3) $a(x^2+y^2)+b(x^2+y^2)-z(x^2+y^2)$;
4) $m^2(x^2+2)-2mn(x^2+2)+n^2(x^2+2)$.

**23.** Tenglamani yeching:
1) $5+(x-2)(x+2)=(x-3)^2+4$; 2) $(2x+3)^2-(2x-3)^2=24$;
3) $x:15=2\frac{1}{2}:12{,}5$; 4) $\frac{x}{3{,}5}=\frac{1{,}2:2}{2{,}1}$;
5) $(x-4)^2-(x+4)^2=16$; 6) $(3-x)^2+(3+x)^2=18$.

**24.** Zavodda mehnat unumdorligi o‘rtacha 20% ga ortdi. Yil oxirida 12 000 ta mahsulot ishlab chiqarilgan. Yil boshida ishlab chiqarilgan mahsulot sonini toping.

□ Dastlabki mahsulot miqdori $q_0$, oxirgisi $q_1$, o‘sish foizi $p$% bo‘lsin. Unda dastlabki mahsulot miqdoriga, masalaning shartiga ko‘ra, uning $p$% ini qo‘shamiz: $q_1-q_0+q_0\frac{p}{100}$, bunda, $q_0$ – umumiy koeffitsiyent, uni qavsdan tashqariga chiqaramiz: $q_1-q_0\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)$. Agar $q_1=12\,000$, $p=20$% bo‘lsa, $q_1=12000=$ $=q_0\cdot\left(1+\frac{20}{100}\right)$. Bundan $q_0=10\ 000$ kelib chiqadi. ■

**25.** Firma $a$ dona mahsulot ishlab chiqardi. Uning $\frac{3}{5}$ qismini $b_1$ so‘mdan, qolgan qismini $b_2$ so‘mdan sotdi. Firma $a$ dona mahsulotni necha so‘mga sotdi?

Agar $a=20\,000$, $b_1=150$ so‘m, $b_2=180$ so‘m bo‘lsa, $\frac{20\,000}{5}\cdot(3\cdot 150+2\cdot 180)=4\,000\cdot 810=3\,240\,000$.

**Javob:** Firma 20 000 dona mahsulotni 3 240 000 so‘mga sotgan.

## 2-§. Guruhlash usuli

Ko‘phadning hamma hadlari uchun umumiy ko‘paytuvchi mavjud bo‘lmasligi mumkin. Bunday hollarda guruhlash usuli qo‘llaniladi.

Ba’zi hollarda ko‘phadning bir nechta hadini qavs ichiga olib, ko‘phad ko‘rinishidagi umumiy ko‘paytuvchini hosil qilish mumkin. Masalan:

1) $m(2a+b)-2a-b=m(2a+b)-(2a+b)=(2a+b)(m-1)$;

2) $2(a+b)+ca+cb=2(a+b)+(ca+cb)=2(a+b)+c(a+b)=$
$=(a+b)(2+c)$.

Birinchi misolda oxirgi ikki hadini „–“ ishorasi bilan, ikkinchi misolda oxirgi ikki hadini „+“ ishorasi bilan olindi. Natijada ko‘phad ko‘rinishidagi umumiy ko‘paytuvchi hosil bo‘ldi. Birinchi misolda hosil qilingan umumiy ko‘paytuvchi $2a+b$ qavsdan tashqariga chiqarildi, ikkinchi misolda esa hosil qilingan umumiy ko‘paytuvchi $a+b$ qavsdan tashqariga chiqarildi.

Ba’zan ko‘phad hadlarini turli usullar bilan guruhlash mumkin bo‘ladi.

Masalan, $3ap+3aq-bp-bq$ ko‘phadni ikki usul bilan ko‘paytuvchilarga ajratish mumkin:

***1-usul.*** $3ap+3aq-bp-bq=(3ap+3aq)-(bp+bq)=3a(p+q)-b(p+$
$+q)=(p+q)(3a-b)$;

***2-usul.*** $3ap+3aq-bp-bq=(3ap-bp)+(3aq-bq)=p(3a-b)+q(3a-$
$-b)=(3a-b)(p+q)$.

Bu misolda ko‘phad hadlarini ikkitadan guruhladik. Ko‘phad hadlarini ikkitadan ham, uchtadan ham guruhlash mumkin bo‘lgan hollarga misol keltiramiz:

**1-misol.** $ax+bx+ay+by-az-bz$ ko‘phad berilgan bo‘lsa, uni quyidagicha guruhlaymiz:

$ax+bx+ay+by-az-bz=(ax+bx)+(ay+by)-(az+bz)=x(a+b)+$
$+y(a+b)-z(a+b)=(a+b)(x+y-z)$.

Bunda hadlar ikkitadan guruhlandi. Shu ko‘phad hadlarini uchtadan guruhlasa ham bo‘ladi:

$ax+bx+ay+by-az-bz=(ax+ay-az)+(bx+by-bz)=a(x+y-z)+$
$+b(x+y-z)=(x+y-z)(a+b)$.

**2-misol.** $ax^3+bx^3+bx^2+ax^2+ax+bx$ ko‘phadning hadlarini avval ikkitadan, keyin uchtadan guruhlaymiz:

$ax^3+bx^3+bx^2+ax^2+ax+bx=(ax^3+bx^3)+(bx^2+ax^2)+(ax+bx)=x^3\cdot(a+$
$+b)+x^2\cdot(a+b)+x\cdot(a+b)=(a+b)\cdot(x^3+x^2+x)=x\cdot(a+b)\,(x^2+x+1)$;

$ax^3+bx^3+bx^2+ax^2+ax+bx=(ax^3+ax^2+ax)+(bx^3+bx^2+bx)=a\cdot x\cdot(x^2+$
$+x+1)+b\cdot x\cdot(x^2+x+1)=(x^2+x+1)\cdot(ax+bx)=x\cdot(a+b)(x^2+x+1).$

*Ko'phadni guruhlash usuli bilan ko'paytuvchilarga ajratish uchun:*

*1) ko'phadning hadlarini, ular ko'phad ko'rinishidagi umumiy ko'paytuvchiga ega bo'ladigan qilib, guruhlarga ajratiladi;*

*2) bu umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqariladi.*

**26.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqlarni bajaring:***

1) Ko'phad hadlarini guruhlash nima?
2) Guruhlash usullarini tushuntirib bering.
3) Ko'phadni guruhlash usuli bilan ko'paytuvchilarga ajratish uchun nimalar qilish kerak?

Guruhlash usulidan foydalanib, ko'paytuvchilarga ajrating (**27–29**):

**27.** 1) $m+n+a(m+n)$;
2) $a-b+p(a-b)$;
3) $x+2m(x+y)+y$;
4) $x+2m(x-y)-y$.

**28.** 1) $x-y+(x-y)^2$;
2) $(m-n)^2+m-n$;
3) $3ap-3aq+(p-q)^2$;
4) $4ab-4b+a-1$.

**29.** 1) $a(x-c)+bc-bx$;
2) $4p(q-1)+q-1$;
3) $2a(x-y)-y+x$;
4) $3q(p-1)+2-2p$.

Guruhlashlar usuli bilan ko'paytuvchilarga ajrating (**30–32**):

**30.** 1) $ac+bc-2ad-2bd$;
2) $2bx-3ay-6by+ax$;
3) $ac-3bd+ad-3bc$;
4) $5ay-3bx+ax-15by$.

**31.** 1) $18a^2-27ab+14ac-21bc$;
2) $10x^2+10xy+5x+5y$;
3) $35ax+24xy-20ay-42x^2$;
4) $48xz^2+32xy^2-15yz^2-10y^3$.

**32.** 1) $16ab^2-5b^2c-10c^3+32ac^2$;
2) $6mnk^2+15m^2k-14n^3k-35mn^2$;
3) $xy^2-by^2-ax+ab+y^2-a$;
4) $ax^2-ay-bx^2+cy+by-cx^2$.

**33.** Qulay usul bilan hisoblang:

1) $127\cdot170+182\cdot15+127\cdot130+118\cdot15$;
2) $125\cdot75-216\cdot15+125\cdot25-216\cdot35$.

**34.** Guruhlash usulidan foydalanib, tenglamani yeching:

1) $2x(x-3)+4x-12=0$;
2) $y(y+6)-2y-12=0$;

3) $3\cdot(2x-5)+4x^2-10x=0$; 4) $\frac{1}{2}(3x-4)-1+\frac{3}{4}x-0$.

Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrating (**35–36**):

**35.** 1) $ac+ad+2bc+2bd$; 2) $2ax-2ay+3by-3bx$;
3) $x^2y-z^2x+y^2x-z^2y$; 4) $x^2+xz-xy-yz$;
5) $a^3+2+a+2a^2$; 6) $y^2+3-y-3y^3$.

**36.** 1) $x^3+x-3xy+2+2x^2-6y$; 2) $ab-a^2+5-5b-5a^2+a^3$;
3) $4ax+2ay-az-4bx-2by+bz$; 4) $6ax+3bx-3x+6ay+3by-3y$.

Ko‘phadni, uning ba’zi hadlarini o‘xshash hadlar yig‘indisi ko‘rinishida tasvirlab, ko‘paytuvchilarga ajrating (**37–38**):

**37.** 1) $a^2+3ab+2b^2$; 2) $x^2-4xy+3y^2$; 3) $x^2-5ax+4a^2$;
4) $a^2+7ab+6b^2$; 5) $a^2+5ab+6b^2$; 6) $x^2+7xy+12y^2$.

**38.** 1) $y^2+by-2b^2$; 2) $x^2-xy-2y^2$; 3) $6x^2-7xy+4y^2$;
4) $18x^2+39xy-20y^2$; 5) $14x^2-30ax-5a^2$; 6) $2x^2-5xy+2y^2$.

**Namuna:** 1) $a^2-5a-6=a^2-6a+a-6=(a^2+a)+(-6a-6)=$
$=a(a+1)-6(a+1)-(a+1)(a-6)$.
2) $0{,}2x^2+0{,}9xy-0{,}5y^2=0{,}2x^2+xy-0{,}1xy-0{,}5y^2=(0{,}2x^2+xy)+$
$+(-0{,}1xy-0{,}5y^2)=x\cdot(0{,}2x+y)-0{,}5\cdot(0{,}2x+y)=(0{,}2x+y)(x-0{,}5y)$.

**39.** Guruhlash usulidan foydalanib, ko‘paytuvchilarga ajrating:
1) $20a^2+3bc-15ab-4ac$; 2) $9a^3-2bc^2-ac^2+18a^2b$;
3) $-15x^2+4y^2-10xy+6xy$; 4) $pq-20k^3-4k^2p+5qk$.

**40.** 38-misolni yechish usulidan foydalanib, tenglamani hal qiling:
1) $x^2-2x+1=0$; 2) $x^2+2x+1=0$; 3) $x^2-5x+6=0$;
4) $x^2+5x+6=0$; 5) $x^2-x-20=0$; 6) $x^2+x-20=0$.

**41.** 1) $x^2+5x-6=0$; 2) $x^2+x-12=0$; 3) $6x^2-11x+3=0$;
4) $4x^2-5x+1=0$; 5) $2x^2-3x-2=0$; 6) $3x^2+11x-4=0$.

**Namuna**: $10x^2-13x-3=0$ tenglamani yeching.

$\sqcup$ $10x^2-13x-3=10x^2-15x+2x-3=(10x^2-15x)+(2x-3)=$
$=5x\cdot(2x-3)+(2x-3)=(2x-3)(5x+1)=0$.
Bundan:
$2x-3=0$; $2x=3$; $x=\frac{3}{2}$; $5x+1=0$; $5x=-1$; $x=-\frac{1}{5}$.

**Javob:** $x=\frac{3}{2}$; $x=-\frac{1}{5}$. ■

**42.** Hisoblang:

1) $318^2-318\cdot 57+261\cdot 682$; 2) $(89{,}4)^2+89{,}4\cdot 13{,}7-103{,}1\cdot 49{,}4$.

## 3-§. Yig‘indining kvadrati. Ayirmaning kvadrati

Ikki son yig‘indisining kvadrati $(a+b)^2$ ni ko‘ramiz.

Bu algebraik ifoda $a+b$ va $a+b$ ko‘phadlarning ko‘paytmasini anglatadi. Shuning uchun ko‘paytirishni bajarib,

$(a+b)^2=(a+b)\cdot(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$

ko‘phadni hosil qilamiz. Biz ushbu formulani chiqardik:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2. \qquad (1)$$

Bu formula so‘z bilan quyidagicha aytiladi:

*Ikki son yig‘indisining kvadrati – birinchi sonning kvadrati qo‘shuv birinchi son bilan ikkinchi son ko‘paytmasining ikkilangani qo‘shuv ikkinchi sonning kvadratiga teng.*

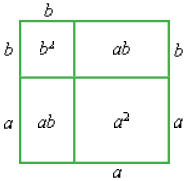
(1) formulani geometrik usul bilan ham osongina isbotlash mumkin. Buning uchun tomonining uzunligi $a+b$ bo‘lgan kvadratni ko‘raylik (4-rasm). Shu kvadratning yuzi tomoni $a$ bo‘lgan kvadratdan, tomonlari $a$ va $b$ bo‘lgan ikkita to‘g‘ri to‘rtburchakdan, tomoni $b$ bo‘lgan kvadratdan iborat. Bundan kvadrat yuzi $a^2+2ab+b^2$ ga tengligi kelib chiqadi.

Endi ikki son ayirmasining kvadratini ko‘raylik:

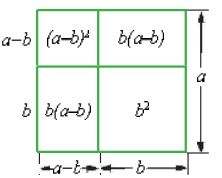
$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2, \text{ ya’ni}$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2. \qquad (2)$$

Bu formulani ham geometrik usul bilan osongina isbot qilish mumkin. 5-rasmdan ko‘rinadiki, tomoni $a$ bo‘lgan kvadrat yuzi $a^2$ bo‘lib, $a^2=(a-b)^2+2b(a-b)+b^2$.




4-rasm.




5-rasm.

Bu ifodani soddalashtirib, (2) formulani hosil qilamiz.

(2) formulani so‘z bilan quyidagicha aytish mumkin:

*Ikki son ayirmasining kvadrati – birinchi son kvadrati ayiruv birinchi son bilan ikkinchi son ko'paytmasining ikkilangani qo'shuv ikkinchi sonning kvadratiga teng.*

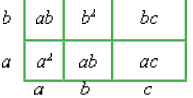
Endi uchta son yig'indisining kvadrati uchun formula chiqaramiz: $(a+b+c)^2$ ni ko'raylik. Uni $((a+b)+c)^2$ kabi yozib olamiz. Ikki son yig'indisi kvadratining formulasidan foydalanish uchun $(a+b)$ ni birinchi had, $c$ ni ikkinchi had deb qaraymiz va $((a+b)+c)^2$ ni yozib chiqamiz:

$(a+b+c)^2=((a+b)+c)^2=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$, ya'ni

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc \qquad (3)$$

formulani hosil qilamiz.

Bu formulani ham geometrik usul bilan isbot qilish mumkin. Tekislikda tomonining uzunligi $a+b+c$ bo'lgan kvadrat chizamiz (6-rasm). U uchta, tomonlarni mos ravishda, $a$, $b$, $c$ lardan iborat bo'lgan kvadratdan, tomoni $a$ va $b$ bo'lgan 2 ta, tomoni $b$ va $c$ bo'lgan 2 ta, tomoni $c$ va $a$ bo'lgan 2 ta to'g'ri to'rtburchakdan iborat. 3 ta kvadrat va 6 ta to'g'ri to'rtburchaklarning yuzlari topilgan formulaning o'ng tomonini ifodalaydi (6-rasm).




**6-rasm.**

(1), (2) va (3) formulalarning qo'llanilishiga doir misollar ko'ramiz:

1) $(3a+4b)^2=(3a)^2+2\cdot 3a\cdot 4b+(4b)^2=9a^2+24ab+16b^2$;

2) $(2a^2-5)^2=(2a^2)^2-2\cdot 2a^2\cdot 5+5^2=4a^4-20a^2+25$;

3) $(-2m-n)^2=((-1)(2m+n))^2=(-1)^2\cdot(2m+n)^2=(2m+n)^2=(2m)^2+2\cdot 2m\cdot n+n^2=4m^2+4mn+n^2$;

4) $(2a+3b+4c)^2=(2a)^2+(3b)^2+(4c)^2+2\cdot 2a\cdot 3b+2\cdot 2a\cdot 4c+2\cdot 3b\cdot 4c=4a^2+9b^2+16c^2+12ab+16ac+24bc$;

5) $(a-2b+3c)^2=a^2+(-2b)^2+(3c)^2+2a\cdot(-2b)+2\cdot a\cdot 3c+2\cdot(-2b)\cdot 3c=a^2+4b^2+9c^2-4ab+6ac-12bc$.

*Yig'indining yoki ayirmaning kvadrati formulalari* ***qisqa ko'paytirish formulalari*** *deyiladi.*

Qisqa ko'paytirish formulalaridan hisoblashlarni soddalashtirishda foydalanish mumkin. Masalan:

1) $61^2=(60+1)^2=3\,600+120+1=3\,721$;
2) $79^2=(80-1)^2=6\,400-160+1=6\,241$.

(1), (2) va (3) formulalarni guruhlash usuli bilan isbotlash mumkin:

1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ni isbotlaymiz:

$a^2+2ab+b^2=a^2+ab+ab+b^2=(a^2+ab)+(ab+b^2)=a(a+b)+$
$+b(a+b)=(a+b)(a+b)=(a+b)^2$;

2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ni ham shunga o'xshash isbotlanadi:

$a^2-2ab+b^2=a^2-ab+b^2-ab=a(a-b)+b(b-a)=a(a-b)-b(a-b)=$
$=(a-b)(a-b)=(a-b)^2$;

3) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$ ni isbot qilamiz:

$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=(a+b)^2+2c(a+b)+c^2=(a+b+c)^2$.

Ushbu

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \qquad (4)$$

formulani isbotlaylik.

□ $(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+$
$+2ab^2+b^3)=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$. ■

Shu yo'l bilan

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 \qquad (5)$$

formulani ham isbot qilish mumkin.

(4), (5) formulalarni $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$, $(a-b)^3=a^3-b^3-$
$-3ab(a-b)$ kabi yozib olish ko'pgina hisoblashlarda qo'l keladi.

*(4), (5) formulalar, mos ravishda,* ***yig'indining kubi*** *va* ***ayirmaning kubi*** *deyiladi.*

(1), (2), (4), (5) formulalar qisqa ko'paytirish formulalari deb hisoblanadi.

**43.** ***Topshiriqlarni bajaring:***

1) Ikki son yig'indisining kvadrati, ikki son ayirmasining kvadrati formulasini so'z bilan aytib bering.

2) Ikki son yig‘indisining va ayirmasining kvadrati formulasini geometrik usul bilan isbotlang.
3) Ikki son yig‘indisining va ayirmasining kubi formulasini yozing.
4) Shu formulalarning geometrik ma’nosini tushuntirib bering.
5) Uchta son yig‘indisining kvadrati formulasini yozing.

**44.** Yig‘indi va ayirmaning kvadratini ko‘phad shaklida yozing (**44–46**):

1) $(q+2p)^2$; 2) $(2x+3y)^2$; 3) $(4m-6n)^2$; 4) $(7a-b)^2$.

**45.** 1) $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2$; 2) $\left(m-\frac{1}{3}\right)^2$; 3) $\left(\frac{a}{3}-\frac{b}{2}\right)^2$; 4) $\left(\frac{m}{2}+\frac{n}{3}\right)^2$.

**46.** 1) $(0,1m+0,3n)^2$; 2) $(0,7c-0,4d)^2$;
3) $\left(\frac{1}{3}y^3-\frac{1}{4}\right)^2$; 4) $\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{4}\right)^2$.

Ifodani soddalashtiring (**47–48**):

**47.** 1) $(a+b-4)^2-(a^2+b-1)(a^2+b-8)$;
2) $(2a^2+a-5)^2-(2a^2+a)(2a^2+a-1)+9(2a+3)(a-1)$.

**48.** 1) $2x(x+3)^2-3x(x-1)(x+8)-3x\cdot(2-3x)$;
2) $y(2y-1)(2y-2)-4y(y+1)^2+2y(7y+1)$.

Isbotlang (**49–50**):

**49.** 1) $(a-1)^2+2(a-1)+1=a^2$; 2) $(1-a)^2+2a(1-a)+a^2=1$.

**50.** 1) $(x+y)^2-2(x+y)(x-y)+(x-y)^2=4y^2$;
2) $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$.

**51.** Qirrasining uzunligi $a$ va $b$ bo‘lgan ikkita kub yasang. So‘ngra o‘lchamlari $a, a, b$ va $a, b, b$ bo‘lgan 3 tadan to‘g‘ri burchakli parallelipiped yasang. Ularni taxlab, qirrasining uzunligi $a+b$ bo‘lgan kubni hosil qiling.
Bu bilan $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ formulaning geometrik ma’nosini ochgan bo‘lasiz. (Masalan, $a=5$ cm, $b=9$ cm deb oling.)

**52.** To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi oynaning bir tomoni ikkinchisidan 30 cm uzun. Uni deraza romiga solish uchun bo‘yi va

enidan 10 cm dan kesishdi. Oynaning kesib tashlangan bo‘laklarining yuzi 1400 $cm^2$ ga teng. Oynaning dastlabki o‘lchamlarini toping.

Ifodani soddalashtiring (**53–54**):

**53.** 1) $(x-2y)^2+(x+2y)^2$; | 2) $(2x-y)^2-(2x+y)^2$; | 3) $(x+2y)^2-(x-2y)^2$.

**54.** 1) $(2-3a)^2-(2+3a)^2$; | 2) $(4-a)^2+(4+a)^2$; | 3) $(x+1)^2-(x-1)^2$.

## 4-§. Kvadratlar ayirmasi formulasi

Kvadratlar ayirmasi formulasini chiqarish uchun ikki son yig‘indisining ular ayirmasiga ko‘paytmasini ko‘ramiz:

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2,$$

ya’ni $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. Demak,

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b). \qquad (1)$$

*Ikki son kvadratlarining ayirmasi shu sonlar yig‘indisining ular ayirmasiga ko‘paytmasiga teng.*

(1) formulani geometrik usulda ham isbotlash mumkin.

Tomoni $a$ bo‘lgan kvadrat ichiga tomoni $b$ bo‘lgan ($b<a$) kvadrat 7-rasmdagidek joylashtirilgan bo‘lsin. Unda katta kvadrat yuzi $a^2$, kichik kvadrat yuzi esa $b^2$ bo‘ladi. Tomoni $a-b$ bo‘lgan kvadrat yuzi $(a-b)^2$, tomonlari $(a-b)$ va $b$ bo‘lgan ikkita to‘g‘ri to‘rtburchak yuzlari yig‘indisi $2b(a-b)$ bo‘ladi. Bundan ko‘rinadiki, $a^2=b^2+(a-b)^2+2b(a-b)$ tenglik o‘rinli. Shu tenglikda $b^2$ ni chap tomonga o‘tkazib, o‘ng tomonda $(a-b)$ umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarsak, $a^2-b^2=(a-b)(a-b+2b)=(a-b)(a+b)$, ya’ni

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

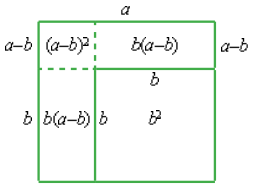
kelib chiqadi.

Bu formulani guruhlash usuli bilan ham isbotlasa bo‘ladi. Buning uchun ifodaga $ab$ ni qo‘shib, $ab$ ni ayiramiz: $a^2-ab+ab-b^2=$ $=a(a-b)+b(a-b)$.

**Misol.** $\left(\frac{1}{2}p+\frac{2}{3}q\right)\left(\frac{1}{2}p-\frac{2}{3}q\right)=\frac{1}{4}p^2-\frac{4}{9}q^2$.

Bunda $(a-b)$ umumiy ko‘paytuvchi, uni qavsdan tashqariga chiqarsak, $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ kelib chiqadi.

(1) formulani ham *qisqa ko‘paytirish formulasi* deyiladi.




7-rasm.

(1) formuladan hisoblashlarni soddalashtirish uchun ham foydalaniladi. Masalan:

1) $72\cdot 68=(70+2)(70-2)=4\,900-4=4\,896$;
2) $97\cdot 103=(100-3)(100+3)=10\,000-9=9\,991$;
3) $998\cdot 1\,002=(1\,000-2)(1\,000+2)=1\,000\,000-4=999\,996$;
4) $58\cdot 62=(60-2)(60+2)=3\,600-4=3\,596$;
5) $101\cdot 99=(100+1)(100-1)=10\,000-1=9\,999$.

(1) tenglik *ikki son kvadratlari ayirmasi formulasi* deyiladi.

Ko‘paytuvchilarga ajrating (**55–56**):

**55.** 1) $9a^2-4b^2$; 2) $4m^2-25n^2$; 3) $16p^2-9q^2$; 4) $36a^2-9b^2$.

**56.** 1) $(a+b)^2-c^2$; 2) $m^2-(n-q)^2$; 3) $(a+b)^2-4(a-b)^2$; 4) $\frac{1}{9}m^2-9n^2$.

**57.** Quyidagi tenglikni isbotlang:

1) $(10a+5)^2=100a(a+1)+25$;
2) $(10a+b)(10a+b+2)=(10a+b+1)^2-1$.

**58.** Ko‘paytuvchilarga ajtrating:

1) $36a^4-49b^4$; 2) $36a^4b-64b^5$;
3) $(a^2-5a)^2-25$; 4) $(6a-7d)^2-49d^2$.

**59.** Ko‘paytirishni bajaring:

1) $(2+x)(2-x)(4+x^2)$; 2) $(x^2+16)(x-4)(x+4)$;
3) $(2x-3y)(2x+3y)(4x^2+9y^2)$; 4) $\left(3x-\frac{1}{2}y\right)\left(3x+\frac{1}{2}y\right)\left(9x^2+\frac{1}{4}y^2\right)$.

**60.** Tenglamani yeching:

1) $(2x+1)^2-4(x-1)(x+1)=17$; 2) $(2x-3)^2-(2x-3)(2x+3)=18$.

**61.** Tenglamani yeching:

1) $16x^2-9=0$; 2) $0{,}02x^2-0{,}08=0$;
3) $1{,}44x^2-1{,}21=0$; 4) $9x^2+6x+1=0$.

**62.** Ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $(2a+3b)^2-(3a+4b)^2$;
2) $(3+7a)^2-(3a-3)^2$;
3) $(5a-2b)^2-(3a+b)^2$;
4) $(a^2-3)^2-(a^2+3)^2$.

**63.** Kvadratga oshiring:

1) $(a-b+c)^2$; 2) $(a-b-c)^2$; 3) $(a+b+c+d)^2$; 4) $(a+b-c+d)^2$.

Tenglamani yeching (**64–66**):

**64.** 1) $x(x-1)-x(x-3)-12$;
2) $(x-5)(x+1)-x=x^2+5$;
3) $(x-1)(x-3)-(x-2)(x-4)$;
4) $(x+1)(x+2)-x^2=5x+4$.

**65.** 1) $(x-4)^2-x^2=16$;
2) $(x+1)^2=x^2+1$;
3) $(x+12)^2=x(x+8)$;
4) $(x-3)(x+1)=(x-2)^2$.

**66.** 1) $(x-2)(x^2+2x+4)-x(x-3)(x+3)=26$;
2) $(x-3)(x^2+3x+9)-x(x+4)(x-4)=21$.

$x$ ni shunday birhadga almashtiringki, natijada tenglik to‘g‘ri bo‘lsin:

**67.** 1) $(x-5b^2)^2=9x^2-30b^2x+25b^4$;
2) $(x-3b^3)^2=16a^2b^2-24ab^4+9b^6$.

$x$ ni shunday birhadga almashtiringki, natijada ikkihadning kvadrati hosil bo‘lsin:

**68.** 1) $9a^2+24ab+x$;
2) $x-12ab+9b^2$;
3) $49a^2-x+16b^2$;
4) $0{,}01a^2-x+100b^2$;
5) $49a^2-x+16b^2$;
6) $\frac{4}{9}a^2+x+\frac{9}{4}b^2$.

Qisqa ko‘paytirish formulalaridan foydalanib, hisoblang:

**69.** 1) $1999^2$; 2) $1001^2$; 3) $81^2$; 4) $198^2$; 5) $59^2$;
6) $79^2$; 7) $38^2$; 8) $71^2$; 9) $101^2$; 10) $2001^2$.

Ifodani ikkihadning kvadrati shaklida tasvirlang:

**70.** 1) $a^6-8a^3b^5+16b^{10}$;
2) $16a^2+40ab+25b^2$;
3) $81x^2-144xy+64y^2$;
4) $49x^2-42xy+9y^2$;
5) $0{,}25x^2+0{,}4xy+0{,}16y^2$;
6) $\frac{1}{9}a^2-2ab+9b^2$.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ formulada $a=1$, $b$ esa moduli 1 ga nisbatan kichik bo‘lsa (masalan, $b=0{,}0032$ yoki $b=-0{,}0021$), u holda $b^2$ son yanada kichik bo‘ladi. Shu sababli $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

tenglikni $a=1$ bo‘lganda $(1+b)^2\approx 1+2b$ taqribiy tenglik bilan almashtirish mumkin.

Masalan: $(1{,}002)^2=(1+0{,}002)^2\approx 1+2\cdot 0{,}002=1{,}004$;

$(0{,}997)^2=(1-0{,}003)^2\approx 1-2\cdot 0{,}003=1-0{,}006=0{,}994$.

**71.** Taqribiy formula yordamida hisoblang:

1) $(1{,}001)^2$; 2) $(1{,}003)^2$; 3) $(0{,}998)^2$; 4) $(0{,}999)^2$;
5) $(1{,}0001)^2$; 6) $(1{,}0003)^2$; 7) $(0{,}9998)^2$; 8) $(0{,}9999)^2$.

Agar $a=2$ bo‘lib, $b$ son moduli bo‘yicha kichik bo‘lsa, masalan, $b=0{,}001$ bo‘lsa, ushbu $(2+b)^2\approx 4+4b$ taqribiy formuladan foydalansa bo‘ladi. Masalan, $(2{,}001)^2=(2+0{,}001)^2\approx 4+4\cdot 0{,}001=$
$=4+0{,}004=4{,}004$.

**72.** Taqribiy formula $(2+b)^2\approx 4+4b$ yordamida hisoblang:

1) $(2{,}002)^2$; 2) $(2{,}003)^2$; 3) $(1{,}998)^2$; 4) $(1{,}999)^2$.

Kvadratlar ayirmasi formulasidan foydalanib, hisoblang (**73**–**75**):

**73.** 1) $2011^2-2001^2$; 2) $(49{,}7)^2-(39{,}7)^2$;
3) $1999^2-1^2$; 4) $(2003)^2-3^2$.

**74.** 1) $(349{,}5)^2-(249{,}5)^2$; 2) $\left(17\frac{11}{19}\right)^2-\left(7\frac{11}{19}\right)^2$; 3) $999\cdot 1001$;
4) $28\cdot 32$; 5) $49\cdot 51$; 6) $4{,}5\cdot 5{,}5$.

**75.** 1) $\dfrac{(1{,}7)^2-(1{,}3)^2}{(2{,}8)^2-(2{,}2)^2}$; 2) $\dfrac{(1{,}2)^2-(0{,}3)^2}{(0{,}8)^2-(0{,}7)^2}$.

(1) formuladan foydalanib, ko‘paytirishni bajaring (**76**–**77**):

**76.** 1) $(a+b)(b-a)$; 2) $(m-2)(2+m)$; 3) $(p-q)(p+q)$;
4) $(4+q)(4-q)$; 5) $(2a-b)(2a+b)$; 6) $(3a+b)(3a-b)$.

**77.** 1) $\left(y-\frac{1}{3}x\right)\left(y+\frac{1}{3}x\right)$; 3) $\left(2d-\frac{1}{2}\right)\left(2d+\frac{1}{2}\right)$;
2) $\left(2m-\frac{1}{2}n\right)\left(2m+\frac{1}{2}n\right)$; 4) $\left(a-\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{3}{4}b+a\right)$.

Ko‘paytuvchilarga ajrating (**78**–**81**):

**78.** 1) $(5a+4b)^2-(2a+3b)^2$; 3) $(a^2+5)^2-(a^2+7)^2$;
2) $(7a-3b)^2-(5a+6b)^2$; 4) $(7+5a)^2-(3a-2)^2$.

**79.** 1) $(2a+5b)^2-(2a-3c)^2$; 2) $(4a-3b)^2-(3a+2c)^2$;
3) $(3x-1)^2-(5-2x)^2$; 4) $(a^2-2)^2-(a^2+2)^2$.

**80.** 1) $49a^4-81b^4$; 2) $(a^2+10a)^2-625$;
3) $49a^4b-64b^5$; 4) $(4a-5d)^2-25d^2$.

**81.** 1) $(2a+5b)^2-9(2b-a)^2$;
2) $(2a-3b)(4a^2-c^2)-(2a-c)(4a^2-9b^2)$;
3) $8a^3-60a^2b+15ab^2-125b^3$;
4) $2x^3-18x^2+xy^2-9y^2$.

**82.** Ko‘paytirishni bajaring:

1) $(5+x)(5-x)(25+x^2)$; 2) $(x^2+9)(x+3)(x-3)$;
3) $(16x^2+9y^2)(4x+3y)(4x-3y)$; 4) $(5x-4y)(5x+4y)(25x^2+16y^2)$.

Tenglamani yeching (**83–84**):

**83.** 1) $(3x+2)^2-9(x-1)(x+1)=27$; 2) $(4x+3)(4x-3)-(4x-1)^2=6$;
3) $(2x-5)^2-(2x-1)(2x+1)=30$; 4) $(3x-2)^2-(4-3x)^2=12$.

**84.** 1) $4x^2+4x+1=0$; 2) $16x^2+40x+25=0$;
3) $4x^2-4x+1=0$; 4) $16x^2-40x+25=0$.

**85.** Agar kvadratning ikki qarama-qarshi tomonining har biri 6 cm ga qisqartirilsa hamda qolgan ikki tomonining har biri 6 cm ga uzaytirilsa, kvadratning yuzi qanday o‘zgaradi?

**86.** Kubning qirrasi 4 cm. Agar uning har bir qirrasini 1 cm ga qisqartirilsa, uning hajmi qanchaga kamayadi?

**87.** Ifodaning son qiymatini toping:

1) $14m-(m+2)^2+(m-2)(m+2)$, bunda $m=2{,}5$;
2) $(2x+3)^2-5x-(x-3)(x+3)$, bunda $x=-1{,}5$;
3) $3(n-5)(n+3)-(n-3)^2-(n-5)(5+n)$, bunda $n=9$;
4) $(b+2)^2+(b-2)(b+2)-2(b+1)(b-3)$, bunda $b=-\frac{1}{3}$.

## 5-§. Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishning bir nechta usullarining qo‘llanilishi

Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishda ko‘phadning shakliga qarab turli usullardan foydalaniladi: umumiy ko‘paytuvchini (agar u bor bo‘lsa) qavsdan tashqariga chiqarish, kvadratlar ayirmasi formu-

lasidan foydalanish, guruhlashning har ikki usulini qo‘llash, qisqa ko‘paytirish formulalarini ishlatish shular jumlasidandir. Misollar keltiramiz:

1) $a^3-4a$ ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrating:

□ $a^3-4a=a(a^2-4)=a(a^2-2^2)=a(a+2)(a-2)$. ■

Bunda avval qavsdan tashqariga chiqarish, so‘ngra esa kvadratlar ayirmasi formulasini qo‘llash bajarilgan.

2) $(a^2+4)^2-16a^2$ ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrating:

□ $(a^2+4)^2-16a^2=(a^2+4)^2-(4a)^2=((a^2+4)-4a)((a^2+4)+4a)=$
$=(a^2-4a+4)\cdot(a^2+4a+4)=(a-2)^2(a+2)^2$. Berilgan ko‘phad umumiy ko‘paytuvchiga ega emas. Unga kvadratlar ayirmasi formulasi qo‘llaniladi, keyin ikki son yig‘indisi va ayirmasining kvadrati formulasidan foydalaniladi. Natijada ko‘phad ko‘paytuvchilarga ajraladi:

$$(a^2-4)^2-16a^2=(a-2)^2(a+2)^2. \blacksquare$$

3) $x^2-9y^2+2(x+3y)$ ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrataylik:

$x^2-9y^2+2(x+3y)=(x^2-9y^2)+2(x+3y)=(x+3y)(x-3y)+2(x+3y)=$
$=(x+3y)\cdot(x-3y+2)$.

Bunda avval guruhlash usuli qo‘llanildi, so‘ngra kvadratlar ayirmasi formulasidan foydalanildi, nihoyat, umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish bajarildi.

Ko‘rib chiqilgan misollardan ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratish uchun quyidagi tartibga rioya qilish lozimligi kelib chiqadi:

1) *umumiy ko‘paytuvchini (agar u bor bo‘lsa) qavsdan tashqariga chiqarish;*

2) *ko‘phadni qisqa ko‘paytirish formulalari bo‘yicha ko‘paytuvchilarga ajratishga urinib ko‘rish;*

3) *agar oldingi usullar maqsadga olib kelmasa, guruhlash usulini qo‘llanishga harakat qilish.*

**Masala.** Tenglikni isbotlang:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2). \qquad (1)$$

(1) tenglikning o‘ng tomonidagi qavslarni ochamiz:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3.$$

Shunga o‘xshash

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2) \qquad (2)$$

formulani ham isbot qilish mumkin. (2) tenglikni mustaqil isbotlashga urinib ko‘ring.

**Misollar:**

1) $(2a)^3+(3b)^3=(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$;

2) $\left(\frac{1}{3}a\right)^3-(3b)^3=\left(\frac{1}{3}a-3b\right)\left(\frac{1}{9}a^2-ab+9b^2\right)$;

3) $(3a)^3-(2b)^3=(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$;

4) $\left(\frac{1}{2}a\right)^3-\left(\frac{2}{3}b\right)^3=\left(\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{3}ab+\frac{4}{9}b^2\right)$.

*(1) va (2) formulalar, mos ravishda,* ***kublar yig'indisi va kublar ayirmasi formulasi*** *deyiladi. Bu formulalar ham ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda qo'llaniladi.*

Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda ko'phadni ikkihadga bo'lish haqidagi Bezu teoremasi muhim ahamiyatga ega:

***Bezu teoremasi:*** *P(x) ko'phadni (x−a) ikkihadga bo'lganda chiqadigan qoldiq P(a) ga teng (ya'ni qoldiq P(x) ko'phadning x=a bo'lgandagi son qiymatiga teng).*

***Bezu teoremasining natijasi:*** *a son P(x) ko'phadning ildizi bo'lishi uchun P(x) ning (x−a) ga qoldiqsiz bo'linishi zarur va yetarlidir.*

Agar $P(x)$ ko'phad $x-a$ ga qoldiqsiz bo'linib, bo'linma $q(x)$ bo'lsa, u holda $P(x)$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish va

$$P(x)=(x-a)q(x)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Masalan $8a^3+27b^3$ ko'phad $2a+3b$ ga qoldiqsiz bo'linishini ko'rsatamiz. Bo'lishni burchak usulida bajaramiz:

$$\begin{array}{r|l} 8a^3-27b^3 & 2a-3b \\ \underline{-\,8a^3-12a^2b} & \hline 4a^2-6ab+9b^2 \\ -12a^2b+27b^3 & \\ \underline{-\,-12a^2b-18ab^2} & \\ 18ab^2+27b^3 & \\ \underline{-\,18ab^2-27b^3} & \\ 0 & \end{array}$$

Demak, berilgan ko'phadni quyidagicha ko'paytuvchilarga ajratish mumkin:

$$8a^3+27b^3=(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2).$$

**88.** Quyidagi ko'phadlar ikkihadga qoldiqsiz bo'linishini ko'rsating. Bo'lishni burchak usuli bilan bajaring:

1) $(a^4+ab^3-a^2b^2-a^3b):(a^2-b^2)$;
2) $(2a^3-15b^2+6ab-5a^2b):(2a-5b)$;
3) $(3a^5+a^4-3a^3-3a^2+2):(-a^2+1)$.

**89.** Ko‘phadni Bezu teoremasi yordamida ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $x^n-a^n$ ko‘phad $(x-a)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini;
2) $x^n+a^n$ ko‘phad $(x+a)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini isbotlang, bunda $n$ – natural son.
**(Ko‘rsatma:** Bezu teoremasining natijasidan foydalaning).
3) $3x^5-5x^4+2x^3-x^2+4x-3$ ko‘phad $(x-1)$ ga, $(x-2)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini ko‘rsating.
4) $x^5-5x^4+3x^3+13x^2-8x-12$ ko‘phadni $(x+1)$ga, $(x-2)$ ga, $(x-3)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini ko‘rsating.

**90.** $2x^5+3x^4-5x^3-4x^2+3x+1$ ko‘phadni $(x-1)$ ga, $(x+1)$ ga, $(x-2)$, $(x+2)$ ga bo‘lgandagi qoldiqni toping.

**91.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqlarni bajaring:***

1) Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishni qanday tartibda amalga oshirish kerak?
2) Ikki son kublari yig‘indisi, kublari ayirmasi formulalarini yozing va misollar keltiring.
3) Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishning burchak usuli nima? Misollar keltiring.

Ko‘paytuvchilarga ajrating (**92–94**):

**92.** 1) $ax+ay-bx-x-by-y$;
2) $2a^2-a+2ab-b-2ac+c$;
3) $a^5-a^4b+a^3b^2-a^2b^3+ab^4-b^5$;
4) $ax^2+bx+b^2y+abxy+a^2bx+ab^2$.

**93.** 1) $xyz+4xz+3xy+12x$;
2) $2a+a^2+2a^3+a^4$;
3) $a^3+a^2b-a^2x-abx$;
4) $a^4-a^3+a^2-a$.

**94.** 1) $3xyz+x^2y+x^2z+y^2x+y^2z+z^2x+z^2y$;
2) $x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz$;
3) $3abc+ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)+ab+bc+ac$;
4) $xy(x-y)-xz(y-z)-xz(x-y)+yz(y-z)$.

**95.** Tenglikni isbotlang:

1) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$;
2) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$;
3) $(a^3+b^3):(a+b)+ab=a^2+b^2$;
4) $(a^3-b^3):(a-b)+ab=(a+b)^2$;

5) $(a^3+b^3):(a+b)-ab=(a-b)^2$;
6) $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$;
7) $(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$.

Hisoblang (**96–98**):

**96.** 1) $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{2^{16}}\right)\left(1+\frac{1}{2^{32}}\right)$;

2) $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{100^2}\right)$.

□ *1-misolning ishlanishi:*

$M=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{2^{16}}\right)\left(1+\frac{1}{2^{32}}\right)$ sonli ifodani $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ga ko‘paytiramiz va bo‘lamiz. Unda $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)-\left(1-\frac{1}{2^2}\right)$ ekanini hisobga olsak,

$M=2\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{2^{16}}\right)\left(1+\frac{1}{2^{32}}\right)=2\left(1-\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\ldots$

$\ldots\left(1+\frac{1}{2^{16}}\right)\left(1+\frac{1}{2^{32}}\right)-2\left(1-\frac{1}{2^{64}}\right)$.

Demak, $M-2\left(1-\frac{1}{2^{64}}\right)$. ■

□ *2-misolning ishlanishi:*

$N_{100}-\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{100^2}\right)-\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\ldots$

$\ldots\left(1-\frac{1}{100}\right)\left(1+\frac{1}{100}\right)-\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{99}{100}\cdot\frac{101}{100}-\frac{1}{2}\cdot\frac{101}{100}-\frac{101}{200}$.

Umumiy holda: $N_n=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{n+1}{n}$.

**97.** 1) $\left(1-\frac{1}{5^2}\right)\left(1-\frac{1}{6^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{103^2}\right)$; 2) $\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{101^2}\right)$.

**98.** 1) $\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\left(1-\frac{1}{5^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{102^2}\right)$; 2) $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{2000^2}\right)$.

Hisoblang (**99–101**):

**99.** 1) $\frac{(3,7^2-6,3^2)\cdot(1,3^2-12,6^2)}{(4,2^2-5,8^2)\cdot(2,3^2-0,3^2)}$; 2) $\frac{(7,2^2-6,8^2)\cdot(17,3^2-7,3^2)}{(14^2-13,4^2)\cdot(5,4^2-6,5^2)}$.

**100.** 1) $\dfrac{27{,}1^4-12{,}9^4}{(27{,}1+12{,}9)^2-27{,}1\cdot 25{,}8}$; 2) $\dfrac{2{,}7\cdot\left(1{,}7^3-1{,}5^3\right)}{1{,}7^2+1{,}7\cdot 1{,}5+1{,}5^2}$.

**101.** 1) $\dfrac{\left(25^2-21^2\right)\cdot\left(25^2-21\cdot 25+21^2\right)}{25^3-21^3}$; 2) $\dfrac{\left(73^2-37^2\right)\left(73^2-73\cdot 37+37^2\right)}{73^3+37^3}$.

**102.** 1) Agar $x=7{,}5$ va $y=6{,}5$ bo‘lsa, $x^3-x^2y-xy^2+y^3$ ni;
2) Agar $x=59{,}3$ va $y=58{,}3$ bo‘lsa, $x^3-y^3-2y^2-3y+x^2-2xy-1$ ni hisoblang.

**103.** Ko‘phadning eng kichik qiymatini toping:

1) $x^2-16xy+64y^2-10$;
2) $(2x-1)(2x+1)+3y(3y-4x)$;
3) $9x^2-24xy+16y^2-25$;
4) $(2x-5y+3)\cdot(2x-5y-3)$.

**104.** $a$ va $b$ ning qanday qiymatlarida $2a^2-2ab+b^2-2a+2$ ko‘phad eng kichik qiymatga erishadi?

□ Berilgan ko‘phad ko‘rinishini o‘zgartiramiz: $2a^2-2ab+b^2-2a+2=a^2+(a^2-2ab+b^2)-2(a-1)=(a^2-2ab+b^2)+(a^2-2a+1)+1=(a-b)^2+(a-1)^2+1$. Bu ifodada $(a-b)^2\geq 0$, $(a-1)^2\geq 0$. Shuning uchun $(a-b)^2+(a-1)^2+1>0$ bo‘ladi. Ko‘phad eng kichik qiymatga erishishi uchun $(a-b)^2=0$, $(a-1)^2=0$, ya’ni $a=b$, $a=1$ bo‘lishi kerak. Demak, berilgan ko‘phad $a=b=1$ bo‘lganda eng kichik qiymatga erishadi. Ko‘phadning eng kichik qiymati 1 ga teng. ■

**105.** Ko‘phadning eng katta qiymatini toping:

1) $4y(5x-y)-(5x-2)(5x+2)$;
2) $3y(4x-3y)-(2x-3)(2x+3)$;
3) $100-9x^2+30xy-25y^2$;
4) $25-4x^2-4xy-y^2$.

4-misolni ishlab ko‘rsatamiz:

□ Ko‘phadning ko‘rinishini o‘zgartiramiz:

$$25-4x^2-4xy-y^2=25-(4x^2+4xy+y^2)=25-(2x+y)^2.$$

Hosil bo‘lgan ifoda eng katta qiymatga erishishi uchun 25 dan ayriluvchi son nolga teng bo‘lishi kerak. Demak, berilgan ko‘phad eng katta qiymatiga $2x+y=0$ bo‘lganda erishadi va bu eng katta qiymat 25 ga teng bo‘ladi.

**106.** Ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $x^3+y^3+z^3-(x+y+z)^3$;
2) $(x-2y)^3-(32-2y)^3-(x-32)^3$;
3) $(3x-2y)^3-(2y-2)^3-(3x-2)^3$;
4) $(3z-x)^3-(2y-x)^3-(3z-2y)^3$.

Oxirgi 4-misolni ishlab ko‘rsatamiz:

□ $(3z-x)^3-(2y-x)^3-(3z-2y)^3=(3z-x-2y+x)((3z-x)^2-(3z-x)(2y-x)+$
$+(2y-x)^2)-(3z-2y)^3=(3z-2y)((3z-x)^2-(3z-x)(2y-x)+(2y-x)^2)-(3z-2y)^3=$
$=(3z-2y)((3z-x)^2-(3z-x)(2y-x)+(2y-x)^2-(3z-2y)^2)=(3z-2y)(x-(x-2y)+$
$+3z(2y-x))(-3xz+x^2+6yz-2xy)=(3z-2y)(-x(2y-x)+3z(2y-x))=$
$=(3z-2y)(2y-x)(3z-x)$. ■

**107.** Tenglamani yeching:

1) $\left(\frac{1}{x}-\frac{3}{7}\right)\left(\frac{4}{11}-\frac{1}{x}\right)=0$;

2) $\left(\frac{3}{8}-\frac{2}{x}\right)\left(\frac{5}{3}-\frac{4}{x}\right)=0$;

3) $\left(\frac{7}{x}+8\right)\left(\frac{3}{x}-4\right)=0$;

4) $\left(\frac{5}{3x}-\frac{1}{9}\right)\left(\frac{2}{3x}-\frac{5}{6}\right)=0$.

Tenglamalarni ko‘paytuvchilarga ajratib yeching (**108–110**):

**108.** 1) $2x^3+24x^2+72x=0$;

2) $x^3+4x^2+4x=0$;

3) $x^3-4x^2-4x+16=0$;

4) $4x^3-4x^2-9x+9=0$.

**109.** 1) $\left(\frac{x}{3}-\frac{x}{4}\right)^2-16=0$;

2) $25-\left(x-\frac{x}{9}\right)^2=0$;

3) $1-\left(\frac{x}{4}-\frac{x}{5}\right)^2=0$;

4) $\left(\frac{2x}{3}-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{9}=0$.

**110.** 1) $2(x-3)^2+(x^2-9)=0$;

2) $(x+3)^2-4(9-x^2)=0$;

3) $5(16-x^2)=x(x-4)$;

4) $x(2x+1)=(2x+1)^2$.

**111.** 1) $(x+4)(x^2-4x+16)-4(x+6)=x^3+14$;

2) $(x-3)(x^2+3x+9)-x(x-2)(x+2)+5x=0$.

**112.** Ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $(x-y)^3-(2-y)^3+(2-x)^3$;

2) $(x+y)(x+y+2)-(x-y)(x-y-2)$;

3) $x^2+xy-2y^2-x+y$;

4) $(x+y+2)(x+y)-(x-y)^2+1$.

### Qisqa ko‘paytirish formulalarining bo‘linishga oid masalalarga qo‘llanilishi

$a^2-1=(a+1)(a-1)$ formulani butun sonlarning bo‘linishiga oid misol va masalalarni yechishda qo‘llaymiz.

**1-masala.** Ixtiyoriy toq $a$ natural son uchun $a^2-1$ sonning 4 ga bo‘linishini isbotlang.

I | $a$ – toq son bo‘lgani uchun $a+1$ va $a-1$ sonlarning ikkalasi

ham juft bo‘ladi. Demak, ularning $a^2-1=(a+1)(a-1)$ ko‘paytmasi 4 ga bo‘linadi. ■

**2-masala.** Ixtiyoriy toq $a$ butun son uchun $a^2-1$ son 8 ga bo‘linishini isbotlang.

□ $a$ – toq son bo‘lgani uchun u $a=2k+1$ ko‘rinishga ega, bu yerda $k$ – butun son. Demak,

$$a^2-1=(2k+1)^2-1=4k^2+4k+1-1=4k^2+4k=4k(k+1).$$

Ravshanki, $k$ va $k+1$ ketma-ket ikkita sondan bittasi albatta juft bo‘ladi. Demak, hosil bo‘lgan ko‘paytma 8 ga bo‘linadi. ■

Bu masaladan quyidagi tasdiq kelib chiqadi:



*Toq sonning kvadrati 8 ga bo‘linganda qoldig‘i har doim 1 ga teng bo‘ladi.*

**3-masala.** $a$ – toq son bo‘lsa, $3a^2+1$ son 8 ga bo‘linadimi?

□ $a$ toq son bo‘lgani uchun $a^2=8b+1$ ($b=0,1,2,\ ...$). Demak,

$$3a^2+1=3(8b+1)^2+1=3(64b^2+16b+1)+1=3\cdot 64b^2+3\cdot 16b+3+1=$$
$$=3\cdot 64b^2+3\cdot 16b+4=3\cdot 8\cdot(8b^2+2b)+4.$$

Ko‘rinib turibdiki, har qanday $a$ toq son uchun $3a^2+1$ son 8 ga bo‘linmaydi. ■

**4-masala.** Ixtiyoriy butun $n$ uchun $n^5-5n^3+4n$ son 120 ga bo‘linishini isbotlang.

□ 120 sonini tub ko‘paytuvchilarga yoyamiz: $120=2^3\cdot 3\cdot 5$. Demak, $n^5-5n^3+4n$ sonning 8,3 va 5 ga bo‘linishini ko‘rsatsak yetarli. Buning uchun $n^5-5n^3+4n$ ifodani ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$$n^5-5n^3+4n=n(n^4-5n^2+4)=n(n^2-4)(n^2-1)=(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2).$$

Demak, $n^5-5n^3+4n$ ifoda 5 ta ketma-ket kelgan butun sonning ko‘paytmasidir.

Shu sonlardan biri 3 ga, biri esa 5 ga albatta bo‘lingani sababli $n^5-5n^3+4n$ son 3 va 5 ga bo‘linar ekan. Endi uning 8 ga bo‘linishini ko‘rsatamiz.

Agar $n$ juft bo‘lsa, $n-2$, $n$ va $n+2$ juft sonlarning ko‘paytmasi 8 ga bo‘linadi.

Agar $n$ toq bo‘lsa, 2-masalaga ko‘ra, $(n-1)(n+1)=n^2-1$ son 8 ga bo‘linadi. Demak, ixtiyoriy butun $n$ uchun $n^5-5n^3+4n$ son 8, 3 va 5 ga bo‘linadi. ■

## Mashqlar

**1.** Ixtiyoriy toq $a$ va $b$ butun sonlar uchun $a^2-b^2$ son 8 ga bo‘linishini isbotlang.

**2.** Agar $P$ – tub son bo‘lsa, $p^2-5$ son 8 ga bo‘linmaydi. Nega?

**3.** Ixtiyoriy $a$ butun son uchun $9a^5-5a^3-4a$ soni 120 ga bo‘linadimi?

**4.** Agar butun $n$ son na 2 ga, na 3 ga, na 5 ga bo‘linmasa, $n^4-1$ ayirma 240 ga bo‘linishini isbotlang.

**5.** Ixtiyoriy butun $n$ uchun $n^7-14n^5+49n^3-36n$ son 5040 ga bo‘linishini isbotlang.

$n$ – natural son bo‘lsin. Biz bilgan qisqa ko‘paytirish formulalarini quyidagicha umumlashtirish mumkin ekan:

$$a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+b^{n-1}\right), \qquad (1)$$

$$a^n+b^n=(a-b)\left(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\ldots+b^{n-1}\right)\ (n-\text{toq}), \qquad (2)$$

$$a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\ldots-b^{n-1}\right)\ (n-\text{juft}). \qquad (3)$$

(1) formula kvadratlar ayirmasi va kublar ayirmasi formulalarini, (2) formula kublar yig‘indisi formulasini, (3) formula esa kvadratlar ayirmasi formulasini umumlashtiradi. Ular ifodalarni ayniy almashtirishlardan tashqari bo‘linishga oid masalalarni hal qilishda ham qo‘llaniladi.

Quyidagi tasdiqlar o‘rinli:

1. *$a\neq b$ bo‘lsa, $a^n-b^n$ ayirma $a-b$ ayirmaga bo‘linadi.*

2. *$n$ – toq va $a\neq -b$ bo‘lsa, $a^n+b^n$ yig‘indi $a+b$ yig‘indiga bo‘linadi.*

3. *$n$ – juft va $a\neq -b$ bo‘lsa, $a^n-b^n$ ayirma $a+b$ yig‘indiga bo‘linadi.*

**5-masala.** Ixtiyoriy natural $n$ larda $26^n-7^n$ son 19 ga bo‘linishini isbotlang.

□ 1-tasdiqqa ko‘ra, $26^n-7^n$ ayirma $26-7=19$ ga bo‘linadi. ■

**6-masala.** Ixtiyoriy natural $n$ larda $8^n+6$ son 7 ga bo‘linishini isbotlang.

□ $8^n+6=8^n-1^n+7$ bo‘lgani sababli 1-tasdiqqa ko‘ra, $8^n+6$ son 7 ga bo‘linadi. ■

**7-masala.** $13^{49}+5^{49}$ son 18 ga bo‘linishini isbotlang.

□ 2-tasdiqqa ko‘ra, $13^{49}+5^{49}$ yig‘indi $13+5=18$ ga bo‘linadi. ■

**8-masala.** $47^{100}-14^{100}$ son 61 ga bo‘linishini isbotlang.

□ 3-tasdiqqa ko‘ra, $47^{100}-14^{100}$ ayirma $47+14=61$ ga bo‘linadi. ■

**6.** $146^{15}-51^{15}$ son 19 ga bo‘linishini isbotlang.

**7.** Ixtiyoriy natural $n$ larda $18^n+15^n-5^n-2^n$ son 13 ga bo‘linadimi?

**8.** a) $5^{22}-18^{11}$ son 7 ga; b) $2^{35}-3^{20}$ son 47 ga; d) $67^{24}-1$ son 17 ga; e) $2^{48}-1$ son 105 ga; f) $3^{60}-2^{60}$ son 11 ga bo‘linishini isbotlang.

**9.** Ixtiyoriy natural $n$ larda $5^{2n}+48^n-2^{n+1}$ son 23 ga bo‘linadimi?

**10.** Nega $20^{41}-13^{41}-8^{41}+1$ son 23 ga bo‘linadi?

**11.** $2^{155}+1$ son 11 ga bo‘linadimi?

**12.** $1^{2019}+2^{2019}+...+30^{2019}$ son 31 ga bo‘linishini isbotlang.

**13.** Qanday natural $n$ larda $20^n+16^n-3^n-1$ son 323 ga bo‘linadi?

**14.** Qanday natural $n$ larda $13^n+6$ son 7 ga bo‘linadi?

**8-masala.** $17^{15}-3^{15}$ son 4 ga bo‘linmasligini isbotlang.

□ 1-tasdiqqa ko‘ra, $17^{15}-3^{15}$ ayirma $17-3=14$ ga, jumladan, 2 ga bo‘linadi.

(1) formulaga ko‘ra, $17^{15}-3^{15}=14\cdot(17^{14}+17^{13}\cdot 3+17^{12}\cdot 3^2+...+3^{14})$. Ikkinchi ko‘paytuvchi 15 ta toq qo‘shiluvchilar yig‘indisi bo‘lgani bois, uning qiymati toq bo‘ladi. Demak, $17^{15}-3^{15}$ ayirma 4 ga bo‘linmaydi. ■

**15.** $11^{10}-1$ son 100 ga bo‘linadimi?

**16.** a) $2^9+1$ yig‘indi 125 ga bo‘linadimi? b) $2^{50}+1$ yig‘indi-chi?

**10-masala.** Ixtiyoriy natural $n$ larda $6^{2(n+1)}-2^{(n+3)}3^{(n+2)}+36$ son 900 ga bo‘linishini isbotlang.

| | Quyidagi tengliklar o‘rinli ekanligini tekshirish qiyin emas: $6^{2(n+1)}-2^{(n+3)}3^{(n+2)}+36=(6^{n+1}-6)^2=6^2(6^n-1)^2=6^2(6-1)^2(6^{n-1}+6^{n-2}+...+6+1)^2$.

Bundan berilgan son $36\times 25=900$ ga bo‘linishi kelib chiqadi. ■

**11-masala.** $2^9+2^{99}$ son 100 ga bo‘linishini isbotlang.

□ $2^{10}=1024$ ekanini inobatga olib, quyidagi tengliklar o‘rinli ekanligini tekshirish qiyin emas:

$$2^9+2^{99}=2^9(1+2^{90})=2^9(1+1024^9)=2^9(1024+1)(1024^8+$$
$$+1024^7+\ldots+1024+1)=2^7\cdot 2^2\cdot 1025\cdot(1024^8+1024^7+\ldots+1024+1)=$$
$$=4100\cdot 2^7\cdot(1024^8+1024^7+\ldots+1024+1).$$

Bundan berilgan sonning 100 ga bo‘linishi kelib chiqadi. ■

**12-masala.** Ixtiyoriy natural $n$ larda $7+7^2+\ldots+7^{4n}$ son 400 ga bo‘linishini isbotlang.

Berilgan yig‘indini quyidagicha yozamiz:

$(7+7^2+7^3+7^4)+(7^5+7^6+7^7+7^8)+\ldots+(7^{4n-3}+7^{4n-2}+7^{4n-1}+7^{4n})=$
$=(7+7^2+7^3+7^4)(1+7^4+7^8+\ldots+7^{4n-4}).$

$7+7^2+7^3+7^4=7\cdot 400$ yig‘indi 400 ga bo‘lingani uchun berilgan yig‘indi ham 400 ga bo‘linishi kelib chiqadi.

**13-masala.** $1^{2019}+2^{2019}+\ldots+16^{2019}$ son 17 ga bo‘linishini isbotlang.

□ Berilgan ifodani quyidagicha yozaylik:

$1^{2019}+2^{2019}+\ldots+16^{2019}=(1^{2019}+16^{2019})+(2^{2019}+15^{2019})+\ldots+(8^{2019}+$
$+9^{2019})$

2-tasdiqqa ko‘ra, $k=1, 2, \ldots, 16$ lar uchun $k^{2019}+(17-k)^{2019}$ yig‘indilar $k+(17-k)=17$ ga bo‘linadi. Demak, har bir qo‘shiluvchi 17 ga bo‘lingani uchun berilgan yig‘indi ham 17 ga bo‘linishi kelib chiqadi. ■

**14-masala** (Sofi Jermen masalasi). Qanday natural $n$ larda $n^4+4$ son tub bo‘ladi?

□ Ravshanki, $n=1$ bo‘lganda $n^4+4=5$ bo‘lib, u tub sondir.

Bundan tashqari, qisqa ko‘paytirish formulalaridan foydalanib,

$n^4+4-n^4+4n^2+4-4n^2-(n^2+2)^2-(2n)^2-(n^2-2n+2)(n^2+2n+2)$

$n\neq 1$ bo‘lganda ikkala ko‘paytuvchi ham 1 dan katta. Haqiqatan ham,

$n^2-2n+2=(n-1)^2+1>1$ va $n^2+2n+2=(n+1)^2+1>1$.

Demak, $n^4+4$ son faqat $n=1$ bo‘lganda tub bo‘ladi. ■

## Ketma-ketliklar ta’rifi va berilish usullari

Turmushda biror qonuniyatga bo‘ysinadigan sonlar ko‘p uchraydi. Masalan:

• Ko‘chadagi uylar nomerlari (ko‘chaning bir tomonida uylar nomerlari toq, boshqa tomonida esa – juft);

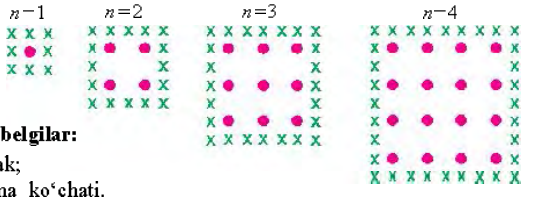
• Agar ko‘p qavatli uyning har bir qavatida 3 tadan xonadon bo‘lsa, uyning barcha qavatlarida o‘rtada joylashgan xonadonlar nomerlari qanday o‘zgaradi?

Yana bir misolni qarab chiqaylik.

**1-masala.** Fermer bog‘ida kvadrat shaklidagi yer uchastkalariga rasmda ko‘rsatilganidek, olma ko‘chatlari, shu yer uchastkalari chegarasiga esa teraklar ekdi.

$n$ – olma ko‘chatlari o‘tqazilgan kvadratdagi qatorlar soni bo‘lsin.

Rasmda $n$ ning 1, 2, 3, 4 qiymatlari uchun olma va teraklarning joylashish sxemasi keltirilgan.




**Shartli belgilar:**

X – terak;

● – olma ko‘chati.

Quyidagi jadvalni to‘ldiring.

| $n$ | Olma ko‘chatlari soni | Teraklar soni |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

b) $n$ ning qanday qiymatida olma ko‘chatlari soni teraklar soniga teng bo‘ladi?

□ a) Rasmdan ko‘rinib turibdiki, olma ko‘chatlari soni quyidagicha o‘zgaradi: 1, 4, 9, 16, ... .

Bu qator ketma-ket kelgan natural sonlar kvadratlaridan tashkil topgan. Demak, $n=5$ bo‘lganda olma ko‘chatlari soni $5^2=25$ ga teng. Teraklar soni esa quyidagicha o‘zgaradi: 8, 16, 24, 32, ... . Bu qatorning har bir elementi undan oldin turgan elementdan 8 ga katta ekanligi ko‘rinib turibdi. Demak, $n=5$ bo‘lganda teraklar soni $32+8=40$ ga teng.

Jadvalni to‘ldiraylik:

| $n$ | Olma ko‘chatlari soni | Teraklar soni |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 | 16 |
| 3 | 9 | 24 |
| 4 | 16 | 32 |
| 5 | 25 | 40 |

b) Jadvaldagi ustunlarga diqqat bilan qarasak, ikkinchi ustundagi har bir son birinchi ustundagi mos sonning (ya’ni, $n$ ning) kvadratiga (ya’ni, $n^2$ ga) teng. Xuddi shunday, uchinchi ustundagi har bir son birinchi ustundagi mos sondan (ya’ni, $n$ dan) 8 marta katta (ya’ni, $8n$ ga teng).

$n$ ning olma ko‘chatlari soni teraklar soniga teng bo‘ladigan qiymatini aniqlash uchun hosil bo‘lgan ifodalarni tenglashtiramiz:

$n^2 = 8n$. Bundan $n^2 - 8n = 0$, $n(n-8) = 0$.

$n \neq 0$ bo‘lgani uchun bu tenglamadan $n = 8$ qiymatni hosil qilamiz. Demak, $n$ ning $n = 8$ qiymatida olma ko‘chatlari soni teraklar soniga teng bo‘ladi. ■

*Ketma-ket yozilgan n ta son (ular ichida o‘zaro tenglari ham bo‘lishi mumkin)* ***uzunligi n ga teng bo‘lgan ketma-ketlik*** *deyiladi.*

Bu ketma-ketlik $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ kabi belgilanadi.

$k$-o‘rinda yozilgan $a_k$ son ketma-ketlikning $k$-hadi deyiladi.

**Misollar**

Ketma-ketliklarni davom ettiring:

1) 6, 4, 10, 8, 14, ...
2) 3, 6, 12, 24, 48, ...
3) 0, 3, 8, 15, 24, ...
4) 5, 8, 11, 15, 19 ...

□ Qo‘shni hadlar nechtaga farqlanishini qaraylik:

1) $6\underset{-2}{,}\ 4\underset{+6}{,}\ 10\underset{-2}{,}\ 8\underset{+6}{,}\ 14$, ...

Demak, ketma-ketlikni quyidagicha davom ettirsak bo‘ladi:

$6\underset{-2}{,}\ 4\underset{+6}{,}\ 10\underset{-2}{,}\ 8\underset{+6}{,}\ 14,\ 12,\ 18,\ \ldots$

2) 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ...

Har bir keyingi hadni oldingi hadni 2 ga ko‘paytirib topsa bo‘ladi.

3) 0, 3, 8, 15, 24, 35, 48, ...
3, 5, 7, 9, 11, 13 toq sonlar qo‘shiladi.
4) 5, 8, 11, 15, 19, 24, 29, ...
+3 +3 +4 +4 +5

Matematikada *cheksiz* ketma-ketliklar ham qaraladi.
Masalan,
1, 2, 3, 4, 5, ... – natural sonlar ketma-ketligi;
2, 4, 6, 8, 10, ... – juft sonlar ketma-ketligi;
1, 3, 5, 7, 9, ... – toq sonlar ketma-ketligi;
1, 4, 9, 16, 25, ... – natural sonlarning kvadratlari bo‘lgan sonlar ketma-ketligi;
2, 3, 5, 7, 11, ... – tub sonlar ketma-ketligi;
$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$ – natural sonlarga teskari bo‘lgan kasrlar ketma-ketligi.

Juft sonlarni yozishni boshlaylik: 2, 4, 6, 8, 10, ...
Juft sonlar cheksiz ko‘p bo‘lgani uchun, biz bu jarayonni hech qachon tugata olmaymiz. Ammo har qanday juft son qachondir albatta yoziladi.

Masalan, 2000000 soni 1000000-o‘rinda bo‘ladi va shuning uchun $a_{1000000}=2000000$.

Odatda, $n$-o‘rinda yozilgan $a_n$ had ketma-ketlikning *umumiy hadi* deyiladi.

Ko‘rinib turibdiki, yuqorida qaralgan juft sonlar 2, 4, 6, 8, 10, ... ketma-ketligining umumiy hadi $a_n=2n$ ifoda yordamida aniqlanadi.

Bu formulaga ketma-ket $n=1, 2, 3, \ldots$ qiymatlarni qo‘yib, juft sonlar 2, 4, 6, 8, 10, ... ketma-ketligining mos hadlarini topsak bo‘ladi.

**1-masala.** Ketma-ketlikning birinchi hadi 934 ga teng. Har bir had o‘zidan oldingi haddagi raqamlar yig‘indisi bilan 13 sonining ko‘paytmasiga teng. 2019-hadni toping.

□ Bir nechta hadni hisoblaylik: $a_2=16\cdot 13=208$, $a_3=10\cdot 13=130$, $a_4=4\cdot 13=52$, $a_5=7\cdot 13=91$, $a_6=10\cdot 13=130=a_3$. Qolgan hadlar davriy takrorlanadi. 2019 sonni 3 ga karalli bo‘lgani bois, $a_{2019}=a_3=130$.■

**2-masala.** Ketma-ketlikning umumiy hadini toping:

a) 1, –1, 1, –1, 1, –1, ...;
b) –1, 1, –1, 1, –1, 1, ...;
d) 1, 5, 9, ...;
e) 2, 6, 12, 20, 30, ... .

□ a) $a_n=(-1)^{n+1}$. b) $b_n=(-1)^n$.

d) Ketma-ketlikning hadlari 4 taga ortib boryatganini inobatga olsak, umumiy hadning formulasi $x_n=1+4(n-1)$ yoki $x_n=4n-3$ ko‘rinishga ega. Bu formula bo‘yicha dastlabki 5 ta hadini yozaylik: 1, 5, 9, 13, 17.

**Javob:** 42. *Ko‘rsatma:* $n$-hadga $2n+2$ son qo‘shilmoqda. ■

**3-masala.** Umumiy hadi $x_n=10+2n$ formula bilan berilgan ketma-ketlik uchun:

a) $x_1$, $x_{10}$, $x_{100}$ hadlarni toping;

b) $x_n$ $(n\geq 2)$ had uchun oldingi va keyingi had qanday ko‘rinishda bo‘ladi?

d) $(n+2)$-hadni toping.

□ Umumiy had uchun formulaga ko‘ra

a) $x_1=10+2\cdot 1=12$, $x_{10}=10+2\cdot 10=30$, $x_{100}=10+2\cdot 100=210$;

b) $x_{n+1}=10+2(n+1)=12+2n$, $x_{n-1}=10+2(n-1)=8+2n$;

d) $x_{n+2}=10+2(n+2)=14+2n$. ■

**4-masala.** a) $a_n=3n+2$; b) $a_n=(-1)^n\cdot n$ bo‘lsa, dastlabki 6 ta hadnin g yig‘indisini toping.

□ Umumiy had uchun formuladan foydalanib, dastlabki 6 ta hadni topamiz, so‘ng ularni qo‘shib chiqamiz:

a) $a_1=5$, $a_2=8$, $a_3=11$, $a_4=14$, $a_5=17$, $a_6=20$; $5+8+11+14+17+20=75$;

b) $a_1=-1$, $a_2=2$, $a_3=-3$, $a_4=4$, $a_5=-5$, $a_6=6$; $-1+2-3+4-5+6=3$. ■

*Agar $a_{n+1}$ had oldingi hadlar orqali (masalan, $a_n$ had orqali) ifodalansa, bu ketma-ketlik* ***rekurrent usulda*** *berilgan deyiladi.*

*Bunda dastlabki bir nechta had ham berilgan bo‘lishi kerak.*

**5-masala.** $a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+3$ rekurrent usulda berilgan ketma-ketlikning dastlabki 5 ta hadini toping.

□ $a_{n+1}=a_n+3$ formulaga $n$ o‘rniga 1, 2, 3, 4 sonlarni qo‘yaylik:

$a_2=a_1+3=2+3=5$;

$a_3=a_2+3=5+3=8$;

$a_4=a_3+3=8+3=11$;

$a_5=a_4+3=11+3=14$.

Natijada dastlabki 5 ta had hosil bo‘ladi: 2, 5, 8, 11, 14. ■

**6-masala.** $a_1=3$, $a_{n+1}=a_n+2$ rekurrent usulda berilgan ketma-ketlikning umumiy hadini va dastlabki 5 ta hadini toping.

□ $a_{n+1}=a_n+2$ formulaga $n$ o‘rniga 1, 2, 3, 4 sonlarni qo‘yaylik:

$a_2=a_1+2=3+2=5;$
$a_3=a_2+2=5+2=7;$
$a_4=a_3+2=7+2=9;$
$a_5=a_4+2=9+2=11.$

Ketma-ketlikning hadlari 2 taga ortib borayotgani uchun uning $n$-hadi

$x_n=3+2(n-1)$ yoki $x_n=2n+1$ ko‘rinishda bo‘ladi. ■

7-**masala.** $n$-hadi berilgan ketma-ketlikni rekurrent usulda ifodalang:

a) $a_n=5n$; b) $b_n=27\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

□ a) $a_n=5n$ formulaga $n$ o‘rniga 1, 2, 3, 4, ..., sonlarni qo‘yib, ketma-ketlikning hadlarini yozamiz: 5, 10, 15, 20, ... . Ketma-ketlikning hadlari 5 taga ortib borayotgani uchun uni quyidagi ko‘rinishda ifodalashimiz mumkin: $a_1=5$, $a_{n+1}=a_n+5$.

b) $b_n=27\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$ formulada $n$ o‘rniga 1, 2, 3, 4, ... sonlarni qo‘yib, ketma-ketlikning hadlarini yozamiz: 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, ... Ketma-ketlikning har bir keyingi hadi oldingisini $\frac{1}{3}$ ga ko‘paytirish bilan hosil qilinganligi uchun uni quyidagi ko‘rinishda ifodalashimiz mumkin:

$b_1=9$, $b_{n+1}=\frac{1}{3}b_n$. ■

**8-masala.** $2^{3^n}+1$ sonning 3 ga bo‘linishini isbotlang.

□ $x_n=2^{3^n}+1$ deylik. $2^{3^{n+1}}=\left(2^{3^n}\right)^3$ dan $x_{n+1}-1=(x_n-1)^3$ kelib chiqadi. Bundan quyidagi rekurrent munosabatga ega bo‘lamiz:

$$x_{n+1}=x_n^3-3x_n^2+3x_n=x_n\left(x_n^2-3x_n-3\right).$$

$x_1=9$ ekani ravshan. Har bir keyingi had oldingi hadga bo‘lingani uchun ixtiyoriy had 3 ga bo‘linadi. ■

**9-masala.** Samandar 12 ta zinadan iborat bo'lgan zinapoya bo'yicha yuqoriga chiqmoqda. Birinchi zinaga chiqqach, u yuqoriga yo keyingi zinaga chiqadi, yo sakrab o'tib undan keyingi zinaga o'tadi. U zinapoya bo'yicha yuqoriga nechta usulda sakray oladi?

◻ $n$ ta zinali zinapoyadan chiqish usullari sonini $u_n$ deb belgilaymiz. Birinchi va ikkinchi zinaga chiqishni yagona usul bilan amalga oshirsa bo'ladi, ya'ni $u_1=1$, $u_2=1$. Samandar $n+2$ ta zinali zinapoyadan chiqmoqchi deb faraz qilamiz. Agar u birinchi chiqishda birinchi zinadan uchinchi zinaga o'tsa, u holda unga $n$ ta zinali zinapoyadan chiqish qoladi. Bunday zinapoyadan chiqish usullari soni $u_n$ ga teng.

Agar u birinchi zinadan ikkinchi zinaga sakrasa, u holda unga $n+1$ ta zinali zinapoyadan chiqish qoladi. Bunday zinapoyadan chiqish usullari soni $u_{n+1}$ ga teng.

Demak, $u_{n+2}=u_n+u_{n+1}$ rekurrent munosabat o'rinli.

Undan foydalanib, $u_n$ qiymatlarini ketma-ket topamiz:

$u_3=2$, $u_4=3$, $u_5=5$, $u_6=8$, $u_7=13$, $u_8=21$, $u_9=34$, $u_{10}=55$, $u_{11}=89$, $u_{12}=144$.




**Javob:** 144. ■

$u_1=u_2=1$, $u_{n+2}=u_n+u_{n+1}$ tengliklar bilan aniqlangan ketma-ketlik Fibonachchi ketma-ketligi deyiladi.

**10-masala.** Barcha natural $n$ lar uchun Fibonachchi ketma-ketligi

$$u_1+u_2+\ldots+u_n=u_{n+2}-1 \qquad (1)$$

xossaga ega ekanligini isbotlang.

◻ $u_{n+2}=u_n+u_{n+1}$ tengliklarda ketma-ket $n=1, 2, \ldots$ deylik. U holda

$u_3=u_2+u_1$,
$u_4=u_3+u_2$,
$u_5=u_4+u_3$,
. . . . . .
$u_{n+1}=u_n+u_{n-1}$,
$u_{n+2}=u_{n+1}+u_n$.

Bu $n$ ta tengliklarni qo‘shib, hosil bo‘lgan tenglikning ikkala tomonidan bir xil qo‘shiluvchilarni (ular boshqa rang bilan ajratilgan) o‘chirib tashlaylik. Natijada

$$u_{n+2}=u_2+u_1+u_2+u_3+\ldots+u_{n-1}+u_n \qquad (2)$$

tenglikni hosil qilamiz. (2) da bitta $u_2$ ni 1 ga almashtiramiz va ikkala tomondan 1 ni ayiramiz:

$$u_{n+2}-1=u_1+u_2+u_3+\ldots+u_{n-1}+u_n. \blacksquare$$

**Mashqlar**

Tushirib qoldirilgan hadni toping. Javobingizni tushuntiring (**1**–**5**):

**1.** 18, 10, 6, 4, ?.

**2.** 6, 10, 18, 34, ?.

**3.** 0, 3, 8, 15, ?.

**4.** 1, 8, 16, 25, ?.

**5.** 2, 8, 5, 6, 8, ?, 11.

**6.** Umumiy hadi

a) $a_n=2n^2-1$; b) $a_n=\frac{(-3n)^n}{n^3}$; d) $a_n=n^2\cdot 2^n$ formula bilan berilgan ketma-ketlikning dastlabki 6 ta hadini toping.

**7.** $a_n=n^2+1$ bo‘lsin. $a_5$; $a_{n+4}$; $a_{2n-1}$; $a_n^3$ larni toping.

**8.** Umumiy hadi $a_n=n^3+3n+1$ bo‘lgan ketma-ketlikning barcha hadlari tub bo‘ladimi? $a_n=n^2+n+41$ ketma-ketlikning-chi?

**9.** a) 1, 4, 9, 16, 25, ...;
b) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...;
d) 1, 4, 8, 16, 32, 64, ...;
e) 1, 7, 31, 127, 511, ...;
f) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{11}, \frac{5}{14}, \frac{6}{17}, \frac{7}{20}, \frac{8}{23}, \ldots$
ketma-ketliklarning umumiy hadini toping.

**10.** $n$-hadi berilgan ketma-ketlikni rekurrent usulda ifodalang:

a) $a_n=3n$; b) $b_n=25\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n$.

**11.** (1–5) misollarda umumiy had uchun formulani chiqaring.

**12.** Ketma-ketlikning keyingi hadini toping:

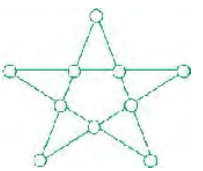
1) 6, 9, 12, 15, 18, 21, ..;
2) 9, 1, 7, 1, 5, 1, ..;
3) 2, 3, 5, 6, 8, 9, ..;
4) 10, 12, 9, 11, 8, 10, ..;
5) 1, 3, 6, 8, 16, 18, ..;
6) 3, 4, 6, 9, 13, 18, ..;
7) 15, 13, 16, 12, 17, 11, ..;
8) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ..;
9) 1, 2, 5, 10, 17, 26, ..;
10) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ..;
11) 1, 2, 6, 16, 31, 56, ..;
12) 31, 24, 18, 13, 9, 6, ..;
13) 174, 171, 57, 54, 18, 15, ..;
14) 54, 19, 18, 14, 6, 9, ..;
15 301, 294, 49, 44, 11, 8, ...

**Amaliy-tatbiqiy masalalar**

**26.** 1) Matematikadan shahar olimpiadasida Hasan va Husan qatnashishdi. „Sizlarning akangiz ham bormi va u necha yoshda“ degan savolga ular: „Ha, bitta akamiz bor, uning yoshi ikkita bir xil raqam bilan yoziladigan ikki xonali son, uchalamizning yoshlarimiz yig‘indisi esa 2-raqami 1-raqamidan 2 marta katta bo‘lgan ikki xonali son“, – deb javob berishdi. Hasan, Husan va akasining yoshi nechada ekan?

2) Maktabimizning 7-sinflarini 102 nafar o‘quvchi bitirdi. Ularning 25 nafari matematikadan, 28 nafari tarixdan, 30 nafari geografiyadan 5 baho olgan. Tarixdan 5 olganlarning 8 nafari geografiyadan, 7 nafari matematikadan ham 5 olgan. Geografiyadan 5 olganlarning 6 nafari matematikadan ham 5 olgan. 3 nafar o‘quvchi matematika, tarix, geografiya fanlaridan 5 olgan. Bu o‘quv fanlarining birortasidan ham 5 olmagan o‘quvchilar necha nafarni tashkil etadi?

*Ko‘rsatma:* Masalada aytilgan 3 ta o‘quv fanidan hech bo‘lmaganda 1 ta 5 olgan o‘quvchilar soni $16+19+15+4+5+3+3=65$ nafar, demak, izlanayotgan son $102-65=37$. ■

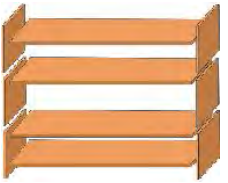


**27.** 10 ta tanga bor: 2 ta 2 tiyinlik, 2 ta 3 tiyinlik, 2 ta 5 tiyinlik, 2 ta 10 tiyinlik, 1 ta 15 tiyinlik, 1 ta 20 tiyinlik. Ularni

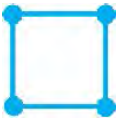
yulduzdagi doirachalarga shunday joylashtiringki, uning har bir tomonidagi tanga qiymatlari yig‘indisi o‘zaro teng bo‘lsin.

**28.** Do‘konga 1 tonna meva keltirildi: olma, nok, olxo‘ri, olcha. Har bir qutiga: 48 kg olma, 20 kg nok, 14 kg olxo‘ri, 10 kg olcha joylandi. Olma solingan qutilar soni nokli qutilardan 2 baravar ko‘p, olxo‘ri solingan qutilar soni olchali qutilar soniga teng. Do‘konga har bir xil mevadan qanchadan keltirilgan?

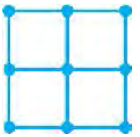
**1.** Kitob javonini yasash uchun ustaga quyidagilar zarur: 4 ta uzun taxta paneli, 6 ta kalta taxta paneli, 12 ta kichik mix, 2 ta uzun mix va 14 ta shurup.
Ustada 25 ta uzun taxta paneli, 33 ta kalta taxta paneli, 200 ta kichik mix, 20 ta uzun mix va 510 ta shurup bor. Usta eng ko‘pi bilan nechta javon yasay oladi?



**2.** Rasmda ko‘rsatilgandek, o‘lchami $1 \times 1$ bo‘lgan kvadratni yasash uchun 4 ta tayoqcha kerak:



O‘lchami $2 \times 2$ bo‘lgan kvadratni yasash uchun o‘lchami $1 \times 1$ bo‘lgan kvadratga qo‘shimcha yana 8 ta tayoqcha, ya’ni jami 12 ta tayoqcha kerak bo‘ladi:



O‘lchami $4 \times 4$ bo‘lgan kvadratni yasash uchun o‘lchami $3 \times 3$ bo‘lgan kvadratga qo‘shimcha yana nechta tayoqcha kerak bo‘ladi?

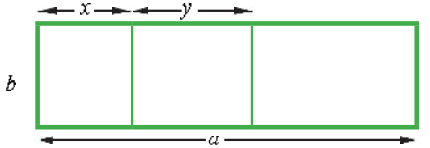
**3.** Firmada 50 ta kompyuter o‘rnatilmoqda, bunda ayrimlarining juftliklari bitta sim bilan ulanmoqda. Har bir kompyuterdan 8 ta sim chiqishi lozim bo‘lsa, jami bo‘lib nechta sim kerak?
**Javob:** 200.

# V BOB. ALGEBRAIK KASRLAR

## 1-§. Algebraik kasr. Kasrlarni qisqartirish

Algebraik kasr tushunchasiga olib keladigan ikkita masala ko‘ramiz.

**1-masala.** Tomonlari $a$ va $b$ bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi taxtadan eni $x$ va $y$ bo‘lgan ikkita taxtacha arralab olindi (1-rasm).




1-rasm.

Berilgan taxtaning yuzi bu taxtachalar yuzlari yig‘indisidan necha marta katta?

□ Berilgan taxtaning yuzi $a\cdot b$ ga, arralab olingan taxtachalar yuzlari $bx$ va $by$ ga, ular yig‘indisi $(bx+by)$ ga teng. U holda berilgan taxtaning yuzi arralab olingan taxtachalar yuzlari yig‘indisidan necha marta kattaligini topish uchun $a\cdot b$ ni $(bx+by)$ ga bo‘lish kerak, ya’ni masalaning javobi $\frac{a\cdot b}{bx+by}$ kasr bo‘ladi. ■

Shu bilan birga, arralab olingan taxtachalar yuzi $a\cdot b$ yuzning qancha qismini tashkil etishini bilish uchun esa $\frac{bx+by}{a\cdot b}$ kasrni hisoblash kerak. Bu kasrlar algebraik kasrlarga misol bo‘la oladi.

**2-masala.** Velosipedchining shamol bo‘lmagandagi tezligi $a$ km/h ga, shamolning tezligi $b$ km/h ga teng. Velosipedchining shamol yo‘nalishi bo‘yicha tezligi uning shamol yo‘nalishiga qarshi harakat tezligidan necha marta ortiq?

□ Velosipedchining shamol yo‘nalishi bo‘yicha tezligi $(a+b)$ km/h ga, shamol yo‘nalishiga qarshi tezligi $(a-b)$ km/h ga teng. Shunga ko‘ra, velosipedchining shamol yo‘nalishi bo‘yicha harakat tezligi shamol yo‘nalishiga qarshi tezligidan $a>b$ bo‘lganda $\frac{a+b}{a-b}$ marta ortiq bo‘ladi. ■

$\frac{a+b}{a-b}$ ifoda algebraik kasr deyiladi, unda $a+b$ kasrning surati, $a-b$ esa uning maxraji.

Agar kasrning surat va maxraji algebraik ifodalar bo‘lsa, u *algebraik kasr* deyiladi.

**Misollar:**

$$\frac{x}{y};\quad \frac{x+y}{3};\quad \frac{m\cdot n}{p};\quad \frac{a(x-y)}{b(a\cdot x)};\quad \frac{a^2\cdot a+1}{a+1}.$$

Agar kasrning surat va maxraji o‘zgarmas son bo‘lsa, u, baribir, *algebraik kasr* deyilaveradi. Surat va maxrajlar o‘zgarmas bo‘lganda oddiy kasrga ega bo‘lamiz.

Agar algebraik kasrga kirgan harflar o‘rniga sonlar qo‘yilsa, zarur hisoblashlar bajarilgandan keyin biror son hosil bo‘ladi. Shu son *algebraik kasrning son qiymati* deyiladi.

Masalan: 1) $x=7$, $y=5$ bo‘lganda $\frac{x+y}{x-y}$ algebraik kasrning son qiymati $\frac{7+5}{7-5}=\frac{12}{2}=6$ ga teng bo‘ladi;

2) $a$=3,5, $b$=0,5 bo‘lganda $\frac{a+b}{(a-b)^2}$ algebraik kasrning son qiymatini topaylik: $\frac{3,5+0,5}{(3,5-0,5)^2}=\frac{4}{3^2}=\frac{4}{9}$.

$\frac{a+b}{a-b}$ algebraik kasrda $a$ va $b$ o‘rniga $a\neq b$ bo‘lgan istalgan sonni qo‘yish mumkin. Aks holda $a-b=0$ bo‘ladi, nolga esa bo‘lish mumkin emas. Shuning uchun, har bir berilgan ko‘phadga kiruvchi harflar kasrning maxraji nolga aylanmaydigan qiymatlarni – *joiz qiymatlarni* qabul qiladi, deb kelishib olamiz.

Algebraik kasrning ham oddiy kasrning asosiy xossasiga o‘xshash xossasi bor.

Algebraik kasrning asosiy xossasi $\frac{a}{b}=\frac{na}{nb}$ kabi yoziladi, bu yerda $b\neq 0$, $n\neq 0$.

Bu xossa kasrning surat va maxraji bir xil algebraik ifodaga ko‘paytirilsa yoki bo‘linsa, berilgan kasrga teng kasr hosil bo‘lishini bildiradi.

Masalan: $\frac{a+b^2}{b}=\frac{(a+b^2)c}{bc}$; $\frac{ab-2}{a}=\frac{(ab-2)c}{ac}$.

Kasrning asosiy xossasi kasrning surati va maxraji bir xil umumiy ko‘paytuvchiga ega bo‘lsa, surat va maxrajni shu umumiy ko‘paytuvchiga bo‘lish mumkinligini anglatadi.

Masalan:

1) $\frac{a(2b+c)}{a(2b-c)}=\frac{2b+c}{2b-c}$; 2) $\frac{a^2-b^2}{a-b}-\frac{(a-b)(a+b)}{a-b}-a+b$;

3) $\frac{4a+4b}{a+b}=\frac{4(a+b)}{a+b}=4$.

Ikkinchi va uchinchi misollardan kasrni qisqartirish uchun avval kasrning surati va maxrajining umumiy ko‘paytuvchisini ajratish kerakligi kelib chiqadi.

**3-masala.** Kasrni qisqartiring: 1) $\frac{24a^2b}{8ab^2}$; 2) $\frac{m^3-n^3}{m^2-mn}$.

□ 1) $24a^2b$ va $8ab^2$ ifodalar $8ab$ umumiy ko‘paytuvchiga ega. Kasrning surat va maxrajini $8ab$ ga bo‘lamiz: $\frac{24a^2b}{8ab^2}=\frac{8ab\cdot 3a}{8ab\cdot b}=\frac{3a}{b}$.

2) $m^3-n^3$ va $m^3-mn$ ko‘phadlar $m-n$ umumiy ko‘paytuvchiga ega, chunki

$$m^3-n^3=(m-n)(m^2+mn+n^2),\ \ m^2-mn=n(m-n).$$

Kasrning surat va maxrajini $m-n$ ga bo‘lamiz:

$$\frac{m^3-n^3}{m^2-mn}=\frac{(m-n)(m^2+mn+n^2)}{m(m-n)}=\frac{m^2+mn+n^2}{m}.$$ ■

*Shunday qilib, kasrlarni qisqartirish uchun kasrlarning surat va maxrajini ularning umumiy ko‘paytuvchisiga bo‘lish kerak.*

Agar $\frac{a}{b}$ kasrning surati yoki maxrajidagi ishora qarama-qarshisiga o‘zgartirilsa, u holda berilgan kasrga ishorasi qarama-qarshi bo‘lgan kasr hosil bo‘ladi: $\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$; $\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$.

**Misollar:** $\frac{-3}{8}=-\frac{3}{8}$; $\frac{-a}{a-1}=-\frac{a}{a-1}=\frac{a}{1-a}$; $\frac{-(ax+b)}{x^2+4}=-\frac{ax+b}{x^2-4}$.

**4-masala.** $\frac{5m(x-y)}{m^2(y-x)}$ kasrni qisqartiring:

□ $\frac{5m(x-y)}{m^2(y-x)}=\frac{5m(x-y)}{-m^2(x-y)}=\frac{5m}{-m^2}=\frac{5}{-m}=-\frac{5}{m}$. ■

**1.** ***Savollarga javob bering:***

1) Algebraik kasr deb nimaga aytiladi?
2) Algebraik kasrning qiymati deyilganda nimani tushuniladi?
3) Algebraik kasrni qisqartirish uchun nima qilish kerak?

**2.** Surati $x$ va $y$ sonlarining yig‘indisiga, maxraji shu sonlarning ko‘paytmasiga teng algebraik kasrni yozing.

**3.** Surati $x$ va $y$ sonlarining ayirmasiga, maxraji shu sonlarning yig‘indisiga teng algebraik kasrni yozing.

**4.** Surati $a$ va $b$ sonlar kvadratlari yig‘indisiga, maxraji shu sonlar ayirmasiga teng algebraik kasrni yozing.

**5.** Surati $a$ va $b$ sonlar kublarining ayirmasiga, maxraji shu sonlar kvadratlari yig‘indisiga teng algebraik kasrni yozing.

**6.** Surati $a$ va $b$ sonlar yig‘indisining kvadratiga, maxraji shu sonlar ayirmasining kvadratiga teng algebraik kasrni yozing.

**7.** Algebraik kasrning son qiymatini toping:

1) $\frac{1}{a-b}$, bunda $a=1\frac{2}{3}$, $b=3\frac{1}{3}$;
2) $\frac{b-a}{2a+b}$, bunda $a=1\frac{1}{3}$, $b=4\frac{2}{3}$;
3) $\frac{a+b}{a-b}$, bunda $a-2,5$, $b-1,5$;
4) $\frac{a^2+3b}{a^2-b}$, bunda $a-1,5$, $b-0,25$.

**8.** Agar:

1) $\frac{x}{y}=4$ bo‘lsa, $\frac{x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$;
2) $\frac{y}{x}=3$ bo‘lsa, $\frac{3y^2-2xy+x^2}{x^2+xy+y^2}$;
3) $\frac{x}{y}=2$ bo‘lsa, $\frac{4y^2-3xy-x^2}{x^2-xy+y^2}$;
4) $\frac{x+y}{x-y}=\frac{5}{2}$ bo‘lsa, $\frac{x^2-y^2}{xy}$

ifodaning son qiymatini toping.

**9.** Agar $\frac{a+4b}{5a-7b}=2$ bo‘lsa,

1) $\frac{4a-5b}{3a+b}$; 2) $\frac{3a^2-2ab+b^2}{5a^2+2b^2}$; 3) $\frac{a^3-3ab^2}{4a^2b-3b^2}$; 4) $\frac{a^2-ab-b^2}{a^2-b^2}$

ifodaning son qiymatini toping.

Kasrni qisqartiring (**10–26**):

**10.** 1) $\frac{-16}{48}$; 2) $\frac{-64}{-128}$; 3) $\frac{-169}{26}$; 4) $\frac{144}{-12}$.

**11.** 1) $\frac{14a}{22}$; 2) $\frac{3m}{8m}$; 3) $\frac{18n}{72n}$; 4) $\frac{5ab}{15ac}$.

**12.** 1) $\frac{6a}{4ab}$; 2) $\frac{15c}{48b}$; 3) $\frac{4a^2b}{16a^3}$; 4) $\frac{12a^4b^2}{18a^3b^3}$.

**13.** 1) $\frac{2(m-n)}{3(m-n)}$; 2) $\frac{3(m+n)}{27(m+n)(m-n)}$; 3) $\frac{4(a-b)}{3(b-a)}$; 4) $\frac{6(x-y)}{18(y-x)}$.

**14.** 1) $\frac{a+b}{(a+b)^2}$; 2) $\frac{(m-n)}{(m-n)^2}$; 3) $\frac{2m(1+x)^2}{4m^2(1+x)}$; 4) $\frac{3n(1-x)^2}{8n^2(x-1)^2}$.

**15.** 1) $\frac{m+n}{(m-n)^3}$; 2) $\frac{(3x-2y)^2}{(2y-3x)}$; 3) $\frac{10m^2n(m-n)}{5m^3n(n-m)^2}$; 4) $\frac{9mn^2(m+n)}{12m^2n^3(m+n)^2}$.

**16.** 1) $\frac{4x-4y}{8c}$; 2) $\frac{3a+3b}{6a-6b}$; 3) $\frac{ac-bc}{ac-bc}$; 4) $\frac{m+mn}{m-mn}$.

**17.** 1) $\frac{m^2}{m^2+mn}$; 2) $\frac{pq^2}{p^2q+pq^2}$; 3) $\frac{4a+6b}{2a+3b}$; 4) $\frac{3a-6b}{12b-6a}$.

**18.** 1) $\frac{a}{a^2+ab}$; 2) $\frac{p^2q}{p^2q-pq^2}$; 3) $\frac{2m^2-mn}{n^2-2mn}$; 4) $\frac{2xy-x^2}{2y^2-xy}$.

**19.** 1) $\frac{8x^2-20xy}{20x^2-8xy}$; 2) $\frac{2a^2-ab}{b^2-2ab}$; 3) $\frac{a-2b}{12b-6a}$; 4) $\frac{x^2-2xy}{2y^2-xy}$.

**20.** 1) $\frac{12x^2+30xy}{30x^2+12xy}$; 2) $\frac{36a^2+24ab}{24a^2-36ab}$; 3) $\frac{m^3+3m^2n}{3m^2n+3m^3}$; 4) $\frac{a-2a^2b}{2a^3b^2+a^4b}$.

**21.** 1) $\frac{a^2-b^2}{a-b}$; 2) $\frac{a+b}{a^2-b^2}$; 3) $\frac{4x^2-9y^2}{2x-3y}$; 4) $\frac{16-x^2}{4+x}$.

**22.** 1) $\frac{2a(a-b)}{6a^2(b-a)}$; 2) $\frac{4a(b-5)}{16a^2(3+b)}$; 3) $\frac{3a(b^2-4)}{6a^2(b+4)}$; 4) $\frac{7b^2(4+b)}{14b(b-3)}$.

**23.** 1) $\frac{5-2c}{4c^2-25}$; 2) $\frac{d^2-9}{d+3}$; 3) $\frac{16-y^2}{2y-8}$; 4) $\frac{b^2-c^2}{b^4n-c^4n}$.

**24.** 1) $\frac{d^2+6d-9}{d-3}$; 2) $\frac{b-6}{b^2-12b+36}$; 3) $\frac{a^2-4a+4}{a-2}$; 4) $\frac{2p+1}{4p^2+4p+1}$.

**25.** 1) $\frac{4y^2+4y+1}{2y+1}$; 2) $\frac{4a^2-1}{4a^2+4a+1}$; 3) $\frac{3a^2+6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$; 4) $\frac{50m^2-100mn-50n^2}{12m^2-12n^2}$.

**26.** 1) $\frac{a^2-1}{(a+1)^2}$; 2) $\frac{(m+n)^2}{m+n}$; 3) $\frac{1-4y+4y^2}{3-6y}$; 4) $\frac{9-2x}{4x^2-36x+81}$.

**27.** Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{4c^2-9}{9-12c+4c^2}$; 2) $\frac{9x^2-24xy+16y^2}{16y^2-9x^2}$; 3) $\frac{16y^2-8xy+x^2}{4y-x}$.

**28.** Agar:

1) $2a-b=5$ bo‘lsa, $8a^3-b^3-30ab$ ifoda;

2) $a+2b=4$ bo‘lsa, $a^3+8b^3+24ab$ ifoda nimaga teng?

**29.** $a$ va $b$ ning shunday qiymatlarini topingki, $x$ ning barcha joiz qiymatlari uchun: 1) $\frac{ax^2-3x-b}{x-1}=2x-1$; 2) $\frac{ax^2+x+b}{2-x}=2x+3$ tenglik o‘rinli bo‘lsin.

**30.** To‘g‘ri to‘rtburchak va kvadrat berilgan. To‘g‘ri to‘rtburchak asosi kvadratning tomoni uzunligidan $a$ cm ortiq, balandligi esa kvadrat tomonidan $b$ cm qisqa ($a>b$). Shu to‘g‘ri to‘rtburchak va kvadratning yuzlari teng bo‘lsa, kvadratning tomoni uzunligini toping.

**31.** Bir qotishma tarkibida 60%, ikkinchisida esa 40% kumush bor. Ikkala qotishmani eritib, tarkibida 45% kumush bo‘lgan 2 kg massali qotishma olindi. Birinchi va ikkinchi qotishmalarning massasini toping.

**32.** Birinchi kvadratning tomoni ikkinchi kvadrat tomonidan 3 cm uzun, birinchi kvadrat yuzi ikkinchisinikidan 21 $cm^2$ ortiq. Birinchi kvadrat perimetrining ikkinchi kvadrat perimetriga nisbatini toping.

Kasrni qisqartiring (**33–35**):

**33.** 1) $\frac{25b-49b^3}{49b^3-70b^2-25b}$; 2) $\frac{49a^2-a^4}{a^4-14a^3+49a^2}$; 3) $\frac{27a^3+b^3}{3ab^2+b^3}$; 4) $\frac{2ab-b}{8a^3-1}$.

**34.** 1) $\frac{x^5-x^4y-xy^4+y^5}{x^4-x^3y-x^2y^2-xy^3}$; 3) $\frac{a^2-(x-y)a-xy}{a^3+a^2y+ax+xy}$;

2) $\frac{3a^5-81a^2}{(2a^2+6a+18)(a^4-3a^3)}$; 4) $\frac{9a^2+6a+2}{(3a+1)^4-1}$.

**35.** 1) $\frac{x^2-4a^2}{x^2+4ax+4a^2}$; 3) $\frac{(5a-4)^2+2(5a-4)(a-3a)+(3a-4)^2}{(2a-5)^2-2(2a+5)(5-3a)+(3a-5)^2}$;

2) $\frac{x^4-x^2-12}{x^3+x^2-4x-4}$; 4) $\frac{a^{33}+1}{a^{11}-a^{22}+a^{33}}$.

**36.** $a$ va $b$ ning shunday qiymatlarini topingki, $x$ ning barcha joiz qiymatlari uchun 1) $\frac{ax^2+x+b}{x-1}=2x+1$; 2) $\frac{ax^2+4x-2b}{3-x}=2(x+1)$ tenglik o‘rinli bo‘lsin.

**37.** Hisoblang:

1) $\left(2010\frac{1997}{1999}\right)^2-2011\frac{1997}{1999}\cdot 2009\frac{1997}{1999}$;

2) $\left(2008\frac{2007}{2008}\right)^2-2007\frac{2007}{2008}\cdot 2009\frac{2007}{2008}$;

3) $(2^2-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)-\frac{1}{3}\cdot 2^{128}$;

4) $(3^2-1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1)-\frac{1}{8}\cdot 3^{64}$.

□ 2) va 4) misollarni hisoblab ko‘rsatamiz:

2) $\left(2008\frac{2007}{2008}\right)^2-2007\frac{2007}{2008}\cdot 2009\frac{2007}{2008}=$

$=\left(2007\frac{2007}{2008}+1\right)^2-2007\frac{2007}{2008}\cdot 2009\frac{2007}{2008}=$

$$=\left(2007\frac{2007}{2008}\right)^2+2\cdot 2007\frac{2007}{2008}+1\quad 2007\frac{2007}{2008}\cdot 2009\frac{2007}{2008}=$$

$$-2007\frac{2007}{2008}\cdot 2007\frac{2007}{2008}-2009\frac{2007}{2008}-2\cdot 2007\frac{2007}{2008}-1-$$

$$=(-2)\cdot 2007\frac{2007}{2008}+2\cdot 2007\frac{2007}{2008}+1=1. \quad \textbf{Javob: } 1. \blacksquare$$

□ 4) $(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1)-\frac{1}{8}\cdot 3^{64}=$

$$=\frac{(3^2-1)}{3^2-1}\cdot(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1)-\frac{1}{8}\cdot 3^{64}=$$

$$=\frac{1}{8}\cdot(3^{64}-1)-\frac{1}{8}\cdot 3^{64}=-\frac{1}{8}. \quad \textbf{Javob: } -\frac{1}{8} \blacksquare$$

**38.** Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{x^{16}-x^8+1}{x^{24}\quad 1}$; 2) $\frac{x^3-1}{x^4\quad x^2+1}$; 3) $\frac{m^4-16}{m^4\quad 4m^3+8m^2\quad 16m+16}$.

**39.** Hisoblang:

$$\frac{1}{1\cdot 3}-\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{97\cdot 99}.$$

**40.** Hisoblang:

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{19^2}\right).$$

Sonli ifodaning qiymatini hisoblang (**41–43**):

**41.** $\frac{(7-6,35):6,5-9,9}{\left(1,2:36+1,2:0,25-1\frac{5}{16}\right):\frac{169}{24}}$.

**42.** $\left(\frac{(2,7-0,8)\cdot 2\frac{1}{3}}{(5,2-1,4):\frac{3}{10}}\quad 0,125\right):2\frac{1}{2}\quad 0,43.$

**43.** $\frac{\frac{5}{11}\cdot 0,0006\cdot 2\frac{1}{5}+1\frac{1}{8}\cdot 0,9954\cdot\frac{8}{9}}{25\cdot 0,0009+0,0001\cdot 25}$.

Kasrni qisqartiring:

**44.** $\frac{2a^5-128a^2}{\left(2a^2+8a+32\right)\left(a^4-4a^3\right)}$.

**45.** $\frac{2a^4+3a^3+2a+3}{\left(a^2-a+1\right)(2a+3)}$.

**46.** $\frac{3a^3+ab-6a^2b-2b^2}{9a^5-ab^2-18a^4b+2b^3}$.

**47.** $\frac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}$.

Hisoblang (**48–49**):

**48.** $\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{3^{32}}\right)$.

**49.** $(1+a)(1+a^2)(1+a^4)\ldots(1+a^{32})$.

**50.** Ixtiyoriy natural son $n$ da $\frac{n^3}{6}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{3}$ ifoda butun songa teng bo‘lishini isbotlang.

## 2-§. Kasrlarni umumiy maxrajga keltirish

Oddiy kasrlarni qo‘shish yoki ayirishda dastlab ularni umumiy maxrajga keltirib olinadi.

Jumladan, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{9}$ oddiy kasrlar uchun umumiy maxraj 90; $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{7}{18}$ oddiy kasrlar uchun umumiy maxraj 36 bo‘ladi. Birinchi misolda 2, 5, 9 maxrajlar o‘zaro tub, shuning uchun EKUK $(2, 5, 9)=2\cdot5\cdot9=90$ bo‘ladi. Ikkinchi misolda esa 3, 12, 18 maxrajlar o‘zaro tub emas.

Hisoblashlardan EKUK (3, 12, 18)=36 ekani kelib chiqadi. Bu mulohazalar algebraik kasrlarni umumiy maxrajga keltirish jarayonida qo‘llaniladi.

Algebraik kasrlarning umumiy maxraji shu kasrlar maxrajlarining umumiy karralisidir.

Kasrlarni umumiy maxrajga keltirish uchun kasrning asosiy xossasidan foydalaniladi.

**1-masala.** $\frac{m}{2ab^2}$, $\frac{n}{3a^2b}$ va $\frac{p}{6ac}$ algebraik kasrlarni umumiy maxrajga keltiring.

□ Berilgan kasrlarning umumiy maxraji har bir kasrning maxrajiga bo‘linishi kerak. Avvalo u 2, 3, 6 ga bo‘linishi uchun EKUK $(2, 3, 6)=6$ ga, $ab^2$, $a^2b$ va $ac$ ga bo‘linishi kerak. Demak, umumiy maxraj o‘rnida $6a^2b^2c$ ni olish mumkin. Bu umumiy maxrajni birinchi kasrning maxrajiga bo‘lib, natijani uning surat va maxrajiga ko‘paytiramiz, bu ko‘paytuvchi birhad bo‘ladi. U birinchi kasrning qo‘shimcha ko‘paytuvchisi deyiladi. Birinchi kasr uchun qo‘shimcha ko‘paytuvchi $3ac$ bo‘ladi, ikkinchi va uchinchi kasrlar uchun esa $2bc$ va $ab^2$ bo‘ladi. Shu jarayonni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{3ac\cdot m}{2ab^2},\ \frac{2bc\cdot n}{3a^2b},\ \frac{ab^2\cdot p}{6ac}.$$

Kasrlarning surat va maxrajlarini mos qo‘shimcha ko‘paytuvchilarga ko‘paytirib, ularni $6a^2b^2c$ umumiy maxrajga keltiramiz:

$$\frac{m}{2ab^2}=\frac{3acm}{6a^2b^2c};\quad \frac{n}{3a^2b}=\frac{2bcn}{6a^2b^2c};\quad \frac{p}{6ac}=\frac{ab^2p}{6a^2b^2c}.$$

**2-masala.** Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring:

$$\frac{a}{x^2-y^2};\quad \frac{b}{2x^2+4xy+2y^2};\quad \frac{c}{5x^2-10xy+5y^2}.$$

Kasrlarning maxrajini ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$x^2-y^2=(x-y)(x+y)$; $2x^2+4xy+2y^2=2(x^2+2xy+y^2)=2(x+y)^2$;

$5x^2-10xy+5y^2=5(x^2-2xy+y^2)=5(x-y)^2$.

Umumiy maxraj shunday ifodalarning ko‘paytmasidan iborat bo‘lishi kerakki, uning tarkibida $(x-y)(x+y)$, $2(x+y)^2$ va $5(x-y)^2$ ifodalar bo‘lishi lozim. Bundan umumiy maxraj $10(x-y)^2(x+y)^2$ ga teng bo‘lishi kelib chiqadi.

Endi berilgan kasrlarni quyidagicha yozib olish mumkin:

$$\frac{a}{x^2-y^2}=\frac{a\cdot 10(x-y)(x+y)}{10(x-y)^2\cdot(x+y)^2};\quad \frac{b}{2x^2+4xy+2y^2}=\frac{b\cdot 5(x-y)^2}{10(x-y)^2\cdot(x+y)^2};$$

$$\frac{c}{5x^2-10xy+5y^2}=\frac{2(x+y)^2\cdot c}{10(x-y)^2\cdot(x-y)^2}.\ \blacksquare$$

Shunday qilib, algebraik kasrlarni umumiy maxrajga keltirish uchun:

*1) berilgan kasrlarning umumiy maxrajini topish;*

*2) har bir kasr uchun qo‘shimcha ko‘paytuvchini topish;*

*3) har bir kasrning suratini uning qo‘shimcha ko‘paytuvchisiga ko‘paytirish;*

*4) har bir kasrni topilgan surat va umumiy maxraji bilan yozish kerak.*

**51.** ***Savollarga javob bering:***

1) Algebraik kasrlarni umumiy maxrajga keltirish uchun nimalar qilish kerak?

2) Kasrlarni umumiy maxrajga keltirishda muhim tushuncha „qo‘shimcha ko‘paytuvchi“ nima? U qanday topiladi?

Misollar ko‘raylik. Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring:

1) $\frac{1}{3}$ va $\frac{3}{4}$. Umumiy maxraj 12. Shuning uchun $\frac{1\cdot4}{3\cdot4}$ va $\frac{3\cdot3}{4\cdot3}$, ya’ni $\frac{4}{12}$ va $\frac{9}{12}$;

2) $\frac{4}{7}$ va $\frac{5}{21}$.Umumiy maxraj 21. Shuning uchun $\frac{4\cdot3}{7\cdot3}$ va $\frac{5}{21}$, ya’ni $\frac{12}{21}$ va $\frac{5}{21}$;

3) $\frac{2m}{n}$ va $\frac{m}{2n}$. Umumiy maxraj $2n$. Shuning uchun $\frac{4m}{2n}$ va $\frac{m}{2n}$;

4) $\frac{x}{y}$ va $\frac{2x}{3y}$. Umumiy maxraj $3y$. Shuning uchun $\frac{3x}{3y}$ va $\frac{2x}{3y}$;

Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring (**52–61**):

**52.** 1) $\frac{2}{3a}$, $\frac{7}{15b}$ va $\frac{8}{45ab}$;

2) $\frac{2x}{3y}$, $\frac{5}{xy}$ va $\frac{5y}{4x}$;

3) $\frac{3}{a}$ va $\frac{4}{a^2}$;

4) $\frac{a}{3x}$ va $\frac{b}{9x^3}$.

**53.** 1) $2m$ va $\frac{n^2}{m}$;

2) $4b$ va $\frac{a^2}{5b}$;

3) $2m^2$ va $\frac{c}{3mn}$;

4) $\frac{a}{2b}$, $\frac{2c}{3a}$ va $ab$.

**54.** 1) $\frac{1}{3p^2}$, $\frac{1}{9pk}$ va $\frac{1}{4k^2}$;

2) $\frac{1}{4b^2}$, $\frac{a^2+b^2}{6a^2b^2}$ va $\frac{a-3}{24ab^2}$;

3) $\frac{2b}{a^2}$, $\frac{5}{12a^2b}$ va $\frac{3}{16a^3b^4}$;

4) $\frac{3}{20x^3y}$, $\frac{11}{6xy^3}$ va $\frac{17}{3x^2y^3}$.

**55.** 1) $\frac{5a}{2a-3b}$ va $\frac{3b}{2a+3b}$;

2) $\frac{4x}{3x-2y}$ va $\frac{5y}{3x+2y}$;

3) $\frac{2c}{2c-5d}$ va $\frac{3d}{2c+5d}$;

4) $\frac{3a}{3a-4b}$ va $\frac{4b}{3a+4b}$.

**56.** 1) $\frac{2a}{16a^2-25}$ va $\frac{3a}{5-4a}$;

2) $\frac{2a}{81-25a^2}$ va $\frac{3a}{5a+9}$;

3) $\frac{5a}{27-8a^3}$ va $\frac{4a}{2a-3}$;

4) $\frac{3a}{9a^2-12a+16}$ va $\frac{2a}{3a+4}$.

**57.** 1) $\frac{15x}{9x^2-4}$, $\frac{9x-2y}{9x^2+12x+4}$ va $\frac{2y-3x}{9x^2-12x+4}$;

2) $\frac{8b}{4b^2-12bc+9c^2}$, $\frac{2a}{3c-2b}$ va $\frac{1}{12c-8b}$.

**58.** 1) $\frac{1}{4x^2-9y^2}$, $\frac{1}{4x^2y+12xy^2+9y^3}$ va $\frac{1}{3y-2x}$;

2) $\frac{2x}{8y^3-x^3}$, $\frac{3}{2x^2y-4xy}$ va $\frac{1}{2x^2y+4xy^2+4y^3}$.

**59.** 1) $\frac{1}{a-b}$, $\frac{1}{30a^2-30b^2}$ va $\frac{1}{5a+5b}$;

2) $\frac{1}{4a^2-9b^2}$, $\frac{3}{6ab-9b^2}$ va $\frac{1}{4a^2+6ab}$.

**60.** 1) $\frac{1}{64a^3-27b^3}$, $\frac{1}{a(4a-3b)}$ va $\frac{1}{16a+12ab+9b^2}$;

2) $\frac{1}{a^2b+6ab^2+9b^3}$, $\frac{1}{b^2(a+3b)^3}$ va $\frac{1}{2ab+6b^2}$.

**61.** 1) $\frac{4c}{5a^3b^2}$, $\frac{3d}{10a^2b^2}$ va $\frac{2k}{15ab}$; 2) $\frac{2}{35a^4b^5}$, $\frac{3}{49a^5b^4}$ va $\frac{1}{28a^3b^6}$;

3) $\frac{1}{36-12a-a^2}$, $\frac{1}{36-a^2}$, va $\frac{1}{a+6}$; 4) $\frac{1}{27a^3-b^3}$, $\frac{1}{9a^2+3ab+b^2}$ va $\frac{1}{b-3a}$.

**62.** ***Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Kasrlardan birortasining maxraji umumiy maxraj bo‘lib qolishi mumkinmi?

2) Umumiy maxraj berilgan barcha kasrlar maxrajlarining ko‘paytmasi bo‘lib qolishi mumkinmi?

3) Umumiy maxrajda kasrlar maxrajlaridagi harflar qanday darajada qatnashadi?

Har bir hol uchun 3 tadan misol tuzing.

## 3-§. Algebraik kasrlarni qo‘shish va ayirish

Oddiy kasrlarni bir xil maxrajli va turli maxrajli bo‘lgan hollarda qo‘shish va ayirish qoidalarini algebraik kasrlarni qo‘shish va ayirishga nisbatan ham aytish mumkin. Farqi shundaki, kasrlarning suratida va maxrajida ko‘phadlar turgan bo‘ladi. Bir xil maxrajli kasrlarni qo‘shish va ayirish qoidalarini bunday yozish mumkin:

$\frac{a}{k}+\frac{b}{k}-\frac{a+b}{k};$ $\frac{a}{k}-\frac{b}{k}-\frac{a-b}{k};$

**1-masala.** $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{a+3b}{a+b}$, $\frac{a-8b}{a+b}$ kasrlarni qo‘shing.

□ $\frac{a-b}{a+b}+\frac{a+3b}{a+b}+\frac{a-8b}{a+b}=\frac{a-b+a+3b+a-8b}{a+b}=\frac{3a-6b}{a+b}=\frac{3(a-2b)}{a+b}.$ ■

**2-masala.** $\frac{a^2}{a+2b}$ va $\frac{4b^2}{a+2b}$ kasrlarning ayirmasini toping.

□ $\frac{a^2}{a+2b}-\frac{4b^2}{a+2b}=\frac{a^2-4b^2}{a-2b}=\frac{(a-2b)(a-2b)}{a+2b}=a-2b.$ ■

Har xil maxrajli algebraik kasrlarni qo‘shish va ayirish uchun shu kasrlarni umumiy maxrajga keltirish va bir xil maxrajli kasrlarni qo‘shish yoki ayirish qoidasini qo‘llash kerak.

**3-masala.** $\frac{2a}{a^3}$, $\frac{1}{2ab^2}$ va $\frac{3}{4a^2b}$ kasrlarni qo‘shing.

□ Berilgan kasrlarning umumiy maxraji $4a^3b^2$ ko‘paytma bo‘ladi.

$$\frac{2}{a^3}+\frac{1}{2ab^2}+\frac{3}{4a^2b}=\frac{2\cdot4b^2+2a^2+3ab}{4a^3b^2}=\frac{8b^3-2a^2b+ab^2}{4a^3b^2}=\frac{b\left(8b^2+2a^2+ab\right)}{4a^3b^2}.$$ ■

**4-masala.** $\frac{b}{2a^2c}$ va $\frac{c}{8ab^2}$ kasrlar ayirmasini toping.

□ $\frac{b}{2a^2c}-\frac{c}{8ab^2}=\frac{4b^2b}{2a^2c}-\frac{ac}{8ab^2}=\frac{4b^3-ac^2}{8a^2b^2c}.$ ■

Bu misolda qo‘shimcha ko‘paytuvchilar, mos ravishda, $4b^2$ va $ac$ bo‘ladi.

**5-masala.** $\frac{2}{x^2-x}$ va $\frac{3}{x^2-1}$ kasrlarni qo‘shing.

□ Avvalo kasrlarning maxrajlarida turgan ko‘phadlarni ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$$x^2-x=x(x-1);\ \ x^2-1=(x-1)(x+1).$$

Berilgan kasrlarning umumiy maxraji $x(x-1)(x+1)$ ko‘paytma bo‘ladi. Kasrlarni umumiy maxrajga keltirib, qo‘shishni bajaramiz:

$$\frac{2}{x^2-x}+\frac{3}{x^2-1}=\frac{2}{x(x-1)}+\frac{3}{(x-1)(x+1)}=\frac{2(x+1)}{x(x-1)(x+1)}+\frac{3x}{x(x-1)(x+1)}=$$

$$=\frac{2(x-1)+3x}{x(x-1)(x-1)}=\frac{2x+2-3x}{x(x-1)(x+1)}=\frac{5x-2}{x(x-1)(x+1)}. \blacksquare$$

*Shunday qilib, turli maxrajli kasrlarni qo'shish (ayirish)ni ushbu tartibda bajarish lozim:*
*1) kasrlarning umumiy maxraji topiladi;*
*2) kasrlar umumiy maxrajga keltiriladi;*
*3) hosil bo'lgan kasrlar qo'shiladi (ayiriladi);*
*4) mumkin bo'lsa, natija soddalashtiriladi.*

**6-masala.** $\frac{3}{(m+3)^2}-\frac{4}{m^2(m^2+6m+9)}-\frac{3}{m(m+3)}$ ifodaning qiymatini $m=\frac{1}{3}$ bo'lganda hisoblang.

□ Berilgan ifodani quyidagicha almashtirish mumkin:

$$\frac{3}{(m+3)^2}+\frac{4}{m^2(m^2+6m+9)}-\frac{3}{m(m+3)}=\frac{3}{(m+3)^2}-\frac{4}{m^2(m+3)^2}-\frac{3}{m(m+3)}=$$

$$=\frac{3m^2-4-3m^2-9m}{m^2(m+3)^2}=\frac{4-9m}{m^2(m+3)^2}.$$

Endi ifodaning son qiymatini topamiz: $\frac{4-9\cdot\frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}+3\right)^2}=\frac{4-3}{\frac{1}{9}\cdot\frac{10^2}{9}}=\frac{9\cdot 9}{10^2}=\frac{81}{100}$. ■

**63.** ***Savolga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Algebraik kasrlarni qo'shish va ayirish amallarini qanday tartibda bajarish lozim?
2) Qo'shish va ayirish qoidalarini misollarda tushuntirib bering.

Kasrlarning yig'indisini (ayirmasini) toping (**64–73**):

**64.** 1) $\frac{2a}{b^2}+\frac{3a}{b^2}$; 2) $\frac{4m}{3n^2}-\frac{2m}{3n^2}$; 3) $\frac{a}{a-b}+\frac{c}{a-b}$; 4) $\frac{x}{m+n}-\frac{y}{m+n}$.

**65.** 1) $\frac{c+d}{3a}+\frac{2c-d}{3a}$; 2) $\frac{m-2b}{2a^2}-\frac{5m-b}{2a^2}$; 3) $\frac{m+n}{2a}-\frac{m-n}{2a}$.

**66.** 1) $\frac{(a+1)^2}{4d}+\frac{(a-1)^2}{4d}$; 2) $\frac{(a+2)^2}{a^2b}-\frac{(a-2)^2}{a^2b}$.

**67.** 1) $\frac{8}{11}+\frac{3}{7}$; 2) $\frac{9}{11}-\frac{3}{7}$; 3) $\frac{3}{4a}+\frac{1}{a}$; 4) $\frac{c}{12a}+\frac{d}{4}$.

**68.** 1) $\frac{2}{b}-\frac{3}{7b}$; 2) $\frac{a}{5}-\frac{b}{15d}$; 3) $\frac{4}{a}\ \ \frac{b}{5}$; 4) $11\ |\ \frac{3}{a}$.

**69.** 1) $7-\frac{1}{a}+\frac{3}{a^2}$; 2) $4+\frac{2}{c}-\frac{4}{c^2}$; 3) $b-\frac{c}{d}-\frac{c^2}{d^2}$; 4) $\frac{a}{b}-\frac{2}{b}-\frac{a^2}{b^2}$.

**70.** 1) $\frac{1}{ab}-\frac{1}{bc}$; 2) $\frac{1}{mn}\ |\ \frac{1}{mk}$; 3) $\frac{a}{bc}\ |\ \frac{a}{bd}$;

4) $\frac{b}{ac}-\frac{b}{cd}$; 5) $\frac{4}{m^2}-\frac{5}{mn}$; 6) $\frac{3}{mn}+\frac{2}{n^3}$.

**71.** 1) $\frac{2a}{7b^4d}-\frac{5c}{2bd^3}$; 2) $\frac{2a}{5b^4}-\frac{6c}{7a^3b}$;

3) $\frac{3}{3y^3}-\frac{1}{6x^2y}-\frac{5}{12xy^2}$; 4) $\frac{3}{8x^2y}-\frac{3}{5xy^2}+\frac{13}{14x^2y^2}$.

**72.** 1) $\frac{a}{c^2}-\frac{b}{a^2}+\frac{c}{b^2}$; 2) $\frac{a}{c}+\frac{a}{c^2d}+\frac{a}{cd^2}$; 3) $\frac{a}{c}-\frac{b}{a}+\frac{c}{b}$; 4) $\frac{b}{c}-\frac{b}{cd^2}+\frac{b}{c^2d}$.

**73.** 1) $\frac{m}{p^2}+\frac{n}{q^2}+\frac{k}{n^2}$; 2) $\frac{a}{p}-\frac{b}{q}+\frac{c}{k}$; 3) $\frac{m}{p^2}+\frac{m}{pd}+\frac{m}{pd^2}$; 4) $\frac{a}{bc}-\frac{a}{cd}+\frac{a}{bd}$.

Algebraik kasrlarni qo‘shing va ayiring (**74 – 80**):

**74.** 1) $\frac{x}{2(a-b)}+\frac{3x}{a-b}$; 2) $\frac{5x}{3(x-1)}-\frac{x}{x-1}$;

3) $\frac{a^2}{2(a-1)}+\frac{4a^2}{5(a-1)}$; 4) $\frac{4y}{5(y-3)}-\frac{5x}{2(y-3)}$.

**75.** 1) $\frac{5}{x-1}-\frac{3}{2x-2}$; 2) $\frac{a}{2a+2b}-\frac{2a}{4a+4b}$;

3) $\frac{7}{5b-5}-\frac{3}{10b+10}$; 4) $\frac{4x}{3x+3y}-\frac{x}{6x+6y}$.

**76.** 1) $\frac{2}{a^2\ |\ a}+\frac{a}{ab+b}$; 2) $\frac{a+y}{b^2\ |\ ab}+\frac{y-b}{ab\ |\ a^2}$;

3) $\frac{a\ |\ y}{b^2+ab}+\frac{y\ \ b}{ab+a^2}$; 4) $\frac{y\ \ b}{a^2-ab}-\frac{y\ |\ a}{ab-b^2}$.

**77.** 1) $\frac{2}{x}-\frac{3}{x+y}$; 2) $\frac{5}{a-1}-\frac{4}{a}$; 3) $\frac{1}{x(x+3)}-\frac{1}{x(x-3)}$; 4) $\frac{3}{5(a+b)}-\frac{1}{8(a-b)}$.

**78.** 1) $\frac{a}{1+b}-\frac{b}{1-b^2}$; 2) $\frac{-2}{x+3}+\frac{2}{x^2-9}$; 3) $\frac{5+p^2}{6+p}-\frac{p}{p^2-36}$; 4) $\frac{2x}{x+4}-\frac{5x-2}{x^2-16}$.

**79.** 1) $\frac{2x}{x+4}+\frac{5x-2}{x^2-16}$; 2) $\frac{c^2-8}{2c-3}+\frac{16c-2c^3}{9-4c^2}$; 3) $\frac{12n+5}{n^2-49}-\frac{6}{7-n}$; 4) $\frac{21y^2+1}{1-9y^2}-\frac{1}{1-3y}$.

**80.** 1) $\frac{2y-8}{y^2+4y-4}-\frac{7}{y+2}$; 2) $\frac{4}{(m+n)^2}-\frac{7}{n-m}$;

3) $\frac{4+5x}{1+6x+9x^2}-\frac{2}{3x+1}$; 4) $\frac{2a}{25+10a-a^2}-\frac{10}{a^2-25}$.

**Amallarni bajaring (81–88):**

**81.** 1) $\frac{10b-1}{12b^2-3}+\frac{2b+2}{4b+2}-\frac{2b+1}{2b-1}$; 2) $\frac{18a}{81a^2-1}\ \frac{9a+1}{3-27a}\ \frac{9a\ 1}{18a+2}$;

3) $\frac{4a+1}{64a^3\ 1}+\frac{1}{16a^2+4a+1}-\frac{2}{4a-1}$; 4) $\frac{12a^2b^2\ 2ab\ 3}{8a^3b^3-1}-\frac{2ab\ 1}{4a^2b^2+2ab-1}+\frac{2}{1-2ab}$.

**82.** 1) $\frac{x^3}{2(x+1)^3}\ \frac{x^2}{(x+1)^2}+\frac{x}{2(x+1)}$; 2) $\frac{2}{2x+3}+\frac{3}{3-2x}+\frac{2x+15}{4x^2-9}$.

**83.** 1) $\frac{1}{3a-2}+\frac{3}{3a+2}+\frac{6a}{(3a+2)^2}$; 2) $\frac{2}{4a-3}+\frac{3}{4a+3}-\frac{16a-6}{16a^2-9}$.

**84.** 1) $\frac{a+2b}{3a-3b}-\frac{3c-a}{2c-2a}-\frac{a^2-bc}{ab+ac\ \ bc\ \ a^2}$; 2) $\frac{x+2}{x^3-3x^2-4x+12}\ \ \frac{3-x}{x^2-5x+6}$.

**85.** 1) $\frac{2}{a+4}-\frac{a-3}{a^2-4a-16}-\frac{a^2-9a}{a^3+64}$; 2) $\frac{1}{2a-3b}-\frac{2a+3b}{4a^2+6ab+9b^2}-\frac{6ab}{8a^3-27b^3}$.

**86.** 1) $\frac{1}{a^2-7a+12}\ \ \frac{2a-1}{a^2-4a+3}\ \ \frac{2a-5}{(a^2-5a+4)(a-3)}$; 2) $\frac{4}{2a+3b}+\frac{5}{2a\ \ 3b}-\frac{30b}{4a^2-9b^2}$.

**87.** 1) $\frac{a^2-(b-c)^2}{(a\ \ c)^2\ \ b^2}-\frac{b^2-(a-c)^2}{(a+b)^2\ \ c^2}+\frac{c^2-(a-b)^2}{(b+c)^2\ \ a^2}$;

2) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$.

**88.** 1) $\frac{1}{2a(2a-3b)(2a-c)}+\frac{1}{3b(3b-2a)(3b-c)}$;

2) $\frac{x-y}{x+y}:\frac{y-z}{y+z}:\frac{z-x}{z+x}\quad\frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x+y)(y-z)(z+x)}$.

**89.** Soddalashtiring:

$$M=\frac{1}{1-x}:\frac{1}{1+x}:\frac{2}{1-x^2}:\frac{4}{1+x^4}:\frac{8}{1+x^8}:\frac{16}{1-x^{16}}.$$

❑ Avval birinchi va ikkinchi kasrlarni qo‘shamiz.

$$\frac{1+x}{1-x}:\frac{1-x}{1}=\frac{1+x+1-x}{1-x^2}=\frac{2}{1-x^2}.$$

Hosil bo‘lgan ifodaga ketma-ket $\frac{2}{1:x^2}$ ni, $\frac{4}{1:x^4}$ ni, $\frac{8}{1:x^8}$ ni, $\frac{16}{1-x^{16}}$ ni qo‘shib boramiz:

$$M=\frac{2}{1-x^2}-\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}-\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{4}{1-x^4}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}-\frac{16}{1+x^{16}}=$$

$$=\frac{8}{1-x^8}+\frac{8}{1+x^8}-\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{16}{1-x^{16}}-\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{32}{1-x^{32}}.$$

Shunday qilib, $M=\frac{32}{1-x^{32}}$. ■

Soddalashtiring (**90–92**):

**90.** $\frac{1}{b(abc+a+c)}-\frac{1}{a+\frac{1}{b:\frac{1}{c}}}:\frac{1}{a+\frac{1}{b}}$.

**91.** $\frac{2b+a-\frac{4a^2-b^2}{2a}}{b^3\ 2ab^2\ 3a^2b}\cdot\frac{a^3b+2a^2b^2-ab^3-4a^2b^2}{a^2-b^2}$.

**92.** $P=\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2c}{ab}\right)(a-b-2c)}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{4c^2}{a^2b^2}}$.

❑ Berilgan kasr ifodaning suratini va maxrajini alohida-alohida soddalashtiramiz:

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2c}{ab}\right)(a+b+2c)=\frac{(b+a-2c)(a+b-2c)}{ab}=\frac{(a+b)^2-4c^2}{ab};$$

$$\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}-\frac{2}{ab}-\frac{4c^2}{a^2b^2}=\frac{b^2+a^2+2ab-4c^2}{a^2b^2}=\frac{(a-b)^2-4c^2}{a^2b^2}.$$

Endi surat va maxraj uchun topilgan ifodalarni bo‘lamiz:

$$P=\frac{(a+b)^2-4c^2}{ab}:\frac{(a+b)^2-4c^2}{a^2b^2}=\frac{(a-b)^2-4c^2}{ab}\cdot\frac{a^2b^2}{(a-b)^2-4c^2}=ab.$$

**Javob:** $P=ab$. ■

**93.** Hovuzni bir quvur $a$ soatda, ikkinchi quvur esa $b$ soatda to‘ldiradi. Agar ikkala quvur bir vaqtda ochib qo‘yilsa, hovuz necha soatda to‘ladi?

**94.** Ikkita ishchi birgalikda ishlab vazifani $a$ soatda bajardi. Birinchi ishchi ayni shu vazifani bir o‘zi ishlab $b$ soatda bajardi. Ikkinchi ishchining bir o‘zi shu vazifani necha soatda bajardi?

**95.** 1) $\frac{a-ab+c-cb}{1-3b+3b^2-b^3}$ ifodani soddalashtiring va uning $a-\frac{3}{4}$, $b-\frac{1}{2}$, $c--\frac{1}{4}$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

2) $\frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{1}{2}$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

**96.** 1) $\frac{ac+ax+bx+bc}{ay+2ax+2bx-by}$ ifodani soddalashtiring va uning $x-\frac{1}{2}$, $y--\frac{1}{3}$, $c=-\frac{1}{4}$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

2) $1+3a+\frac{9a^2}{1+3a}+\frac{1}{1-3a}-\frac{6a}{1-9a^2}$ ifodani soddalashtiring va uning $a$=1 bo‘lgandagi son qiymatini toping.

**97.** 1) $\frac{72a^2}{27a^3-1}-\frac{3a-1}{9a^2-3a+1}$ ifodani soddalashtiring va uning $a$=2 bo‘lgandagi son qiymatini toping.

2) $\frac{12a^2-2a-3}{8a^3-1}-\frac{2a-1}{4a^2+2a+1}+\frac{2}{1-2a}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=1\frac{1}{2}$ bo'lgandagi son qiymatini toping.

Tenglikning to'g'riligini ko'rsating (**98–101**):

**98.** 1) $\frac{1}{a(a+1)}+\frac{1}{(a+1)(a+2)}+\ldots\frac{1}{(a+2012)(a+2013)}=\frac{2013}{a(a+2013)}$;

2) $\frac{a^3(c-b)+b^3(a-c)+c^3(b-a)}{a^2(c-b)+b^2(a-c)+c^2(b-a)}=a+b+c$.

**99.** 1) $\frac{a^2-bc}{(a+b)(a+c)}+\frac{b^2-ac}{(b+c)(a+b)}+\frac{c^2-ab}{(a+c)(b+c)}=0$;

2) $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)=(a-b)(b-c)(c-a)$.

**100.** 1) $\frac{3a}{4b^3d}+\frac{6c}{5bd^3}$; 2) $\frac{3a}{4b^4}-\frac{5cb}{7a^3}$;

3) $\frac{3}{2y^3}+\frac{1}{4x^2y}-\frac{5}{8xy^2}$; 4) $\frac{4}{9x^2y}-\frac{2}{5xy^2}-\frac{11}{14x^2y^2}$.

**101.** 1) $\frac{2a}{p^2}-\frac{3b}{q^2}+\frac{k}{r^2}$; 2) $\frac{a}{p}+\frac{2b}{q}+\frac{c}{2k}$;

3) $\frac{m}{p^2}+\frac{m}{2pq}+\frac{m}{pq^2}$; 4) $\frac{m}{bc}-\frac{m}{ca}+\frac{m}{ab}$.

Algebraik kasrlarni qo'shing va ayiring (**102–104**):

**102.** 1) $\frac{2x}{3(a+b)}+\frac{x}{a+b}$; 2) $\frac{x}{2(x-1)}-\frac{4x}{x-1}$;

3) $\frac{a^2}{a-1}-\frac{4a^2}{5(a-1)}$; 4) $\frac{2x}{3(y-3)}+\frac{3x}{2(y-3)}$.

**103.** 1) $\frac{3}{x-1}+\frac{4}{3x-3}$; 2) $\frac{a}{a-b}-\frac{2a}{3a+3b}$;

3) $\frac{4}{3b-3}-\frac{5}{6b-6}$; 4) $\frac{3x}{2x+3y}-\frac{5x}{4x+4y}$.

**104.** 1) $\frac{3}{a^2+a}-\frac{b}{ab+b}$; 2) $\frac{3}{ax-by}+\frac{2a}{bx+by}$;

3) $\frac{b+x}{b^2+ab}-\frac{x-a}{ab+a^2}$; 4) $\frac{x+b}{a^2-ab}-\frac{x+a}{ab-a^2}$.

Amallarni bajaring (**105–109**):

**105.** 1) $\frac{7b}{2b-3}+\frac{b+1}{2b+1}-\frac{2b+1}{2b-1}$; 2) $\frac{1}{a^2-81}+\frac{9a+1}{27-3a}+\frac{9a-1}{18a-2}$;

3) $\frac{1}{2a-3}+\frac{2}{2a+3}-\frac{4a}{(2a+3)^2}$; 4) $\frac{3}{2a-3}+\frac{2}{2a-3}-\frac{4a-6}{4a^2-9}$.

**106.** 1) $\frac{3}{a+3}-\frac{a-2}{a^2-6a-9}-\frac{a^2-9a}{a^3-27}$; 2) $\frac{1}{3a+2b}-\frac{1}{9a^2+6ab+4b^2}-\frac{6ab}{27a^3-8b^3}$.

**107.** 1) $\frac{a^2-(b-c)^2}{(a-c)^2-b^2}+\frac{b^2-(a-c)^2}{(a-b)^2-c^2}-\frac{c^2-(a+b)^2}{(b-c)^2-a^2}$;

2) $\frac{1}{(a+b)(a+c)}+\frac{1}{(b-a)(b+c)}+\frac{1}{(c+a)(c+b)}$.

**108.** 1) $\frac{8}{2a-3b}+\frac{5}{2a+3b}-\frac{48b}{4a^2-9b^2}$; 2) $\frac{7}{4a-3b}+\frac{6}{4a+3b}-\frac{40a}{16a^2-9b^2}$.

**109.** 1) $\frac{1}{4x-3}-\frac{6}{16x^2-9}-\frac{1}{4x+3}$; 2) $\frac{7}{3x-4}-\frac{6}{3x+4}-\frac{3x}{9x^2-16}$.

**110.** Bir ishni usta 6 soatda, shogirdi esa o‘sha ishni 8 soatda bajaradi. Agar ular birgalikda ishlasa, ishni necha soatda bajaradilar?

**111.** Ikkita ishchi birgalikda ishlab vazifani 8 soatda bajaradi. Birinchi ishchi ayni shu vazifani bir o‘zi ishlab 10 soatda bajaradi. Ikkinchi ishchining bir o‘zi shu vazifani necha soatda bajaradi?

**112.** 1) $\frac{3a^2}{8a^3-1}+\frac{2a+1}{4a^2+2a+1}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=2$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

2) $\frac{2a}{a^3-27}+\frac{1}{a^2+3a+9}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=2$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

**113.** 1) $\frac{a-ab-c-cb}{1+3b+3b^2+b^3}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=-\frac{3}{4}$, $b=\frac{1}{2}$, $c=-\frac{1}{4}$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

2) $\frac{ac-ax+bc-bx}{ay+by+2ax-2bx}$ ifodani soddalashtiring va uning $x=\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{3}$, $c=-\frac{1}{4}$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

## 4-§. Algebraik kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish

Algebraik kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish ham oddiy kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish qoidalari bo‘yicha bajariladi:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd};\qquad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}.$$

Bir nechta masala ko‘ramiz.

**1-masala.** Kasrlarni ko‘paytiring: $\frac{2}{3xy}$, $\frac{6x^3y^2}{5z}$, $\frac{15z^2}{3x^3}$.

□ $\frac{2}{3xy}\cdot\frac{6x^3y^2}{5z}\cdot\frac{15z^2}{3x^3}=\frac{2\cdot6x^3y^2\cdot15z^2}{3xy\cdot5z\cdot3x^3}=\frac{4yz}{x}$. ■

**2-masala.** Kasrlarni ko‘paytiring: $\frac{a+b}{a^2-ab}$; $\frac{b^2}{(a+b)^2}\cdot\frac{ab}{}$.

□ $\frac{a+b}{a^2-ab}\cdot\frac{b^2}{(a+b)^2}\cdot\frac{ab}{}=\frac{(a+b)\cdot(b^2-ab)}{(a^2-ab)\cdot(a-b)^2}=\frac{(a+b)\cdot b\cdot(b-a)}{a\cdot(a-b)\cdot(a-b)^2}=\frac{b\cdot(b-a)}{a\cdot(a-b)\cdot(a-b)}=-\frac{b}{a(a+b)}$. ■

**3-masala.** $\frac{a-b}{4a^2b^3}$ va $\frac{a^2-b^2}{12ab^2}$ kasrlarni bo‘ling.

□ Kasrlarni bo‘lish deyilganda birinchi kasrni ikkinchi kasrga bo‘lish tushuniladi. Berilishi bo‘yicha $\frac{a-b}{4a^2b^3}$ – birinchi, $\frac{a^2-b^2}{12ab^2}$ – ik-

kinchi kasrdir. Endi bo‘lishni bajaramiz:

$$\frac{a-b}{4a^2b^3}:\frac{a^2-b^2}{12ab^2}=\frac{(a-b)\cdot 12ab^2}{4\cdot a^2b^3\left(a^2-b^2\right)}=\frac{3ab^2\cdot(a-b)}{a^2b^3\cdot(a+b)(a-b)}=\frac{3}{ab\cdot(a+b)}.$$ ■

Agar birinchi va ikkinchi ko‘paytiruvchi bir xil bo‘lsa, u holda ko‘paytirishni bajarish uchun birinchi ko‘paytuvchini kvadratga oshirish yetarli bo‘ladi.

Masalan: $a^3\cdot a^3=(a^3)^2=a^6$; $(a+b)(a+b)=(a+b)^2$.

Agar bo‘linuvchi va bo‘luvchi bir xil darajada bo‘lsa, ularning nisbatini shu darajaga ko‘tarib qo‘yish mumkin.

Algebraik kasrni darajaga ko‘tarishda ushbu formuladan foydalaniladi:

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.}$$

Masalan: $\left(\frac{4a^3}{b^2}\right)^2=\frac{16a^6}{b^4}$; $\left(\frac{a-b}{5c}\right)^4=\frac{(a-b)^4}{625c^4}$.

**114.** ***Savolga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish qoidalarini aytib bering.
2) Kasrlarni darajaga ko‘tarish qanday formula yordamida bajariladi?

Kasrlarni ko‘paytiring (**115–120**):

**115.** 1) $\frac{95}{16}\cdot\frac{64}{19}$; 2) $\frac{169}{121}\cdot\frac{11}{26}$; 3) $\frac{144}{24}\cdot\frac{49}{14}$; 4) $25\cdot\frac{6}{125}$.

**116.** 1) $\frac{5}{52}\cdot 13$; 2) $17\cdot\frac{3}{68}$; 3) $\frac{8}{25}\cdot 625$; 4) $729\cdot\frac{3}{27}$.

**117.** 1) $\frac{ab^3}{c}\cdot\frac{c^2}{b^4}$; 2) $\frac{m^2b}{k^2}\cdot\frac{k^3}{m^3b^2}$; 3) $\frac{3a}{4b}\cdot\frac{12c}{a}$; 4) $\frac{4m}{9n}\cdot\frac{36k}{20d}$.

**118.** 1) $\left(\frac{3a}{4b}\right)^2\cdot\frac{8b^2}{27a^3}$; 2) $\left(\frac{3a^2}{2b}\right)^3\cdot\frac{8b^3}{21a^4}$;
3) $\left(\frac{ak}{bc}\right)^3\cdot abc$; 4) $a^2\cdot b\cdot c^2\left(\frac{ab}{cd}\right)^2$.

**119.** 1) $\frac{4a^2b}{3c}\cdot\frac{27c^3}{5a^3b}$; 2) $\frac{4x^2y}{5ab^2}\cdot 5a^2b^2$; 3) $\frac{3-x}{a-b}\cdot\frac{a-b}{3-x}$; 4) $\frac{x}{4a}\cdot\frac{y}{x}\cdot\frac{2b}{y}$.

**120.** 1) $\frac{a-1}{b}\cdot\frac{4b^2}{a^2-1}$; 2) $\frac{11a}{4b^2}\cdot\frac{b^3}{1-a^2}$; 3) $\frac{a^2-b^2}{9b^2}\cdot\frac{3b}{a+b}$; 4) $\frac{5m}{m^2-n^2}\cdot\frac{m+n}{20m^3}$.

Kasrlarni bo‘ling (**121–124**):

**121.** 1) $\frac{3}{4}:\frac{3}{5}$; 2) $\frac{7}{11}:\frac{2}{11}$; 3) $\frac{10}{9}:\frac{1}{3}$; 4) $\frac{15}{13}:\frac{30}{39}$.

**122.** 1) $\frac{a}{7}:\frac{1}{3}$; 2) $\frac{5}{c}:\frac{m}{13}$; 3) $\frac{a}{2}:\frac{5}{6}$; 4) $\frac{8}{35}:\frac{b}{14}$.

**123.** 1) $\frac{a}{b}:\frac{a}{b}$; 2) $\frac{2a}{5b}:\frac{a}{3b}$; 3) $\frac{3a}{2b}:\frac{6a^2}{bc}$; 4) $\frac{5m}{n^2}:\frac{15m^3}{n}$.

**124.** 1) $\frac{ab^2}{c^2}:\frac{a^2}{c}$; 2) $\frac{mn}{k}:\frac{m^3n^3}{k^3}$; 3) $\frac{3a}{4b}:\frac{9c}{20b}$; 4) $\frac{8m}{9n}:\frac{4k}{18d}$.

Ko‘rsatilgan amallarni bajaring (**125–133**):

**125.** 1) $\frac{3bc}{5a^2b}\cdot\frac{10a^3b^2}{9c^2}$; 2) $\frac{6x}{7xy}\cdot\frac{14x^2}{18xy}$; 3) $\frac{35xy}{8y^2}\cdot\frac{16x^2y^3}{21x^4y}$; 4) $\frac{4ab^2}{9b^3}\cdot\frac{45a^4b^3}{32a^5b}$.

**126.** 1) $\frac{3}{2x^2+4x+8}\cdot\frac{2x+1}{x^2-4x+4}\cdot\frac{8}{4x^2-1}$; 2) $\frac{a^2+ab}{5a-a^2+b^2-5b}\cdot\frac{a^2-b^2+25-10a}{a^2-b^2}$.

**127.** 1) $\frac{28a^2b}{33x^2y^3}:\frac{14ab^2}{11x^4y^4}$; 2) $\frac{45cd^2}{27ab^3}:\frac{15c^2d}{18a^2b^2}$;

3) $\frac{26x^2y^3}{35a^2b^4}:\frac{39xy^4}{28a^4b^2}$; 4) $\frac{24a^3b^4}{25c^4d^2}:\frac{36a^4b^2}{35c^3d^4}$.

**128.** 1) $\frac{27a^3-64b^3}{b^2-4}:\frac{9a^2+12ab+16b^2}{b^2+4b+4}$;

2) $\frac{2a^2+6ac-ab-3bc}{2ab-4a^2+bc-2ac}:\frac{2ac+ab+3bc+6c^2}{2ab+bc-4ac-c^2}$.

**129.** 1) $\frac{8ab}{a^2-4b^2}:\left(\frac{a}{a-2b}+1\right)$; 2) $\left(\frac{3a+1}{3a-1}-\frac{1}{9a^2-1}\right):\left(\frac{3a+1}{3}\right)$;

3) $\left(\frac{2a-1}{2a+1}-\frac{4a+1}{4a^2-1}\right):\frac{2a+1}{2a}$; 4) $\left(\frac{3a+b}{3a-b}-1\right):\frac{12ab}{9a^2-b^2}$.

**130.** 1) $\frac{36a^2-1}{a^2-25}\cdot\frac{(a+5)^2}{a^2-25}:\frac{6a+1}{(a-5)^2}$; 2) $\frac{3ab-4b-9a+12}{9a-12-3ab-4b}:\frac{9a-12-3ab+4b}{3ab+4b-9a-12}$.

**131.** 1) $\left(\frac{2-3a}{2+3a}-\frac{3a+2}{3a-2}\right):\left(\frac{2-3a}{2-3a}-\frac{3a-2}{3a-2}\right)$; 2) $\left(\frac{2x-3y}{2x-3y}-\frac{2x-3y}{2x+3y}\right):\left(\frac{2x-3y}{2x+3y}+\frac{2x+3y}{2x-3y}\right)$.

**132.** 1) $\frac{x^2}{x^2-1}+\frac{1}{x+1}:\left(\frac{1}{2-x}+\frac{2}{x^2-2x}\right)$, bunda $x=1{,}7$;

2) $\frac{a^3b+2a^2b-3ab}{a^3+5a^2+6a}:\frac{a^2-1}{a^2+3a+2}$, bunda $a=19{,}8$; $b=23{,}05$.

**133.** 1) $\frac{5a}{3(4-a)}+\frac{a+4}{8-3a}\cdot\left(\frac{a-1}{a+4}-\frac{a-3}{a-4}\right)$, bunda $a=2{,}8$;

2) $\frac{9a^2-24ab+16b^2-25}{3a-4b-5}$, bunda $a=-\frac{1}{9}$; $b=2\frac{1}{3}$.

**134.** 1) $a$ ning nechta butun qiymatida $\frac{a^4-16}{a^3-4a}:\frac{a^3+4a}{a-7a^2}$ ifodaning qiymati butun son bo‘ladi?

2) $n$ ning qanday butun qiymatlarida $\frac{4n-5}{2n-1}$ kasr natural son bo‘ladi?

**135.** 1) $n$ ning qanday butun qiymatlarida $\frac{2n^2-n-1}{n-1}$ kasr butun son bo‘ladi?

2) $n$ ning qanday natural qiymatlarida $\frac{2n^2-3n+2}{2n-1}$ kasr butun son bo‘ladi?

**136.** 1) $n$ ning qanday butun qiymatlarida $\frac{n^2-7n+6}{n^2-1}$ kasr butun son bo‘ladi?

2) $n$ ning qanday natural qiymatlarida $\frac{2n^2+5n-7}{2n+1}$ kasr butun son bo‘ladi?

Amallarni bajaring (**137–138**):

**137.** 1) $\frac{3a-5}{16+24a+9a^2}\cdot\frac{(3a+4)^2}{9a^2-25}$; 2) $\frac{16x^2y^2-49}{16x^2y^2+8axy+a^2}\cdot\frac{4xy+a}{4xy-7}$;

3) $\frac{25a^2-40a+16}{5a+3}:\frac{(5a-4)^2}{25a^2-9}$; 4) $\frac{4x^2-12xy+9y^2}{4x+y}:\frac{2x-3y}{16x^2-y^2}$.

**138.** 1) $\frac{1-4a^2}{(1+2ax)^2}\cdot\frac{x+x^2}{1-x}$; 2) $\frac{3x^2+3xy}{4xy+6xy}\cdot\left(\frac{x}{ax+ay}+\frac{3}{2x+2y}\right)$;

3) $\left(\frac{4a^2+1}{4a-1}-a\right)\cdot\left(\frac{3-2a}{2a+2}-1\right)$; 4) $\frac{1-a^2}{1+3b}\cdot\frac{1-9b^2}{a+a^2}\cdot\left(1+\frac{a}{1-a}\right)$.

Kasrlarni ko‘paytiring (**139–144**):

**139.** 1) $\frac{102}{21}\cdot\frac{49}{17}$; 2) $\frac{144}{36}\cdot\frac{39}{13}$; 3) $\frac{225}{45}\cdot\frac{32}{256}$; 4) $\frac{441}{21}\cdot\frac{625}{25}$.

**140.** 1) $\frac{7}{65}\cdot 13$; 2) $16\cdot\frac{3}{96}$; 3) $\frac{7}{125}\cdot 625$; 4) $961\cdot\frac{5}{31}$.

**141.** 1) $\frac{a^2b^3}{c^2}\cdot\frac{c}{ab^2}$; 2) $\frac{m^3b^2}{k^3}\cdot\frac{k^2}{m^2b}$; 3) $\frac{a}{12b}\cdot\frac{9c}{4a}$; 4) $\frac{20m}{36k}\cdot\frac{9k}{4m}$.

**142.** 1) $\left(\frac{4a}{3b}\right)^2\cdot\frac{27b^2}{8a^3}$; 2) $\left(\frac{2a^2}{3b}\right)\cdot\frac{21b^3}{8a^4}$; 3) $\left(\frac{a^2k}{bc^2}\right)\cdot abc$; 4) $ab^2c^2\cdot\left(\frac{d}{abc}\right)^2$.

**143.** 1) $\frac{5a^3b}{27c^3}\cdot\frac{3c}{4a^2b}$; 2) $\frac{4xy^2}{5a^2b}\cdot 10ab^2$; 3) $\frac{x-2}{a-b}\cdot\frac{9b^2}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{m^2-n^2}{4m}\cdot\frac{16m^3}{m-n}$.

**144.** 1) $\frac{a^2-1}{4b^2}\cdot\frac{b}{a-1}$; 2) $\frac{1-a^2}{a+1}\cdot\frac{4b^2}{b^3}$; 3) $\frac{a+b}{3b}\cdot\frac{9b^2}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{m^2-n^2}{4m}\cdot\frac{m}{m-n}$.

Kasrlarni bo‘ling (**145–148**):

**145.** 1) $\frac{4}{3}:\frac{5}{3}$; 2) $\frac{11}{7}:\frac{11}{2}$; 3) $\frac{9}{10}:\frac{2}{5}$; 4) $\frac{14}{13}:\frac{28}{39}$.

**146.** 1) $\frac{7}{a}:\frac{3}{a}$; 2) $\frac{13}{c}:\frac{m}{11}$; 3) $\frac{a}{3}:\frac{5}{6}$; 4) $\frac{4}{35}:\frac{b}{12}$.

**147.** 1) $\frac{b}{a}:\frac{b}{a}$; 2) $\frac{3a}{4b}:\frac{a}{3b}$; 3) $\frac{3a}{4b}:\frac{6a}{bc}$; 4) $\frac{4m}{3n^2}:\frac{12m^3}{n}$.

**148.** 1) $\frac{a^2b}{c}:\frac{a}{c^2}$; 2) $\frac{m^3n^3}{k^3}:\frac{mn}{k}$; 3) $\frac{9c}{16b}:\frac{3a}{24b}$; 4) $\frac{5k}{18d}:\frac{8m}{9n}$.

Ko‘rsatilgan amallarni bajaring (**149–150**):

**149.** 1) $\frac{a^2}{a^2-ab+b^2}\cdot\frac{2ab}{a^3+b^3}:\frac{8a}{a^3+b^3}$;

2) $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{7a+7b}$;

3) $\frac{n^3-m^3}{n^2}:\frac{n^2+nm+m^2}{n^2+2nm+m^2}$;

4) $\frac{m^2+2mn}{p^3+c^3}\cdot\frac{n^2}{p+c}:\frac{p+c}{2m+2n}$.

**150.** 1) $\frac{64x^2y^2}{x^2-4}\cdot\frac{(x+2)^2}{x^2-4}:\frac{(x-2)^2}{8xy-1}$;

2) $\frac{x-6}{x^2+6x+9}\cdot\frac{x^2+4x+4}{(x^2+2)(x+2)}\cdot\frac{x^3-9x}{(x-6)(x+2)}$;

3) $\frac{bm^2-bn^2}{m^2-2mn+n^2}:\frac{bm^2-2bmn+bn^2}{3m+3n}$;

4) $\frac{ab-4b-2a+8}{2a+8-ab-4b}:\frac{2a-8-ab+4b}{ab+4b-2a-8}$.

Soddalashtiring (**151–170**):

**151.** $\left(\frac{5m}{m+3}-\frac{14m}{m^2+6m+9}\right):\frac{5m+1}{m^2-9}+\frac{3(m-3)}{m+3}$.

□ Qavs ichidagi kasrlarni umumiy maxrajga keltiramiz:

$$\frac{5m}{m-3}-\frac{14m}{m^2-6m+9}-\frac{5m}{m+3}-\frac{14m}{(m-3)^2}-\frac{5m^2+15m-14m}{(m+3)^2}-\frac{5m^2+m}{(m+3)^2}-\frac{m(5m+1)}{(m+3)^2}.$$

Natijani $\frac{5m+1}{m^2-9}$ ga bo‘lishni bajaramiz:

$$\frac{m(5m+1)}{(m+3)^2}:\frac{5m+1}{(m+3)(m-3)}=\frac{m(5m+1)}{(m+3)^2}\cdot\frac{(m+3)(m-3)}{(5m+1)}=\frac{m(m-3)}{m+3}.$$

Endi kasrlarni qo‘shamiz, ularning maxrajlari bir xil:

$$\frac{m(m-3)}{m+3}+\frac{3(m-3)}{m+3}=\frac{(m-3)(m+3)}{(m+3)}=m-3. \quad \blacksquare$$

**152.** 1) $\left(m^2-\frac{1+m^4}{m^2-1}\right):\frac{m^2+1}{m+1}$;

2) $\left(\frac{8xy+3}{8xy+1}-\frac{8xy+1}{8xy-3}\right):\frac{12xy-3}{32xy+12}$.

**153.** 1) $\left(b^2-\frac{1-b^4}{b^2+1}\right):\frac{1-b}{m+b^2}$;

2) $\left(\frac{1}{(a+b)^2}+\frac{1}{(a-b)^2}\right):\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)$.

**154.** $\left(\frac{3a}{a-4}+\frac{10a}{a^2-8a+16}\right):\frac{3a-2}{a^2-16}-\frac{4(a+4)}{a-4}$.

**155.** 1) $\frac{x^3-8}{x^2+2x+4}-\frac{x^2-4}{x-2}$; 2) $\frac{27x^3-64}{9x^2+12x+16}-\frac{9x^2-16}{3x-4}$.

**156.** 1) $\frac{x^3+8}{x^2-2x+4}$; 2) $\frac{27x^3+64}{9x^2-12x+16}$.

**157.** $\frac{x}{1-x}-\frac{1-x^2}{1+x^2}\cdot\left(\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{x}{1-x^2}\right)$.

**158.** $\frac{a^2-ab+b^2}{a^3-b^3}-\frac{a^2-ab-b^2}{a^3-b^3}$.

**159.** 1) $\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2}-\frac{x^2-y^2}{x+y}$; 2) $\frac{8x^3-27y^3}{4x^2-6xy-9y^2}-\frac{4x^2-9y^2}{2x-3y}$.

**160.** $\frac{5x+6}{x^2-4}-\frac{x}{x^2-4}:\frac{x}{x-2}-\frac{x+2}{x-2}$.

**161.** $\left(\frac{1}{a(a+1)}+\frac{1}{(a+1)(a+2)}\right)\cdot\frac{a^2+2a}{8}$.

**162.** 1) $\frac{x^3-2x^2}{3x+3}:\frac{x^2-4}{3x^2+6x+3}$; 2) $\left(\frac{3x+1}{3x-1}-\frac{1}{9x^2-1}\right)\cdot\frac{3x+1}{3x+2}$.

**163.** $\left(\frac{1}{m^2-m}-\frac{1}{m-1}\right)\cdot\frac{m}{m+2}+\frac{m}{m^2-4}$.

**164.** $\left(a^3-3a^2b-3ab^2-b^3\right)\cdot(a+b):\left(\frac{a^3+b^3}{a+b}-ab\right)$.

**165.** $\frac{x^3+y^3}{x+y}:\left(x^2-y^2\right)+\frac{24}{x+y}-\frac{xy}{x^2-y^2}$.

**166.** $\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}:\frac{a^2+ab+b^2}{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$.

**167.** $\left(2a+\frac{2ab}{a-b}\right)\cdot\left(\frac{ab}{a+b}-a\right):\frac{4,5a^2}{a^2-b^2}$.

**168.** $\frac{a^2}{a^2-1}+\frac{1}{a+1}:\left(\frac{1}{2-a}+\frac{2}{a^2-2a}\right)$.

**169.** $\left(\frac{2}{1-x^2}-\frac{2}{(x-1)^2}\right)\cdot(1-x)^2-\frac{4}{1-x}$.

**170.** $\frac{abc}{bc+ac-ab}-\left(\frac{a-1}{a}-\frac{b-1}{b}-\frac{c-1}{c}\right):\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)$.

## 5-§. Algebraik kasrlar ustida birgalikda bajariladigan amallar

Algebraik kasrlar ustida birgalikda bajariladigan amallar: umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish, qisqa ko‘paytirish formulalari, guruhlash usullari, kasrlarni qisqartirish, kasrlarni umumiy maxrajga keltirish, kasrlarni qo‘shish va ayirish, ko‘paytirish va bo‘lish. Mazkur amallar turli tartibda birgalikda bajarilishi mumkin. Misollar ko‘ramiz.

**1-masala.** Ifodani soddalashtiring: $\left(\frac{4a}{4-a^2}-\frac{a-2}{4-2a}\right)\cdot\frac{4}{a+2}-\frac{a}{2-a}$.

◻ Avval qavs ichidagi ifodani soddalashtiraylik:

$$\frac{4a}{4-a^2}-\frac{a-2}{4+2a}-\frac{4a}{(2-a)(2+a)}+\frac{2-a}{2(2-a)}-\frac{8a+(2-a)^2}{2(2-a)(2+a)}-\frac{8a+4-4a+a^2}{2(2-a)(2+a)}-$$

$$=\frac{4+4a+a^2}{2(2-a)(2+a)}=\frac{(2-a)^2}{2(2-a)(2+a)}=\frac{2+a}{2(2-a)}.$$

Endi ko‘paytirish, so‘ngra ayirish amallarini bajaramiz:

$$\frac{2+a}{2(2-a)}\cdot\frac{4}{2+a}-\frac{a}{2-a}=\frac{2}{2-a}-\frac{a}{2-a}=\frac{2-a}{2-a}=1.$$ ■

**2-masala.** Amallarni bajaring: $\left(\frac{2x}{x-5}+\frac{x}{x^2-10x+25}\right):\frac{2x-9}{x^2-25}-\frac{5(x+5)}{x-5}$.

◻ Bu holda avval qavs ichidagi ifodani soddalashtiramiz:

$$\frac{2x}{x-5}+\frac{x}{x^2-10x+25}=\frac{2x}{x-5}+\frac{x}{(x-5)^2}=\frac{2x(x-5)+x}{(x-5)^2}=\frac{x(2x-9)}{(x-5)^2}.$$

Endi bo‘lishni va ayirishni bajaramiz:

$$\frac{x(2x-9)}{(x-5)^2}:\frac{2x-9}{x^2-25}=\frac{x(x+5)}{x-5};\quad \frac{x(x+5)}{x-5}-\frac{5(x+5)}{x-5}=\frac{(x+5)(x-5)}{x-5}=x+5. \blacksquare$$

**3-masala.** Ota va o‘g‘il $S$ gektar yerdan hosil yig‘ib olishi kerak. Ota bir o‘zi hosilni $a$ kunda, o‘g‘li esa $b$ kunda yig‘ib olishi mumkin. Agar ota va o‘g‘il birga ishlasa, hosilni necha kunda yig‘ib oladi?

◻ Ota bir kunda $\frac{S}{a}$ ga, o‘g‘li esa $\frac{S}{b}$ ga yerdan hosil yig‘a oladi. Agar ular birgalikda ishlasa, bir kunda $\left(\frac{S}{a}+\frac{S}{b}\right)$ ga yerdan hosil yig‘ib olishadi. Ular hosilni $t$ kunda yig‘ib olishadi, desak, unda ushbu $\left(\frac{S}{a}+\frac{S}{b}\right)\cdot t=S$ tenglik o‘rinli bo‘ladi. Bundan $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\cdot t=1$, $\frac{a+b}{ab}\cdot t=1$, $t=\frac{ab}{a+b}$ (kun). $\blacksquare$

**171.** ***Savolga javob bering. Topshiriqni bajaring:***

1) Algebraik kasrlar ustida birgalikda qanday amallar bajarish mumkin?

2) Fikringizni misollarda tushuntiring.

Ko‘rsatilgan amallarni bajaring (**172–175**):

**172.** 1) $\left(\frac{a}{3}+\frac{a}{2}\right)\cdot\frac{1}{a^2}$; 2) $\frac{a^2}{5}\left(\frac{3}{a^2}-\frac{3}{a}\right)$; 3) $\frac{a-b}{a-b}\left(\frac{a}{3}-\frac{b}{3}\right)$;

4) $\frac{ab}{a+b}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)$; 5) $\left(2+\frac{2}{a}\right)$; 6) $b:\left(b+\frac{2}{b}\right)$.

**173.** 1) $\left(1-\frac{1}{a}\right):\left(1+\frac{1}{a}\right)$; 2) $\left(a-\frac{a}{b}\right):\left(a+\frac{a}{b}\right)$;

3) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right):\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)$; 4) $\left(\frac{m}{n}+\frac{n}{m}-2\right):\left(1-\frac{m-n}{m+n}\right)$.

**174.** 1) $\left(1+\frac{a-b}{a+b}\right)\left(2-\frac{2b}{a-b}\right)$; 2) $\left(1-\frac{a+b}{a-b}\right)\left(2-\frac{2a}{a+b}\right)$;

3) $\left(\frac{4}{a-b}-\frac{3}{a+b}\right)\cdot\frac{a-b}{a+7b}$; 4) $\left(\frac{4}{c}+\frac{4}{c+d}\right)\cdot\frac{c}{12(2c+d)}$.

**175.** 1) $\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}:\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$; 2) $\frac{ab+b^2}{a^2-b^2}:\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)$;

3) $\left(\frac{c-d}{c}-\frac{2c}{c+d}\right)\cdot\frac{d-c}{c^2+d^2}$; 4) $\left(\frac{2c}{c-d}-\frac{d+c}{c}\right)\cdot\frac{c+d}{c^2+d^2}$.

Amallarni bajaring (**176–180**):

**176.** 1) $\frac{3a-b}{3ab}\cdot\left(\frac{1}{3a}+\frac{1}{b}\right):\left(\frac{9a^2+b^2}{3ab}\cdot\left(\frac{1}{3a}-\frac{1}{b}\right)\right)$;

2) $\frac{a-2b}{2ab}\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}\right):\left(\frac{a^2+4b^2}{2ab}\cdot\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{2b}\right)\right)$.

**177.** 1) $\frac{a^2+3ab}{6b}\cdot\left(a^2-9b^2\right)\left(\frac{(a+3b)^2}{12ab}-1\right)$; 2) $\frac{9a^2-3ax}{2x}:\left(9a^2-x^2\right)\left(\frac{(3a+x)^2}{12ax}-1\right)$.

**178.** 1) $\left(2a+\frac{18ab}{a-9b}\right)\cdot\left(\frac{9ab}{a+9b}-a\right):\frac{4,5a^2}{a^2-81b^2}$;

2) $\left(\frac{4(a+b)^2}{ab}-16\right)\cdot\left(\frac{(a+b)^2-ab}{ab}\right):\frac{a^3-b^3}{ab}$.

**179.** 1) $\left(\frac{a}{a-a^2}-1\right):\left(a-\frac{1-2a^2}{1-a}+1\right)$; 2) $\left(a-\frac{a}{a-a^2}\right):\left(\frac{a}{a-1}+\frac{1}{a^2-2a+1}\right)$.

**180.** 1) $\left(\frac{20b}{4-25b^2}-\frac{5b-2}{4+10b}\right)\cdot\frac{4}{5b+2}-\frac{5b}{2-5b}$;

2) $\left(\frac{5a-4x}{5a}-\frac{4x-3y}{4x}\right)\cdot\frac{25a^2}{16x^2+15ay}:\frac{5a}{32x}$.

**181.** Avtobus soatiga $v$ km tezlik bilan harakat qilib, $s$ km yo'l bosib o'tdi. Agar avtobusning tezligi soatiga $u$ km bo'lsa, shu

vaqt ichida avtobus qancha yo‘l bosib o‘tadi?

**182.** Motorli qayiqning turg‘un suvdagi tezligi soatiga $v$ km, daryo oqimining tezligi esa $v_1$ km. Qayiq oqim bo‘yicha harakat qilib, $S$ km o‘tdi. Motorli qayiq oqimga qarshi shu vaqt ichida qancha masofani bosib o‘tgan?

**183.** (*Qadimgi masala.*) Ikki buyumdan birining 10 tasi bir dinor va ikkinchisining 15 tasi bir dinor. Bir dinorga ikkala buyumdan bir xil miqdorda necha donadan sotib olish mumkin?

**184.** Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring:

1) $\frac{3a}{a^3-64}$, $\frac{a-4}{a^2+4a+16}$ va $\frac{1}{a-4}$;

2) $\frac{3}{x-2}$, $\frac{x+1}{x^3-8}$ va $\frac{x+2}{x^2+2x+4}$;

3) $\frac{a}{a^2-16}$, $\frac{a-4}{a^2-4a+16}$ va $\frac{2}{a-4}$;

4) $\frac{5}{x+2}$, $\frac{x-1}{x^3+8}$ va $\frac{x-2}{x^2-2x+4}$.

## Kiritish-chiqarish formulasi

**1-masala.** 1000 dan kichik bo‘lgan natural sonlar orasida 5 ga yoki 7 ga bo‘linadigan sonlar nechta?

□ Dastlab $1, 2, \ldots, 999$ sonlaridan 5 ga karrali sonlarning tagiga chizib chiqamiz; belgilangan sonlar soni $\left[\frac{999}{5}\right]=199$ ga teng (bu yerda $[x]$ – $x$ ning butun qismi).

So‘ng o‘sha $1, 2, \ldots, 999$ sonlaridan 7 ga karrali sonlarning tagiga chizib chiqamiz; ularning soni $\left[\frac{999}{7}\right]=142$ ga teng. Bunda 35 ga karrali sonlar ikki marta hisoblandi. Ularining soni esa $\left[\frac{999}{35}\right]=28$ ga teng. Demak, jami $199+142-28=313$ ta son belgilandi.

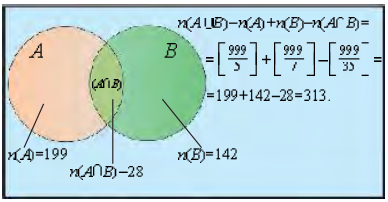
Shu jarayonni to‘plamlar tilida tushuntiraylik.

1000 dan kichik bo‘lgan natural sonlar orasida 5 ga bo‘linadigan sonlar to‘plamini $A$, 7 ga bo‘linadigan natural sonlar to‘plamini esa $B$ deylik. U holda ham 5 ga, ham 7 ga (ya’ni 35 ga) bo‘linadigan natural sonlar to‘plami $A\cap B$ kesishma ko‘rinishida bo‘ladi.

Shu bilan birga 1000 dan kichik bo‘lgan natural sonlar orasida 5 ga yoki 7 ga bo‘linadigan sonlar to‘plami $A\cup B$ birlashma ko‘rinishida bo‘ladi.

$n(X)$ deb chekli $X$ to‘plam elementlari sonini belgilaymiz.

Bu holda, $n(A)=\left[\frac{999}{5}\right]=199$, $n(B)=\left[\frac{999}{7}\right]=142$, $n(A\cap B)=\left[\frac{999}{35}\right]=28$ bo‘lib, $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=313$ tenglik o‘rinli ekan (1-rasm). ■




1-rasm.

Umumiy holda ham ikkita $A$ va $B$ to‘plamlar uchun $A\cup B$ to‘plam elementlari sonini hisoblash uchun *kiritish-chiqarish qoidasi* o‘rinli:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B). \qquad (1)$$

□ Chindan ham, $n(A\cup B)$ – bu $A$ va $B$ to‘plamlarni tashkil etuvchi elementlar soni. Ammo uni sanaganimizda $A\cap B$ kesishma elementlarini ikki marta sanab chiqishga to‘g‘ri keldi (2-rasm).




2-rasm.

Demak, (1) formula o‘rinli. ■

Ravshanki, bu tenglikdan foydalanib, $n(A)$, $n(B)$, $n(A\cup B)$ va $n(A\cap B)$ miqdorlarning ixtiyoriy uchtasi ma’lum bo‘lganda to‘rtinchisini hisoblash mumkin.

**2-masala.** 50 nafar o‘quvchidan 40 nafari ingliz tilini, 25 nafari esa nemis tilini o‘rganmoqda.

Ikkala tilni ham o‘rganayotgan o‘quvchilar soni nechta?

□ Ingliz tilini o‘rganayotgan o‘quvchilar to‘plamini $A$ orqali, nemis tilini o‘rganayotgan o‘quvchilar to‘plamini $B$ orqali belgilaymiz. Masala berilishiga ko‘ra, $n(A\cup B)=50$, $n(A)=40$, $n(B)=25$. U holda ikkala tilni ham o‘rganayotgan o‘quvchilar $A\cap B$ to‘plamni tashkil qilib, (1) formuladan $n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=40+25-50=15$ tenglikni hosil qilamiz. ■

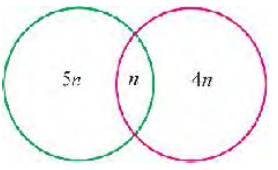
**3-masala.** Maktab hovlisida 2020 ta atirgul ko‘chatlari o‘tkazilgan. Voris ko‘chatlarning yarmini, Diyora ham ko‘chatlarning yarmini sug‘ordi. Bunda 3 ta eng chiroyli ko‘chat ham Voris, ham Diyora tomonidan sug‘orilgani ma’lum bo‘ldi. Qancha ko‘chat sug‘orilmay qoldi?

□ Voris 1010 ta ko‘chatni, shulardan 1007 tasini o‘zi, uchtasini esa Diyora bilan birga sug‘ordi. Xuddi shunday Diyora 1010 ta ko‘chatni, shulardan 1007 tasini o‘zi, uchtasini esa Voris bilan birga sug‘ordi.

Demak, ular jami $1007+1007+3=2017$ ko‘chatni sug‘orishdi. Demak, $2020-2017=3$ ta ko‘chat sug‘orilmay qoldi. ■

**4-masala.** 7-„A“ sinf o‘quvchilari orasida o‘tkazilgan so‘rovnoma natijalariga ko‘ra, matematikaga qiziqqan o‘quvchilarning 20% i fizika faniga ham qiziqar ekan. Bundan tashqari, fizika faniga qiziqadigan o‘quvchilarning 25% i matematikaga ham qiziqar ekan. Faqat Po‘lat bilan Voris shu fanlarga qiziqmas ekan. 7-„A“ sinfdagi o‘quvchilar soni 20 dan ko‘p, ammo 30 dan kamroq bo‘lsa, shu sinfda nechta o‘quvchi o‘qiydi?

□ Po‘lat bilan Vorisdan tashqari 7-„A“ sinfdagi o‘quvchilar (ular yo matematika, yo fizikaga qiziqadi) soni 18 dan ko‘p, ammo 28 dan kamroq. Bir vaqtda ham fizika, ham matematikaga qiziqqan o‘quvchilar soni $n$ bo‘lsin. Demak, matematikaga qiziqqanlar soni $5n$, fizikaga qiziqadiganlar soni esa $4n$ ni tashkil etadi. U holda yo matematika, yo fizikaga qiziqadiganlar soni $5n+4n-n=8n$ ga teng (3-rasm).

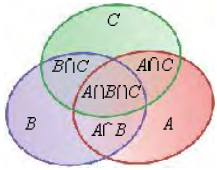



**3-rasm.**

18 dan 28 gacha bo‘lgan sonlar orasida 8 ga karralisi son yagonadir, u 24 ga teng. Demak, $8n=24$ va sinfdagi o‘quvchilar soni 26 ga teng. ■

Yuqorida bayon qilingan ikkita to‘plam uchun kiritish-chiqarish formulasini chekli sondagi istalgan chekli to‘plamlar uchun umumlashtirish mumkin.

Masalan, uchta chekli $A$, $B$, $C$ to‘plamlar uchun ham $n(A\cup B\cup C)=$ $=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$ kiritish-chiqarish formulasi o‘rinli ekan (4-rasm).




4-rasm.

**5-masala.** 100 nafar sayyohdan 42 nafari ingliz tilini, 30 nafari nemis tilini, 28 nafari esa fransuz tilini biladi. Ingliz va nemis tillarini 5 nafar sayyoh, ingliz va fransuz tillarini 10 nafar sayyoh, fransuz va nemis tillarini esa 8 nafar sayyoh biladi. 3 nafar sayyoh uchta tilni bilgani ma'lum bo'lsa, sayyohlar ichida nechtasi shu uchta tildan birortasini ham bilmaydi?

□ *1-usul*. Ingliz tilini biladigan sayyohlar to'plamini $A$ deb, fransuz tilini biladigan sayyohlar to'plamini $F$ deb, nemis tilini biladigan sayyohlar to'plamini esa $N$ deb belgilaymiz.

U holda

$n(A)=42$, $n(N)=30$, $n(F)=28$, $n(A\cap N)=5$, $n(A\cap F)=10$, $n(N\cap F)=8$, $n(A\cap N\cap F)=3$.

Kamida bitta tilda gaplashadigan sayyohlar soni quyidagicha topiladi: $n(A\cup N\cup F)=n(A)+n(N)+n(F)=n(A\cap N)-n(A\cap F)-n(N\cap F)+$ $+n(A\cap N\cap F)=42+30+28-5-10-8+3=80$.

Demak, $100-80=20$ nafar sayyoh shu uchta tildan birortasini ham bilmaydi.

*2-usul*. Xuddi shu masalani Eyler diagrammasi yordamida yechaylik (5-rasm).




5-rasm.

3 nafar sayyoh uchta tilni bilgani uchun faqat ingliz va nemis tillarini biladiganlar soni (ya'ni ular fransuz tilini bilmaydi) $5-3=2$, faqat ingliz va fransuz tillarini biladiganlar soni $10-3=7$, faqat fransuz va nemis tillarini biladiganlar soni esa $8-3=5$ ga teng.

Faqat ingliz tilini $42-(2+3+7)=30$, faqat nemis tilini $30-(2+3+5)=20$, faqat fransuz tilini $28-(3+5+7)=13$ nafar sayyoh biladi. Shu uchta tildan birortasini ham bilmaydiganlar soni $100-(2+3+5+7+13+20+30)=$ $=20$ ga teng. ■

**6-masala.** 1 dan 16500 gacha natural sonlar orasida:

a) 5 ga bo‘linmaydigan;

b) 5 ga ham, 3 ga ham bo‘linmayadigan;

d) 5 ga ham, 3 ga ham, 11 ga ham bo‘linmaydigan sonlar nechta?

□ a) 5 ga bo‘linadigan sonlar soni. $\frac{16500}{5}=3300$. Demak, 5 ga bo‘linmaydigan sonlar soni $16500-3300=13200$.

b) 3300 ta son 5 ga bo‘linadi. Xuddi shunday $16500:3=5500$ ta son 3 ga bo‘linadi. Shulardan $16500:15=1100$ ta son 15 ga, ya’ni ham 5 ga, ham 3 ga bo‘linadi. Kiritish-chiqarish formulasiga ko‘ra 5 yoki 3 ga bo‘linadigan sonlar soni $3300+5500-1100=7700$ ga teng. Demak, 5 ga ham, 3 ga ham bo‘linmaydigan sonlar soni $16500-7700=8800$ ga teng.

d) 11ga $16500:11=1500$ ta son bo‘linadi. 5ga va 11ga bo‘linadigan sonlar $16500:55=300$ ta, 3ga va 11ga bo‘linadigan sonlar esa $16500:33=500$ ta. 3, 5 va 11ga bo‘linadigan sonlar $300:3=100$ ta bo‘lgani uchun, kiritish-chiqarish formulasiga ko‘ra, yo 3, yo 5, yo 11ga bo‘linadigan sonlar $5500+3300+1500-1100-500-300+100=8500$ ga teng.

Shu sonlardan birortasiga ham bo‘linmaydigan sonlar soni $16500-8500=8000$ ga teng.

**Javob:** a) 13200; b) 8800; c) 8000. ■

**7-masala.** Yuzi 6 $m^2$ bo‘lgan xona poli uchta bir xil gilamlar bilan to‘shalgan. Har bir gilam yuzi 3 $m^2$ ga teng. Qandaydir ikkita gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi 1 $m^2$ dan kam emasligini isbotlang.

□ Masalaning sharti bajarilmasin. U holda birinchi va ikkinchi gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi 1 $m^2$ dan kam. Shuning uchun bu gilamlarning ikkalasi $3+3-1=5$ ($m^2$) maydonni qoplayapti. Uchinchi va birinchi gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi 1 $m^2$ dan kam. Xuddi shunday, uchinchi va ikkinchi gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi 1 $m^2$ dan kam. Demak, yuzi 1 $m^2$ dan katta maydon faqat uchinchi gilam bilan qoplangan. Uchala gilam bilan qoplangan maydonning yuzi $5+1=6$ ($m^2$) dan katta. Bu yuz xona yuzidan katta bo‘lgani uchun ziddiyatga keldik. ■

**8-masala.** $ABC$ uchburchakning har bir tomoni 8 ta teng kesmalarga bo‘lingan. Uchlari bo‘linish nuqtalarda bo‘lgan (bunda $A$, $B$, $C$ nuqtalar shu uchburchaklar uchlari bo‘la olmaydi) hamda hech qanday tomoni $ABC$ uchburchak tomonlariga parallel bo‘lmagan uchburchaklar nechta?

$\square$ $N_a$ deb tomonlaridan biri $BC$ tomonga parallel bo‘lgan uchburchaklar sonini belgilaymiz. Xuddi shunday, $N_b$, $N_c$, $N_{a,b}$, $N_{b,c}$, $N_{a,c}$ va $N_{a,b,c}$ sonlar aniqlanadi. $N$ soni barcha uchburchaklar soni bo‘lsin. U holda $N=7^3$, $N_a=N_b=N_c=7^2$, $N_{a,b}=N_{b,c}=N_{a,c}=7$, $N_{a,b,c}=1$. Kiritish-chiqarish formulasiga ko‘ra, izlanayotgan son $7^3-3\cdot 7^2+3\cdot 7-1=6^3$ ga teng. ■

### Mashqlar

**1.** Sinfda barcha o‘quvchilar yo matematikaga, yo biologiyaga qiziqadi. Matematikaga qiziqadiganlar soni 15 ta, biologiyaga qiziqadiganlar soni – 20 ta, ham matematikaga, ham biologiyaga qiziqadiganlar soni 10 ta bo‘lsa, sinfda nechta o‘quvchi o‘qiydi?

**2.** Yozgi oromgohda 70 nafar bola dam olmoqda. Ulardan 27 nafari teatr to‘garagiga, 32 nafari ashula to‘garagiga, 22 nafari esa sport to‘garagiga qatnashmoqda. Teatr to‘garagida 10 nafar ashulachi va 8 nafar sportchi, ashula to‘garagida 6 nafar sportchi; 3 nafar sportchi ham teatr, ham ashula to‘garagiga qatnashadi. Hech qaysi to‘garakga qatnashmaydigan bolalar soni nechta?

**3.** 1 dan 1000 gacha bo‘lgan natural sonlar orasida: a) 3 ga b) 5 ga; d) 15 ga bo‘linadigan; e) 3 ham, 5 ga ham bo‘linmaydigan sonlar nechta?

**4.** 1 dan 1000000 gacha bo‘lgan natural sonlar orasida na to‘la kvadrat, na to‘la kub, na to‘la to‘rtinchi daraja bo‘lmagan sonlar nechta?

**5.** Ko‘p qavatli uyda yashayotgan o‘quvchilardan: 25 nafari shaxmat o‘ynaydi, 30 nafari Toshkentda bo‘lgan, 28 nafari samolyotda uchgan. Samolyotda uchganlar orasida 18 nafari shaxmat o‘ynaydi, 17 nafari esa Toshkentda bo‘lgan. 16 nafar o‘quvchi shaxmat o‘ynaydi va Toshkentda bo‘lgan, shular ichida 15 nafari samolyotda uchgan. Po‘lat uyda 45 nafar bola borligini aytmoqda. U xato qilmadimi?

**6.** 1 dan 33000 gacha bo‘lgan natural sonlar orasida 3 ga ham, 5 ga ham bo‘linmaydigan, ammo 11 ga bo‘linadigan sonlar nechta?

**7.** 250 nafar o‘quvchi imtihon topshirgan. Shulardan 180 nafari 5 bahodan pastroq baho olgani, ammo 210 nafari 2 bahodan yuqoriroq baho olgani ma’lum bo‘lsa, nechta o‘quvchi 3 va 4 baho olgan?

**8.** Maktab futbol jamoasida 18 nafar hujumchi, 11 nafar yarim-himoyachi, 17 nafar himoyachi va darvozabonlar bor. Shulardan 3 nafari hujumda va himoyada, 10 nafari himoyada va yarim-himoyada, 6 nafari hujumda va yarimhimoyada, bir nafari esa hujumda, himoyada va yarimhimoyada o‘ynay oladi. Darvoza-bonni hech kim almashtira olmaydi. Jamoada nechta darvozabon bor?

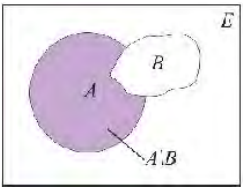
## De Morgan qonunlari. Masalalar yechish

Qaralayotgan barcha $A, B, C,\ldots$ to‘plamlar biror $E$ to‘plamning (uni *universal to‘plam* deb ataymiz) qism to‘plamlari deb faraz qilamiz. Eyler diagrammalarida biz $E$ to‘plamni to‘g‘ri to‘rtburchak shaklida tasvirlaymiz.

$A, B$ to‘plamlar $E$ to‘plamning ixtiyoriy qism to‘plamlari bo‘lsin: $A\subset E$, $A\subset E$.

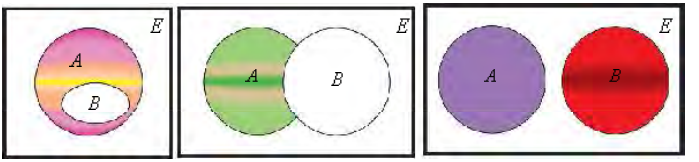
*$A$ va $B$ to‘plamlarning **ayirmasi** deb, $A$ to‘plamga tegishli, ammo $B$ to‘plamga tegishli bo‘lmagan barcha elementlar to‘plamiga aytiladi.*

Bu to‘plamni $A\setminus B$ deb belgilaymiz (1-rasm).




1-rasm.

Quyida (2-rasm) $A, B$ to‘plamlar orasida turli munosabat bo‘l-ganda $A\setminus B$ to‘plam sxematik tarzda tasvirlangan:




$A\setminus B$ $A\setminus B$ $A\setminus B=A$

2-rasm.

**Mashq.** Yuqoridagi hollarni tushuntiring. $A, B$ to‘plamlar qanday munosabatlarda?

**1-masala.** $A=\{4,5,7,8,9\}$, $B=\{2,5,6,7,9\}$ to‘plamlar berilgan bo‘lsin.

$B\setminus A$ va $A\setminus B$ ayirmalarni toping.

□ 5, 7 va 9 sonlari $A$ va $B$ to‘plamlarga tegishli. $B\setminus A$ ni topish uchun $A$ ga tegishli bo‘lgan 5, 7 va 9 sonlarini $B$ to‘plamdan „chiqarib tashlab“, qolgan sonlarni qoldiramiz. Demak, $B\setminus A=\{2,6\}$. Xuddi shunday, $A\setminus B=\{4,8\}$ ekanligini topamiz. ■

**2-masala.** $A=\{2,5,6,7,9\}$, $B=\{1,3,4,8\}$ to‘plamlar berilgan bo‘lsin. $B\setminus A$ va $A\setminus B$ ayirmalarni toping.

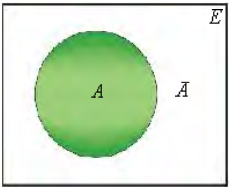
□ $A\setminus B=\{2,5,6,7,9\}=A$, $B\setminus A=\{1,3,4,8\}=B$. ■

**3-masala.** $A$ to‘plam [1, 3] kesma bo‘lsin, $B$ to‘plam [2, 4] kesma bo‘lsin. U holda $A\setminus B$ to‘plam [1, 2) oraliq, $B\setminus A$ to‘plam esa (3, 4] oraliq bilan ustma-ust tushadi.

**4-masala.** $A$ to‘plam tekislikdagi to‘g‘ri to‘rtburchaklar to‘plami, $B$ – romblar to‘plami bo‘lsin. U holda $A\setminus B$ to‘plam kvadrat bo‘lmagan to‘g‘ri to‘rtburchaklar to‘plami, $B\setminus A$ to‘plam esa burchaklari turlicha bo‘lgan romblar to‘plami bo‘ladi.

*$A$ to‘plamning (universal $E$ to‘plamigacha ) **to‘ldiruvchisi** deb, $A$ to‘plamga tegishli bo‘lmagan barcha elementlar to‘plamiga aytiladi.*

Bu to‘plamni $\overline{A}$ deb belgilaymiz (3-rasm).




3-rasm.

Boshqacha aytganda, $A$ to‘plamning $\overline{A}$ to‘ldiruvchisi deganda $A$ to‘plamga tegishli bo‘lmagan, ammo universal $E$ to‘plamga tegishli barcha elementlar to‘plami, ya’ni $E/A$ to‘plam tushuniladi.

Masalan, universal $E$ to‘plam – butun sonlar $Z$ to‘plami, $A$ to‘plam esa manfiy butun sonlar to‘plami bo‘lsa, u holda $A$ to‘plamning $E$ to‘plamgacha $\overline{A}$ to‘ldiruvchi $N\cup\{0\}=\{0,1,2,...\}$ to‘plam bo‘ladi.

Xuddi shunday, agar $E$ to‘plam – natural sonlar to‘plami $N$ bo‘lsa, $A$ – to‘plam esa juft sonlar to‘plami bo‘lsa, u holda $\overline{A}$ to‘ldiruvchi toq sonlar to‘plami bo‘ladi.

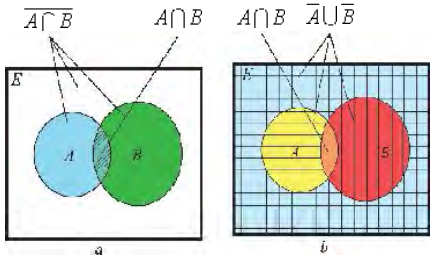
Ravshanki, ixtiyoriy $A$ to‘plam uchun $A \cap \overline{A} = \varnothing$, $A \cup \overline{A} = E$ munosabatlar o‘rinli.

**De Morgan qonunlari**

$A$, $B$ to‘plamlar $E$ to‘plamning ixtiyoriy qism to‘plamlari bo‘lsin. U holda *De Morgan qonunlari* deb ataladigan ushbu tengliklar o‘rinli:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B},$$
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B};$$

□ Biz $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ tenglik o‘rinli ekanligiga Eyler diagrammalari yordamida ishonch hosil qilaylik.




**4- rasm.**

4-*a* rasmda shtrixlangan soha $A \cap B$ kesishmani, $E$ to‘g‘ri to‘rtburchakning shtrixlanmagan qismi esa uning $\overline{A \cap B}$ to‘ldiruvchisini bildiradi.

4-*b* rasmda to‘g‘ri to‘rtburchakning vertikal va gorizontal chiziqlar bilan shtrixlangan sohalari, mos ravishda, $\overline{A}$ va $\overline{B}$ to‘plamlarni bildiradi. Bu holda $\overline{A} \cup \overline{B}$ to‘plam ko‘rsatilgan usullardan kamida biri bilan shtrixlangan sohani bildiradi. Ko‘rinib turibdiki, bu soha 4-*a* rasmda tasvirlangan $E$ to‘g‘ri to‘rtburchakning shtrixlanmagan qismi bilan ustma-ust tushadi. Bu esa $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ tenglik o‘rinli ekanligini bildiradi. ■

**Topshiriq.** $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ tenglik o‘rinli ekanligiga Eyler diagrammalari yordamida ishonch hosil qiling.

## Mashqlar

**1.** To‘plamlardan qaysi biri boshqasining qism to‘plami bo‘ladi (a-d):

a) $A$ — umurtqali hayvonlar to‘plami;
$B$ — barcha hayvonlar to‘plami;
$C$ — barcha bo‘rilar to‘plami;
$D$ — barcha sutemizuvchilar to‘plami;
$E$ — barcha yirtqich sutemizuvchilar to‘plami.

b) $A$ — barcha trapetsiyalar to‘plami;
$B$ — barcha to‘g‘ri to‘rtburchaklar to‘plami;
$C$ — barcha to‘rtburchaklar to‘plami;
$D$ — barcha kvadratlar to‘plami;
$E$ — barcha parallelogrammlar to‘plami;
$F$ — barcha ko‘pburchaklar to‘plami.

d) $A$ — butun sonlar to‘plami;
$B$ — juft sonlar to‘plami;
$C$ — toq sonlar to‘plami;
$D$ — 3 ga karrali sonlar to‘plami;
$E$ — 6 ga karrali sonlar to‘plami;
$F$ — bir vaqtda 2 va 3 ga karrali sonlar to‘plami.

**2.** a) $A=(3;7)$, $B=(1;8)$;

b)) $A=[0;5]$, $B=[5;8]$;

d) $A=(-\infty;+\infty)$, $B=(1;9)$

bo‘lsin. $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$ to‘plamlarni toping. Mos rasmlar chizing.

**3.** a) $A=[-11;4]$; $B=(2;8]$;

b) $A=[2;7]$; $B=(8;12]$;

d) $A=(-\infty;5]$; $B=(1;+\infty)$

bo‘lsin. $A\setminus B$, $B\setminus A$, $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$ to‘plamlarni toping. Mos rasmlar chizing.

**4.** Universal $E=[0;1]$ to‘plamda: a) $\{0;1\}$ b) $(1/4;\ 1/2)$; d) $(0;1/2]$; e) $\{0\}\cup[3/4;1)$ to‘plamlarning to‘ldiruvchilarini toping.

**5.** $X$ va $Y$ to‘plamlar $A, B, C$ to‘plamlar yordamida quyidagicha aniqlangan bo‘lsin:

a) $X = A \cup (B \setminus C)$, $Y = (A \cup B) \setminus (A \cup C)$;

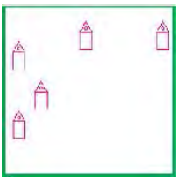
b) $X = (A \cap B) \setminus C$, $Y = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;

d) $X = A \setminus (B \cup C)$, $Y = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Eyler diagrammalari yordamida $X \subseteq Y$, $Y \subseteq X$ yoki $X - Y$ munosabatlar bajarilishi - bajarilmasligini tekshiring.

### Amaliy tatbiqiy masalalar

**185.** Agar bolalarga olmalarni $a$ donadan bersak, $b$ dona olma ortib qoladi. Agar $c$ donadan bersak, $d$ dona olma yetmaydi. Bolalar necha nafar?



**186.** (*Qadimiy masala.*) Otaning 5 nafar o‘g‘li va kvadrat shaklidagi 80 tanob yeri bor. Ota o‘g‘illariga yerni bo‘lib berdi: katta o‘g‘ilga 40 tanob, 2-o‘g‘ilga 20 tanob, 3-o‘g‘ilga 10 tanob, Hasan va Husanlarning har biriga 5 tanobdan yer tegdi. Har bir o‘g‘il o‘z yeriga uy qurdi. „Har bir yer maydoni esa bir xil ko‘rinishda bo‘lsin“, – dedi ota. Rasmga qarab o‘g‘illarning yerlari chegaralarini chizing. (Tanob–yer maydonining qadimiy o‘lchov birligi bo‘lib, 1 tanob yer = 900 m$^2$ = 9 sotix.)

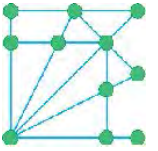
**187.** Halima ona yangi uzilgan shaftolilarni laganda o‘g‘illarining xonasiga qo‘ydi. Birinchi o‘g‘il kelib, shaftolilarning uchdan birini yeb chiqib ketdi. Ikkinchi o‘g‘il kelib, qolgan shaftolilarning uchdan birini yeb chiqib ketdi. 3-o‘g‘il ham shunday qildi. Keyin uchalasi xonaga birgalikda kirishdi. Qarashsa, laganda 8 ta shaftoli qolibdi. 1) Dastlab laganda nechta shaftoli bor edi? 2) Har bir o‘g‘il baravar miqdorda shaftoli yeyishi uchun qolgan 8 ta shaftolini qanday bo‘lishib olishlari kerak?

**188.** (*Qadimiy masala.*) Alida 3 ta, Valida 5 ta shirin kulcha bor. Solihda bunday kulchalar yo‘q, ammo unda 8 ta bir xil tanga bor. Uchala bola kulchalarni baravar bo‘lib yeyishdi. Solih 8 ta tangani ularga „Shirin kulchalar uchun rahmat“, – deb berdi. Bu tangalarni Ali va Vali qanday bo‘lib olishlari kerak?

**189.** 4 ta buyum bor: piyola, kosa, stakan, ko‘za. 4 xil ichimlik bor: sut, o‘rik sharbati, limonad va suv. Har bir idishda qaysidir ichimlik bor. Piyolada suv va sut yo‘qligi ma’lum. Li-

monad solingan idish ko‘za va sharbatli idish bilan, stakan esa sutli idish va kosa bilan yonma-yon turibdi. Qaysi idishda qanday ichimlik borligini aniqlang.

**190.** 1, 2, ..., 10, 11 sonlarni rasmdagi doirachalarga shunday qo‘yingki, 10 ta kesmaning har biridagi uchta son yig‘indisi o‘zaro teng bo‘lsin.



**191.** Temperatura Kelvin, Selsiy, Farengeyt shkalalari bo‘yicha o‘lchanishi mumkin. Kelvin shkalasi bo‘yicha temperatura Selsiy shkalasi bo‘yicha temperatura bilan $t°K=t°C+273°$ formula bilan bog‘langan. Selsiy shkalasidan Farengeyt shkalasiga o‘tish esa $t°F=1{,}8t°C+32°$ formula bilan ifodalanadi. Kelvin shkalasidan Farengeyt shkalasiga o‘tish formulasini toping.

**192.** Stol ustida 8 ta bir xil stakanda suv bor. Ixtiyoriy 2 ta stakanni olib, ulardagi suvni biridan ikkinchisiga quyib, suv miqdorini tenglashtirishga ruxsat etiladi. Bu amaliyot yordamida hamma stakanlardagi suv miqdorini o‘zaro tenglashtirish mumkinligini isbotlang.

# VI BOB. KOMBINATORIKA ELEMENTLARI

## 1-§. Kombinatorikaning asosiy qoidalari

*Kombinatorikaning* asosiy savoli–„qancha?“, asosiy masalasi esa berilgan chekli sondagi obyektlarning u yoki bu shartga bo‘ysunuvchi har xil kombinatsiyalarini sanashdir.

**1-masala.** Kitob javonida matematikadan 4 ta va chet tilidan 3 ta kitob turibdi. Javondan bitta kitobni necha usulda tanlash mumkin?

□ Matematikadan kitobni 4 ta usulda, chet tilidan kitobni esa 3 ta usulda tanlash mumkin.

Ravshanki, javondan bitta kitobni tanlash 4 3–7 usulda amalga oshirilishi mumkin.

**Javob:** 7 ta usul. ■

Umumiy holda quyidagi tasdiq o‘rinli:

***Qo‘shish qoidasi.*** *A obyekt n ta usul bilan, B obyekt esa m ta usul bilan tanlanishi mumkin bo‘lsa, u holda A yoki B obyektni m+n ta usul bilan tanlanishi mumkin.*

Qo‘shish qoidasini to‘plamlar yordamida ifodalaymiz.

$A=\{a_1, a_2, ..., a_n\}$, $B=\{b_1, b_2, ..., b_m\}$ –ikkita *to‘plam* berilgan bo‘lsin. (Ular ustma-ust tushishi ham mumkin.)

***Qo‘shish qoidasi.*** *A to‘plamdan bitta elementni yoki B to‘plamdan bitta elementni tanlash usullari soni n(A)+n(B) ga teng.*

**2-masala.** „Kombinatorika“ so‘zidan bitta unli yoki undosh harf tanlash imkoniyatlari sonini aniqlang.

□ „Kombinatorika“ so‘zida 3 ta turli unli $(A=\{o,i,a\})$ va 6 ta turli undosh $(B=\{k,m,b,n,t,r\})$ harflar bo‘lgani bois, qo‘shish qoidasiga ko‘ra bitta unli yoki undosh harf tanlash imkoniyatlari soni $3+9=12$ ga teng. **Javob:** 12 ta imkoniyat. ■

Bu qoidani bir necha element uchun ham qo‘llash mumkin.

**3-masala.** Soluvda 3 ta qizil, 2 ta sariq va 4 ta oq atirgul bo‘lsa, bitta atirgulni necha usul bilan sotib olish mumkin?

□ Qo‘shish qoidasiga ko‘ra $3+2+4=9$ imkoniyat mavjud.

**Javob:** 9 ta usul. ■

**4-masala.** a) $A$ shahardan $B$ shaharga 4 ta yo‘l olib boradi. Avtomobil haydovchisi $B$ shaharga borib, so‘ng $A$ shaharga qaytmoqchi. Buni necha usulda amalga oshirish mumkin?

b) Agar $A$ shahardan $B$ shaharga borish va $A$ shaharga qaytish har xil yo‘llar bilan amalga oshirilsa, javob qanday o‘zgaradi?

□ a) Haydovchi $A$ shahardan $B$ shaharga 4 usulda borishi mumkin. $B$ dan $A$ shaharga qaytishlar soni har bir usul uchun 4 ga teng. Demak, jami orqaga qaytishlar soni $4+4+4+4=4\cdot 4=16$ bo‘ladi.

b) Haydovchi $A$ shahardan $B$ shaharga 4 usulda borishi mumkin. $B$ dan $A$ ga kelgan yo‘ldan ketmasdan boshqa yo‘l bilan orqaga qaytishlar soni endi 3 ga teng bo‘ladi. Demak, jami orqaga qaytishlar soni $4\cdot 3=12$ ga teng.

**Javob:** 12 ta usul. ■

**5-masala.** 3 ta shim va 2 ta ko‘ylak bo‘lsa, ulardan foydalanib, necha usul bilan kiyinish mumkin?

□ Har bir shimga 2 ta ko‘ylak mos bo‘lganligi bois, ulardan foydalanib, 6 ta usul bilan kiyinish mumkinligi ravshan. ■

Bu masalalarni yechish jarayonida quyidagi qoidadan foydalandik.

***Ko‘paytirish qoidasi.*** *Agar $A$ element dastlab $m$ ta usul bilan, undan keyin esa $B$ element $n$ ta usul bilan tanlanishi mumkin bo‘lsa, u holda $A$ va $B$ juftlik $mn$ ta usul bilan tanlanishi mumkin.*

Bu qoidani quyidagicha ham ifodalash mumkin:

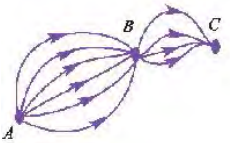
***Ko‘paytirish qoidasi.*** *$A$ to‘plamdan bitta elementni, undan keyin esa $B$ to‘plamdan bitta elementni tanlash usullari soni $n(A)n(B)$ ga teng.*

Bu qoidaning o‘rinli ekanligiga ishonch hosil qilish uchun ikkita elementlardan tashkil topgan barcha juftliklarni jadval ko‘rinishida yozish kifoya:

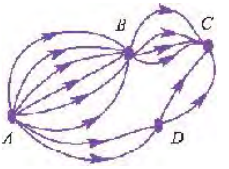
$$a_1b_1,\quad a_1b_2,\quad a_1b_3,\quad \ldots,\quad a_1b_m$$
$$a_2b_1,\quad a_2b_2,\quad a_2b_3,\quad \ldots,\quad a_2b_m$$
$$\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots$$
$$a_nb_1,\quad a_nb_2,\quad a_nb_3,\quad \ldots,\quad a_nb_m$$

**6-masala.** Sehrli mamlakatda uchta shahar bor: $A$, $B$ va $C$. $A$ shahardan $B$ shaharga 6 ta yo'l, $B$ shahardan $C$ shaharga esa 4 ta yo'l boradi (1-rasm). $A$ shahardan $C$ shaharga necha usulda borsa bo'ladi?

**Javob:** $24=6\cdot4$ ta yo'l.




1-rasm.




2-rasm.

**7-masala.** Sehrli mamlakatda to'rtta shahar bor: $A$, $B$, $C$ va $D$. $A$ shahardan $B$ shaharga 6 ta yo'l boradi, $B$ shahardan $C$ shaharga esa 4 ta yo'l (2-rasm).

$A$ shahardan $D$ shaharga 2 ta yo'l, $D$ shahardan $C$ shaharga ham 2 ta yo'l boradi. $A$ shahardan $C$ shaharga necha usulda borsa bo'ladi?

□ Ikkita holatni qaraymiz: yo'l $B$ shahardan o'tadi va yo'l $D$ shahardan o'tadi. Birinchi holda $A$ shahardan $C$ shaharga $6\cdot4=24$ ta usulda, ikkinchi holda esa $2\cdot2=4$ ta usulda borsa bo'ladi. Jami bo'lib $24+4=28$ ta usul mavjud.

**Javob:** 28 ta usul. ■

**8-masala.** Alisherda 4 ta qizil qalam, 3 ta qora qalam va 2 ta yashil qalam bor.

a) Bittadan qizil va qora qalamlarni necha usulda tanlash mumkin?

b) Turli rangdagi uchta qalamni necha usulda tanlash mumkin?

d) Turli rangdagi ikkita qalamni necha usulda tanlash mumkin?

□ a) Dastlab bitta qizil qalamni tanlaymiz. Unga juft qilib uchta qora qalamdan ixtiyoriysini olishimiz mumkin. Jami 4 ta qizil qalam bo'lgani sababli turli juftliklar soni 12 ($12=4\cdot3$) ga teng.

b) Oldingi masaladagi 12 ta (qizil qalam, qora qalam) juftliklardan ixtiyoriysini tanlaymiz. Turli rangdagi uchta qalam uchlari-

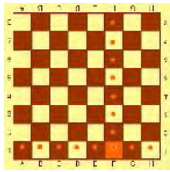
ni hosil qilish uchun har bir juftlikka yashil qalamni 2 ta usulda qo‘shish mumkin. Shuning uchun barcha uch xil rangdagi qalamlar uchliklari soni 24 ($24=12\cdot 2=4\cdot 3\cdot 2$) ga teng.

d) Uchta holat (juftlik) bo‘lishi mumkin: qizil qalam va qora qalam; qizil qalam va yashil qalam; yashil qalam va qora qalam.

Har bir holat uchun juftliklar soni oson topiladi (birinchisida – 12 ta, ikkinchisida–8 ta, uchinchisida–6 ta). Hammasini qo‘shib chiqsak, barcha variantlar sonini topamiz: 26 ta.

**Javob:** a) 12; b) 24 ; d) 26. ■

**9-masala.** Shaxmat taxtasida bitta gorizontal va vertikal chiziqda yotmagan qora va oq kvadratlarni necha usulda tanlasak bo‘ladi?



3-rasm.

□ Oq kvadratni 32 ta usulda tanlab, tegishli qator va ustunni o‘chiramiz. Taxtaning qolgan qismida $32-8-24$ ta qora kvadrat bor (3-rasm). Demak, jami $32\cdot 24-768$ ta tanlash usuli mavjud. ■

**10-masala.** Savatda 12 ta olma va 10 ta apelsin bor. Voris undan dastlab yo olmani, yo apelsinni olyapti, so‘ng Nodira olma bilan birga apelsinni olyapti. Nodirada qachon imkoniyatlar ko‘proq bo‘ladi, Voris olma olgandami yo apelsin olgandami?

□ $11\cdot 10<12\cdot 9$ bo‘lgani uchun olma olinganda imkoniyatlar ko‘proq. ■

8(b)-masalaga ko‘ra, ko‘paytirish qoidasini bir necha obyekt uchun ham qo‘llash mumkin.

*$A_1, A_2, ..., A_k$ to‘plamlar berilgan bo‘lsin. Dastlab $A_1$ dan bitta obyektni, so‘ng $A_2$ dan bitta obyektni, ..., va oxirida $A_k$ dan bitta obyektni tanlash usullari soni $n(A_1)n(A_2)...n(A_k)$ ko‘paytmaga teng.*

**11-masala.** Barcha raqamlari juft bo‘lgan besh xonali sonlar nechta?

□ Besh xonali sonning raqamlarini 5 ta katakka o‘ringa qo‘yamiz. Birinchi o‘ringa 4 ta raqam qo‘ysa bo‘ladi: 2, 4, 6 yoki 8. Ikkinchi o‘ringa beshta raqam qo‘ysa bo‘ladi: 0, 2, 4, 6 yoki 8. Uchinchi, to‘rtinchi va beshinchi o‘rinlarga ham shu beshta raqam qo‘ysa bo‘ladi: 0, 2, 4, 6 yoki 8. Demak, jami o‘rinlarni to‘ldirishda $4\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 5=2500$ usul mavjud. Barcha raqamlari juft bo‘lgan besh xonali sonlar 2500 ta. ■

**12-masala.** Do‘konda 7 ta tur pidjak, 5 ta tur shim va 4 ta tur galstuk sotilmoqda. Pidjak, shim va galstukdan iborat jamlanmani necha usul bilan sotib olsa bo‘ladi?

□ Pidjak tanlangan deb faraz qilamiz (buni 7 ta usul bilan qilsa bo‘ladi). Pidjakka 5 ta usul bilan shim tanlaymiz. Jami pidjak–shim juftligini $7 \cdot 5$ usulda tanlasa bo‘ladi. Bu juftlikka 4 ta usulda galstukni sotib olishimiz mumkin. Demak, pidjak, shim va galstukdan iborat jamlanmani $7 \cdot 5 \cdot 4 = 140$ usul bilan sotib olsa bo‘ladi. ■

**Mashqlar**

**1.** „Matbuot tarqatuvchi“ do‘konida 5 ta tur konvert va 4 ta tur marka sotilmoqda. Konvert bilan markani necha usulda sotib olishimiz mumkin?

**2.** Doskada 7 ta ot, 5 ta fe’l va 2 ta sifat yozilgan. Gap tuzish uchun har bir so‘z turkumidan bittasini olish kerak. Buni necha usulda amalga oshirsa bo‘ladi?

**3.** Ikkita o‘quvchida 20 tadan ruchka va 10 tadan qalam bor. Ular ruchkani ruchkaga yoki qalamni qalamga almashtirishga tayyor. Ular almashtirishlarni necha usulda amalga oshira oladilar?

**4.** Sinfda 10 ta fan o‘qitiladi. Dushanba kuni 4 ta dars, ammo ular turli bo‘lishi kerak. Dushanba kuniga dars jadvalini necha usulda tuzish mumkin?

**5.** „TANLOV“ so‘zidan bitta unli va bitta undosh harflarni necha usulda tanlash mumkin?

**6.** a) Agar oltita turli rangli mato bor bo‘lsa, bir xil kenglikdagi gorizontal yo‘lli uch xil rangli bayroqni necha usulda tiksa bo‘ladi?
b) Bayroq ikki rangli ham bo‘lishi mumkin, ammo bir xil rangli yo‘llar yonma-yon turishi mumkin emas.

**7.** $2 \times 2$ o‘lchamdagi kalak jadvalning har bir katagini yo qora, yo oq rangga bo‘yash mumkin. Bu jadvalni bo‘yashning necha xil usuli mavjud?

**8.** 5, 6, 7, 9 raqamlaridan, ularni takrorlamasdan, mumkin bo‘lgan barcha 4 xonali sonlarni tuzing va o‘sish tartibida yozib chiqing. Ular necha ekan?

**9.** 0, 1, 2, 3 raqamlaridan, ularni takrorlamasdan, mumkin bo'lgan barcha 4 xonali sonlarni tuzing. Ular nechta ekan? Ularni kamayish tartibida yozib chiqing.

**10.** 20 sonini 1,2,5 raqamlar orqali necha xil usulda tasvirlash mumkin? Hamma usullarni yozib chiqing.

## 2-§. O'rin almashtirish. Guruhlash. Amaliy-tatbiqiy mashqlar

**Amaliy topshiriqlar**

Lotin alifbosidagi harflar yozilgan 31 dona kartochkani qutiga soling.

***1-topshiriq.*** Shu 31 ta kartochkadan bittadan ketma-ket $k$ ta (masalan, $k=5$) kartochkani tanlab, bir qatorga tartib bilan joylashtirish kerak. Harflarning joylashish tartibi muhim.

Bu holda kartochkani tanlash uchun necha usul mavjud? Ikkinchi kartochkani tanlash uchun-chi?

5 ta kartochkani shunday tanlab olish imkoniyatlari nechaga teng deb o'ylaysiz?

***2-topshiriq.*** Endi 31 ta kartochkadan bir vaqtda $k$ ta kartochka tanlab bir qatorga joylashtirish kerak. Harflarning joylashish tartibi muhim emas.

$k$ ta kartochkani shunday tanlab olish imkoniyatlari nechaga teng deb o'ylaysiz? Aniqlik uchun, $k=5$ bo'lsin.

Endi harflar to'plami o'rniga $A=\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ ixtiyoriy to'plamni qaraylik.

*Shu $n$ ta elementdan bittadan ketma-ket $k$ ta elementni tanlab olib, bir „qatorga" tartib bilan joylashtirsak, hosil bo'lgan* $(a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k})$ *ketma-ketlik* ***n ta elementdan k tadan takrorsiz o'rinlashtirish*** *deb ataladi.*

Bunday o'rinlashtirishlar soni $A_n^k$ deb belgilanadi (o'qilishi: „$n$ dan $k$ ta bo'yicha"). Bu sonni topish uchun quyidagicha ish tutamiz.

Birinchi elementni tanlash uchun $n$ ta usul, ikkinchi elementni tanlash uchun $n-1$ ta usul, uchinchi elementni tanlash uchun $n-2$ ta usul va h.k., oxirgi, $k$-elementni tanlash uchun $n-k+1$ ta usul

mavjud. Demak, ko‘paytirish qoidasiga ko‘ra

$$A_n^k = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$$

formula o‘rinli bo‘ladi.

**1-masala.** „Zakovat“ jamoasida 6 nafar o‘yinchi bor.

a) Jamoa sardori va uning o‘rinbosari; b) jamoa sardori, uning birinchi o‘rinbosari, uning ikkinchi o‘rinbosari necha usulda tayinlanishi mumkin?

□ a) Sardor etib jamoaning 6 nafar o‘yinchisidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Sardorning yordamchisi etib qolgan 5 nafar o‘yinchidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Shuning uchun jamoa sardori va uning yordamchisi $6\cdot5=30$ usulda tayinlanishi mumkin.

b) Jamoa sardori va uning birinchi yordamchisini 30 usulda tayinladik. Ikkinchi yordamchi etib qolgan 4 nafar o‘yinchidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Shuning uchun jamoa sardori, uning birinchi yordamchisi, uning ikkinchi yordamchisi $6\cdot5\cdot4=120$ usulda tayinlanishi mumkin. ■

**2-masala.** Orifda beshta shar bor: qizil, yashil, sariq, ko‘k va yaltiroq. Agar har bir archani aynan bitta shar bilan bezash mumkin bo‘lsa, Orif beshta archani necha usulda bezashi mumkin?

□ Birinchi archani 5 ta shardan ixtiyoriy bittasi bilan, ikkinchi archani qolgan 4 ta shardan ixtiyoriy bittasi bilan va hokazo, bezash mumkin. Jami $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$ ta usul. ■

**3-masala.** Poyezd 9 ta vagondan iborat. 4 nafar yo‘lovchini shu vagonlarga shunday joylashtirish kerakki, bunda hech qanday ikkitasi bir vagonda bo‘lmasligi kerak. Buni necha usul bilan amalga oshirish mumkin?

□ 4 ta yo‘lovchilarning barchasi har xil vagonlarda bo‘lishi zarur ekanligidan, mavjud 9 ta vagondan 4 tasining tartibini inobatga olgan holda (chunki ular nomeri bilan farqlanadi) tanlab olishimiz kerak.

Bu esa *9 ta elementdan 4 tadan takrorsiz o‘rinlashtirish* degani.

Demak, jami $A_9^4 = 9\cdot8\cdot7\cdot6=3024$ ta usul bor. ■

*Agar* $k=n$ *bo‘lsa, u holda n ta elementdan n tadan takrorsiz o‘rinlashtirish* ***o‘rin almashtirish*** *deyiladi.*

Bunday o‘rin almashtirishlar soni 1 dan $n$ gacha barcha natural sonlar ko‘paytmasi $n!=1\cdot2\cdot\ldots\cdot n$ ga teng.

$n!$ belgi „en faktorial“ deb o‘qiladi.

**4-masala.** 1, 2, 3 raqamlaridan tuzish mumkin bo‘lgan uch xonali sonlar necta (raqamlar takrorlanmasin)?

□ Birinchi o‘ringa uchta raqamdan ixtiyoriysini qo‘yish mumkin. Ikkinchi o‘ringa qolgan ikkita raqamdan ixtiyoriysini va uchinchi o‘ringa eng oxirgi raqamni qo‘yish mumkin. Demak, jami $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$ ta son. ■

**5-masala.** 6 nafar o‘quvchi navbatga necha usul bilan turishi mumkin?

□ Birinchi o‘rinda 6 nafar o‘quvchidan ixtiyoriysi turishi mumkin. Ikkinchi o‘rinda qolgan 5 nafar (birinchi o‘rinda turgan o‘quvchidan qolganlari), 3-o‘rinda qolgan 4 nafar o‘quvchidan ixtiyoriysi,..., oxirgi o‘rinda faqat bir nafari turishi mumkin. Jami $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$ ta usul. ■

**6-masala.** 5 nafar yigitni va 5 nafar qizni bir qatorga necha usul bilan o‘tqazish mumkin, bunda ikki nafar yigit yoki ikki nafar qiz yonma-yon o‘tirishi mumkin emas.

□ Joylarni quyidagicha nomerlaymiz:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Toq joylarga yigitlarni o‘tqazamiz. Bunday o‘rin almashtirishlar soni 5! ga teng. Shunday joylashtirishga qizlarni 5! ta o‘rin almashtirishlar mos. Demak, bu holda joylashtirishlar soni $5! \cdot 5!$ ga teng. Xuddi shunday, yigitlarni juft joylarga o‘tqazganimizda joylashtirishlar soni $5! \cdot 5!$ ga teng bo‘ladi.

**Javob:** $2 \cdot 5! \cdot 5! = 28800$ ■

**7-masala.** 30 nafar o‘quvchisi bor sinfda fan olimpiadasida qatnashish uchun 3 nafar o‘quvchidan tarkib topgan jamoani tanlab olishimiz kerak. Buni necha usulda amalga oshirish mumkin?

□ Birinchi o‘quvchini 30 ta usulda, ikkinchi o‘quvchini qolgan 29 nafar o‘quvchidan 29 ta usulda, uchinchi o‘quvchini esa 28 usulda tanlasak bo‘ladi. Demak, $30 \cdot 29 \cdot 28$ variant paydo bo‘ldi. Ammo har qanday jamoa bunday sanashda bir necha marta sanaldi: bitta uchlik turli usulda tanlanishi mumkin, masalan, dastlab $A$, so‘ng $B$, undan keyin $C$ yoki dastlab $C$, so‘ng $A$, undan keyin $B$ va h.k.

Uchta elementdan o‘rin almashtirishlar soni 3! ga teng bo‘lgani bois, har bir jamoa 6 marta sanaldi. Jami $(30 \cdot 29 \cdot 28)/6 = 4060$ ta usulni hosil qilamiz. ■



$A=\{a_1, a_2, ..., a_n\}$, to'plamning ixtiyoriy $(a_{i_1}, a_{i_2}, ..., a_{i_k})$ qism to'plami ***n ta elementdan olingan k ta elementli guruh*** deyiladi.

$n$ elementdan olingan $k$ ta elementli guruhlar soni $C_n^k$ deb belgilanadi (o'qilishi: „se en dan ka bo'yicha"). Shu son

$$C_n^k = \frac{n\cdot(n-1)\cdot...\cdot(n-k-1)}{k\cdot(k-1)\cdot...\cdot2\cdot1} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

formula yordamida hisoblanadi.

**8-masala.** Duradgorlar brigadasida 15 nafar ishchi bor. Ko'p qavatli uyning eshiklarini qo'yish uchun 3 nafar duradgorni tanlash zarur. Har bir duradgor bu topshiriqni bajarishga layoqatli bo'lsa, bunday tanlash imkoniyatlari (variantlari) qancha?

□ Guruhlashlar sonini topish formulasidan foydalanamiz. Bu yerda $n=15$, $k=3$ va $C_{15}^3 = \frac{15\cdot14\cdot13}{1\cdot2\cdot3} = 455$. Demak, 15 nafar duradgorlar orasidan 3 nafarini tanlash imkoniyatlari soni 455 ta ekan. ■

**9-masala.** 7 nafar kishidan 3 nafar a'zodan iborat ishchi guruhni necha usulda tanlasa bo'ladi?

□ Uch nafar a'zodan tashkil topgan ishchi guruhni $C_7^3$ ta usulda tanlasa bo'ladi. ■

**Amaliy topshiriq**

O'tgan darsdagi amaliy topshiriqlarda berilgan tanlashlar sonini topish uchun Microsoft Excel dasturidan foydalanamiz. Buning uchun quyidagi ko'rinishdagi jadvalni tayyorlaymiz:

1-topshiriqdagi o'rinlashtirishlar sonini hisoblashda $f_x$ tugmadan foydalanib, C8 katakka

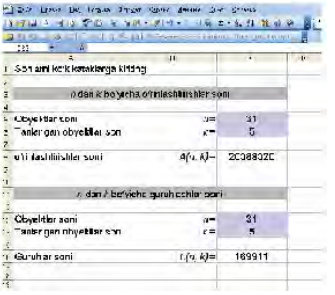
ПЕРЕСТ (C5; C6)

funksiyani mos qo'yamiz.

1-topshiriqdagi guruhlar sonini hisoblashda $f_x$ tugmadan foydalanib, C16 katakka

ЧИСЛКОМБ (C13; C14)

funksiyani mos qo'yamiz. Natijada jadval quyidagi ko'rinishni oladi:



## Mashqlar

**11.** 9 nafar munosib nomzoddan 4 ta lavozimga munosibini tanlash kerak. Buni necha usulda tanlash mumkin?

**12.** 30 nafar o‘quvchisi bor sinfda „Bilimlar bellashuvi“da qatnashish uchun 2 nafar o‘quvchini tanlab olishimiz kerak. Buni necha usulda amalga oshirish mumkin?

**13.** Oshxonada 4 ta piyola, 5 ta likopcha va 6 ta choy qoshig‘i bor. 3 nafar kishi choy ichishi uchun stolni necha usul bilan bezatish mumkin bo‘ladi (har bir kishi bitta piyola, bitta likopcha va bitta qoshiq olishi shart)?

**14.** 7 ta rangli bo‘yoqdan 4 tasini necha usulda tanlashimiz mumkin?

**15.** Tekislikda $n$ ta to‘g‘ri chiziq shunday chizilganki, bunda hech qanday ikkitasi parallel emas, hech qanday uchtasi esa bitta nuqtadan o‘tmaydi. Hosil bo‘lgan uchburchaklar nechta?

**16.** a) 10 elementli to‘plamning 4 elementli qism to‘plamlari soni bilan shu to‘plamning 6 elementli qism to‘plamlari sonini solishtiring.

b) 12 elementli to‘plamning 5 elementli qism to‘plamlari soni bilan shu to‘plamning 7 elementli qism to‘plamlari sonini solishtiring. Qanday xulosaga keldingiz?

**17.** Qavariq oltiburchakning uchlarida nechta kesma tutashadi? O‘nburchakning uchlarida-chi? $n$-burchakning uchlarida-chi?

**18.** Qavariq oltiburchakda nechta diagonal bor? O‘nburchakda-chi? *n*-burchakda-chi?

**19.** Qaysidir qabila alifbosida atigi 4 ta harf bor ekan: *A*, *B*, *U*, *K*. Bu harflar yordamida jami nechta 3 harfli so‘zlar tuzish mumkin?

## Rost va yolg‘on mulohazalar

Tafakkur qonunlari, shakllari va usullarini o‘rganadigan hamda to‘g‘ri fikr yuritish va xulosa chiqarishni o‘rganadigan fan *mantiq (logika)* deb ataladi.

„Logika“ so‘zi yunoncha so‘z bo‘lib, *so‘z* yoki *aql* degan ma’nolarni anglatadi.

Mantiq fanining asoschisi yunon faylasufi **Aristotel (Arastu)** hisoblanadi. Arastu o‘zining „Organon“, „Metafizika“ kabi asarlarida mantiq fani qonunlarini yoritgan. O‘rta osiyolik olimlardan **Forobiy va Abu Ali ibn Sino** mantiq fanining rivojlanishiga o‘z hissalarini qo‘shganlar.

*Rost yoki yolg‘onligi ma’lum bo‘lgan darak gap* ***mulohaza*** *deyiladi.*

Masalan, „A – unli harf“, „6 soni 9 dan kichik“ – rost mulohazalar. „Oy – Mars sayyorasining yo‘ldoshi“ va „Ikki karra ikki beshga teng“ mulohazalar esa yolg‘on mulohazalardir.

**1-masala.** Quyidagi darak gaplar mulohaza bo‘ladimi?

1. Har bir mushuk to‘rt oyoqqa ega.
2. 2001-yil 1-yanvar kuni seshanba edi.
3. 4 dan kichik bo‘lmagan ixtiyoriy juft son ikkita tub son yig‘indisidir.
4. Bu mulohaza rost.

□ 1. Bu rost mulohaza. Ayrim uch oyoqli mushuklar haqida o‘ylamasligimiz kerak.

2. Bu darak gap mulohaza bo‘ladi. Uning rost-yolg‘onligini aniqlash uchun taqvimga murojaat qilsangiz bo‘ldi: berilgan mulohaza yolg‘on, chunki 2001-yil 1-yanvar kuni dushanba edi.

3. Bu darak gap mulohaza bo‘ladi. Ko‘rinib turibdiki, xususiy hollarda bu mulohaza rost: $4=2-2$, $8=3+5$, $12=7+5$.

Umumiy holda bu mulohaza *Goldbax gipotezasi* (Christian Goldbach; 1690–1764-y.y.) deyilib, uning rost-yolg‘onligini aniqlash

uchun dunyoning ko‘plab matematiklari urinishgan bo‘lsalar-da, hanuzgacha muammo hal etilmagan.

4. Yo‘q. Bu darak gapning rost-yolg‘onligini aniq aytib bo‘lmaydi: agar u rost bo‘lsa, u rost, agar yolg‘on bo‘lsa – yolg‘on. Mantiqda o‘zining rost yo yolg‘onligini tasdiqlaydigan darak gaplar, odatda, qaralmaydi. ■

## Mashqlar

**1.** Quyidagi mulohazalar rost bo‘ladimi?
a) qor yashil rangda bo‘ladi;
b) qor eriganda suv hosil bo‘ladi;
d) qor eriganda sut hosil bo‘ladi;
e) onamning yoshi mening yoshimdan katta;
f) 1 soni – eng kichik son;
g) 1 soni – eng kichik natural son;
h) $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakda $AB$ tomon $CD$ tomondan uzunroq;
i) $1\,000\,000>1\,000$;
j) 6 soat < 20 minut;
k) $18-4>15$;
l) kvadrat – to‘g‘ri to‘rtburchakdir;
m) to‘g‘ri to‘rtburchakning diagonallari parallel bo‘ladi.

**2.** 1) Rost; 2) yolg‘on mulohazalarga misollar keltiring.

**3.** Quyidagi darak gaplar mulohaza bo‘ladimi? Agar mulohaza bo‘lsa, uning rost-yolg‘onligini aniqlang:
a) barcha hayvonlarning dumi bor;
b) ayrim insonlar Shimoliy qutbga yayov yetib borishgan;
d) hech qaysi oy 50 kundan iborat emas;
e) barcha daraxtlar o‘rmonda o‘sadi;
f) hech qanday daraxt o‘rmonda o‘smaydi;
g) ayrim daraxtlar o‘rmonda o‘sadi;
h) ayrim sinfdoshlarim Oyda bo‘lishgan;
i) barcha sinfdoshlarim a’lochi;
j) hech qanday so‘z „K“ harfidan boshlanmaydi;
k) barcha so‘zlar „K“ harfidan boshlanadi;
l) ayrim gaplar „!“ belgi bilan tugaydi;
m) barcha gaplar nuqta bilan tugallanadi.

**4.** Quyidagi mulohazalar yolg‘on ekanligini isbotlang:
a) 0 soni natural son;
b) 1 soni – tub son;

d) 1 soni – tub son emas;
e) 2 va 3 sonlari orasida boshqa natural sonlar mavjud emas;
f) 18·5453 456 soni 9 ga bo‘linadi;
g) 535 35353 soni 3 ga va 5 ga bo‘linadi;
h) 0 va 4 sonlari $x^2+2=18$ tenglamani qanoatlantiradi;
i) 8,9 soni 9 dan katta yoki teng;
j) noto‘g‘ri kasr 1 dan kichik;
k) ikkita ikki xonali sonning yig‘indisi ikki xonali son bo‘ladi.

**5.** Bir inson to‘tiqushni sotayotganda to‘tiqush ixtiyoriy tilda eshitgan har bir so‘zni takrorlay oladi, deb va’da berdi. Ammo sotib olingan to‘tiqush hech narsa gapirmadi. Agar sotuvchi aldamaganligi ma’lum bo‘lsa, bu holatni qanday tushuntirish mimkin?

**6.** Uchta mulohaza bor:
Doniyordagi kitob 1000 tadan ko‘p.
Yo‘q, unda 1000 ta dan kam kitob bor.
Uning kamida bitta kitobi bor.
Shu uchta mulohazadan aqalli bittasi rost. Doniyorda nechta kitob bor?

**7.** Sardorda 7 ta konfet, Po‘latda 5 ta konfet bor, Komilda esa konfet yo‘q. Ular barcha konfetlarni o‘zaro teng bo‘lishdi. Komil yegan konfeti uchun Sardor va Po‘latga 12 ta tanga berdi. Po‘lat bilan Sardor 12 ta tangalarni o‘zaro qanday taqsimlashlari kerak? Bunda hech kim xafa bo‘lmasligi lozim.

**8.** 16, 36, 64, 98 sonlari uchun Goldbax gipotezasi o‘rinli ekanligini tekshiring-chi.

**9.** 5 nafar bola ko‘chada to‘p o‘ynayotgan edi. Ulardan biri tepgan to‘p oynaga tegib uni sindirdi.
*Anvar:* Buni Vali yoki To‘lqin qilgan.
*Vali:* Buni men qilmadim. Yusuf ham qilmagan.
*To‘lqin:* Ikkoving ham yolg‘on gapiryapsan.
*Dilshod:* Ulardan biri yolg‘on, biri esa rost gapirdi.
*Yusuf:* Dilshod, sen haq emassan.
Bolalar o‘yinini kuzatayotgan bir kishi kamida 3 ta bola rost gapirganini biladi. Oynani kim sindirgan?

**10.** To‘rtta bolaning har birida o‘zining bittadan sevimli jonivori bor: mushuk, kuchuk, baliq, bulbul. Mansurning jonivori mayin junli, Farhodniki to‘rt oyoqli, Nodirniki patli, Jasur va Mansur

mushukni yomon ko‘rishadi. Quyidagi tasdiqlardan qaysi biri noto‘g‘ri?

A) Farhodda kuchuk; B) Nodirda bulbul;
C) Mansurda – mushuk; D) Jasurda – baliq.



## Qarama-qarshi mulohazalar. Mulohazalarning inkori

Faraz qilaylik, sayyoh botirlar va yolg‘onchilar orolida cho‘milmoqchi bo‘ldi. Botirlar faqat rost, yolg‘onchilar esa faqat yolg‘on gapiradilar. Yo‘lda u Ali va Vali ismli mahalliy xalq vakillarini uchratib, ulardan ko‘l qayerdaligi haqida so‘radi.

– Yo‘l bo‘ylab yursangiz ikki kilometr narida – dedi Ali.

– Yo‘l bo‘ylab 200 metr uzoqlikda – dedi Vali.

Sayyoh Ali yolg‘onchi ekanligini bilar ekan. „Valining gapi Alinikidan farqli bo‘lgani uchun Vali – botir, ya’ni uning gapi rost ekan“, deb ko‘l tomon yo‘l oldi. Ammo 200 metrdan keyin ham, 2 kilometrdan keyin ham ko‘l uchramadi. So‘ng sayyoh Ali va Vali ikkalasi ham yolg‘onchi ekanligini payqadi. Agar sayyoh mantiqiy o‘ylaganda, u hayron bo‘lmas edi. „Ko‘lgacha 200 metr“ va „Ko‘lgacha 2 km“ mulohazalar bir-birini inkor etmaydi. Berilgan holatda ular ikkalasi ham yolg‘on bo‘lib chiqdi. Boshqa sharoitda (yo‘lda bir necha ko‘l joylashgan bo‘lsa) ular ikkalasi ham rost bo‘lishi mumkin edi.

Shu bilan birga, agar Vali „Ko‘lgacha 200 metr“ darak gap o‘rniga „Ko‘lgacha ikki kilometr emas“ deganda hech qanday shubha paydo bo‘lmasdi: sayyoh „Bu yo‘l bo‘ylab yursam ko‘l yo uchraydi, yo uchramaydi“ degan xulosaga kelar edi.

Odamlar bir narsa to‘g‘risida bahslashsa, ularning bir qismi qandaydir mulohazani rost, ikkinchi qismi esa yolg‘on deb hisoblaydi.

Masalan, insonlar asrlar davomida „Quyosh Yer sayyorasi atrofida aylanadi“ degan mulohazaning rost-yolg‘onligi haqida bahslashganlar. Bir necha asr oldin barcha insonlar bu mulohaza rost va ravshan ekanligini ta’kidlaganlar. Ammo Nikolay Kopernik (1473–1543-y.y.) bu mulohazaga qarama-qarshi bo‘lgan „Yer Quyosh atrofida aylanmaydi“ degan taxminni (gipotezani) ilgari surgan. Mazkur gipoteza keyinchalik o‘z tasdig‘ini topgan.

Boshqa bir misol. Og‘zaki so‘rovda Anvar $2 \cdot 3 = 7$ deb aytganda Madina bu tenglikni noto‘g‘ri deb to‘g‘riladi. Bu holat ikkala o‘quvchi 2·3 ko‘paytma to‘g‘risida qarama-qarshi fikrga egaligini

bildirmoqda. Boshqacha aytganda, $2 \cdot 3 = 7$ va $2 \cdot 3 \neq 7$ mulohazalar bir-birini *inkor* qilib, ulardan har biri ikkinchisining *inkori* deb yuritiladi.

Har qanday mulohazaga qarama-qarshi mulohaza mavjud. Bu mulohaza berilgan mulohazaning inkori deyiladi.

Bir-birini inkor qiluvchi yana bir nechta misollarni keltiramiz.

| № | Mulohaza | Uning inkori |
|---|---|---|
| 1 | Toshkent – O'zbekistonning poytaxti | Toshkent – O'zbekistonning poytaxti emas |
| 2 | Ikki karra ikki – to'rt | Ikki karra ikki to'rtga teng emas |
| 3 | Yupiter massasi Yer massasidan kattaroq | Yupiter massasi Yer massasidan katta emas |
| 4 | 37 soni 3 ga bo'linadi | 37 soni 3 ga bo'linmaydi |
| 5 | Eng katta natural son mavjud | Eng katta natural son mavjud emas |
| 6 | 36 soni 36 dan katta | 36 soni 36 dan katta emas |
| 7 | Anvarning ukasi bor | Anvarning ukasi yo'q |
| 8 | $a < b$ | $a$ son $b$ sondan kichik emas |

Mulohazaning inkorini tuzish hayotda ham, matematikada ham muhimdir.

## Kvantorlar. Qarama-qarshi mulohazani tuzish qoidasi. Teskarisidan isbotlash usuli. Teorema

Mulohazaning inkorini tuzish turli usulda amalga oshiriladi. Biz quyidagi qoidani tavsiya etamiz:

*Mulohazaning inkorini tuzish uchun berilgan mulohazaga „...**ligi noto'g'ri**“ , „... **emas**“so'zlarini qo'shib, hosil bo'lgan mulohazani mantiqan o'zgartirmasdan soddalashtirish kerak.*

Masalan, „Anvarning ukasi bor“ degan mulohazaning inkorini „Anvarning ukasi borligi noto'g'ri“ kabi aytish mumkin. Ammo shu gap o'rniga „Anvarning ukasi yo'q“ deyish soddaroq bo'ladi.

**Masala.** Quyidagi mulohazalarning inkorini dastlab „...ligi noto'g'ri“ , „... emas“ so'zlarini qo'shib, hosil bo'lgan mulohazani mantiqan o'zgartirmasdan soddalashtirib tuzing.

a) Stolda hech narsa yo'q.
b) Biz 21-asrgacha yashamaymiz.
d) 11111 soni tub sondir.
e) 24 ga bo'linadigan son 9 ga ham bo'linadi.
f) Anvarning yo ili, yo mushugi bor.
g) 36 soni 36 dan katta.

h) Anvarning ukasi bor.

i) 56431 soni ham 13 ga, ham 17 ga bo‘linadi.

□

| № | Mulohaza | 1-qadam | Mulohazaning inkori |
|---|---|---|---|
| 1 | Stolda hech narsa yo‘q | Stolda hech narsa yo‘qligi noto‘g‘ri | Stolda bir narsa bor |
| 2 | Biz 21-asrgacha yashamaymiz | Biz 21-asrgacha yashamasligimiz noto‘g‘ri | Biz hozir 21-asrda yashayapmiz |
| 3 | 11111 soni tub sondir | 11111 soni tub son ekanligi noto‘g‘ri | 11111 soni tub son emas |
| 4 | 24 ga bo‘linadigan son 9 ga ham bo‘linadi | 24 ga bo‘linadigan son 9 ga ham bo‘linishi noto‘g‘ri | 24 ga bo‘linadigan son 9 ga bo‘linmasligi mumkin |
| 5 | Anvarning yo‘ti, yo mushugi bor | Anvarning yo‘ti, yo mushugi bor ekanligi noto‘g‘ri | Anvarning na‘ti, na mushugi bor |
| 6 | 36 soni 36 dan katta | 36 soni 36 dan katta emas | 36 soni 36 dan katta emas |
| 7 | Anvarning ukasi bor | Anvarning ukasi yo‘q | Anvarning ukasi yo‘q |
| 8 | 56431 soni ham 13 ga, ham 17 ga bo‘linadi | 56431 soni ham 13 ga, ham 17 ga bo‘linishi noto‘g‘ri | 56431 soni yo 13 ga, yo 17 ga bo‘linmaydi |

Shunday qilib, mulohazaning inkorini tuzish qandaydir ma‘noda tilshunoslik masalasidir. Bu masalani yechish uchun bizga berilgan mulohazaning rost yoki yolg‘onligi muhim emas. Masalan, yuqorida „11111 soni – tub sondir“ mulohazaning inkorini tuzganimizda biz 11111 soni tub yo murakkab ekanligini tekshirishimiz shartmas. Xuddi shunday, Anvarning ukasi bor-yo‘qligini ayta olmaymiz, chunki qaysi Anvar haqida gap ketayotganligini bilmaymiz.

Ikkita qarama-qarshi mulohazadan biri rost, ikkinchisi esa yolg‘on bo‘ladi. Boshqacha aytganda berilgan mulohaza yoki uning inkori albatta rost bo‘ladi. Bu tasdiq *uchinchisini inkor qilish qonuni* deb yuritiladi.

Shu bilan birga mulohaza va uning inkori bir vaqtda rost bo‘la olmaydi. Shuning uchun agar biror fikr yuritganimizda mulohaza va uning inkori rost ekanligiga kelsak, ziddiyatni hosil qilamiz.

## Mashqlar

**1.** Quyidagi mulohazalarning inkorini dastlab „...ligi noto‘g‘ri“, „... emas“ so‘zlarini qo‘shib, hosil bo‘lgan mulohazani mantiqan o‘zgartirmasdan soddalashtirib tuzing. *Uchinchisini inkor qilish qonunining* bajarilishini tekshiring.

a) Oy – Yer sayyorasining yo‘ldoshi.

b) O‘rmonda qo‘ziqorinlar ko‘p.

d) Qo‘ziqorinni yeb bo‘lmaydi.

e) Sirdaryoda timsohlar yashaydi.

f) Amazonka daryosi Nil daryosidan uzunroq.

g) Yer sharida yo 7 ta, yo 8 ta materik mavjud.
h) Tarvuz – yo meva, yo sabzavot.
i) Dars jadvaliga ko'ra chorshanba kuni matematika va jismoniy tarbiya darslari bor.
j) Oshxonaga na somsani, na shirin kulchani olib kelishdi.
k) 0,5 va $\frac{1}{2}$ kasrlar o'zaro teng.
l) To'g'ri to'rtburchakning yuzi uning eni va bo'yi ko'paytmasiga teng.

**2.** Oldingi darsda quyidagi mulohazalar yolg'on ekanligini isbotlaganmiz. Uchinchisini inkor qilish qonuniga ko'ra bu mulohazalarning inkorlari rost. Shuni tekshirib ko'ring-chi.
a) 0 soni – natural son.
b) 1 soni – tub son.
d) 1 soni – tub son emas.
e) 2 va 3 sonlar orasida boshqa natural sonlar mavjud emas.
f) $18 \cdot 5453+456$ soni 9 ga bo'linadi.
g) 535353 53 soni 3 ga va 5 ga bo'linadi.
h) 0 va 4 sonlari $x^2+2=18$ tenglamani qanoatlantiradi.
i) 8,9 son 9 dan katta yoki teng.
j) Noto'g'ri kasr 1 dan kichik.
k) Ikkita ikki xonali sonning yig'indisi ikki xonali son bo'ladi.

**1-masala.** Yolg'onchi: „Barcha sinfdoshlarim a'lochi", dedi. Bundan barcha sinfdoshlar a'lochi emasligi kelib chiqadimi?

□ Yo'q. Sinfdoshlar orasida a'lochi bo'lganlar ham, a'lochi bo'lmaganlar ham bo'lishi mumkin.

Demak, barcha sinfdoshlar (boshqacha aytganda sinfdoshlarning barchasi) a'lochi bo'lmasligi uchun ayrim (ya'ni barchasi emas!) o'quvchilar a'lochi bo'lmasligi kifoya. ■

*„Barcha , hamma"lar to'g'risidagi mulohazaning inkorini tuzish uchun:*
*– „Barcha, hamma" so'zlarini „ayrim" so'ziga ;*
*– xossani qarama-qarshi xossaga (masalan, „a'lochi"ni „a'lochi emas" ga) almashtirish kerak.*

**2-masala.** Yolg'onchi: „Ayrim sinfdoshlarim a'lochi" dedi. Bundan ayrim sinfdoshlarning a'lochi emasligi kelib chiqadimi?

□ Yo'q. Sinfdoshlarning barchasi a'lochi bo'lmasligi ham mumkin.

*„Ayrim“lar to‘g‘risidagi mulohazaning inkorini tuzish uchun:*
*– „Ayrim“ so‘zini „Barcha, hamma“ so‘zlariga;*
*– xossani qarama-qarshi xossaga almashtirish kerak.*

**Mashqlar**

**1.** Quyidagi mulohazalarning inkorlari to‘g‘ri tuzilganmi? Nega?

| Mulohaza | Inkori |
|---|---|
| Barcha mushuklar oq rangda | Barcha mushuklar oq rangda emas |
| Barcha mushuklar oq rangda | Ayrim mushuklar oq rangda |
| Barcha mushuklar oq rangda | Ayrim mushuklar oq rangda emas |
| Ayrim mevalar shirin | Ayrim mevalar shirin emas |
| Ayrim mevalar shirin | Barcha mevalar shirin emas |
| Ayrim mevalar shirin | Barcha mevalar shirin |
| 30 kundan iborat bo‘lgan oylar bor | Ayrim oylar 30 kundan iborat emas |
| 30 kundan iborat bo‘lgan oylar bor | Ayrim oylar 30 kundan iborat |
| 30 kundan iborat bo‘lgan oylar bor | Barcha oylar 30 kundan iborat |
| 30 kundan iborat bo‘lgan oylar bor | Barcha oylar 30 kundan iborat emas |
| Har kuni ertalab yomg‘ir yog‘adi | Har kuni ertalab yomg‘ir yog‘maydi |
| Har kuni ertalab yomg‘ir yog‘adi | Hech qachon ertalab yomg‘ir yog‘maydi |
| Har kuni ertalab yomg‘ir yog‘adi | Ayrim kunlari ertalab yomg‘ir yog‘maydi |

**2.** Quyidagi mulohazalarning inkorlarini tuzing:
a) har qanday kvadrat – romb;
b) ayrim qushlar ucha olmaydi;
d) ayrim yozuvchilar shoir emas;
e) ayrim pashshalar chaqmaydi;
f) hamma sayyoralar shar shaklida;
g) barcha askarlar kuchli insonlar;
h) ixtiyoriy xirurg – shifokor;
i) hamma ayiqlar asalni iste’mol qiladi;
j) har qanday doira – yassi shaklda;
k) ayrim quyonlar karamni yaxshi ko‘radi;
l) ayrim kitoblar qiziqarli.

**3.** Tegishli misol keltirib, quyidagi mulohaza noto‘g‘riligini ko‘rsating: agar qo‘shiluvchilardan hech biri berilgan songa bo‘linmasa, ularning yig‘indisi ham bu songa bo‘linmaydi.

**4.** „Juft“ va „toq“ so‘zlaridan foydalanib, to‘g‘ri mulohazani hosil qiling:
a) ikkita juft sonning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi;
b) ikkita toq sonning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi;

d) uchta juft sonning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi;
e) uchta toq sonning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi;
f) toq va juft sonlarning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi;
g) agar toq sondan juft son ayirilsa, natijada ... son hosil bo‘ladi;
h) agar toq sondan toq son ayirilsa, natijada ... son hosil bo‘ladi;
i) ikkita toq sonning ko‘paytmasi doimo ... bo‘ladi;
j) toq va juft sonlarning ko‘paytmasi doimo ... bo‘ladi;
k) ikkita toq sonning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi.

**5.** Quyidagi mulohazalar to‘g‘rimi?
1) 9 ga karrali sonlar 3 ga ham karrali bo‘ladi; 2) 3 ga karrali sonlar 9 ga ham karrali bo‘ladi; 3) 45 ga karrali sonlar 9 ga ham, 5 ga ham karrali bo‘ladi; 4) 18 ga karrali sonlar 2 ga karrali, ammo 9 ga karrali emas.

**Teskarisidan isbotlash usuli.**
Ko‘p hollarda $A$ mulohazaning rostligini isbotlash quyidagicha amalga oshiriladi:

*1-qadam.* **Teskarisi faraz qilinadi:** $A$ ning inkori rost deb, ya’ni $A$ mulohaza yolg‘on deb faraz qilinadi.

*2-qadam.* Ziddiyatga olib kelinadi: Avvaldan rostligi ma’lum bo‘lgan qandaydir $B$ mulohazaning yolg‘onligi keltirib chiqariladi.

*3-qadam.* 2-qadamda hosil bo‘lgan ziddiyatdan $A$ ning rost ekanligi haqida xulosa chiqariladi.

**1-masala.** Shifokor bemorga gripp bilan kasal bo‘lmaganligini isbotlash maqsadida quyidagicha mulohaza yuritishi mumkin: „Agar Siz haqiqatan ham gripp bilan kasal bo‘lganingizda, Sizda yuqori temperatura, burun oqishi va h.k. bo‘lar edi. Ammo bu narsalar kuzatilmayapti. Demak, Sizda gripp yo‘q“.

**2-masala.** Eng katta natural son mavjud emas.

Faraz qilaylik, eng katta natural son mavjud bo‘lsin. U holda bu songa 1 ni qo‘shamiz va bundan kattaroq natural son hosil qilamiz. Ziddiyat. Demak, bizning farazimiz noto‘g‘ri. Eng katta son mavjud emas.

**3-masala.** Besh nafar bolada to‘qqizta yong‘oq bor. Bolalardan hech bo‘lmaganda ikkitasidagi yong‘oqlar soni teng ekanini isbotlang.

Faraz qilaylik, bolalardagi yong‘oqlar soni har xil bo‘lsin. Ularni o‘zlaridagi yong‘oqlar soni bilan nomerlaymiz. Birinchi boladagi yong‘oqlar soni 0 tadan kam emas, ikkinchi boladagi yong‘oqlar

soni bittadan kam emas, uchinchi boladagi yong‘oqlar soni ikkitadan kam emas, to‘rtinchi boladagi yong‘oqlar soni uchtadan kam emas, beshinchi boladagi yong‘oqlar soni esa to‘rttadan kam emas. Bu holda jami yong‘oqlar soni 10 tadan kam emas ekan. Ammo yong‘oqlar esa 9 ta edi. Ziddiyat. Demak farazimiz noto‘g‘ri ekan. Qaysidir ikkita boladagi yong‘oqlar soni teng ekan.

**4-masala.** Tub sonlar cheksiz ko‘p.

Eng katta tub son mavjud emasligini isbotlash kifoya.

Faraz qilaylik, tub sonlar soni chekli bo‘lsin. Biz bu sonlarni o‘sish tartibida yozib chiqaylik: $2<3<5<\ldots<p$, bu yerda $p$ – eng katta tub son.

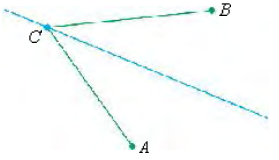
$2\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot p+1$ sonni qaraylik. Ravshanki, bu son $2, 3, 5, \ldots, p$ sonlardan hech biriga bo‘linmaydi. Demak, shu sonning tub ko‘paytuvchilari orasida 2, 3, 5, …, $p$ sonlar yo‘q! Ya’ni $2\cdot3\cdot5\cdot\ldots\times\times p$ 1 sonning ixtiyoriy tub bo‘luvchisi $p$ sonidan katta. Ammo $p$ – eng katta tub son edi. Ziddiyat. Demak, bizning farazimiz noto‘g‘ri, ya’ni eng katta son mavjud emas.

**Topshiriq.** Geometriya darsligingizda teskarisidan isbotlash usuli bilan isbotlangan teoremalarni muhokama qiling.

**Teorema** rostligi isbot asosida ko‘rsatiladigan matematik mulohaza.

Ixtiyoriy uchburchak ichki burchaklarining yig‘indisi 180°ga tengligi teoremaga misol bo‘la oladi. Buni tajriba yo‘li bilan tekshirishga urinib ko‘rish mumkin: uchburchak chizib, transportir bilan burchaklarning kattaliklarini o‘lchab, so‘ng qo‘shib chiqib, yig‘indining 180° ga tengligiga ishonch hosil qilsa bo‘ladi. Biroq matematikada mulohazaning rostligi tajribada tekshirish orqali emas, isbot asosida o‘rnatiladi. Teoremalarning bayonida, odatda, „agar ... bo‘lsa, u holda....“, „...dan .... kelib chiqadi“ kabi iboralar uchraydi. Bunday hollarda yozuvni qisqartirish uchun $\Rightarrow$ belgisidan foydalaniladi.

Masalan, $A$ va $B$ nuqtalardan bir xil uzoqlikdagi $C$ nuqta bu nuqtalarning simmetriya o‘qiga tegishli degan teoremani olaylik (rasmga qarang).



Bu teoremani quyidagicha bayon qilishimiz mumkin:

(ixtiyoriy $A$, $B$, $C$ nuqtalar uchun) $(CA = CB) \Rightarrow$ ($C$ nuqta $A$, $B$ nuqtalarning simmetriya o'qiga tegishli).

*Teorema qisqacha $A \to B$ ko'rinishida yoziladi, bu yerda $A$ – **teoremaning sharti** deb nomlanadigan mulohaza, $B$ esa **teoremaning xulosasi** deb nomlanadigan mulohaza.*

Matematikada $\Rightarrow$ belgidan boshqa maxsus belgilardan ham foydalaniladi: $\Leftrightarrow$ („...bo'lishi uchun ... zarur va yetarli"), $\neg$ (inkor, „...emas") hamda kvantorlar deb ataluvchi $\forall$ (umumiylik kvantori, „barcha ... lar uchun", „ixtiyoriy ... uchun") va $\exists$ (mavjudlik kvantori, „shunday ... mavjudki" , „ayrim ...").

Kvantorlar belgilari Peanoning „Formulaire de Mathematiques" kitobida ilk bor uchraydi. „Kvantor" atamasini esa 1885-yilda Ch. Pirs kiritgan.

Kvantorlardan foydalanib yuqoridagi teoremani yanada qisqa bayon qilsa bo'ladi:

($\forall A$, $B$, $C$ nuqtalar uchun) $\Rightarrow$($C$ nuqta $A$, $B$ nuqtalarning simmetriya o'qiga tegishli).

Teoremalarga yana bir necha misol keltiraylik.

1. Agar natural son 6 ga bo'linsa, u holda bu son juft bo'ladi.
2. Agar uchburchak to'g'ri burchakli bo'lib, uning bir burchagi $30^\circ$ bo'sa, u holda $30^\circ$ li burchak qarshisidagi katet gipotenuzaning yarmiga teng bo'ladi.
3. Agar uchburchakning tomonlari teng bo'lsa, u holda bu tomonlar qarshisida teng burchaklar yotadi.
4. Ikki nomanfiy sonning o'rta arifmetigi shu sonlar o'rta geometrigidan kichik emas.

Oxirgi teoremani qisqacha quyidagicha yozsa bo'ladi:

$$(\forall a \geq 0)(\forall b \geq 0) \Rightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}\,.$$

**Mashq.** 1–3-teoremalarni matematik belgilardan foydalanib, qisqaroq yozib ko'ring.

### Yolg'onchi paradoksi. Sartarosh paradoksi va boshqa paradokslar

Paradoks[1] – ko'pchilik tomonidan qabul qilingan an'anaviy fikr, tajribaga o'z mazmuni yoki shakli bilan keskin zid bo'lgan, kutil-

[1] Qad. yun. *παράδοξος* – kutilmagan, g'alati

magan mulohaza. Har qanday paradoks (asoslimi, asossizmi, bundan qat'i nazar) „shubhasiz to'g'ri" hisoblangan u yoki bu fikrni inkor etishdek ko'rinadi. „Paradoks" atamasining o'zi ham dastlab antik falsafada har qanday g'alati fikrni ifodalash uchun ishlatilgan.

Paradokslar, odatda, mantiqiy asoslari to'la aniqlanmagan nazariyalarda uchraydi.

Bir necha paradoksni keltiramiz.

**1-masala.** *(Yolg'onchi paradoksi.)* „Men tasdiqlayotgan barcha narsa yolg'on" mulohazani qaraymiz.

□ Agar bu mulohaza rost bo'lsa, bu mulohazaning ma'nosiga asosan aytilgan mulohazaning yolg'on ekanligi haqiqat. Agar bu mulohaza yolg'on bo'lsa, mulohazadagi ta'kid — yolg'on. Demak, bu mulohaza yolg'on degan mulohaza yolg'on, shunday ekan, bu mulohaza haqiqat. Ziddiyat. ■

**2-masala.** *(Sartarosh paradoksi.)*

□ 20-asr boshlarida britaniyalik mashhur matematik Bertran Rassel (1872–1970-y.y.) quyidagi vaziyatga o'z e'tiborini qaratdi. Bir qishloqda ayrim erkaklar soqolini o'zlari oladi, ayrimlari esa sartaroshga murojaat qilishar ekan. Bunda sartarosh o'zining soqolini olmaydigan qishloqdoshlarining soqolini olishga majbur. Shu bilan birga o'zining soqolini oladigan qishloqdoshlariga xizmat ko'rsatmaydi. Sartarosh o'z soqolini oladimi?

Bu savolga ixtiyoriy javob ziddiyatga olib keladi (tekshirib ko'ring-chi!). ■

### Mashqlar

Quyidagi holatlar bo'yicha fikringizni bayon qilib, do'stlaringiz bilan muhokama qiling.

**1.** Krit faylasufi Epimenid barcha kritliklar yolg'onchi ekanligini tasdiqladi. Epimenid rost gapirdimi?

**2.** Aflotun: Hozir Suqrot aytgan barcha narsa yolg'on.
Suqrot: Hozir Aflotun aytgan gap yolg'on.
Kim rost gapirdi?

**3.** Qog'ozning bir tomoniga: „Qog'ozning boshqa tomoniga yozilgan gap yolg'on", shu qog'ozning ikkinchi tomoniga: „Qog'ozning boshqa tomoniga yozilgan gap yolg'on" deb yozilgan.
Qog'ozning qaysi tomoniga rost gap yozilgan?

**4.** „Bu qiziqarli gapda so'zlar soni yettiga teng" degan gap rost ekan.

**5.** „Bu gapni o‘qish man etiladi“.

**6.** Hamma narsaga qodir sehrgar o‘zi ko‘tara olmaydigan toshni yarata oladimi?

**7.** Mashhur faylasuf Protagor Evatlni tekinga huquqqa o‘rgatish uchun shogirdlikka oldi. Bunda „agar Evatl o‘zining birinchi sud majlisida g‘olib bo‘lsa, menga birmuncha pul to‘laydi“ degan ma’nodagi shartnoma tuzildi.

O‘qishdan so‘ng Evatl hech ishga chiqmadi. Natijada uning birinchi sud majlisida qatnashish-qatnashmasligi mavhum bo‘lib qoldi. Protagor o‘zining shogirdi ustidan sudga shikoyat qildi. Sud jarayonidan lavha:

**Protagor.** Har qanday holatda bu yigit menga to‘lashi kerak. Haqiqatan ham, agar u bu sudda g‘olib bo‘lsa, shartnoma shartiga ko‘ra u menga to‘laydi. Agar yutmasa, sud qaroriga ko‘ra menga to‘laydi.

**Evatl.** Men Protagorga hech narsa bermayman! Agar men sudda g‘olib bo‘lsam, g‘olib bo‘lgan odam sifatida hech narsa bermayman. Ammo men yutqazishga ham tayyorman. Bu holda shartnoma shartiga ko‘ra men hech narsa to‘lamayman.

Fikringizcha, sud jarayonida kim g‘olib bo‘ldi?

## 7-SINF „ALGEBRA“ KURSINI TAKRORLASH UCHUN MASHQLAR

Sonli ifodaning qiymatini toping (**1–3**):

**1.** 1) $\left(5\frac{3}{4}-4\frac{8}{9}\right)\cdot 2+67\frac{1}{2}:2\frac{1}{7}$; 2) $\left(4\frac{1}{10}-3\frac{4}{15}\right)\cdot\frac{5}{6}+4\frac{1}{10}:1\frac{1}{5}$;

3) $1\frac{1}{4}+\frac{5}{12}:\left(\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{2}-\frac{7}{8}\right)$; 4) $7\frac{1}{13}\cdot 2\ \ 1\frac{2}{5}\cdot 6\ \ 4\cdot 2\frac{4}{13}\ \ 3\cdot 1\frac{1}{5}$.

**2.** 1) $\dfrac{\left(0,5:1,25-\frac{7}{5}:1\frac{2}{7}-\frac{3}{14}\right):3}{\left(1,5+\frac{1}{2}\right):18\frac{1}{3}}$; 2) $\dfrac{\left(1,26:1,8+1\frac{2}{7}:1\frac{13}{15}-0,7\right):1,75}{(2,5+1,3):1,9\cdot 7,5}$.

**3.** $\dfrac{\left(13,75+9\frac{1}{6}\right):1,2}{\left(10,3-8\frac{1}{2}\right):\frac{5}{9}}-\dfrac{\left(6,8-3\frac{2}{5}\right):5\frac{5}{6}}{\left(3\frac{2}{3}\ 3\frac{1}{6}\right)\cdot 56}-27\frac{1}{6}$.

Soddalashtiring (**4–5**):

**4.** $\left(\dfrac{a^2-4}{a^2+4}\right)^2+\left(\dfrac{4a}{a^2+4}\right)^2$.

**5.** 1) $\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2a}{3}-\dfrac{a}{7}\right)-\dfrac{12(a-5)}{7}+a+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{a}{2}-5a\right)$;

2) $2-\dfrac{x-a}{x+a}-\dfrac{x}{x+a}-\left(\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{ax}+\dfrac{2}{x^2}\right):\left(\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{x^2}\right)$.

**6.** $\left(\dfrac{x+2b}{x-2b}+\dfrac{x+2a}{x-2a}\right):\dfrac{x}{2}$ ifodani $x=\dfrac{4ab}{a+b}$ bo‘lganda soddalashtiring va $a-3$, $b-4$ bo‘lganda son qiymatini hisoblang.

**7.** Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

1) $3\frac{3}{4}a-1\frac{1}{8}b+10,5$, bunda $a=1\frac{1}{4};b=2\frac{2}{3}$;

2) $6a+3\frac{1}{6}b-6,3$, bunda $a=1\frac{5}{6}; b=7\frac{2}{5}$;

3) $\frac{3a-4b+c}{3a+4b-c}$, bunda $a=1,5; b=2,5; c=0,5$;

4) $\frac{(2a+b)\cdot c}{(2a-b)^2}$, bunda $a=2\frac{1}{5}; b=1\frac{2}{5}; c=15$.

**8.** Amallarning xossalaridan foydalanib, qulay usulda hisoblang:

1) $3\frac{16}{17}\cdot 2\frac{2}{67}+3,7\cdot 13,32+6,3\cdot 13,32$;

2) $28,75\cdot 52\frac{4}{19}\quad 42\frac{4}{19}\cdot 28,75\quad 20\frac{2}{7}\cdot 1\frac{6}{71}$.

**9.** Qavslarni oching va soddalashtiring:

1) $9\cdot(3a+2b)-4\cdot(a-3b)-5\cdot(2a-3b)$;

2) $2,5\cdot(2a-3b)+3,2\cdot(7a-3,5b)-3\cdot(4,5a-3,5b)$;

3) $6\cdot(1,5a-2,5b)-10\cdot(2,3a+1,7b)+8\cdot(2,5a+3,5b)$;

4) $\frac{17}{2}\cdot(4a+5b)-\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{12}{25}a+\frac{4}{15b}\right)-2\frac{1}{7}\left(\frac{7}{15}a+3\frac{4}{15}b\right)$.

**10.** Qavslarni oching:

1) $(2a\quad(3b-4c))+4d$;
2) $5a+(4b-(3c-d)$;
3) $3a-(4b+(2c-(3d-2k)))$;
4) $4a-((2b-4c)-8d)$.

**11.** Tenglamani yeching:

1) $2(x-3)-3(x+2)+14\quad 2x-4$;
2) $3(x-4)-2(3-x)-8\quad 7$;
3) $\frac{3x-1}{5}\quad\frac{5x-1}{6}=\frac{x+1}{8}\quad 3$;
4) $\frac{2-x}{5}+\frac{3-x}{4}+1,5=0,1\cdot(7\quad x)$.

**12.** Ushbu $\frac{x\ 2}{3}+\frac{9x\ 1}{9}=\frac{4x\ 5}{3}$ tenglama yechimga ega emasligini ko‘rsating.

**13.** $a$ sonning $\frac{2x}{33}+\frac{a}{11}=(x+19)-\frac{31x}{33}$ tenglama cheksiz ko‘p ildizga ega bo‘ladigan qiymatlarini toping:

**14.** Tenglamani yeching:

1) $\frac{2}{3}x+\frac{3+x}{6}-2=\frac{3x-1}{8}$;

2) $\frac{5-x}{4}+\frac{x+2}{3}-1=\frac{13x-1}{12}$;

3) $\frac{x-3}{4}-\frac{1-2x}{5}=\frac{33}{20}$;

4) $0,2\cdot(5y-2)=0,3\cdot(2y-1)-0,9$.

**15.** Tenglamaning yechimga ega emasligini ko‘rsating:

1) $\frac{3x+4}{11}+\frac{6x-z}{22}-\frac{12x+8}{22}$;

2) $\frac{x-7}{7}+\frac{6x-5}{21}-\frac{3x+20}{7}$.

**16.** Uchta firmada 576 nafar ishchi bor. Ikkinchi firmada birinchisidagiga qaraganda 5 marta ko‘p, uchinchi firmada esa birinchi va ikkinchi firmalarda nechta ishchi bo‘lsa, shuncha ishchi bor. Har bir firmada nechtadan ishchi bor?

**17.** Uchta kichik korxonada 1 177 ta mahsulot tayyorlandi. Ikkinchi kichik korxonada birinchi kichik korxonaga qaraganda 3 marta ko‘p, uchinchi kichik korxonada esa ikkinchidagidan 2 marta kam mahsulot tayyorlandi. Har bir kichik korxonada nechtadan mahsulot tayyorlangan?

**18.** Teng yonli uchburchakning perimetri 30 cm ga teng. Agar uning yon tomoni asosidan 6 cm ortiq bo‘lsa, uchburchak tomonlari uzunliklarini toping.

**19.** Neft omboridan uch kunda 11 000 t neft tarqatildi. Ikkinchi kuni birinchi kundagining 3/8 qismicha, uchinchi kuni esa, dastlabki ikki kunda qancha tonna tarqatilgan bo‘lsa, shuncha tarqatildi. Neft omboridan birinchi kuni necha tonna neft tarqatilgan?

**20.** Bug‘doy va paxta ekilgan maydonning yuzi 4:5 nisbatda. Agar hamma yer maydoni 4500 ga bo‘lsa, necha gektar yerga paxta ekilgan?

**21.** Firma har birining tannarxi $b$ so‘mdan bo‘lgan $a$ ta kastum tayyorladi. Ularning har birini bir xil bahoda sotib, $c$ so‘m foyda ko‘rdi. Firma kastumlarni necha so‘mdan sotgan?

**22.** Bolalar bog‘chasiga 36 ta uch g‘ildirakli va ikki g‘ildirakli velosipedlar sovg‘a qilindi. Agar hamma velosipedlarning g‘ildiraklari 93 ta bo‘lsa, uch va ikki g‘ildirakli velosipedlardan nechtadan sovg‘a qilingan?

**23.** Birhadni standart shaklida yozing:

1) $2\frac{1}{3}a\cdot 3\frac{4}{7}b^2\cdot\left(-1\frac{3}{7}a^3\right)\cdot\frac{3}{11}c^2b$; 2) $3\frac{7}{12}bc^7\cdot\left(-3\frac{4}{25}\right)a^2\cdot b\cdot(-3.4)cab$;

3) $x^2\cdot(-3)^3y^3zx(-1)^4yz^2x\left(-\frac{5}{9}\right)yz$; 4) $(-2)^3\cdot z^3\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)y^2x^2\left(-2\frac{5}{8}\right)\cdot zyx$.

**24.** Ko‘phadni standart shaklga keltiring:

1) $6ab\frac{1}{2}ac+4aac-8b\frac{1}{2}a^2+20ca^2-b3a^2c+2baa$;

2) $2a^2b+a^3+3a^2b-ab^2+4ab^2-2ab^2-5a^2b$;

3) $\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{3}a^3+\frac{1}{2}a+\frac{1}{4}a^3-\frac{3}{4}a^2-0.4a$;

4) $6a\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}a\left(\frac{3}{4}b^2\right)-\frac{1}{2}b(-2a)-\frac{1}{4}a^2\cdot(16ab)$.

**25.** Ko‘phadni birhadga ko‘paytiring:

1) $(4a^4-3a^3-2a^2+5a-6)\cdot 3a$; 2) $(5a^3-3a^2-7a-3)\cdot 5a^2$;

3) $5a^3\cdot(3,7a^2-4a-3,5)$; 4) $-3a^2\cdot(2a^3-3,5a^2-4a-2,5)$.

**26.** Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytiring:

1) $(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$; 2) $(a-2b)(a^2-2ab+4b^2)$;

3) $(4x-5y)(16x^2-20xy+25y^2)$; 4) $(4x-5y)(16x^2+20xy+25y^2)$.

**27.** Ko‘phadni birhadga bo‘ling:

1) $(13a^5+8a^4):(-2a^2)+(5,5a^3-3a^2):3,5$;

2) $(19b^7-18b^5):(2b^4)-(16b^3-4b^2):(2b)$.

**28.** Ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $a^4-6a^2+9a^2$; 2) $(3-2a)2-16$; 3) $a^4-6a^2+9a^2$;

4) $(4b-1)^2-(2b-3)^2$; 5) $(2a+b)^2-(a-b)^2$; 6) $4(a+2b)^2-9(2a-b)^2$.

**29.** Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{a^2-4}{a^2-4a+4}$; 2) $\frac{9x^2-4}{3x-2}$; 3) $\frac{4x^2+4x+1}{2x+1}$; 4) $\frac{2x-3}{4x^2-9}$.

Amallarni bajaring (**30 – 35**):

**30.** 1) $\frac{b-3}{5}+\frac{b+7}{10}+\frac{b+3}{2}$; 2) $\frac{a^2-5a+4}{16-a^2}$.

**31.** 1) $\frac{a}{a^2-4}-\frac{2}{4-a^2}$; 2) $\frac{4x^2}{2x+3y}-\frac{12xy}{2x+3y}+\frac{9y^2}{2x+3y}$;

3) $\frac{a+b}{ab}-\frac{a+c}{ac}$; 4) $\frac{1}{14x^3}-\frac{1}{21x^2y}+\frac{1}{4xy^2}$.

**32.** 1) $\frac{x^2-y^2}{6xy}\cdot\frac{12x^2y}{x-y}$; 2) $\frac{a^2+4a}{a^2-16}:\frac{4a+16}{a^2-4a}$.

**33.** 1) $\left(\frac{a}{a-1}\right):\left(1-\frac{a}{a-1}\right)$; 2) $\frac{4-a^2}{2+b}\cdot\frac{4-b^2}{2a-a^2}\cdot\left(1+\frac{2a}{2-a}\right)$.

**34.** 1) $\left(\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}+\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)$; 2) $\left(\frac{a+4b}{2b}+\frac{6b}{4b-a}\right)\cdot\left(1-\frac{a^2-2ab-4b^2}{a^2-4b^2}\right)$.

**35.** 1) $\frac{3}{2}\left(\frac{2a}{3}-\frac{a}{7}\right)-\frac{12(a-5)}{7}+a+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}-5a\right)$;

2) $2-\frac{x-a}{x+a}-\frac{x}{x-a}+\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{ax}+\frac{2}{x^2}\right):\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{x^2}\right)$.

**36.** Ahmad $A$ qishloqdan $B$ qishloqqacha velosipedda 14 km/h tezlik bilan, qaytishda esa 10 km/h tezlik bilan yurdi. Agar Ahmad qaytishda 1soat ortiq vaqt sarflagan bo'lsa, qishloqlar orasidagi masofani toping.

**37.** Tarkibi kumush va misdan iborat qotishmaning massasi 3,5kg. Undagi kumush tarkibi mis tarkibining $16\frac{2}{3}\%$ ini tashkil etadi. Qotishmadagi kumush massasini toping.

**38.** Firma reja bo'yicha bir nechta mahsulotni 10 kun muddat ichida tayyorlashi kerak edi. Lekin u har kuni qo'shimcha 2 tadan mahsulot tayyorlab, muddatiga bir kun qolganda faqat topshiriqni bajaribgina qolmasdan, balki rejadan ortiq yana 3 ta mahsulot tayyorladi. Firma reja bo'yicha nechta mahsulot tayyorlashi kerak edi?

**39.** 3 ta qopda 120 kg un bor. 1-qopdagi un 2-qopdagi unning 3/5 qismiga, 3-qopdagi un esa 2-qopdagi unning 80% iga teng. Har bir qopda necha kilogramm un bor?

**40.** Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring:
1) $(a-2b)a^2+ab(2b-a)$; 2) $(4x+2y)y+(2x+y)x$;

3) $4(2x-3)+x(4x-6)$; 4) $5(4x-8x^2)-3(2x-1)$.

Amallarni bajaring (**41–42**):

**41.** 1) $(2x-3y)^2$; 2) $(4x+7y)^2$; 3) $(x+2y)^2$; 4) $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2$; 5) $(3x-2y)^2$.

**42.** 1) $(7y-4c)^2$; 2) $(2x-y)^2$; 3) $\left(\frac{1}{2}a-b\right)^2$.

**43.** Ko'phadni ikkihadga ustun usuli bilan bo'ling:

1) $2x^2-3x-2$ ni $x-2$ ga; 2) $3x^2+5x-2$ ni $x+2$ ga.

Kasrni qisqartiring (**44–45**):

**44.** 1) $\frac{a^2+6a+9}{a^2-9}$; 2) $\frac{9x^2-16}{3x+4}$; 3) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$;

4) $\frac{x^2+3xy}{9y^2-x^2}$; 5) $\frac{x^2-16}{x^2-5x+4}$; 6) $\frac{y^2-3y-4}{y^2-1}$.

**45.** 1) $\frac{a^8-a^4}{a^4+a^2}$; 2) $\frac{x^3-8}{x^2+2x+4}$; 3) $\frac{x^4-3x^2+2}{x^2-1}$.

**46.** Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring:

1) $\frac{a}{a+b}$ va $\frac{b}{a-b}$; 2) $\frac{2a}{2a-3b}$ va $\frac{3b}{2a+3b}$.

**47.** Isbotlang:

Hech qanday butun son $n$ da:

1) $(n-8)(n-4)-(n+3)(n-2)+27$ ifodaning qiymati 3 ga bo'linmaydi;

2) $(2n+1)(n+5)-2(n+3)(n-3)-(5n+13)$ ifodaning qiymati 6 ga bo'linmaydi;

3) $(n+1)(n-1)-(n-6)(n+2)$ ifodaning qiymati 4 ga bo'linmaydi.

**48.** Ifodaning qiymati $a$ ga bog'liq emasligini ko'rsating:

1) $(a-3)(a^2-8a+5)-(a-8)(a^2-3a+5)$;

2) $(a^2-3a-2)(2a+5)-(2a^2+7a+17)(a-1)$.

**49.** $a$, $b$, $c$ sonlarning ixtiyoriy qiymatlarida

$(b-c-2a)(c-b)+(c+a-2b)(a-c)-(a+b-2c)(a-b)=0$

ekanini isbotlang.

**50.** Ayniyatni isbotlang:

1) $(x^4+x^3)(x^2+x)=x^4(x+1)^2$;

2) $(y^4+y^2)(y^2-x^2)\ \ y^2(y^2+1)(y-1)$;

3) $(c^4-c^2+1)(c^4+c^2-1)=c^8+c^4+1$.

**51.** Ikki velosipedchi bir vaqtda bitta yo'l ustida qishloqdan bir-biriga qarab yo'lga chiqdilar. Birinchisi 15 km/h, ikkinchisi esa 12 km/h, tezlik bilan harakat qilmoqda. Agar qishloqlar orasidagi masofa 40,5 km/h bo'lsa, qancha vaqtdan keyin uchrashuv sodir bo'ladi?

**52.** Ikki velosipedchi bir yo'ldagi ikkita qishloqdan bir vaqtda bir xil yo'nalishda yo'lga chiqdi. Ikkinchi velosipedchi oldinda, birinchisi orqada bormoqda. Birinchi velosipedchining tezligi 15 km/h, ikkinchisiniki esa 12 km/h. Agar qishloqlar orasidagi masofa 4,5 km bo'lsa, birinchi velosipedchi ikkinchisini qancha vaqtda quvib yetadi?

**53.** Kasrni qisqartiring: 1) $\frac{a^2-16}{a^2-8a-16}$; 2) $\frac{4x^2-9}{2x\ 3}$.

Amallarni bajaring **(54–59):**

**54.** 1) $\frac{b+3}{5}+\frac{7+b}{10}+\frac{b-3}{2}$; 2) $\frac{a^2+5a-4}{16-a^2}+\frac{7a}{8a+2a^2}$.

**55.** 1) $\frac{a}{a^2-1}+\frac{1}{1-a^2}$; 2) $\frac{4x^2}{2x-3y}+\frac{12xy}{3y-2x}+\frac{9y^2}{2x-3y}$.

**56.** 1) $\frac{x^2-y^2}{6xy}\cdot\frac{12x^2y}{x+y}$; 2) $\frac{a^2+4a}{a^2-16}:\frac{4a+16}{a^2-4a}$.

**57.** 1) $\left(\frac{a}{a+1}+1\right):\left(1-\frac{a}{a+1}\right)$; 2) $\frac{1-a^2}{1\ b}\cdot\frac{1-b^2}{a+a^2}\cdot\left(1-\frac{a}{1\ a}\right)$.

**58.** 1) $\left(\frac{9m^2-3n^2}{4mn}-\frac{m-4n}{5n}\right):\left(\frac{2m+n}{3m}-\frac{5n^2-3m^2}{16m^2}\right)$;

2) $\left(\frac{a+4b}{2b}+\frac{6b}{4b-a}\right):\left(1-\frac{a^2-2ab+4b^2}{a^2-4b^2}\right)$.

**59.** 1) $\frac{3}{2}\left(\frac{2a}{3}+\frac{a}{7}\right)-\frac{12(a-5)}{7}+a+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}-5a\right)$;

2) $2-\frac{x-a}{x+a}-\frac{x}{x-a}+\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{ax}-\frac{2}{x^2}-5a\right):\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{x^2}\right)$.

**60.** Sayyoh daryo bo'yida joylashgan bir oromgohdan velosipedda yo'lga chiqib, boshqa bir oromgohga tayinlangan vaqtda yetib bormoqchi bo'ldi. Dastlabki 1 soatda u 10,5 km yo'l bosdi. Agar qolgan masofani ham shunday tezlik bilan o'tsa, manzilga mo'ljallagan vaqtdan 1 soat kechikishini hisoblab bildi. Sayyoh qolgan yo'lni soatiga 15 km tezlik bilan o'tdi va manzilga belgilangan vaqtdan yarim soat oldin yetib keldi. Oromgohlar orasidagi masofani toping.

**61.** Ikki xonali sonning o'nliklar xonasidagi raqami birliklar xonasidagi raqamdan 4 marta katta. O'quvchi 507 ni shu ikki xonali songa ko'paytirmoqchi edi. Ammo u ikki xonali sonning raqamlari o'rnini almashtirib yozib qo'ydi. Natijada u topgan ko'paytma masalaning javobidan 27378 ga kichik chiqdi. To'g'ri javob nechaga teng ekan?

**62.** Tarkibi kumush va misdan iborat qotishmaning massasi 10,5 kg. Undagi kumush tarkibi mis tarkibining $16\frac{2}{3}\%$ ini tashkil qiladi. Qotishmadagi mis massasini toping.

**63.** 3 ta qopda 120 kg un bor. 1-qopdagi un 2-qopdagi unning 1 qismiga, 3-qopdagi un esa 2-qopdagi unning 80 % iga teng. Har bir qopda necha kilogramm un bor?

**64.** Ahmad *A* qishloqdan *B* qishloqqacha velosipedda 14 km/h, tezlik bilan, qaytishda esa 10 km/h tezlik bilan yurdi. Agar Ahmad qaytishga 1 soat ortiq vaqt sarflagan bo'lsa, qishloqlar orasidagi masofani toping.

**65.** Vertolyot ikki qishloq orasidagi masofani shamol yo'nalishida 1,5 soatda, shamol yo'nalishiga qarshi esa 2 soatda uchib o'tadi. Agar shamolning tezligi 10 km/h bo'lsa, shu qishloqlar orasidagi masofa qancha?

**66.** Firma reja bo'yicha bir nechta mahsulotni 10 kun muddat ichida tayyorlashi kerak edi. Lekin u har kuni rejaga qo'shimcha

2 tadan mahsulot tayyorlab, muddatiga bir kun qolganda faqat topshiriqni bajaribgina qolmasdan, balki rejadan yana 3 ta ortiq mahsulot tayyorladi. Firma reja bo'yicha nechta mahsulot tayyorlashi kerak edi?

**67.** 1) $\left(\frac{x^2}{x+y}-\frac{x^3}{x^2+2xy-y^2}\right):\left(\frac{x}{x+y}-\frac{x^2}{x^2-y^2}\right)$;

2) $\left(\frac{c-d}{c^2+dc}-\frac{c}{d^2+cd}\right):\left(\frac{d^2}{c^2+cd^2}+\frac{1}{c+d}\right)$.

**68.** 1) $\left(\frac{2n}{k+2n}-\frac{4n^3}{k^2-4nk-4n^2}\right):\left(\frac{2n}{k^2-4n^2}+\frac{1}{2n-k}\right)$;

2) $\left(\frac{2q}{2q+m}-\frac{2q^2}{4q^2+4mq-m^2}\right):\left(\frac{2q}{4q^2-m^2}+\frac{1}{m-2q}\right)$.

**69.** 1) $\frac{3}{2}\left(\frac{2a}{3}-\frac{a}{7}\right)-\frac{12(a-5)}{7}+a+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}-5a\right)$;

2) $2\left(\frac{x-a}{x+a}-\frac{x}{x-a}\right)+\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{ax}+\frac{2}{x^2}-5a\right):\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{x^2}\right)$.

**70.** Tenglamani yeching:

1) $(2x-3)(x+5)-(3-x)(5-2x)=30$;

2) $5(x-1)^2-2(x+3)^2=3(x+2)^2$.

**71.** Avtomobil shahardan qishloqqacha bo'lgan masofani 80 km/h tezlik bilan bosib o'tdi. Orqaga qaytishda u masofaning 75 % ini avvalgi tezlik bilan, qolgan yo'lni esa 60 km/h tezlik bilan bosib o'tdi va shuning uchun ham qaytishda yo'lga shahardan qishloqqa borishdagiga qaraganda 10 minut ortiq vaqt sarf qildi. Shahardan qishloqqacha bo'lgan masofani toping.

**72.** Oralaridagi masofa 340 km bo'lgan ikki bekatdan bir vaqtda bir-biriga qarab ikki poyezd yo'lga chiqdi. Ulardan birining tezligi ikkinchisinikidan 5 km/h ortiq. Agar harakat boshlanganidan 2 soat o'tgandan keyin poyezdlar orasidagi masofa 30 km ekanligi ma'lum bo'lsa, ularning tezligini toping.

**73.** Ifodaning son qiymatini toping:

1) $\left(\frac{1}{3}x+2a\right)\left(2a-\frac{1}{3}x\right)-\left(\frac{2}{9}x+\frac{4}{7}a\right)\left(7a-\frac{1}{2}x\right)-1\frac{5}{9}ax$, bunda $a=\frac{5}{16}$; $x=28$;

2) $(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)-8(x^3+y^3)$, bunda $x=0{,}1;\ y=1$.

Amallarni bajaring (**74–80**):

**74.** $\left(\frac{2-3a}{2+3a}-\frac{3a+2}{3a-2}\right):\left(\frac{2+3a}{2-3a}+\frac{3a-2}{3a+2}\right)$.

**75.** $\left(\frac{4a+5b}{4a-5b}-\frac{4a-5b}{4a-5b}\right):\left(\frac{4a-5b}{4a-5b}-1\right)$.

**76.** 1) $\left(x^2-1\right)\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{1+x}+1\right)$;

2) $\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\left(\frac{x-y}{x-y}+\frac{x-y}{x-y}\right)$.

**77.** 1) $\left(1+a-\frac{a^2+3}{a-1}\right)\left(1-a^2\right)$;

2) $\left(\frac{2-a}{2+a}-\frac{a+2}{a-2}\right):\left(\frac{2+a}{2-a}+\frac{a-2}{a-2}\right)$.

**78.** 1) $\frac{a-5}{a^2+6a+9}\cdot\frac{(a+3)^2}{a^2-25}$;

2) $\frac{a^2-49}{a^2+2ab+b^2}\cdot\frac{a+b}{a-7}$.

**79.** 1) $\frac{b^2-8b+16}{b-3}:\frac{(b-4)^2}{b^2-9}$;

2) $\frac{a^2-2a+1}{2a+1}:\frac{a-1}{4a^2-1}$.

**80.** 1) $\left(\frac{a+1}{2a-2}+\frac{6}{2a^2-2}-\frac{a+3}{2a+2}\right)\cdot\frac{4a^2-4}{3}$;

2) $\left(\frac{b}{a^2+ab}+\frac{2}{a-b}+\frac{a}{b^2+ab}\right):\frac{a^2-b^2}{4ab}$.

**81.** Ifodani soddalashtiring:

1) $\left(\frac{a+1}{2a-2}-\frac{1}{2a^2-2}\right)\cdot\frac{2a+2}{a+2}$;

2) $\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a-b}\right):\left(\frac{a+b}{a-b}-1\right)$.

## JAVOBLAR

### *I bob*

**8.** 2) 9 000 000 000 000. **24.** 2) $ak+cp+bx$. **26.** 1,5. **27.** b) $a \neq 0,5$. **35.** $\frac{1\cdot a+2\cdot b}{a+b}$. **38.** 1) a) shaklning yuzi: $S=r(2a-\pi r)$. **40.** $\frac{kp+c}{k}$. **51.** 2)13,2. **55.** 2) $4\frac{5}{6}x-\frac{11}{90}y$. **62.** 4) $15a+\frac{12}{13}x$. **67.** 4) $x=-9,8$. **70.** 2) $a(0,5p-a)$. **71.** 2) 10; 4) 44,4. **74.** 4) $a=3$. **75.** 2) $x=0$. **76.** 4) $y=1$.

### *II bob*

**17.** 2) $x=-4,5$. **20.** 2) $x=6$. **22.** 2) $x=2,4$. **29.** 3) $x=2,55$. **30.** 2) 4. **31.** 2)1. **33.** 2) $x=72$. **35.** 2) $a=1$. **38.** 3000 so'm. **40.** 45%. **41.** 7,6 soatda. **42.** 84 soatda. **43.** $\frac{1}{5}$ qismi. **46.** 12 yildan so'ng. **49.** 72 litr. **50.** 48 ta. **52.** 300 metr. **54.** mis 17 *N*, rux 7 *N*. **57.** 4 km. **62.** 30%. **63.** 12 ta. **69.** $\frac{bk-a}{kn-1}$ kg. **72.** 3. **78.** 112 ta. **79.** 15 ta. **80.** 103 dm. **91.** 1) 500 kg.

### *III bob*

**20.** 2) 4633058. **30.** 4) $\left(-\frac{2}{11}y\right)^{13}$. **40.** 4) $3^{17}$. **48.** 4) 9. **54.** 2) 324. **72.** 4) $(27cd)^3$. **75.** 4) $\left(\frac{4}{11}m^9\cdot n^8\right)^2$. **87.** 2) $\frac{(2b)^4}{(3c)^4}$. **96.** 4) $n=2$. **101.** 2) $x=82$. **112.** 2) $-28p^4q^4$. **128.** 2) $\frac{56}{3}x^{15}\cdot y^8$. **129.** 4) $54x^{10}y^9$. **141.** 6) $\overline{xyzt}=1000x+100y+10z+t$. **150.** 2) $-x-y-2$; 19. **161.** 3) $10x^2-x$; 4) $8k^3$. **177.** 2) $3x^2-x$. **192.** 10 cm, 30 cm. **193.** 2) $999\frac{37}{54}$. **209.** 2)$7a^4\cdot t^3-3,5a^4t^2$. **214.** 13 ta. **216.** 7-A sinfda 6-7-B sinfda 4 nafar qiz bor. **217.** 3 ta daftar va 8 ta qalam yoki 7 ta daftar va 1 ta qalam.

### *IV bob*

**3.** $4(a+b+c)$. **4.** 2) $3ab(5a^3b^2-3a^2b+4ab^2-7)$. **5.** 2) $0,01x^5y^5(x^3-4x^2y-9xy^2-3y^3)$. **6.** 2) $(4x-3y)(2a-2b)$. **7.** 2) $(2b-c)(a+2-c)$. **8.** 2) $(t-5)(a+2b+4c)$. **9.** 2) $(x-2y)(3y+x)$. **10.** 2) $3x-3x^2$; 4) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$. **11.** 2) $\frac{1}{5}x^2-y^2-\frac{1}{6}xy$; 4) $a^2-2b^2+ab$. **12.** 2) $6xyz(3z-4y)$; 4) $3ab^2(2a-b)$. **14.** 2 soat. **15.** 2) 9520 ; 4) 5. **16.** 2) $4(m-n)$;4) $3(3+a)$; 6) $4(2m-3n-4)$;8) $0,2(4m+5-2c)$. **17.** 2) $c(a+b)$; 4) $x(2y-3)$;6) $2b(d-a)$;

8) $p(5-6k)$. **18.** 2) $y(z+z-y)$; 4) $b(a^2-2b-1)$; 6) $a^3(a+4)$; 8) $x^3y^2(y-x)$. **19.** 2) $7x^2(x^2-4)$; 4) $9xyz(z-6y)$; 6) $7abc(a-7b)$. **20.** 2) 1,44. **21.** 2) $(b+4)(a-b)$; 4) $(y-3)(a+b)$. **22.** 2) $(p-q)(x+y-z)$; 4) $\left(x^2+2\right)(m-n)^2$ **23.** 2) 1; 4) 1.**25.** $\frac{a}{5}(3b_1-2b_2)$. **27.** 2) $(a-b)(p+1)$; **30.** 2) $(x-3y)(2c+c)$. **31.** 4) $\left(3z^2+2y^2\right)(16z-5y)$. **32.** 2) $(2mx-5m)\left(3mx-7m^2\right)$; 4) $\left(x^2-y\right)(a-b-c)$. **33.** 2) $125\cdot25(3-1)-216\cdot(15+35)=12500-$ $-10800=1700$. **34.** 2) $y_1=6; y_2=2$. **35.** 2) $(x-y)(2a-3b)$. **36.** 4) $3(x-y)(2a+b-1)$. **37.** 4) $(c+b)(c+6b)$. **38.** 2) $(x+y)(x-2y)$; 4) $(6x+5y)(3x-4y)$; 6) $(x+2y)(2x+y)$. **39.** 4) $(p+5k)\left(q-4k^2\right)$. **40.** 2) $(x-1)^2=0, x=-1$. **41.** 2) $x_1=3, x_2=-4$; 4) $x_1=1, x_2=\frac{1}{4}$; 6) $x_1=\frac{1}{3}, x_2=-4$. **44.** 2) $4x^2-12xy+9y^2$; 4) $49a^2-14ab+b^2$. **45.** 2) $m^2-\frac{2}{3}m+\frac{1}{9}$; 4) $\frac{m^2}{4}+\frac{1}{3}mn+\frac{n^2}{9}$. **46.** 2) $0,49c^2-0,56cd+0,16d^2$; 4) $\frac{4}{9}x^6-x^3+\frac{9}{16}$. **53.** 2) $1-8xy$; **54.** 2) $-16a$. **55.** 2) $(2m+5n)(2m+5n)$; 4) $9(2a-b)(2a-b)$. **56.** 2) $(m+n+q)(m+n+q)$; 4) $\left(\frac{1}{3}m-3n\right)\left(\frac{1}{3}m+3n\right)$. **58.** 3) $\left(a^2-5a-5\right)\left(a^2-5a+5\right)$; 4) $12a(3a-7d)$. **59.** 2) $x^4-256$; 4) $81x^4-\frac{1}{16}y^4$. **60.** 2) 0. **61.** 2) $x_1=2, x_2=-2$; 4) $x=-\frac{1}{3}$. **62.** 2) $(8a-b)(2a-3b)$; 4) $-12a^2$. **63.** 2) $a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$. **64.** 2) $x=-2$; 4) $x=-1$. **65.** 2) $x=0$. **66.** 2) $x=3$. **69.** *Ko'rsatma.* 2) $1001^2-(1000+1)^2$; 4) $198^2-(200-2)^2$; 6) $79^2-(80-1)^2$; 8) $71^2=(70-1)^2$. **70.** 2) $(4a+5b)^2$; 4) $(7x-3y)^2$; 6) $\left(\frac{1}{3}a-3b\right)^2$. **73.** *Ko'rsatma.* 2) $(49,7)^2-(39,7)^2-(49,7-39,7)(49,7+39,7)=10\cdot89,4=894$. **74.** 4) $28\cdot32=(30$ 2) $(30$ $2)=30^2$ $2^2=896$; 6) $4,5\cdot5,5-(5-0,5)(5+0,5)=25-0,25=24,75$. **76.** 2) $m^2-4$; 4) $16-q^2$; 6) $9a^2-b^2$. **78.** 2) $3(4a-b)(2a-9b)$. **79.** 2) $(a-3b-2c)(7a-3b+2c)$; 4) $-8a^2$. **80.** 3) $b\left(7a^2-8b^2\right)\left(7a^2+8b^2\right)$; 4) $8a(2a-5x)$. **81.** 2) $(2a-3b)(2a-c)(c-3b)$; 4) $\left(2b^2+y^2\right)(z-9)$. **82.** 2) $x^4-81$; 4) $625x^4-256y^4$. **83.** 2) $x=2$. **84.** 2) $x=-\frac{5}{2}$; 4) $x=\frac{5}{4}$. **86.** 37. **92.** 2) $(2a$ $1)(a$ $b$ $c)$. **94.** 2) $(x-y+z)^2$. **98.** 2) $\frac{2001}{4000}$. **100.** 2) 0,54. **102.** 2) 1.

**103.** 2) $(2x-1)(2x-1)+3y(3y-4x)-4x^2+9y^2-12xy-1-(2x-3y)^2-1\geq -1$. Eng kichik qiymat $-1$ ga teng; 4) $(2x-5y+3)(2x-5y-3)=(2x-5y)^2-9\geq -9$. Eng kichik qiymat $-9$ ga teng.

## V bob

**2.** $\frac{x+y}{xy}$. **4.** $\frac{a^2+b^2}{a-b}$. **6.** $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$. **7.** 2) $\frac{5}{11}$; 4) 1,5. **8.** 2) $\frac{22}{13}$. **9.** 2) $\frac{9}{22}$; 4) $\frac{3}{5}$. **10.** 2) $\frac{1}{2}$; 4) $-12$. **11.** 2) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{b}{3c}$. **12.** 2) $\frac{5x}{16b}$; 4) $\frac{2x}{3b}$. **13.** 2) $\frac{1}{9(m+n)}$; 4) $-\frac{1}{3}$. **14.** 2) $\frac{1}{m-n}$; 4) $\frac{3}{8n}$. **15.** 2) $2y-3x$; 4) $\frac{9}{121mn(m+n)}$. **16.** 2) $\frac{a-b}{2(a-b)}$; 4) $\frac{11n}{1-n}$. **17.** 2) $\frac{q}{p-q}$; 4) $-\frac{1}{2}$. **18.** 2) $\frac{p}{p-q}$; 4) $\frac{x}{y}$. **19.** 2) $-\frac{a}{b}$; 4) $-\frac{x}{y}$. **20.** 2) $\frac{3a-2b}{2a-3b}$. **21.** 2) $\frac{1}{a-b}$; 4) $4-x$. **22.** 2) $\frac{b-5}{4a(3+b)}$; 4) $\frac{b(4-b)}{2(b-3)}$. **23.** 2) $d-3$; 4) $\frac{1}{n\left(b^2-c^2\right)}$. **24.** 2) $\frac{1}{b-6}$; 4) $\frac{1}{2p+1}$. **25.** 2) $\frac{2a-1}{2a+1}$; 4) $\frac{25(m-n)}{6(m+n)}$. **26.** 2) $m+n$; 4) $\frac{1}{9-2x}$. **27.** 2) $-\frac{1}{4y+3x}$. **28.** 2) 16. **29.** 2) $a=-2;\ b=6$. **30.** $\frac{ab}{a-b}$. **32.** $\frac{5}{2}$. **33.** 2) $\frac{7-a}{a-7}$; 4) $\frac{b}{4a^2-2a+1}$. **34.** 2) $\frac{3}{2a^2}$; 4) $\frac{1}{3a(3a+2)}$. **35.** 2) $\frac{x^2-3}{x+1}$; 4) $\frac{d^{11}+1}{d^{11}}$. **36.** 2) $a=-2;\ b=3$. **40.** $\frac{10}{19}$. **41.** 20. **42.** $\frac{2}{3}$. **43.** 40. **45.** $a+1$. **47.** $\frac{1}{2}$. **49.** $\frac{1-a^{64}}{1-a}$. **52.** 2) $\frac{8x^3}{12xy}$, $\frac{6c}{12xy}$; $\frac{15y^2}{12xy}$. **53.** 2) $\frac{20b^2}{5b}$ va $\frac{a^2}{5b}$. **54.** 2) $\frac{6a^2}{24a^2b^2}$, $\frac{4\left(a^2+b^2\right)}{24a^2b^2}$, $\frac{a^2-3a}{24a^2b^2}$. **55.** 2) $\frac{12x^2-8xy}{9x^2-4y^2}$ va $\frac{15xy-10y^2}{9x^2-4y^2}$. **56.** 2) $\frac{2a}{81-25a^2}$ va $\frac{3a(9-5a)}{81-25a^2}$. **59.** 2) $\frac{6ab}{6ab(3a-3b)(2a+3b)}$, $\frac{6a(2a-3b)}{6ab(2a-3b)(2a+3b)}$, $\frac{3b(2a-3b)}{6ab(2a+3b)(2a-3b)}$. **61.** 4) $\frac{1}{2(a^3-b^3}$, $\frac{3a-b}{2(a^3-b^3)}$, $-\frac{9a^2+3ab-b^2}{2(a^3-b^3}$. **64.** 2) $\frac{2m}{3n^2}$; 4) $\frac{x-y}{m+n}$. **65.** 2) $\frac{5m+1}{2a^2}$. **66.** 2) $\frac{8}{ab}$. **67.** 2) $\frac{30}{77}$; 4) $\frac{c+3a^2}{12a}$. **68.** 2) $\frac{3ad-b}{15d}$; 4) $\frac{2a+3}{a}$. **69.** 2) $\frac{4c^2+2c+4}{c^2}$; 4) $\frac{a^2+2b+ab}{b^2}$. **70.** 2) $\frac{k+n}{mnk}$; 4) $\frac{ba-ab}{a+b}$. **71.** 2) $\frac{4a^4-3x^3}{35a^3b^4}$. **72.** 2) $\frac{acd^2+ad-ac}{c^2d^2}$; 4) $\frac{bcd^2-bc-bd}{c^2d^2}$. **73.** 2) $\frac{aqk-bpk+cpq}{pqk}$; 4) $\frac{ad+ab+2c}{2cd}$. **74.** 4) $\frac{8y+25x}{10(y-3)}$. **75.** 2) 0; 4) $\frac{7x}{6(x+y)}$. **76.** 2) $\frac{a+b+y}{ab}$.

**77.** 2) $\frac{a+4}{a(a-1)}$; 4) $\frac{3a-2b}{a(a-b)(a-b)}$. **78.** 2) $\frac{-2x+8}{x^2-9}$; 4) $\frac{2x^2-13x+2}{x^3-1}$. **79.** 4) $\frac{3y(7y-1)}{1-9y^2}$. **80.** 4) $\frac{2}{a+2}$. **81.** 4) $-\frac{2ab}{8a^3b^3-1}$. **82.** 0. **83.** 2) $\frac{1}{4a-3}$. **84.** 2) $\frac{1}{x-3}$. **85.** 2) $\frac{18b^2}{8a^3-27b^3}$. **87.** 2) 0. **90.** –1. **95.** 12. **102.** 2) $-\frac{7x}{2(x-1)}$; 4) $\frac{10x}{6(y-3)}$. **103.** 2) $\frac{a}{3(a+c)}$. **104.** 4) $\frac{2x+a-b}{a(a-b)}$. **107.** 2) $\frac{2(a+b+c)}{(a-b)(a+c)(b+c)}$. **108.** 2) $\frac{12a+3b}{16a^2-9b^2}$. **109.** 2) $\frac{52}{9x^2-16}$. **110.** $\frac{24}{7}$ soatda. **112.** 2) $-\frac{3}{19}$. **115.** 2) $\frac{13}{22}$; 4) $\frac{6}{5}$. **116.** 2) $\frac{3}{4}$; 4) 81. **117.** 2) $\frac{k}{mb}$; 4) $\frac{4mk}{5nd}$. **118.** 2) $\frac{9a^2}{7}$; 4) $\frac{a^2b^3}{x^2}$. **119.** 2) $4x^2ya$; 4) $\frac{b}{2a}$. **120.** 2) $\frac{b}{4(1-a)}$. **121.** 2) $\frac{7}{2}$; 4) $\frac{13}{2}$. **122.** 2) $\frac{65}{mc}$; 4) $\frac{c}{3b}$. **123.** 2) $\frac{6}{5}$. **124.** 2) $\frac{k^2}{m^2n^2}$. **125.** 2) $\frac{2x}{3y^2}$. **127.** 2) $\frac{2d}{bc}$; 4) $\frac{14b^2d^2}{15ac}$. **129.** 4) $\frac{3a+b}{6a}$. **131.** 2) $\frac{-2xy}{4x^2+9y^2}$. **133.** 2) –4. **134.** 1) 2 ta; 2) 0, –3, 1, 4. **136.** 2) –5, 2, –1, 0, 1, 4. **137.** 2) $\frac{4xy-7}{4xy+a}$. **138.** 2) $\frac{3x}{4xy}$. **139.** 2) 12. **140.** 2) $\frac{1}{2}$. **141.** 2) $\frac{mb}{k}$; 4) $\frac{5}{4}$. **142.** 2) $\frac{7b^2}{4a^2}$. **143.** 2) $\frac{8x^2b}{c}$. **144.** 2) $\frac{4(1-a)}{b}$; 4) $\frac{m+n}{4}$. **145.** 2) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{3}{2}$. **146.** 2) $\frac{143}{mc}$; 4) $\frac{48}{35c}$. **147.** 2) $\frac{5}{4}$; 4) $\frac{1}{9mn^2}$. **148.** 2) $\frac{m^2n^3}{k^2}$. **149.** 2) $\frac{(a+b)(a-b)}{7}$. **150.** 2) $\frac{x(x+2)(x-3)}{(x-2)(x^2+2)}$. **156.** $3x+4$. **159.** 1) $2y$. **162.** 2) $\frac{3x}{3x-1}$. **164.** $a^2-b^2$. **167.** $-\frac{4}{9}a^2$. **172.** 2) $\frac{3(a+1)}{5}$; 4) 1. **173.** 2) $\frac{b-1}{b+1}$. **174.** 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$. **175.** 2) $\frac{b}{a-b}$. **178.** 2) $4(a-b)$. **179.** 2) $a+1$. **180.** 2) 8. **184.** 2) $\frac{3a\left(x^2+2x-4\right)}{x^3-8}$; $\frac{x+2}{x^2-8}$; $\frac{x^2-4}{x^3-8}$.

## *VI bob*

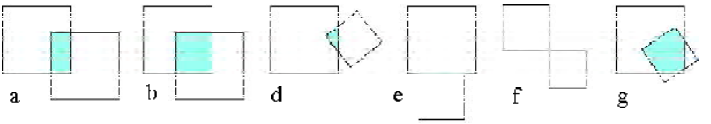
**1.** $20-5\cdot4$. **2.** $70-7\cdot5\cdot2$. **3.** $500-20\cdot20+10\cdot10$. **4.** $10\cdot9\cdot8\cdot7$. **5.** $2\cdot4-8$. **6.** a) $6\cdot5\cdot4=120$; b) $6\cdot5\cdot4+6\cdot5=150$. **7.** $2^4$. **8.** 24 ta. **9.** 18 ta. **11.** $9\cdot8\cdot7\cdot6$. **12.** Birinchi o`quvchini 30 ta usulda, ikkinchi o`quvchini esa qolgan 29 nafar o`quvchidan 29 ta usulda tanlasak bo`ladi. Bunda har bir juftlik ikki marta sanalgani bois jami $(30\cdot29):2=435$ ta usulda hosil qilamiz. **13.** Piyolalar $4\cdot3\cdot2$ ta, likopchalar $5\cdot4\cdot3$ ta, choy qoshiqlar esa

$6 \cdot 5 \cdot 4$ ta usulda stolga quyilishi mumkin. Jami $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 172\,800$ ta usul. **14.** $C_7^4$. **15.** $C_8^3$. **16.** a), b) –ular teng. **17.** Kesmalar soni $C_n^2 - \frac{n(n-1)}{2}$ ga teng. **18.** Diagonallar soni $C_n^2 \quad n = \frac{n(n-3)}{2}$ ga teng.

## Chuqurlashtirishga oid mavzular

### *To'plam. To'plamlar ustida amallar. Eyler diagrammalari*

**2.** $\{m, a, t, e, ,i, k\}$. **5.** $5 \in M, 10 \notin M, 15 \in M, 30 \notin M, 35 \in M, 40 \notin M$. **7.** a) raqamlar to'plami; b) 10 dan katta va 30 dan kichik tub sonlar to'plami; d) 2 sonining mos darajalari; e) har bir son oldingi ikkita sonning yig'indisi. **8.**



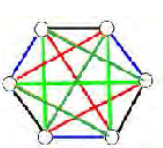

**13.** a) N; b) $\{2\}$. **15.** a) 0, 1, 2; b) 0, 1, 2, cheksiz ko'p.

### *Mantiqiy masalalarni jadval yordamida yechish.*

**1.** Oppog'oy – qora, Qizil Qalpoqcha – oq, Qora botir esa qizil ko'ylakda. **2.** Aziza – oq, Vazira ko'k, Gulnoza yashil, Nodira qizil ko'ylakda. **3.** Botir 4, Vali 1, Doniyor 5 yoshda. **4.** Alisher – „Damas"da, Botir – avtobusda, Ahad – „Cobalt"da.

### *Graflar. Toq darajali uchlar sonining juft-toqligi*

**1.** a) 100; b) 110. **2.** $100 \cdot 4 : 2 = 200$. **5.** b) $50 \cdot 5 : 2 = 125$. **10.** Har bir qo'y va uni boqqan bola orasida ip tortamiz. Har bir qo'ydan 3 ta ip, har bir boladan ham 3 ta ip chiqqan. Iplar soni bir vaqtda bolalar sonidan 3 marta, qo'ylar sonidan ham 3marta ko'p. Demak, bolalar soni qo'ylar soniga teng. **11.**



### *Quyonlar soni haqidagi masala. Dirixle prinsipiga oid masalalar*

**1.** a) 3; b) 5; d) 5; e) 5. **2.** 75. **3.** *Ko'rsatma*: $7-2\cdot3+1$. **18.** a) Ha; b) ha. **20.** *Ko'rsatma*. 52 tadan 252 gacha bo'lgan sonlar soni 201 ga teng. **22.** Mumkin emas. **24.** Mumkin emas. *Ko'rsatma*. Teskarisini faraz qilsangiz, har bir rangdagi kataklar soni $0+1+2+\ldots+14=105$ dan kam emas, jami esa 315 dan kam emasligini hosil qiling. **29.** Yo'q. **30.** a) 8 ta; b) 16 ta; e) 8 ta. **31.** 18 marta. Bir xil rangdagi kataklarga o'tish kerak.

**32.** Teskarisini faraz qilish kerak. **34.** $71^3<1\cdot2\cdot3\ldots\cdot9<72^3$ ekanligidan foydalaning. **35.** Bir yilda sekundlar soni odamlar sonidan kichik. **36.** 9 xil.

### *Bir nechta qo'shiluvchilar yig'indisi*

**1.** *Ko'rsatma*. Har varaqda nomerlar yig'indisi toq, 25 ta toq sonlar yig'indisi esa toq. **2.** *Ko'rsatma*. Shu sonlar orasida juft sondagi „ –1 “ lar uchraydi. Barcha sonlarning yig'indisi 0 ga teng bo'lishi uchun, „ –1 “ larning soni 11ga teng bo'lishi kerak. **3.** *Ko'rsatma*. $1+2+\ldots+2019$ yig'indini qarang. **4.** *Ko'rsatma*. $X$ nuqtani olamiz. U holda $AX-BX=\pm AB$. Agar masofalar teng bo'lsa, 45 ta haddan iborat bo'lgan $\pm AB\pm AB\pm\ldots\pm AB$ ifoda qiymati 0 ga teng bo'lishi kerak. **5.** *Ko'rsatma*. Bu yig'indida toq qo'shiluvchilar soni juft (1010 ta) bo'lganligi bois, yig'indi ham juft bo'ladi. **6.** *Ko'rsatma*. $1-2+3+\ldots+2014$ ifodada 1007 ta toq son qatnashgani uchun, u juft son bo'la olmaydi. Demak, shu ifodada ayrim „+“ isholarini „–“ isholariga almashtirsak ham, hosil bo'lgan ifoda juft son (jumladan, 0) bo'la olmaydi.

### *Ketma-ketliklar ta'rifi va berilish usullari*

**1.** 3. *Ko'rsatma*: Har bir hadga 2 ni qo'shib, 2 ga bo'ling. **2.** 66. *Ko'rsatma*: Har bir haddan 1 ni ayirib, 2 ga ko'paytiring. **3.** 24. *Ko'rsatma*: 1 dan 5 gacha sonlarni kvadratga oshirib, 1 ni ayiring. **4.** 35. Navbat bilan berilgan sonlardan har biriga 7, 8, 9, 10 sonlarini qo'shing. **5.** 4. *Ko'rsatma*: Toq o'rinlarda va juft o'rinlarda turgan sonlarni qarang.

**8.** Yo'q. $a_2$ – tub emas. $a_n=n^2+n+41$ uchun $a_{40}$ had tub emas.
1) 6, 9, 12, 15, 18, 21, ... (24).
2) 9, 1, 7, 1, 5, 1, ... (3).
3) 2, 3, 5, 6, 8, 9, ... (11).4) 10, 12, 9, 11, 8, 10, ... (7).
5) 1, 3, 6, 8, 16, 18, ... (36).
6) 3, 4, 6, 9, 13, 18, ... (24)
7) 15, 13, 16, 12, 17, 11, ... (18).
8) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... (64).
9) 1, 2, 5, 10, 17, 26, ... (37).
10) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... (49).
11) 1, 2, 6, 16, 31, 56, ... (92).

12) 31, 24, 18, 13, 9, 6, ... (4).
13) 174, 171, 57, 54, 18, 15, ... (5).
14) 54, 19, 18, 14, 6, 9, ... (2).
15) 301, 294, 49, 44, 11, 8, ... (4).

### *De Morgan qonunlari. Masalalar yechish*

**1.** $C \subseteq E \subseteq D \subseteq A \subseteq B$. **2.** $D \subseteq B \subseteq E \subseteq C \subseteq F$.

### *Kiritish-chiqarish formulasi*

**1.** 25. **4.** 1000 000 – 1000 – 100 – 10 – 9 = 98 910. **5.** Xato, chunki 45 – 25 – 30 – 28 + 16 + 18 + 17 – 15 = –2 < 0. **6.** 1 600. **7.** 140. **8.** 2.

### *Ro'st va yolg'on mulohazalar*

**1.** a) Yo'q; b) ha; d) yo'q; e) ha; f) yo'q; g) yo'q; h) ha; i) ha; j) yo'q; k) yo'q; l) ha; m) yo'q. **2.** a) Romb bo'lmagan kvadrat bor; b) hamma qushlar uchadi; d) hamma yozuvchilar shoir; e) hamma pashshalar chaqadi; f) ayrim sayyoralar shar shaklida emas; g) ayrim askarlar kuchli insonlar emas; h) ayrim xirurglar – shifokor emas. i) ayrim ayiqlar asalni iste'mol qilmaydilar; j)ayrim doiralar yassi figura emas; k) hamma quyonlar karamni yaxshi ko'rmaydilar; l) barcha kitoblar qiziqarli. **3.** a) Ha, yolg'on; b) ha, rost; d) ha, yolg'on; e) ha, yolg'on; f) ha, yolg'on; g) ha, rost; h) ha, yolg'on; i) ha, yolg'on; j) ha, yolg'on; k) ha,yolg'on; l) ha, rost; m) ha, yolg'on. **4.** a) Ikkita juft sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi; b) ikkita toq sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi; d) uchta juft sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi; e)uchta toq sonning yig'indisi doimo toq bo'ladi; f) toq va juft sonlarning yig'indisi doimo toq bo'ladi; g) agar toq sondan juft son ayirilsa, natijada toq son hosil bo'ladi; h) agar toq sondan toq son ayirilsa, natijada juft son hosil bo'ladi; i) ikkita toq sonning ko'paytmasi doimo juft bo'ladi; j) toq va juft sonlarning ko'paytmasi doimo juft bo'ladi; k) ikkita toq sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi. **5.** To'tiqush – kar. **6.** 1 000. **7.** Sardorga 9 ta tanga, Po'latga 3 ta tanga.

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

## MUNDARIJA

5 – 6-sinflarda o‘tilgan mavzularni takrorlash.....3

**I bob. Algebraik ifodalar**.....6

1-§. Sonli ifodalar.....6
2-§. Algebraik ifodalar.....10
3-§. Algebraik tengliklar, formulalar.....14
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....16
4-§. Arifmetik amallarning xossalari.....19
5-§. Qavslarni ochish qoidalari.....21
To‘plam. To‘plamlar ustida amallar. Eyler diagrammalari.....26

**II bob. Bir noma’lumli birinchi darajali tenglamalar**.....32

1-§. Tenglama va uning yechimlari.....32
2-§. Bir noma’lumli birinchi darajali tenglamalarni yechish.....35
3-§. Masalalarni tenglamalar yordamida yechish.....41
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....44
Mantiqiy masalalarni jadval yordamida yechish.....53
Graflar. Toq darajali uchlar sonining juft-toqligi.....58

**III bob. Birhadlar va ko‘phadlar**.....66

1-§. Natural ko‘rsatkichli daraja.....66
2-§. Natural ko‘rsatkichli darajaning xossalari.....70
3-§. Birhad va uning standart shakli. Sonning standart shakli.....79
4-§. Birhadlarni ko‘paytirish.....82
5-§. Ko‘phadlar.....85
6-§. O‘xshash hadlarni ixchamlash.....88
7-§. Ko‘phadlarni qo‘shish va ayirish.....91
8-§. Ko‘phadni birhadga ko‘paytirish.....94
9-§. Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirish.....96
10-§. Birhad va ko‘phadni birhadga bo‘lish.....99
Quyonlar haqida masala. Dirixle prinsipi va uning umumlashgani.....102
Dirixle prinsipi va natural sonlarning bo‘linishi.....105
Dirixle prinsipiga oid masalalar.....110
Bir nechta qo‘shiluvchilar yig‘indisi.....113
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....117

www.idum.uz saytidan yuklab olindi

**IV bob. Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratish**.....119

1-§. Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish.....119
2-§. Guruhlash usuli.....124
3-§. Yig‘indining kvadrati. Ayirmaning kvadrati.....127
4-§. Kvadratlar ayirmasi formulasi.....131
5-§. Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishning bir nechta usullarining qo‘llanilishi.....135
Qisqa ko‘paytirish formulalarining bo‘linishga oid masalalarga qo‘llanilishi.....141
Ketma-ketliklar ta’rifi va berilish usullari.....145
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....153

**V bob. Algebraik kasrlar**.....155

1-§. Algebraik kasr. Kasrlarni qisqartirish.....155
2-§. Kasrlarni umumiy maxrajga keltirish.....163
3-§. Algebraik kasrlarni qo‘shish va ayirish.....166
4-§. Algebraik kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish.....175
5-§. Algebraik kasrlar ustida birgalikda bajariladigan amallar.....182
Kiritish-chiqarish formulalari.....185
De Morgan qonunlari. Masalalar yechish.....191
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....195

**VI bob. Kombinatorika elementlari**.....197

1-§. Kombinatorikaning asosiy qoidalari.....197
2-§. O‘rin almashtirish. Guruhlash. Amaliy-tatbiqiy mashqlar.....202
Rost va yolg‘on mulohazalar.....207
Qarama-qarshi mulohazalar. Mulohazalarning inkori.....210
Kvantorlar. Qarama-qarshi mulohazani tuzish qoidasi. Teskarisidan isbotlash usuli. Teorema.....211
Yolg‘onchi paradoksi. Sartarosh paradoksi va boshqa paradokslar.....217
7-sinf „Algebra“ kursini takrorlash uchun mashqlar.....220
Javoblar.....230

22.1ya72
A 45

**Mirzaxmedov M. A.**

**Algebra:** Aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan Davlat umumta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik / M. Mirzaxmedov va b. – Toshkent: «O'qituvchi» NMIU, 2019. – 240 bet.

ISBN 978-9943-22-402-5

UO'K: 51(075.3)
KBK 22.1ya72

**M.A.Mirzaxmedov, G.Nasritdinov, Sh.N.Ismailov,
M.M.Shaniyazova, F.R.Usmonov,
F.S.Rahimova, Sh.R. Aripova**

# ALGEBRA

***Aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan Davlat umumta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darsligi***

*Qayta ishlangan va to'ldirilgan 2- nashri*

*„O'qituvchi" nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent – 2019*

Muharrir *Normat G'oipov*
Badiiy muharrir va rassom *Dilnoza Do'smatova*
Texnik muharrir *Nazokat Niyozmuhamedova*
Musahhih *Nargiza Giyasova*
Kompyuterda sahifalovchi *Muslima Mirpo'latova*

Nashriyot litsenziyasi AI № 012. 20.07.2018.
Original-maketdan bosishga ruxsat etildi 02.07.2019. Bichimi 70×100 1/16.
Kegli 11 shponli. Ofset bosma usulida bosildi. Ofset qog'ozi.
Shartli b. t. 19,35. Hisob-nashriyot t. 15,0.
Adadi 916 nusxa. Buyurtma №

O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Administratsiyasi huzuridagi Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligining «O'qituvchi» nashriyot-matbaa ijodiy uyi.
Toshkent shahri, Yangishahar ko'chasi, 1-uy.
Shartnoma №20-19

**Ijaraga beriladigan darslik holatini ko‘rsatuvchi jadval**

| № | O‘quvchining ismi va familiyasi | O‘quv yili | Darslikning olingandagi holati | Sinf rahbarining imzosi | Darslikning topshirilgandagi holati | Sinf rahbarining imzosi |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | | | | | | |
| 2. | | | | | | |
| 3. | | | | | | |
| 4. | | | | | | |
| 5. | | | | | | |
| 6. | | | | | | |

**Darslik ijaraga berilib, o‘quv yili yakunida qaytarib olinganda yuqoridagi jadval sinf rahbarlari tomonidan quyidagi baholash mezonlariga asosan to‘ldiriladi:**

| | |
|---|---|
| Yangi | Darslikning birinchi marotaba foydalanishga berilgandagi holati. |
| Yaxshi | Muqova butun, darslikning asosiy qismidan ajralmagan. Barcha varaqlari mavjud, yirtilmagan, ko‘chmagan, betlarida yozuv va chiziqlar yo‘q. |
| Qoniqarli | Muqova ezilgan, birmuncha chizilib, chetlari yedirilgan, darslikning asosiy qismidan ajralish holati bor, foydalanuvchi tomonidan qoniqarli ta’mirlangan. Ko‘chgan varaqlari qayta ta’mirlangan, ayrim betlariga chizilgan. |
| Qoniqarsiz | Muqovaga chizilgan, yirtilgan, asosiy qismidan ajralgan yoki butunlay yo‘q, qoniqarsiz ta’mirlangan. Betlari yirtilgan, varaqlari yetishmaydi, chizib, bo‘yab tashlangan. Darslikni tiklab bo‘lmaydi. |