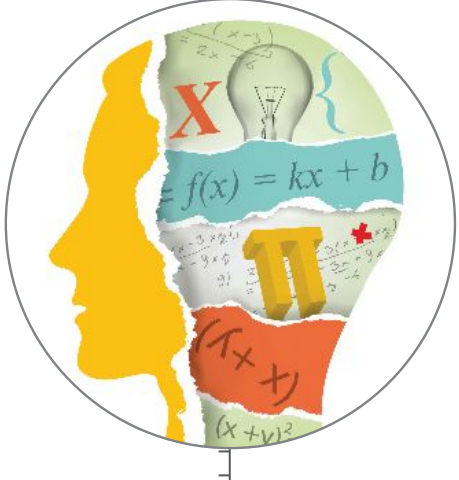
Алгебра

7

Учебник для 7 классов средних общеобразовательных школ

Рекомендован к изданию Министерством народного образования Республики Узбекистан



Новое издательство

Ташкент – 2022

скачано с сайта www.idum.uz

UO‘K 512 (075.3)
KBK 22.144ya72
A 45

Составители:

Аббос Акмалов , Жамоладдин Сапарбоев, Дилмурод Бойтиллаев, Эргаш Каримов, Мураджан Ходжаниязов

Международный эксперт:

Marcelo Staricoff

Рецензенты:

Б.Б. Камолов – Методист точных наук ОНО Кашкадарьинской области.

Д. Н. Камолова – Учитель математики СГОШ №12 города Навои Навоийской области

Б. Х. Умирзаков – Учитель математики СГОШ №5 города Чартак Наманганской области

Алгебра 7-класс [Текст]: учебник / А. Акмалов [и др.]. - Ташкент: Республиканский центр образования, 2022. - 192стр.

Подготовлено в сотрудничестве с представительством ЮНИСЕФ в Узбекистане

Усовершенствован на основании заключения Института математики Академии Наук Республики Узбекистан Имени В.И.Романовского.

Оригинальный макет и концепция дизайна разработаны Республиканским центром образования.

Издано за счет средств республиканского целевого книжного фонда.

ISBN 978-9943-8352-9-0

© Respublika ta’lim markazi, 2022

скачано с сайта www.idum.uz

СОДЕРЖАНИЕ

Абу Абдуллох Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми 5
Повторение пройденного в 6 классе 6

ГЛАВА1. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И СТЕПЕНЬ

1. Числовые выражения.....12
2. Алгебраические выражения 15
3. Алгебраические равенства, формулы.....17
4. Правила раскрытия скобок, коэффициент 20
5. Свойства арифметических действий.....23
6. Степень с натуральным показателем 26
7. Свойства степени с натуральным показателем 30
8. Одночлен и его стандартный вид 34
9. Умножение и деление одночленов 36
10. Многочлены.....38
11. Подобные члены и их приведение.....41
12. Сложение и вычитание многочленов 44
13. Умножение многочленов 46
14. Деление многочленов 50
15. Разложение многочленов на множители.....52

ГЛАВА 2. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

1. Квадрат суммы и разности 57
2. Разность квадратов.....60
3. Куб суммы.....63
4. Разность и сумма кубов 66
5. Способы разложения на множители 69
6. Применение формул сокращенного умножения 71

ГЛАВА 3. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

1. Алгебраическая дробь. Сокращение дробей 75
2. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю.....80
3. Сложение и вычитание алгебраических дробей 83
4. Умножение и деление алгебраических дробей 87
5. Проектная работа 93

ГЛАВА 4. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Уравнение и его корень 95
2. Линейные уравнениях одним неизвестным 97
3. Способ решения уравнений аль-Хорезми 101
4. Решение задач с помощью уравнений 104

скачано с сайта www.idum.uz

ГЛАВА 5. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Декартова система координат 112
2. Понятие функции 115
3. Линейная функция 120
4. Проектная работа 128

ГЛАВА 6. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1.Системы линейных уравнений 131
2. Способы решения систем линейных уравнений..... 137
3. Решение задач с помощью систем линейных уравнений..... 143

ГЛАВА 7. РАБОТА С ДАННЫМИ

1 Основные правила комбинаторики 146
2. Виды комбинаторных задач. 150
3. Способы решения комбинаторных задач..... 156

ПОВТОРЕНИЕ 160
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ 173
ЗАДАНИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ОЦЕНКЕ 193
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ УЧАЩИХСЯ 183

7-SINF “ALGEBRA” DARSLIGI UCHUN TA’LIMIY O’YINLAR

7-SINF “ALGEBRA” DARSLIGI UCHUN VIDEODARSLAR



Аль-Хорезми (783-850)

Абу Абдуллох Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми родился в Хорезме приблизительно в 783 году.

Из более чем 20 трудов аль- Хорезми до нас дошли только 10. Это “Краткая книга по счету Аль-Джабр Валь-мукобала“ - алгебраический труд, ”Книга об индийском счете“ или ”Книга о сложении и вычитании“ - арифметический труд, ”Китаб суратул арз " - труд по географии. "Зидж”, “Книга о работе с астролябией”, “Книга об изготовлении астролябии”, “Об определении азимута с помощью астролябии”, “Китобут рухома”, “Китабут тарих”, "Трактат об определении календаря и праздников евреев". Четыре из этих произведений сохранились на арабском языке, одно - в составе Ферганского труда, два- в латинском переводе.

Название “алгоритм”, которое служит основой для современных технологий, происходит от имени ученого Аль - Хорезми. Полное название алгебраического трактата Хорезми -”Аль-Китаб аль-Мухтасар фи хисоб Аль-Джабр Валь-мукобала". Слова “Аль-Джабр” и “Валь-мукобала” в названии трактата - “о восполнении и противопоставлении” - означают два основных действия средневековой алгебры. Латинская форма слова "Аль-Джабр” "алгебра" стала названием новой науки, основанной Хорезми.

Алгебраический трактат Хорезми состоит из трех частей:

1)алгебраическая часть, в конце которой приводится небольшой раздел - глава о торговом обороте;

2)геометрическая часть, об измерении с помощью алгебраического метода;

3) часть о завещаниях. Хорезми дал ей отдельное название “Книга завещаний”. Хорезми в своем трактате не приводит никаких обозначений, а излагает содержание целиком в словах и приводит формы.

В то же время Хорезми заявляет, что он также предусматрел решение вопросов, связанных с повседневными потребностями, вопросами, возникающими в соответствии с требованиями ислама и шариата, а также вопросами, связанными с архитектурой и ирригацией. Вообще, алгебра Хорезми - это наука о решении числовых квадратных и линейных уравнений.

Европейские ученые в течение нескольких веков во всех вычислениях добавляли “Как говорил Аль - Хорезми”.

Это означало, что ученые проводили расчеты именно по указаниям Аль-Хорезми.

Аль-Хорезми умер в 850 году в Багдаде.

ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО В 6 КЛАССЕ

Целые числа и действия над ними

Натуральные числа, им противоположные и ноль называют целыми числами.

{ ..., –7; –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; ... }

0; 7; 212 и –1023 → целые числа. $\frac{1}{2}$; 1,1 и −5,2 → не целые числа.

Модуль числа указывает, на каком расстоянии оно расположено от числа 0 на числовой оси.

Он обозначается как $|a|$ и читается **модуль числа *a*.**

УПРАЖНЕНИЯ

1. Найдите числа, противоположные данным числам.

1) 6 2) –7 3) –23 4) 0,25

2. Заполните таблицу.

a	4	–5				–210			2	8,8
$-a$			–21	72	–10		8	–1		

3. На числовой оси определите какое из чисел находится левее.

1) –8 и –15 2) –10 и 6 3) 5 и –15 4) 0 и –100

4. Сравните модули чисел.

1) –6 и 6 2) –5 и –12 3) 14 и 20 4) 16 и –6

5. Сложите целые числа.

1) 19 + 6 2) –6 + (–12) 3) 7 + 12 4) –19 + (–19)

6. Выполните действия.

1) (–5 + 19) + (–19)
2) (–16 + (–17)) + 17
3) –78 + 36 + 19 + (–22) + (–25)
4) 43 + (–60) + 12 + 39 + (–21)

7. Вычислите.

1) 14 – 23 – 37 + 23 + 56 – 13
2) –51 – 18 – 29 + 11 + 51 + 29 – 14
3) 27 – 49 – 12 + 38 + 49 – 60
4) 46 + 34 – 15 – 34 – 46 + 15 – 100

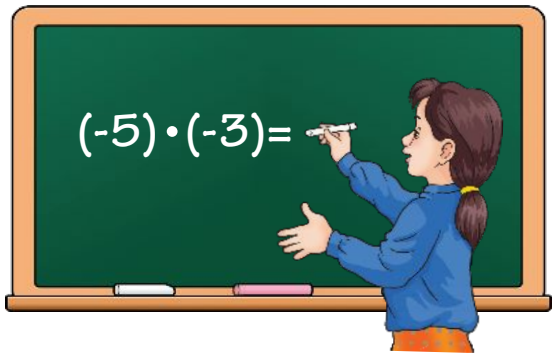
8. Умножьте и поделите целые числа.

1) $(+7) \cdot (-4)$ 2) $(+15) \cdot (-3)$

3) $(-8) \cdot (-6)$ 4) $(-6) \cdot (-9)$

5) $(-42) : 2$ 6) $-30 : (-10)$

7) $64 : (-4)$ 8) $-270 : (-30)$



9. Выполните действия.

1) $-7 \cdot (-6) + 17$ 2) $-27 : (-3) - 10$

3) $-4 \cdot (-3) : 12$ 4) $-64 : (-8) : (-4)$

Рациональные числа и действия над ними

Несократимые дроби, представленные в виде $\frac{p}{q}$ называются рациональными числами. p – целое, q – натуральное.

Все целые числа считаются рациональными.

Любое целое число можно записать в виде:

$$p = \frac{p}{1}$$

Дроби $\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4}$ также рациональные числа, так как после сокращения они равны дроби $\frac{1}{2}$.

Действия над рациональными числами

$$\frac{k}{n} + \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q + p \cdot n}{n \cdot q} \qquad \frac{k}{n} - \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q - p \cdot n}{n \cdot q}$$

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{k \cdot p}{n \cdot q} \qquad \frac{k}{n} : \frac{p}{q} = \frac{k}{n} \cdot \frac{q}{p} = \frac{k \cdot q}{n \cdot p}$$

УПРАЖНЕНИЕ

10. Вычислите.

1) $\frac{15}{20} + \frac{42}{30} - \frac{56}{40}$ 2) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$ 3) $\frac{17}{51} + \frac{19}{57} - \frac{13}{39}$

4) $\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ 5) $\left(\frac{3}{6} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$ 6) $\left(1\frac{3}{5} - \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)$

11. Выполните умножение.

1) $5 \cdot \frac{4}{5}$ 2) $3 \cdot \frac{1}{3}$ 3) $\frac{8}{9} \cdot 9$ 4) $\frac{12}{17} \cdot 17$

5) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 6) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$ 7) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$ 8) $\frac{12}{25} \cdot \frac{5}{6}$

9) $1\frac{1}{5}\cdot 1\frac{2}{3}$ 10) $1\frac{1}{4}\cdot 10\frac{2}{3}$ 11) $1\frac{4}{11}\cdot 3\frac{2}{3}$

12) $2\frac{2}{3}\cdot 1\frac{1}{8}$ 13) $1\frac{5}{7}\cdot 2\frac{1}{3}$ 14) $4\frac{1}{6}\cdot 3\frac{3}{5}$

15) $2\frac{8}{9}\cdot 1\frac{1}{17}\cdot\frac{1}{2}$ 16) $3\frac{1}{7}\cdot(-(-4\frac{5}{11}))\cdot(-\frac{5}{77})$

12. Выполните действия.

1) 241,215 · 10 2) 0,05501 · 1 000 3) 0,155 · 10 000 4) 4,0107 · 100

5) 241,215 : 10 6) 0,05501 : 1 000 7) 0,155 : 10 000 8) 4,0107 : 100

13. Выполните действия.

1) 542,1 : 0,1 2) 215,04 : 0,01 3) 301,1 : 0,001 4) 4,281 : 0,0001

5) 542,1 · 0,1 6) 215, 04 · 0,01 7) 301, 1 · 0, 001 8) 4,281 · 0,0001

14*. Найдите значение выражения.

1) $\frac{13\cdot 86}{468}:0,25+\frac{57\cdot 14}{27}-\frac{10}{9}$ 2) $\left(\frac{92}{85}+\frac{104}{17}\right)\cdot\frac{5}{18}+\left(\frac{1}{3}+\frac{7}{6}\right)-\frac{5}{2}$

3) $\frac{10}{16}+\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{17}{4}:17\right)+3,75:\frac{5}{6}$ 4) $\left(\frac{41}{18}-\frac{17}{36}\right)\cdot\frac{18}{65}+\left(\frac{8}{7}-\frac{23}{49}\right):\frac{99}{49}+\frac{7}{6}$

5) $\left(\frac{1}{2}+0,8-1\frac{1}{2}:2,5\right):\left(3+4\frac{3}{25}-0,12\right)$

6) $\left(6,3+3\left(35\frac{17}{42}-4\frac{6}{35}\right)\right)\left(0,7-\frac{1}{12}\right)\cdot 6$

7) $\left(2,75-\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{5}{2}-1,875\right):0,125-\frac{1}{4}$

8) $\left(3\frac{4}{9}:\left(2\frac{1}{36}-1\frac{20}{27}\right)\right):(2,08:10,4+2,5\cdot 0,4)$

Соотношение, пропорция, процент

Частное ***a : b*** называют количественным отношением ***a, b.*** Такая запись читается “отношение a к b”.

Равенство двух отношений называют **пропорцией**.

С помощью букв пропорцию можно записать так:

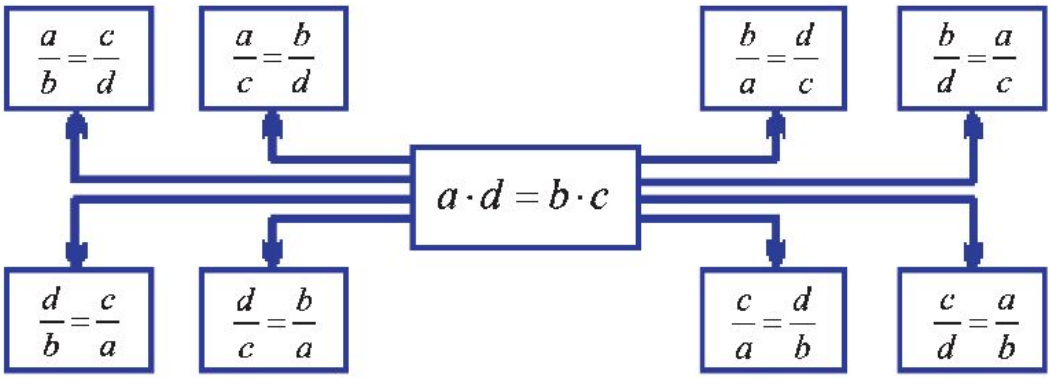
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{или} \quad a:b=c:d$$

Читается: “отношение a к b равно отношению c к d ”.

Числа, участвующие в пропорции, называются пропорциональными числами.

Все значения считаются ненулевыми. $a\neq 0;\ b\neq 0;\ c\neq 0;\ d\neq 0$

Основное свойство пропорции

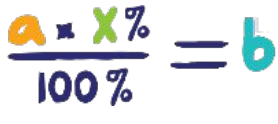


Проценты

нахождение процента числа ***b*** от числа ***a:***



нахождение ***x*** процентов от числа ***a***



нахождение числа, если ***x*** процентов от него равно ***b***



УПРАЖНЕНИЯ

15. Вычислите.

1) Число 12 разбить на две части в отношении 1 : 3

2) Число 36 разбить на три части в отношении 2 : 3 : 7

16. Найти неизвестное значение пропорции.

1) $x : 4 = 9 : 12$ 2) $x : 3 = 2 : 9$ 3) $5 : 3 = x : 8$ 4) $1 : 4 = 12 : x$

17. Какое из приведеных ниже выражений может быть пропорцией?

1) 0,6 : 18 = 1 : 30
2) 4,5 : 3,5 = 27 : 21
3) 4 : 14 = 1,4 : 409
4) 10,2 : 0,66 = 55 : 0,55
5) $\frac{5}{7}$: 0,7 = 50 : 49
6) $\frac{24}{42} = \frac{20}{35}$
7) $\frac{63}{56} = \frac{81}{72}$
8) $\frac{5}{88} = \frac{1}{1,6}$

18. Крайние члены пропорции равны 5 и 16, а один из средних членов - 8. Найдите второе среднее значение пропорции.

19. Представьте следующие числа в виде процента.

1) 5
2) 0,01
3) 1,02
4) 1

20. Вычислите.

1) Найдите 25% от числа 56
2) Найдите 50% от числа 48
3) Найдите 15% от числа120
4) Найдите % от числа 460

21. Вычислите.

1) Найдите число, 15% которого равно 45
2) Найдите число, 20% которого равно 62
3) Найдите число, 25% которого равно 62,5
4) Найдите число, 10% которого равно 33,7

22. Стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4 и 5, периметр равен 72 cm. Найдите наименьшую сторону треугольника.

23. Брусок делится на три части, длины которых обратно пропорциональны числам 2, 3 и 5. Найдите длину наименьшей части, если самая длинная из них составляет 25 cm.

24. Если изображение на карте двух кишлаков находящихся на расстоянии 0,5 km, равно 2 cm, то найдите масштаб карты.

25. Если расстояние между двумя городами равно 25 km, каково будет это расстояние на карте масштаба 1:250 000?

26. Выразить в граммах.

1) 0,467 kg
2) 2,064 kg
3) 0,0485 kg
4) 0,0055 kg

27. Выразить в килограммах.

1) 0,5 q
2) 1,75 q
3) 0,950 t
4) 14,25 t

28. Выразить в минутах.

1) 0,1 h
2) 0,15 h
3) 0,25 h
4) 1,25 h

29. Выразить в квадратных метрах.

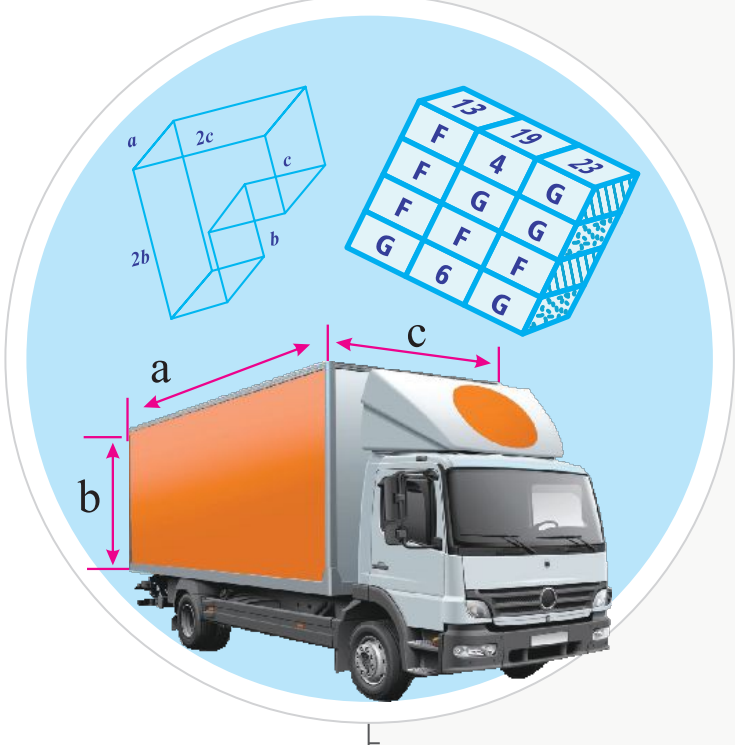
1) 0,5 ha
2) 1,5 ha
3) 1,25 ha
4) 0,075 ha

30. Выразить в метрах.

1) 9 dm
2) 15 dm 2 cm
3) 2 m 7 dm 18 cm

I ГЛАВА

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И СТЕПЕНЬ



ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Вспоминаем

Переместительное свойство сложения: $6 + 3 = 3 + 6$,

Свойство группировки сложения: $49 + 17 + 51 = (49 + 51) + 17$

Переместительное свойство умножения: $6 \cdot 5 = 5 \cdot 6$

Свойство группировки в умножении: $4 \cdot (3 \cdot 2) = (4 \cdot 3) \cdot 2$

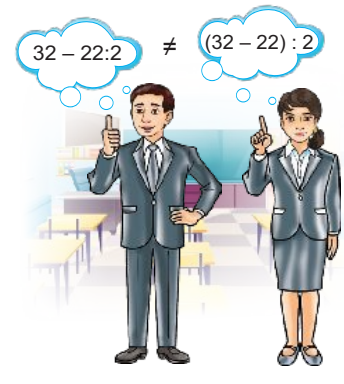
Распределительное свойство умножения: $2{,}5 \cdot 1{,}125 + 2{,}775 \cdot 2{,}5 = 2{,}5 \cdot (1{,}125 + 2{,}775)$

Числовое выражение – это математическая запись, котораясостоит из чисел и одной или нескольких арифметических операций.

$2 \cdot 5$ $25 : 5$ $14 : 2 - 12$ $(4{,}3 + 5{,}7) \cdot 6{,}7$

Значением числового выражения является число, полученное в результате действий, указанных в этом числовом выражении.

значение числового выражения $2 \cdot 5$ равно 10;
значение числового выражения $25 : 5$ равно 5;
значение числового выражения $14 : 2 - 12$ равно -5;
значение числового выражения $(4{,}3 + 5{,}7) \cdot 6{,}7$ равно 67.



- Числовое выражение может состоять из одного числа. Его значением будет само это число.
- Два числовых выражения, соединенные знаком =, образуют числовое равенство.
- Если значения левой и правой частей равенства являются одним и тем же числом, то равенство называется верным равенством.

Порядок выполнения действий

Сложение и вычитание относятся к действиям **1 ступени,** умножение и деление — к действиям **II ступени,** а возведение в степень — к действиям **III ступени.**

1. Если в выражении нет скобок, задействованы только действия одной ступени, то действия выполняются последовательно в порядке их записи слева на право.
2. Если в выражении нет скобок и задействованы действия всех трёх ступеней, то сначала выполняются действия III ступени, затем II ступени и действия ступени I.
3. При наличии в выражении скобок, сначала выполняются действия внутри скобок, затем остальные действия выполняются по 1-му и 2-му правилам.
4. Если в выражении есть другие скобки, то в первую очередь выполняются действия внутри скобок

Пример

1-пример. $25 \cdot 4 + 112 = 100 + 112 = 212$

2-пример. $4 \cdot (3^2 \cdot 5 + 5) = 4 \cdot (9 \cdot 5 + 5) = 4 \cdot (45 + 5) = 4 \cdot 50 = 200$

3-пример. $0{,}5 \cdot 10 - 450 = 5 - 450 = -445$

4-пример. $-4 \cdot (-3^2 : 9 - 26) = -4 \cdot (9 : 9 - 26) = -4 \cdot (1 - 26) = -4 \cdot (-25) = 100$

5-пример. $\dfrac{3 \cdot 2^5 - 5 \cdot 4}{3^2 + 1} = \dfrac{3 \cdot 32 - 20}{9 + 1} = \dfrac{96 - 20}{10} = \dfrac{76}{10} = 7{,}6$

6-пример. $((4^2 - 6) + 10) : 5 = ((16 - 6) + 10) : 5 = 20 : 5 = 4$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Выполнить действия.

1) $(57 + 26) - 27$

2) $49 - 55 + 11 - 0{,}4$

3) $7{,}5 \cdot 2 - 3 \cdot (2{,}1 + 0{,}6 : 0{,}2)$

4) $(5{,}26 - 3{,}8) + 2{,}8$

2. Найти значение числового выражения.

1) $1\frac{4}{5} + 5\frac{4}{35} + 7\frac{1}{5} - 4\frac{4}{35}$

2) $5\frac{2}{3} + 4\frac{1}{8} + 1\frac{1}{6} + 3\frac{5}{8}$

3) $\left(\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{13}\right)$

4) $\left(1 - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{6}\right)$

3. Найдите числовые выражения, равные значениям 5 –2; 1; 3.

1) $(40 : 2 + 5) : 5$

2) $5^2 - (4 \cdot 8 - 17) - 12$

3) $6\frac{5}{9} + 2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} - 6\frac{1}{3}$

4) $\dfrac{15 \cdot 4 - 27}{5 + 6}$

4. Один человек в Узбекистане потребляет в среднем 1500 кВт электроэнергии в год. Только в США компьютеры потребляют 650 миллиардов кВт энергии в год. Во сколько раз годовое потребление в 2022 году электроэнергии Узбекистана с населением около 35 000 000 человек превышает потребление компьютеров в США

5. Какое равенство верно?

1) $\frac{3}{10} + \frac{3}{4} = \frac{11}{20} + \frac{1}{2}$

2) $22\frac{17}{25} + 77\frac{8}{25} = (17 + 8) \cdot 4$

3) $21\frac{8}{35} - 3\frac{19}{70} = 10\frac{5}{14} + 6\frac{6}{10}$

4) $1\frac{2}{3} + 4\frac{1}{5} = 41{,}5 \cdot \frac{2}{15}$

5) $1 - \frac{14}{17} = 1 - \frac{21}{34}$

6) $(34 \cdot 150) : 25 = (17 + 48) \cdot 5$

6. Запишите в виде числового выражения.

1) Сумма чисел 14 и 36 равна разности чисел 85 и 35..

2) Разность чисел $1\frac{2}{3}$ и $1\frac{1}{3}$ равна сумме чисел $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$.

3) Произведение чисел 4 и 0,25 равно полуразности чисел 8 и 6.

4) Удвоенная сумма чисел 0,12 и 1,88 равна произведению чисел $\frac{4}{5}$ и 5.

7. Вычислите.

1) $12,7 \cdot 64 + 173 \cdot 3,6 + 12,7 \cdot 36 + 17,3 \cdot 64$

2) $13,5 \cdot 5,8 - 8,3 \cdot 4,2 - 5,8 \cdot 8,3 + 4,2 \cdot 13,5$

8. Выполните действия.

1) $12\frac{5}{6} + 2\frac{7}{9} \cdot \left(15\frac{9}{10} - 12\frac{9}{10}\right)$

2) $5\frac{7}{16} \cdot 1\frac{3}{29} + 2\frac{5}{16} \cdot 2\frac{2}{7}$

3) $\left(2022\frac{3}{5} - 2021\frac{1}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{29}$

4) $\frac{7}{10} + \left(1\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) : 1\frac{2}{9} + 2\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$

9. Найдите значение числового выражения.

1) $\frac{3}{5} : \frac{9}{10} + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} - 4 : 2\frac{2}{3}$

2) $7\frac{1}{3} : 12\frac{1}{4} \cdot 6\frac{1}{8}$

3) $1\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{34} + 1\frac{5}{12} \cdot 1\frac{31}{34}$

4) $10\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{15} - 2\frac{2}{5} \cdot 5\frac{1}{2}$

10*. Выполните действия.

1) $\dfrac{1,95 \cdot 0,48 : 6,25}{(2,03 - 1,25) \cdot 0,4 : 2,4}$

2) $6\frac{3}{7} : \dfrac{(0,19 + 3,2) : 22,6}{4,05 + 0,75 - 2\frac{5}{6}}$

3) $7\frac{13}{28} - \left(3\frac{9}{28} - 5\frac{3}{13}\right)$

4) $\dfrac{\frac{4}{7} - \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{8}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{28}}$

5) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \ldots + \frac{15}{2} + \frac{16}{3}$

6) $\frac{1}{16} + \frac{2}{18} + \frac{3}{16} + \ldots + \frac{15}{16} + \frac{16}{18}$

7) $\dfrac{((1,2 : 36) + \frac{6}{5} \cdot 0,25) \cdot}{(\frac{128}{45} - \frac{1}{15}) : \frac{125}{9}}$

8) $\dfrac{\left(1,8 + \frac{19}{20}\right) : 0,5}{\frac{7}{40} : 0,35 + \frac{7}{3} : \frac{217}{31}}$

9) $\left(\frac{14}{15} + \frac{5}{2} + 0,3\right) \cdot \frac{8}{7} \cdot 0,75 + \frac{5}{10}$

10) $\left(\frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(6,4 : \frac{80}{3}\right) + \frac{1}{8}$

11) $\frac{13 \cdot 86}{450} : 0,25 + \frac{57 \cdot 14}{27} - \frac{10}{9}$

12) $\left(\frac{92}{85} + \frac{104}{17}\right) \cdot \frac{5}{18} + \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{6}\right) - \frac{5}{2}$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Пример

1 пример. Скорость велосипедиста 12 km/h. Какое расстояние он проедет за 2 часа, 3 часа, а часов?



1) $12 \cdot 2 = 24$ (km);
2) $12 \cdot 3 = 36$ (km);
3) За a часов $12 \cdot a$ (km)

Алгебраическое выражение — это выражение, состоящее из цифр и букв в сочетании со знаками арифметических операций.

$4 \cdot a$ $\quad$ $12 : 5b$ $\quad$ $514 : 2–x$ $\quad$ $(x + y) \cdot 4$

Например

2-пример. Если 1 килограмм яблок стоит 2000 сум, то сколько килограммов яблок можно купить на 6000 сум? Если 1 килограмм стоит 1000 сум, то за 7000 сум сколько килограмм можно купить? 1 килограмм стоит a сум, сколько килограмм можно купить за b сум?



1) $\frac{6\,000}{2\,000} = 3$ (kg) $\quad$ 2) $\frac{7\,000}{1\,000} = 7$ (kg)

3) $\frac{a}{b}$ (kg), $b \neq 0$ (на ноль делить нельзя)

Если в буквенную часть алгебраического выражения подставить число и произвести указанные действия, то полученное число называется **числовым значением алгебраического выражения**

Пример

3-пример. Найдите значение выражения $\frac{x+1}{x-2}$ при x = 5.

Вместо букв, которые были ранее в выражении, подставляем их числовое значение, а затем производим вычисления:

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{5+1}{5-2} = \frac{6}{3} = 2.$$

Порядок выполнения действий над числами сохраняется и при выполнении задач, связанных с нахождением числовых значений алгебраических выражений.

Знак умножения — «точка» между буквой и буквой, цифрой и буквой часто опускается. Например, $S = ab$, $P = 2(a + b)$.

Пример

4-пример. Если $a = 5$, $b = 6$, найдите значение выражения $\frac{a+b}{b-3}$.

$$\frac{a+b}{b-3} = \frac{5+6}{6-3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

Упражнения

1. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $a + 3b$, если $a = 5$, $b = 5$

2) $2a - 4b$, если $a = 6$, $b = -2$

3) $2a^2 + \frac{1}{5}b$, если $a = 3$, $b = 25$

4) $(a - 4) : b$, если $a = 19$, $b = 3$

5) $\frac{(2a-1)\cdot b}{a+b}$, если $a = 8$, $b = 2$

6) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ если, $a = 2$, $b = 3$

2. Обувная фабрика производит 500 пар обуви каждый час. Сколько пар обуви производится на фабрике за t часов? А через 24 часа?

3. Если автомобильный завод производит 500 автомобилей за 1 день, сколько автомобилей будет произведено за n дней? А через 1 месяц?



4. Заполнить столбец ответов.

№	x	y	Алгебраическое выражение	Ответ
1.	4	1	$\frac{x-3}{y+1}$	
2.	0,5	1	$2x + 7y$	
3.	–1	1	$2 \cdot (x + 1) + y$	
4.	2	8	$(x + y) \cdot 3$	
5.	0,5	40	$x \cdot y - 4$	
6.	2	5	$\frac{2x+y}{x-2y}$	

5. Если $k = 6$ и $t = -5$, то найдите алгебраические выражения, значения которых равно

1) $k + \frac{1}{5}t$ 2) $(2k + 8) + 2t$ 3) $\frac{3\cdot(k-t)+7}{4\,(k+t)}$ 4) $2k + 5(t + 8)$

6. Заполните таблицу, если $x = 2$ и $y = -1$

$x+2y$	$4x-y$	$2(x+y)$	$2x-xy+5$	$x+y-1$	$\frac{3x-2y}{4(x+y)}$

7*. Для $k=2$ вычислите значение выражения $y=\frac{k}{1011k+1}$, $x=\left(1-\frac{2021}{2023}\right):y+2021$.

8*. Найдите числовое значение алгебраического выражения.

1) $(mn)^2$, при $m=3$, $n=2$

2) $-mn^2$, при $m=3$, $n=5$

3) $a+2b$, при $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{4}$

4) $c-3ab+dc$, при $a=-1$, $b=3$, $c=-2$

5) a^2-b^2, при $a=6$, $b=-4$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ РАВЕНСТВА, ФОРМУЛЫ

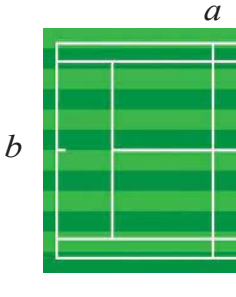
Вспоминаем

Нахождение площади прямоугольника: $S=a\cdot b$
Нахождение периметра прямоугольника: $P=2\cdot(a+b)$
Нахождение площади квадрата: $S=a^2$
Нахождение периметра квадрата: $P=4\cdot a$
Нахождение объёма куба: $V=a^3$

Связь двух числовых выражений со знаком = называется **равенством**.

В равенствах значения выражений взаимно **равны**.

Алгебра в повседневной жизни

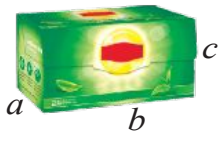


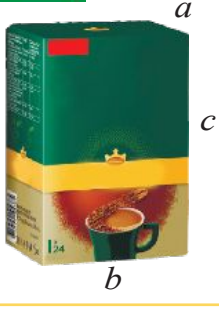
Теннисный корт имеет форму прямоугольника.
Площадь поля=ширина · длина

$S=a\cdot b$

$P=2\cdot(a+b)$

Это – формула.





Коробка из-под чая имеет форму прямоугольного параллелепипеда.

Объём коробки находится=
ширина · длина · высота.

$S=2(a\cdot b+b\cdot c+a\cdot c)$

$V=a\cdot b\cdot c$

Это – формулы.

Формула – алгебраическое равенство, выражающее зависимость одной величины от других величин.

Пример

1-пример. Для нахождения объёма куба используем формулу $V = a^3$, для нахождения суммы рёбер используем формулу $P = 12a$.

2-пример. Коробка формой прямоугольного параллелепипеда имеет высоту H cm. Её длина в 3 раза больше высоты, ширина меньше длины на 7 cm . Выразить длину и ширину через высоту.

Пусть длина, ширина и высота прямоугольной коробки равны соответственно L, B, H .

Длина коробки $L = 3\,H$

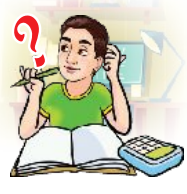
Ширина коробки: $B = L - 7$

Ширина коробки относительно высоты равна: $B = 3H - 7$

3-пример.

$2n = 2 \cdot 1 = 2$
$2n = 2 \cdot 2 = 4$
$2n = 2 \cdot 3 = 6$
.....
$2n = 2 \cdot 41 = 82$
.....
$2n = 2 \cdot 1\,000 = 2\,000$

К какому выводу пришли?



$2n - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$
$2n - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$
$2n - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$
$2n - 1 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$
.....
$2n - 1 = 2 \cdot 41 - 1 = 81$
.....
$2n - 1 = 2 \cdot 1000 - 1 = 1999$

Если a чётное число, тогда это число кратно 2.

Формула: $a = 2n$, здесь n – натуральное число.

Если a нечётное число, тогда при его делении на 2 остаток будет равен 1.

Формула: $a = 2n + 1$, здесь n – натуральное число.

Формула нечётного натурального числа можно также записать:

Формула: $a = 2n - 1$, здесь n – натуральное число.

Упражнения

1. Напишите предложения математическим языком:

1) сумма чисел m и n ;
2) разность чисел a и b;
3) удвоенная разность чисел a и b;
4) удвоенное произведение m и n ;
5) деление суммы чисел n и m на их разность;
6) произведение суммы чисел a и b на их разность;
7) разность удвоенного числа a и b;
8) удвоенная разность a и b;
9) сумма удвоенного a и утроенного b;
10) разность произведения чисел a и b и b.

2. Найдите периметр квадрата со стороной a cm.

3. Поле сельхозугодья имеет прямоугольную форму, его длина равна a метрам, а ширина равна b метрам. После приобретения новой земли площадь увеличилась на 220 m^2. Какой стала площадь поля?



4. Пассажир выехал из села и направился в город. Пройдя a километров, он сел в автобус и за t часов доехал до города. Если автобус двигался со скоростью 60 km/h:
1) $a = 4$ и $t = 1{,}5$, то найдите растояние S от села до города;
2) $S = 70$, $a = 10$, то найдите t.

5. Расчитать время движения автомобиля Spark, движущегося с постоянной скоростью 100 km/h, если он прошел 1) 1 000 km; 2) 500 km; 3) 450 km .

6. Автомобиль «Малибу» расходует a литров топлива на 100 км. Заполните эту таблицу.

Пройденный путь, (km)	500	700		800	S	
Расход топлива (L)			$11a$			$4a$

7. У Анвара есть x сум денег. У Азизбека на y сум больше. Сколько денег у Азизбека? Решить задачу, если 1) $x = 5\,000$и $y = 2\,000$; 2) $x = 4\,500$ и $y = 350$.

8. Заполнить следующую таблицу, пользуясь формулой $S = v \cdot t$.

S (km)	500	600	480	340	720	432	900
t (время)	5	12	4	4	8	6	12
Вариант ответа	A	B	C	D	E	F	G
v (km/h)	85	90	100	75	50	120	72

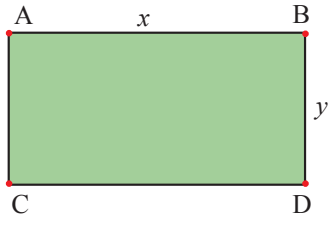
9. Если в саду n яблонь, на каждой из которых в среднем по 30 кг плодов, напишите формулу, показывающую, сколько килограмм яблок можно собрать из сада, и решите задачу при $n = 250$.

10. Составить формулу для нахождения каждой переменной из данных формул.

1) $\angle x + \angle y + \angle z = 180°$ 2) $P = 4 \cdot a$ 3) $v = s : t$ 4) $S = a \cdot b$

5) $T = m + 3$ 6) $x = 5t + 4$ 7) $P = a + b + c$ 8) $C = 2\pi r$

11. Найдите формулу вычисления периметра прямоугольника.



ПРАВИЛА РАСКРЫТИЯ СКОБОК И КОЭФФИЦИЕНТ

Правила раскрытия скобок

Часто в процессе выполнения расчетов приходится раскрывать скобки или выносить за скобки общий множитель. Необходимо соблюдать следующие правила.

$58 + (-48 + 3)$ ↓ $58 - 48 + 3$	**1-правило.** Если перед скобкой стоит знак +, то при раскрытии скобки необходимо убрать скобку, не меняя знаки слагаемых внутри скобки: $a + (b - c) = a + b - c$
$8{,}2 + (4{,}8a + 13)$ ↓ $8{,}2 + 4{,}8a + 13$	**2-правило.** Если первое слагаемое в скобках пишется без знака, то считается, что ему предшествует знак + $a + (b + c) = a + b + c$
$107 - (-5{,}6a + 6b)$ ↓ $107 + 5{,}6a - 6b$	**3-правило.** Если перед скобкой стоит знак —, скобки нужно опустить, изменив знак каждого слагаемого внутри скобки на противоположный : $a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$

Ели сумма заключена в скобки и перед скобками поставлен знак +, то знаки слагаемых в скобках остаются без изменений.

Пример

1-пример. $-45 + 27 - 2 = + (-45 + 27 - 2) = + (-20) = -20$

2-пример. $9 + (-14) + 11 + (-14) + 31 + (-53) = 9 - 14 + 11 - 14 + 31 - 53 = -30$

Ели сумма заключена в скобки и перед скобками поставлен знак —, то знаки слагаемых в скобках меняются на противоположный.

Пример

3-пример. $-54 + 275 - 12 = - (+54 - 275 + 12) = - (-209) = 209$

4-пример. $6 - 8 + 10 = - (6 + 8 - 10)$

5-пример. $a + b - c = - (a - b + c)$

Упражнения

1. Сначала раскройте скобки, а потом вычислите. *Примечание*: знак + перед скобками не пишется, но он учитывается при раскрытии скобок.

1) $-(43+71)+71$ 2) $+(-23-510)+23$

3) $-(-31+40)+40$ 4) $0{,}65-(18-0{,}35)$

5) $1-(1-(1-2))$ 6) $-1+(-1+(-1+2))$

2. Раскройте скобки.

1) $+(a+5-b)$ 2) $-(c+42)$ 3) $1{,}35-(1{,}5-k)$

4) $a-(-b+4c-d)$ 5) $-(a+b-c-5)$ 6) $a+(-b+4c-d)$

3. Замените вопросительный знак знаком + или —.

1) $13\ ?\ (15-27)=13+15-27$

2) $1{,}8\ ?\ (-12+0{,}4)=1{,}8+12-0{,}4$

3) $-40{,}2\ ?\ (5a-1{,}84)=-40{,}2+5a-1{,}84$

4) $57{,}8\ ?\ (12n-0{,}125)=57{,}8-12n+0{,}125$

4. Раскройте скобки, а затем вычислите.

1) $+(84-208+25)$ 2) $-(59-69)-29$ 3) $+(86-98)+42$

4) $-(284-49-244)$ 5) $-(45-69-21)$ 6) $+(-38-410)+38$

5. Раскройте скобки, а затем вычислите.

1) $(119+141)-(-59+119)$ 2) $(325+219)+(-50+110)$

3) $(-228-215)-(-28+315)$

6. Найдите верный ответ.

$+(a+b+c)$	A	$a-b-c$
$-(a+b+c)$	B	$-a-b+c$
$-(a-b-c)$	C	$a-b+c$
$+(-a-b+c)$	D	$-a+b-c$
$-(-a+b-c)$	E	$-a+b+c$
$-(a-b+c)$	F	$a+b+c$
$-(-a-(-b)+c)$	G	$-a-b-c$

7. Назовите слагаемые и отделите их.

1) $2a - 5b + 3$ 2) $x - 5y + z - 8$

3) $a - b + c - d$ 4) $\frac{1}{3}a - \frac{2}{5}b + 0{,}3c - d$

8. Раскройте скобки и упростите.

1) $(-a + b) - (a - b)$ 2) $x - (x + y)$

3) $5m - (m - 2)$ 4) $p - (t - (p - t))$

5) $(-a + b) - (2a - b)$ 6) $x - (-(5x + 4y) + 8y)$

7) $5m - (2m - 5)$ 8) $3p - (t - (p - 2t))$

9. Заключите все слагаемые, начинающиеся с числа m или $(-m)$, в скобки, поставив перед скобкой знак +.

Образец: $-2a + 5b + m - 4n = -2a + 5b + (m - 4n)$

1) $3a - 0{,}1b - m + 0{,}1n$ 2) $1 + m - 4k - \frac{2}{3}t$

3) $a + b - 2c + m - n + 5$ 4) $1\frac{1}{5}c - m + 2\frac{1}{3}b - 0{,}8c$

10. Заключите все слагаемые, начинающиеся с числа m или $(-m)$, поставив перед скобкой знак —.

Образец: a) $5a - b + m + n - k = 5a - b - (-m - n + k)$

b) $2a - b - m + n - c + d = 2a - b - (m - n + c - d)$

1) $p + q + m - n + 6$ 2) $b - 2c - m + 3n - 7$

3) $2k - 5l + m + 4n + 3$ 4) $11q - 10r - m - k + 2l$

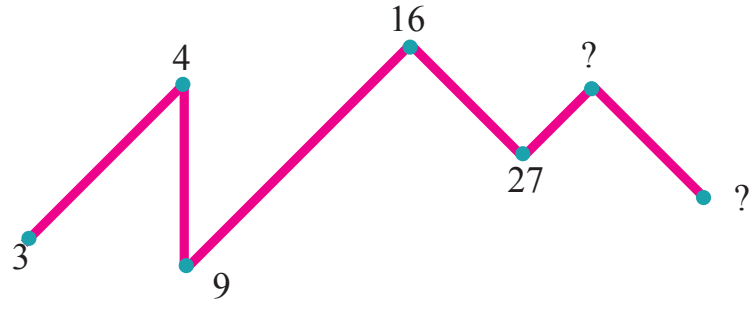
5) $p + m - 7q - n + 8$ 6) $b - m - 5c + 2n - 1$

11. Составив формулу, продолжите числовой ряд.

Образец: 7, 9, 11, 13,... Формула: $2n + 5$

1) 2, 4, 6, 8,.. 2) 7, 11, 15 19,.. 3) 3, 6, 9, 12,... 4) 4, 7, 10, 13,..

12. Какие цифры стоят вместо вопросительного знака?



СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

Как и в других областях математики, в алгебре необходимо следовать правилам.

Сложение и произведение

1) Перестановочное свойство:

$$a + b = b + a$$



$$a \cdot b = b \cdot a$$

2) Свойство группировки:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = b \cdot (a \cdot c)$$

3) Распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания::

$$a(b + c) = ab + ac \qquad a(b - c) = ab - ac$$

Использование свойств арифметических действий позволяет сначала упростить алгебраическое выражение, а затем легко вычислить его значение.

Пример

1) $12 + 33 = 33 + 12$

2) $55 + 82 + 45 = (55 + 82) + 45 = (55 + 45) + 82 = 55 + (82 + 45) = 182$

3) $14 \cdot 20 = 20 \cdot 14$

4) $4 \cdot 25 \cdot 37 = (4 \cdot 25) \cdot 37 = (4 \cdot 37) \cdot 25 = 4 \cdot (25 \cdot 37) = 370$

5) $7 \cdot (111 + 8) = 7 \cdot 111 + 7 \cdot 8 = 777 + 56 = 833$

6) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5 =$
$= 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 40 + 5 = 45$

7) $55 + 82 + 45 + 18 = (55 + 45) + (82 + 18) = 100 + 100 = 200$

8) $(95 + 19) + (5 + 31) = (95 + 5) + (19 + 31) = 100 + 50 = 150$

9) $145 \cdot 49 + 145 \cdot 51 = 145 \cdot (49 + 51) = 145 \cdot 100 = 14\,500$

10) $25 \cdot 712 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 712 = 100 \cdot 712 = 71\,200$

Вычитание и деление

1) Чтобы вычесть из числа a число b достаточно к числу a прибавить число, противоположное b:

$$a - b = a + (-b)$$

2) Деление можно заменить умножением на число, обратное делителю:

$$a : b = \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

Пример

1-пример. Если я прибавлю 20 к задуманному числу, получится 45. Найдите задуманное число.

1-способ:

$$x + 20 = 45$$
$$x = 45 - 20$$
$$x = 25$$

2-способ:

$$x + 20 = 45$$
$$x + 20 + (-20) = 45 + (-20)$$
$$x = 45 + (-20)$$
$$x = 25$$

2-пример.

2) $30 : 45 = \frac{30}{45} = \frac{\cancel{30}^{2} \cdot 1}{\cancel{45}_{3}} = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Упражнения

1. Вычислить числовое выражение удобным способом, используя свойства арифметических операций.

1) $28 \cdot 45 + 28 \cdot 55$
2) $2{,}5 \cdot 7{,}2 + 2{,}5 \cdot 2{,}8$
3) $72 \cdot 139 - 72 \cdot 39$
4) $13{,}5 \cdot 3{,}1 - 3{,}1 \cdot 10{,}5$
5) $124 - 42 + 226 - 18$
6) $2{,}51 - 4{,}41 + 3{,}49 - 6{,}59$
7) $91 + 117 + 9 + 83$
8) $31{,}11 + 42{,}89 - 1{,}8 - 5{,}2$

2. Упростите выражение.

1) $5x - 4y + 17x - 4y$
2) $4a - 2b + a - b$
3) $12a - 5b - 2a - b$
4) $5x + 8y - 9y + x$
5) $4a - 11a + 9a - b$
6) $7b + 7a - 4b + 3b$

3. Приведите подобные слагаемые.

1) $7{,}5a - 6{,}8b - 7{,}5a - 6{,}8b$
2) $a - 3a + 4{,}7 - 7{,}2$
3) $2{,}1a - 1{,}7c + 2{,}7a - 2{,}2c$
4) $-9{,}8c + 5{,}1d + 1{,}1c + 4{,}2d + 4c$
5) $4{,}2a + 1{,}8b - 2{,}6a + 3{,}4a$
6) $-8{,}9a + 1{,}5b - 1{,}1a - 5{,}5b$

4. Найдитезначение числового выражения.

1) $2{,}17 + (3{,}2 - 0{,}17)$
2) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right)$
3) $9{,}49 - (1{,}5 - 0{,}01)$
4) $\left(1\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2}\right) : \frac{5}{6}$
5) $0{,}94 - (-1{,}06 - 98)$
6) $\left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3}\right) : 11\frac{1}{6}$

5. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $a = \frac{1}{3}$; $b = 1$ если, $3a - 2b$

2) $a = 5{,}1$; $b = 4{,}7$ если, $P = 2(a + b)$

3) $a = 12{,}5$; $h = 6{,}4$ если, $S = \frac{1}{2}ah$

4) $a = 2{,}5$; $b = 2{,}4$; $c = 3{,}5$ если, $V = abc$

6*. Упростите выражение и найдите его числовое значение.

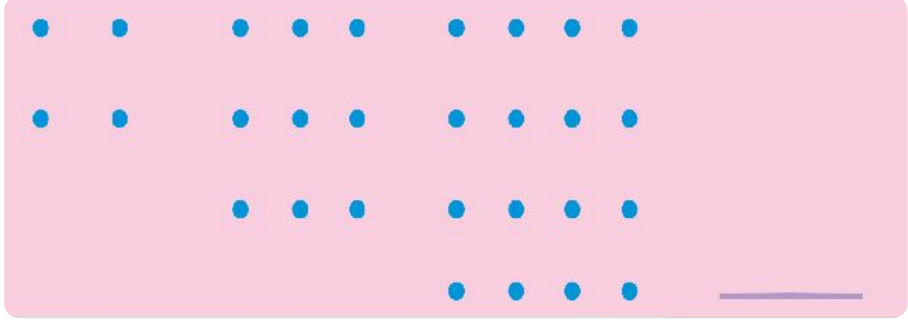
1) $5(3x - 7) + 2(1 - x)$, если $x = \frac{1}{26}$

2) $(2c + 5d) - (c + 4d)$, если $c = 0{,}4$; $d = 0{,}6$

3) $1{,}(3) \cdot (a + b) + 2{,}(7) \cdot (a - b)$, если $a = 2$; $b = -9$

4) $-0{,}1(2) \cdot (a - b) + 0{,}0(2) \cdot (a + 2b)$, если $a = -10$; $b = 6$

7. Продолжите логическую последовательность.



Проверьте себя на основе вопроса PISA

МР3 ПЛЕЕРЫ		
МР3 плеер  155 у.е.	Наушники  86 у.е.	Динамик  79 у.е.

При продаже МР3 можно получить 37,5% прибыль.

Показывают ли следующие формулы правильную зависимость цены – w, цены продажи – s ?

Формулы	Верны ли формулы?
$s = w + 0{,}375$	да/нет
$w = s - 0{,}375s$	да/нет
$s = 1{,}375w$	да/нет
$w = 0{,}625s$	да/нет

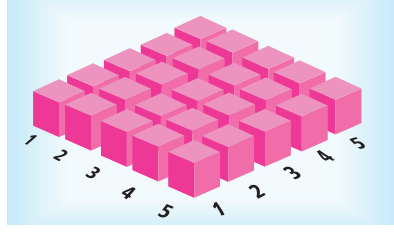
СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

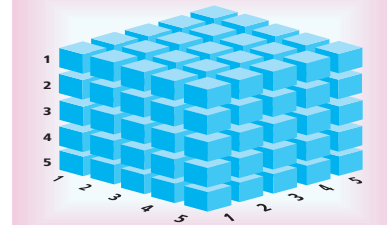
Вспоминаем

1) Сумму одинаковых чисел можно заменить умножением:

$\underbrace{4+4+4+4+4}_{5\text{ раз}}=4\cdot 5$ $\qquad$ $\underbrace{a+a+a+\dots+a+a}_{n\text{ раз}}=na$

2) $5\cdot 5=5^{2}=25$ $\qquad$ $5\cdot 5\cdot 5=5^{3}=125$





Запомните!

Степень числа a с натуральным показателем n равна произведению n множителей, каждый из которых равен a:

$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot \dots\cdot a}_{n\text{ раз}}=a^{n}$

основание степени ← a^{n} → показатель степени

Умножение одинаковых чисел можно заменить новым действием – **действие возведения в степень**:

$\underbrace{7\cdot 7\cdot 7\cdot 7\cdot\dots\cdot 7}_{8\text{ раз}}=7^{8}$ $\qquad$ $12=12^{1}$ $\qquad$ $2^{5}=\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{5\text{ раз}}=32$

$\underbrace{6\cdot 6\cdot 6\cdot 6\cdot 6\cdot 6\cdot 6}_{7\text{ раз}}=6^{7}$ $\qquad$ $\underbrace{\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\dots\cdot\frac{1}{7}}_{11\text{ раз}}=\left(\frac{1}{7}\right)^{11}$

Число в первой степени равно самому числу: $a^{1}=a$

$4^{1}=4$ $\qquad$ $21^{1}=21$ $\qquad$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{1}=\frac{3}{5}$ $\qquad$ $(-0{,}5)^{1}=-0{,}5$

Степени числа 10:

$10^{1}=10$	$10^{4}=10\,000$	$10^{7}=10\,000\,000$
$10^{2}=100$	$10^{5}=100\,000$	$10^{8}=100\,000\,000$
$10^{3}=1\,000$	$10^{6}=1\,000\,000$	$10^{9}=1\,000\,000\,000$

Пример

$2^1 = 2$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$
$2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$
$2^9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512$
$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$



$4^3 = 4 \cdot 3$

Упражнения

1. Записать сумму в виде произведения.

1) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$
2) $a + a + a + a$
3) $d + d + d + d + d + d + d$
4) $2x + 2x + 2x + 2x$
5) $5ab + 5ab + 5ab + 5ab + 5ab$
6) $(a - 2b) + (a - 2b) + (a - 2b)$
7) $\underbrace{10 + 10 + 10 + \cdots + 10}_{43 \text{ раз}}$
8) $\underbrace{k + k + k + \cdots + k}_{n \text{ раз}}$

2. Записать произведение в виде степени.

1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
2) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$
3) $(-5{,}1) \cdot (-5{,}1) \cdot (-5{,}1) \cdot (-5{,}1) \cdot (-5{,}1)$
4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$
5) $\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y}$
6) $\frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4}$

3. Упростите, используя обозначение степени.

1) $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$
2) $a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$
3) $2 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$
4) $x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot z \cdot z \cdot z$
5) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
6) $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{d}$
7) $(x - y) \cdot (x - y) \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c}$
8) $1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2$
9) $(-5{,}1) \cdot (-5{,}1) \cdot x \cdot x$
10) $0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$
11) $(5a - 4b) \cdot (5a - 4b)$
12) $a \cdot a \cdot a + b \cdot b \cdot b \cdot b + c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$
13) $a \cdot a + b \cdot b + c \cdot c$

4. Упростите выражение.

3) $7 \cdot 7 + a \cdot a \cdot a + b \cdot b \cdot b \cdot b$

4) $\underbrace{x \cdot x + x \cdot x + x \cdot x + \cdots + x \cdot x}_{n \text{ раз } x \cdot x}$

5) $\underbrace{x \cdot x + x \cdot x + x \cdot x + \cdots + x \cdot x}_{x \text{ раз } x \cdot x}$

6) $\underbrace{a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + \cdots + a \cdot a \cdot a}_{b \text{ раз } a \cdot a \cdot a}$

7) $\underbrace{a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + \cdots + a \cdot a \cdot a}_{a \text{ раз } a \cdot a \cdot a}$

8) $\underbrace{a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + \cdots + a \cdot a}_{b \text{ раз } a \cdot a} + \underbrace{b \cdot b \cdot b + b \cdot b \cdot b + \cdots + b \cdot b \cdot b}_{a \text{ раз } b \cdot b \cdot b}$

5. Вычислите.

1) 5^2 2) 6^3 3) 2^4 4) 2^7 5) 1^{10} 6) $(-1)^{12}$

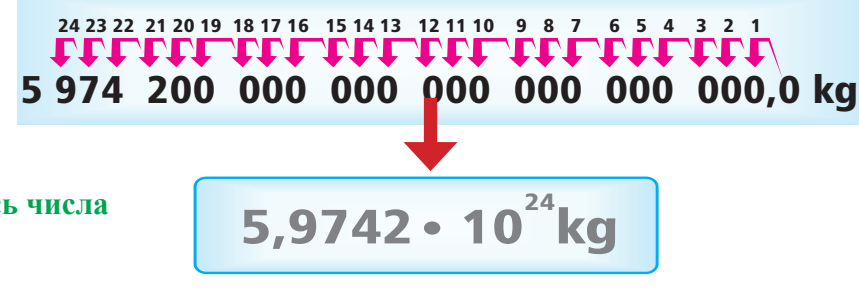
7) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ 8) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4$ 9) $(2{,}5)^2$ 10) $(-2{,}5)^2$ 11) -2^5 12) $(-2)^5$

Запомните!

Каждое число, большее 10 можно записать в виде $a \cdot 10^n$, где $1 < a < 10$, n — натуральное число. Такая запись называется **стандартной записью числа**.

При изучении физики и химии, расчетах на микрокалькуляторе и во многих других случаях используется стандартная форма записи чисел..

Масса Земли:



Стандартная запись числа

$5{,}9742 \cdot 10^{24}$ kg

Пример

1-пример. $52 = 5{,}2 \cdot 10 = 5{,}2 \cdot 10^1$

2-пример. $73 = 7{,}3 \cdot 10 = 7{,}3 \cdot 10^1$

3-пример. $625 = 6{,}25 \cdot 10 = 6{,}25 \cdot 10^2$

4-пример. $3147 = 3{,}147 \cdot 10^3$

5-пример. $516{,}444 = 5{,}16444 \cdot 10^2$

6-пример. $3\,265\,400 = 3{,}2654 \cdot 10^6$

7-пример. Расстояние от Земли до солнца 150 000 000 km или $1{,}5\text{-}10^8$ km.

8-пример. Масса ташкентской телевышки $6\text{-}10^6$ kg или 6 000 000 kg.

Запомните!

Возведение в степень - действие III ступени. Если в выражении нет скобок, то сначала выполняется третья ступень, затем вторая ступень (умножение и деление) и, наконец, первая ступень (сложение и вычитание).

$$2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 3^3 = 2 \cdot 25 + 4 \cdot 27 = 50 + 108 = 158$$

Запись чисел с использованием степеней используется во многих случаях, например, для записи натуральных чисел в виде сумм разрядных слагаемых:

$$2\,021 = 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1$$

Упражнения

6. Записать данные числа в стандартном виде.

1) 17 2) 128 3) 75716

4) 12 000 000 5) 128 000 000 000 6) 74,28

7. Записать данные числа, заданные в стандартном виде, в полной форме.

1) $2{,}5 \cdot 10^2$ 2) $3{,}45 \cdot 10$ 3) $5{,}567 \cdot 10^3$ 4) $6 \cdot 10^6$

8. Запишите числа в виде суммы разрядных слагаемых.

1) 2 715 2) 10 785 3) 475 064 4) 89 412 141

9. Записать числа, заданные в виде суммы разрядных слагаемых.

1) $4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 2$ 2) $7 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^1 + 7$

3) $8 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 4$ 4) $9 \cdot 10^6 + 9$

10. Вычислите.

1) $(0{,}3)^3$ 2) -5^4 3) -5^3 4) $-(-2)^5$

5) $(-5)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$ 6) $(-2)^3 \cdot \frac{3}{8}$ 7) $-\frac{3}{5} \cdot (-5)^3$ 8) $-\frac{3}{18} \cdot (-6)^3$

11. Вычислите.

1) $(-1)^{19} + (-1)^{20} + (-1)^{21}$ 2) $(-1)^{23} - (-1)^{24} - (-1)^{25}$

3) $(-1)^{2021} - (-1)^{2022} + (-1)^{2023}$ 4) $-(-1)^{49} - (-1)^{58} - (-1)^{79}$

12. Вычислите значение выражения x^2 для значений x, приведенных в таблице.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
x^2									

13. Найдите неизвестные.

1) $10^n = 1\,000$ 2) $4^k = 128$ 3) $30^m = 30$ 4) $(-5)^t = -125$

14. Вычислите значение выражения x^3 для значений x, приведенных в таблице.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
x^3									

15. Вычислите значение выражения $x^2 - x^3$ для значений x, приведенных в таблице.

x	0	-2	3	-4	10	-6	$-0{,}5$	1,2	$\frac{3}{4}$	$-1\frac{3}{5}$
$x^2 - x^3$										

16. Данные числа представить в стандартном виде.

1) Среднее расстояние от Меркурия до Солнца 58 миллион km.
2) Среднее расстояние от Венеры до Солнца 108,3 миллион km.
3) Среднее расстояние от Земли до Солнца составляет 150 миллион km.
4) Среднее расстояние от Марса до Солнца составляет 227,94 миллион km.
5) Среднее расстояние от Юпитера до Солнца составляет 778,6 миллион km.
6) Среднее расстояние от Сатурна до Солнца составляет 1429,3 миллион km.
7) Среднее расстояние от Урана до Солнца 2872 миллион km.
8) Среднее расстояние от Урана до Солнца 2872 миллион km.

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Запомните!

1-свойство

При умножении степеней с одинаковыми основаниями, основание остается прежним, а показатели степеней складываются.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

2-свойство

При делении степеней с одинаковыми основаниями, основание остается прежним, а показатели степеней вычитаются.

$$x^m : x^n = x^{m-n}, \quad m > n,\ x \neq 0.$$

3-свойство

При возведении степени в степень, основание остается прежним, а показатели степеней перемножаются.

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

4-свойство

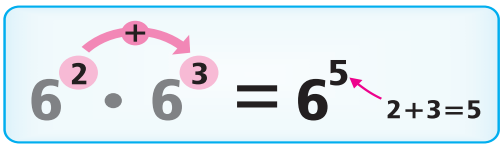
При возведении произведения в степень, каждый множитель возводится в эту степень.

$$(xy)^n = x^n y^n$$

5-свойство

При возведении в степень дроби в эту степень возводятся числитель и знаменатель дроби.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}, \quad y \neq 0$$



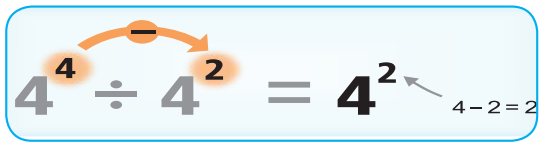


Таблица степеней

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	49	343	2401	16807	117649				
8^n	64	512	4096	32768					
9^n	81	729	6561	59049					

$3^7 = 2187$

$5^5 = 3125$

$8^3 = 512$

Пример

1-пример. $\dfrac{2^9 \cdot (2^5)^6 \cdot (2^4)^5}{64^9} = \dfrac{2^9 \cdot 2^{30} \cdot 2^{20}}{64^9} = \dfrac{2^{9+30+20}}{(2^6)^9} = \dfrac{2^{59}}{2^{54}} = 2^{59-54} = 2^5 = 32$

2-пример. $(-1)^9 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

3-пример. $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

Упражнения

1. Запишите произведение в виде степени.

1) $5^7 \cdot 5^4$ 2) $a^6 \cdot a^9$ 3) $(3b)^5 \cdot (3b)^{11}$

4) $a^3 \cdot a^4 \cdot a^5$ 5) $(-2{,}6a)^7 \cdot (-2{,}6a)^6$ 6) $c^3 \cdot c^4 \cdot c^{10}$

7) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{17}$ 8) $\left(-1\frac{3}{4}\right)^8 \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right)^{10}$ 9) $x^8 \cdot x^9 \cdot x^3$

10) $c^n \cdot c^{2n} \cdot c^{5n}$ 11) $a^{3n} \cdot a^{6n} \cdot a^{9n}$ 12) $(-x)^9 \cdot (-x)^{18}$

2. Запишите частное в виде степени.

1) $8^{15} : 8^3$ 2) $5^{13} : 5^9$ 3) $3^4 : 3$

4) $(0{,}8)^9 : (0{,}8)^4$ 5) $\left(-\frac{4}{5}\right)^7 : \left(-\frac{4}{5}\right)$ 6) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 : \left(\frac{a}{b}\right)$

7) $(ab)^{19} : (ab)^{10}$ 8) $\left(\frac{3a}{5b}\right)^{43} : \left(\frac{3a}{5b}\right)^{19}$

3. Запишите в виде произведения двух степеней с одинаковым основанием.

1) x^{10} 2) a^5 3) $(-y)^{11}$ 4) c^{30} 5) $(-11x)^{19}$

6) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ 7) $(1{,}2)^{13}$ 8) $(4a)^{20}$ 9) $(ab^4)^3$ 10) $(-5xy)^{25}$

4. Запишите выражение в виде степени с основанием a.

1) $(a^7)^8$ 2) $(a^9)^{11}$ 3) $(a^7)^{13}$ 4) $(a^2)^4 \cdot a^9$

5) $a^8 \cdot (a^3)^{11}$ 6) $(a^3)^5 \cdot (a^6)^8$ 7) $a^{21} \cdot a^{24}$ 8) $(a^9)^3 \cdot (a^{11})^8$

5. Возвести дробь в степень.

1) $\left(\frac{4}{5}\right)^6$ 2) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10}$ 3) $\left(\frac{11}{17}\right)^8$ 4) $\left(\frac{a}{b}\right)^{21}$ 5) $\left(\frac{b}{c}\right)^{19}$

6. Запишите числа в виде степени с основанием 2.

1) 64 2) 32 3) 256 4) 16

5) 2048 6) 1024 7) $2^5 \cdot 16$ 8) $2^6 \cdot 32$

9) $64 \cdot 2^{10}$ 10) $2^a \cdot 32$ 11) $2^{11} \cdot 2^5 \cdot 64$ 12) $16 \cdot 64 \cdot 256$

7. Возведите произведение в степень.

1) $(5 \cdot 7)^3$ 2) $(6 \cdot 1{,}2)^5$ 3) $\left(2\frac{1}{5} \cdot 7\right)^6$ 4) $(5x)^7$ 5) $(-3a)^6$

8. Запишите числа в виде степени с основанием 3.

1) 3 2) 9 3) 27 4) 81 5) 729 6) $3 \cdot 3^{10}$

9. Вычислите:

1) $\frac{2 \cdot 3^{10}}{3^7}$ 2) $\frac{3 \cdot 2^{15}}{2^{14}}$ 3) $\frac{3^6 \cdot 5^8}{3^4 \cdot 5^7}$ 4) $\frac{7^9 \cdot 7^{13}}{7^6 \cdot 7^{14}}$ 5) $\frac{5^9 \cdot 5^{19}}{5^{25}}$

6) $\frac{2^{17} \cdot 3^{41}}{2^{15} \cdot 3^{39}}$ 7) $\frac{6^8}{2^{17} \cdot 3^7}$ 8) $\frac{3^{10} \cdot 2^9}{6^9}$ 9) $\frac{6^{13}}{(-6)^{12}}$ 10) $\frac{3^8 \cdot 5^8}{15^7}$

11) $\frac{(-3)^{10}}{(-3)^7}$ 12) $\frac{(-3)^{10}}{3^7}$ 13) $-\frac{3^8}{(-3)^8}$ 14) $\frac{(-5)^9}{(-5)^7}$ 15) $\frac{(-8)^{11}}{8^{10}}$

10. При каких значениях n выполняются равенства?

1) $2^n = 64$ 2) $3^n = 729$ 3) $2^n = 256$ 4) $3^n = 243$

5) $2^n \cdot 3^n = 36$ 6) $2^n \cdot 3^n = 216$ 7) $(3^n)^3 = 27$ 8) $(2^n)^5 = 1024$

11. Запишите выражение в виде степени с показателем степени 3.

1) a^{63} 2) b^{99} 3) c^{12} 4) 5^{24} 5) a^3b^6

6) $a^3b^6c^9$ 7) $a^{12}b^{24}c^{36}$ 8) $27a^{15}$ 9) $125a^{18}b^{33}$ 10) $-0{,}008x^{12}y^{18}$

12. Вычислите.

1) $0{,}5^4 \cdot 2^4$ 2) $(-0{,}125)^3 \cdot (-8)^3$ 3) $\left(\frac{3}{5}\right)^{10} \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^{10}$ 4) $\left(-\frac{8}{27}\right)^6 \cdot \left(-3\frac{3}{8}\right)^6$

5) $\frac{3^5 \cdot 2^6}{6^5}$ 6) $\frac{3^8 \cdot 2^6}{6^6}$ 7) $\frac{15^{13}}{5^{11} \cdot 3^{12}}$ 8) $\frac{2^9 \cdot (2^5)^6 \cdot (2^4)^5}{64^9}$

13. Запишите дроби в виде степени.

1) $\frac{3^6}{5^6}$ 2) $\frac{2^{10}}{7^{10}}$ 3) $\frac{8^{15}}{9^{15}}$ 4) $\frac{5^{13}}{a^{13}}$ 5) $\frac{x^{30}}{y^{30}}$

14. Найдите числовое значение выражения.

1) $\frac{a^2}{a^2-1}$, если $a = -3$ 2) $\frac{a^2+b^2}{4}$, если $a = -1$, $b = 2$

3) $\frac{a^3-b^3}{a+b}$, если $a = -1$, $b = 2$ 4) $\frac{2a-5}{a^3}$, если $a = 4$

15. Запишите выражение в виде степени.

1) $5^{n+2} \cdot 5^{2n+1}$ 2) $3^{n-2} \cdot 3^{3n-4}$ 3) $2^{n-1} \cdot 4^{n-2} \cdot 8^{n-3}$ 4) $3^{2n+6} : 3^{n+8}$

5) $9^{3n+4} : 27^{2n+1}$ 6) $a^{5n-3} \cdot a^{4n+1}$ 7) $a^{2n+9} \cdot a^{3n+7}$ 8) $b^{k+5} : b^{k+4}$

16. При каком значении n выполняется равенство?

1) $(3^n)^4 = 3^{20}$ 2) $(5^2)^n = 5^{18}$ 3) $4^{6n} = 2^{60}$

4) $36^n = 216^8$ 5) $49^{5n} = 343^{20}$ 6) $2^5 \cdot (2^6)^3 = 2^n$

7) $4^3 \cdot 8^4 \cdot 16^5 = 2^n$ 8) $a^4\, b^4\, c^4 = (abc)^n$ 9) $a^{15}\, b^{18}\, c^{21} = (a^5\, b^6\, c^7)^n$

17*. Сравните.

1) 12^5 и 24^4 2) 5^{10} и 10^5 3) 100^{200} и 200^{100} 4) 3^{15} и 7^{10}

18. Запишите число в стандартном виде.

1) 1 800 2) 27 900 3) 256 000

4) Расстояние от Земли до Солнца 149 500 000 km

19*. Сколькими нулями заканчивается число?

1) $720 \cdot 1620 \cdot 625$ 2) $280 \cdot 280 \cdot 1875 \cdot 900$

20*. Найдите последнюю цифру выражения.

1) $1245 + 5647$ 2) $145781 + 659874$

3) $455412 - 6542$ 4) $45781147 - 451259$

5) $4152547 \cdot 145218$ 6) $41526 \cdot 415879$

ОДНОЧЛЕН И ЕГО СТАНДАРТНЫЙ ВИД

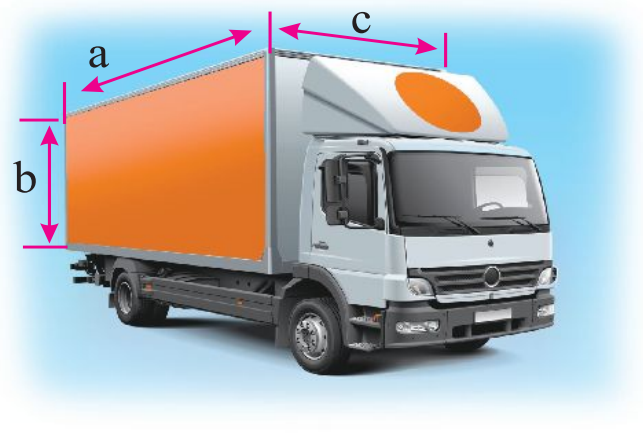
Вспоминаем

Найдем объем кузова грузовика:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Это выражение можно записать в виде $3abc$.

3 – числовой множитель
abc – буквенные множители.



Запомните!

Алгебраическое выражение, состоящее из произведения числовых и буквенных множителей, называется **одночленом**.Например, эти выражения – одночлены:

$$5 \qquad 2a \qquad 5ab \cdot 5c \qquad -2a \qquad 1\frac{7}{9}ab^3 \qquad (-4)bc^2$$

$(-4)bc^2$ → показатель степени

коэффициент ← $(-4)bc^2$ → переменные

Коэффициент

Если выражение состоит из произведения числа и нескольких букв, то множитель, стоящий перед буквами, называется **коэффициентом.**

Обычно коэффициент ставится перед буквенным множителем. При умножении между коэффициентом и буквами нет знака умножения: $a2b$, $-ab3$.

Пример

$100n$ – коэффициент 100

$-3ab$ – коэффициент (–3)

px – коэффициент 1

$-b$ – коэффициент (–1)

$\frac{3}{4}a^7b$ коэффициент одночлена $\frac{3}{4}$

Стандартный вид одночлена

Для приведения заданного выражения к стандартному виду, числовые и буквенные множители группируются отдельно и находится их произведение. Найденное число записывается перед буквенными множителями.

$6a \cdot 2b \rightarrow 6 \cdot a \cdot 2 \cdot b \rightarrow 12 \cdot ab = 12ab$

1) $-0{,}1a \cdot (-10b) = -0{,}1 \cdot (-10) \cdot ab = 1ab = ab$ – стандартный вид одночлена.

2) $\frac{1}{2}a \cdot \left(-\frac{4}{5}b^2\right) \cdot 3ac = -\frac{6}{5}a^2b^2c$

$-\frac{6}{5}a^2b^2c$ – стандартный вид одночлена..

Упражнения

1. Приведите одночлен в стандартный вид.

1) $\frac{1}{4}a^5 \cdot 4a^5b^2a$

2) $ab^2ba^3b^2$

3) $64a^5 \cdot \frac{7}{16}b^4 \cdot \frac{2}{49}ab$

4) $100x \cdot 0{,}01x^5y^2$

5) $abc^2b^6ca^2cc$

6) $a^7b^2ab^4b^2a^4b$

7) $5ab \cdot 0{,}7bc \cdot 40ac$

8) $-x^3y \cdot 3a^2y^4$

9) $-0{,}45xy \cdot \left(1\frac{1}{9}xz\right) \cdot 9xy$

10) $0{,}6a^3b(-0{,}5ab^3)$

2. Приведите одночлен в стандартный вид, затем найдите его числовое значение.

1) $\frac{1}{2}a^2 \cdot 4a^3b$, если $a = 3$, $b = -2$

2) ab^2a^2bab, если $a = -3$, $b = 2$

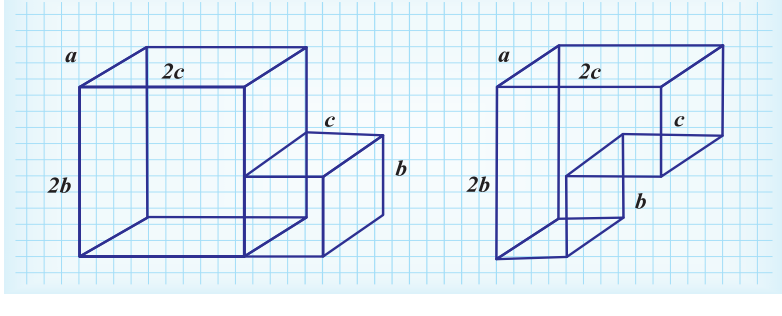
3) $5a^2 \cdot \frac{8}{25}b^2 \cdot 1\frac{1}{4}ab$, если $a = 2$, $b = 5$

4) $0{,}2x^{10}y \cdot 0{,}4x^7y^3$, если $x = -1$, $y = -5$

5) $abc^2ab^2ca^2bc$, если $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$

6) $a^2b^4ab^2a^4b$, если $a = -5$, $b = -0{,}2$

3. Найдите объемы фигур и приведите результат к стандартному виду.



УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ

Умножение одночленов

Чтобы упростить алгебраическое выражение, нужно написать его как можно короче и упорядоченнее.

При умножении одночленов в стандартной записи мы сначала умножаем числа, затем буквы.

$$(4a^2bc^3)\cdot(3ab^4cd) = 4a^2bc^3\cdot 3ab^4cd = 4\cdot 3\cdot a^{2+1}\cdot b^{1+4}\cdot c^{3+1}\cdot d = 12a^3b^5c^4d$$

Умножение одночленов аналогично приведению его от нестандартного вида к стандартному виду. При умножении сначала записывается коэффициент, а потом буквы в алфавитном порядке.

Упражнения

1. Выполните умножение одночленов.

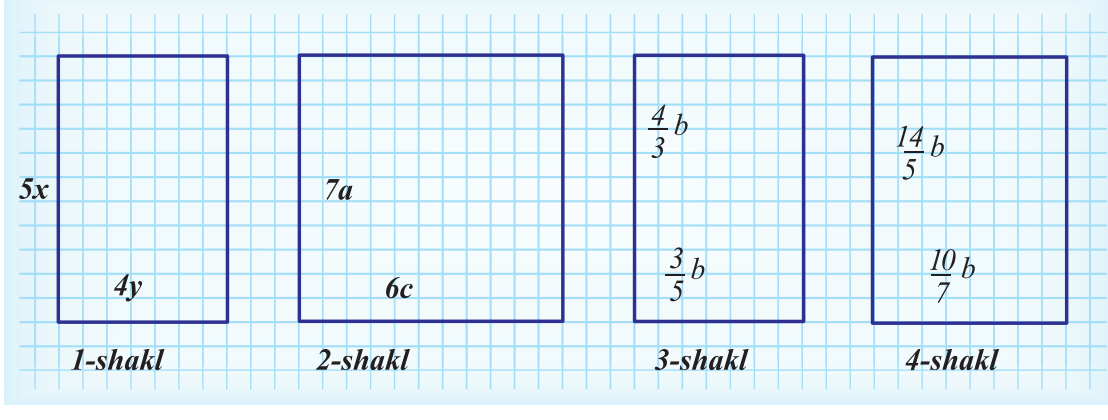
1) $(3a)(4b)$ 2) $b^3\cdot(5b^2)$ 3) $(4a)\cdot(10b)$

4) $(-2a)\cdot(-8b)$ 5) $(-a)\cdot(7b)$ 6) $(-6m^4)\cdot(5n^4)$

7) $\frac{1}{2}x\cdot\left(-\frac{1}{3}y\right)$ 8) $(-8m^3)\cdot(-7m^3)$ 9) $(-4xy)\cdot(-5x^2y^2)$

10) $(ab)\cdot(bc)$ 11) $(2{,}5a^8)\cdot(-4a^9)$ 12) $(-abc^3)(-a^3bc)$

2. Найдите площади фигур.



3. Выполните действия.

1) $(-5a)^3\cdot(-4a)$ 2) $(-a)^5\cdot(-a)^4$

3) $(a^2bc^3)^9\cdot(a^3b^7c^2)^2$ 4) $(a^{10}b^9c^8)^5\cdot(a^9b^8c^8)^4$

5) $(2{,}5a^7)^2\cdot(2a^{11})^4$ 6) $(-2a^2b)^2\cdot(-2ab^2)^3$

7) $(8a)^3\cdot(5a^4)\cdot(2a^7)$ 8) $(abc^3)^3\cdot(ab^3c)^4\cdot(a^3bc)^5$

4. Умножьте одночлен.

1) $(a^6)(b^6)(a^7b^8)$ 2) $(a^{10}b^9)\cdot(a^{13}b^7)$ 3) $(-5a^4)(0{,}2b^3)(-8a^5b^7)$

4) $(1{,}2x^9)\cdot(1{,}3x^{10})$ 5) $(2a)(3a^2)(4a^3)(5a^4)$ 6) $(0{,}6m^4)(0{,}8n^4)$

Деление одночленов

При делении одночлена на одночлен коэффициент делимого делится на коэффициент делителя, затем из показателей степени соответствующих буквенных выражений делимого вычитаются показатели степени соответствующих буквенных выражений делителя.

$$(3a^4b^3c) : (2ab^2) = (3 : 2) \cdot (a^4 : a) \cdot (b^3 : b^2) \cdot c = 1\frac{1}{2}a^3bc$$

Примечание: если показатель степени хотя бы одного из соответствующих буквенных выражений делителя больше показателя степени соответствующего делимого, то результат операции деления не будет одночленом.

Деление одночлена на одночлен можно записывать в виде $k : n = \frac{k}{n}$.

Например: $4\frac{1}{3}a^3b^2c : \frac{13}{18}a^2b^2 = \frac{13}{3} \cdot \frac{18}{13} \cdot \frac{a^3b^2c}{a^2b^2} = 6ac$

Упражнения

5. Разделите одночлен на одночлен.

1) $b^{10} : b^7$ 2) $y^{16} : y$ 3) $x^{19} : x^{11}$

4) $3c : (-2)$ 5) $(-0{,}6a) \cdot 0{,}3$ 6) $(36a^7) : (18a^3)$

7) $(-6c) : (-4c)$ 8) $(5ab) : (-2a)$ 9) $(1{,}2a^9b^7) : (-0{,}6a^5b^3)$

6. Какое из приведенных выражений одночлен?

1) $3{,}4x^2y$ 2) $-0{,}7xy^2$ 3) $a(-0{,}8)$ 4) $x^2 + x$

5) x^2x 6) $-\frac{3}{4}m^3nm^2$ 7) $a - b$ 8) $2(x + y)^2$

7. Приведите одночлен к стандартному виду.

1) $6xy$ 2) $-2abc$ 3) $0{,}5m2n$ 4) $-bca$

8. Запишите одночлен в виде квадрата другого одночлена.

1) $9x^4$ 2) $81x^6$ 3) $16y^{10}$ 4) $25a^8b^{10}$ 5) $36a^{10}b^{12}c^{16}$ 6) $a^8b^{16}c^{14}$

9. Приведите одночлен к стандартному виду, найдите его числовое значение.

1) $\frac{1}{6}a^2 \cdot 8a \cdot b$, если $a = 6$, $b = -4$

2) $ab^2a^2b^3$, если $a = -1$, $b = 1$

3) $0{,}25a^3 \cdot \frac{4}{5}b \cdot 2\frac{1}{2}a^2b$, если $a = -3$, $b = -1$

4) $4x^4y^2 \cdot 0{,}5x^2y$, если $x = -2$, $y = -4$

5) $a^2bca^2b^2c$, если $a = 1$, $b = -1$, $c = -2$

6) $4a^2b^2 \cdot a^2 \cdot b^3$, если $a = -4$, $b = -0{,}25$

10. Разделите одночлен на одночлен.

1) $(-2c) : 0{,}1c$

2) $\left(\frac{1}{4}a\right) : \left(\frac{3}{4}a\right)$

3) $(30m^6n^9) : (-0{,}3m^5n^3)$

4) $(42a^9) : (-6a^4)$

5) $(0{,}2x^6y^7) : (-0{,}01x^4y^6)$

6) $(0{,}9x^5y^4) : (-0{,}2x^5y)$

7) $\left(2\frac{3}{5}a^4b^9\right) : \left(1\frac{1}{25}a^2b^6\right)$

8) $(30ab) : (-40ab)$

11. Выполните умножение.

1) $-\frac{1}{2}a^3b \cdot (-a^2b^4) \cdot 4b^3a$

2) $2\frac{1}{4}c^3d \cdot \left(-\frac{2}{3}cd^2\right)^2$

3) $8a^2b \cdot \left(-\frac{1}{4}ab^6\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}b^5\right)a^3$

4) $3\frac{3}{8}c^3d^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}c^2d^2\right)^3$

12. Найдите значение одночлена.

1) $2x^2y^3$, agar $x = -0{,}5$; $y = -2$ bo‘lsa

2) $3a^3b^2$, agar $a = -3$; $b = -\frac{1}{3}$ bo‘lsa

13. Найдите значение одночлена.

1) $-200xy^3$, agar $x = -\frac{1}{2}$; $y = -0{,}1$ bo‘lsa

2) $-800a^3b$, agar $a = -\frac{1}{2}$; $b = -0{,}1$ bo‘lsa

МНОГОЧЛЕНЫ

Запомните!

Алгебраическую сумму нескольких одночленов называют **многочленом**.
Одночлены, входящие в многочлен, называют **членами этого многочлена.**

$\underbrace{-2a^4b + ab^2 + \frac{1}{3}c}$ — Многочлен

$\underbrace{-2a^4b;\quad ab^2;\quad \frac{1}{3}c}$ — Члены многочлена

Одночлен	Двучлен	Тричлен	Четырехчлен
Многочлен	Многочлен	Многочлен	Многочлен
$-2x^2$	$x^2 + 5$	$4x^2 + 5x + 8$	$7a^2 + 9b - 4b^3 + 8$

Пример

1-пример. Составьте из следующих одночленов $-5\frac{1}{9}ab^2$; $3a^4$; $-a^2bc$; abc; $3\frac{2}{5}$ многочлен.

Их можно записать последовательно следующим образом $-5\frac{1}{9}ab^2+3a^4-a^2bc+abc+3\frac{2}{5}$

2-пример. Представьте многочлен в виде суммы следующих одночленов $9a^6b^2c-2a^3bc^4+2ab-5ac$.

$9a^6b^2c-2a^3bc^4+2ab-5ac=9a^6b^2c+(-2a^3bc^4)+2ab+(-5ac)$.

3-пример. Упростите многочлен $3a\cdot 2ab\frac{1}{4}+\text{—}\,a^3bc\cdot 2b-4mn\cdot 2mn^3$.

Каждый член данного многочленна запишем в стандартном виде:

$$3a\cdot 2ab+\frac{1}{4}a^3bc\cdot 2b-4mn\cdot 2mn^3=6a^2b+\frac{1}{2}a^3b^2c-8m^2n^4$$

4-пример. Найдите числовое значение многочлена: $2a^3+3ab+b^2$, bunda $a=0{,}5$; $b=\frac{1}{3}$

$$2\cdot(0{,}5)^3+3\cdot 0{,}5\cdot\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2=2\cdot 0{,}125+0{,}5+\frac{1}{9}=0{,}25+0{,}5+\frac{1}{9}=$$

$$=0{,}75+\frac{1}{9}=\frac{3}{4}+\frac{1}{9}=\frac{27+4}{36}=\frac{31}{36}$$

Упражнения

1. Перечислите все одночлены, входящие в многочлен..

1) $-3x^2+9x-5$

2) $7a^2+\frac{3}{4}b-c$

3) $a^2-b^2-\frac{1}{4}c$

4) $-2a+3b-5c$

2. Запишите многочлен в виде суммы одночленов.

1) $6a^4-8a^3+4a^2-5$

2) $1{,}6a^3b-5ab^2-4$

3) ab^3+a^3b-abc

4) $1{,}6a+3{,}4b-0{,}2c$

3. Из данных одночленов составьте многочлен.

1) $3x^2$,$6x$, 9

2) a^5, $-b^5$, c^4

3) $2x^4$, $-3x$, -8

4) $-a^7$, $-b^6$, c^4

4. Преобразовав многочлен, найдите его значение.

1) $-aba+abab-a^2bab^3$, если $a=1$, $b=2$

2) $b^5a^4\cdot 5-b^6a^3\cdot 2-2a^4b^7$, если $a=-1$, $b=-1$

3) $abababab-a^3b^2ab^3-3a^4ba^5b^7$, если $a=2$, $b=-1$

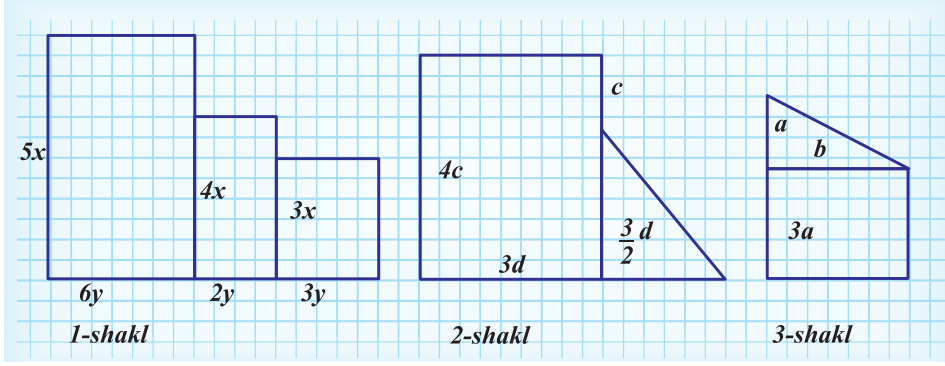
4) $a^3b^7a-a^4bab^2-aababb^3$, если $a=-2$, $b=-1$

5. Найдите значение многочлена.

1) x^3+2x^2+5y+1, если $x=2$ va $y=3$

2) v^4-d^4, если $v=4$ va $d=3$

6. Найдите площади фигур.



7. Составьте многочлен, используя следующие коэффициенты.

1) 1; –4; 7; 0; 0; 1 2) 3; –3; 5; 0; 6; $-\frac{1}{2}$; 0 3) 6; 0; 7; 0; 4

8. Найдите значение многочлена.

1) 12 $(2-p)-29p-9(p+1)$, если $p=\frac{1}{4}$ 2) $8x-(3x+1)5x$, если $x=-2$

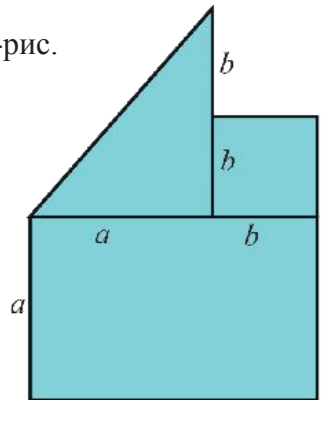
3) $(c+2)c-(c+3)c^2$, если $c=-3$ 4) $2(3b+1)-5$, если $b=-2$

9. Найдите значение многочлена: $6a^2-5ab+b^2-(3a^2-5ab+b^2)$, если $a=-\frac{2}{3}$; $b=-3$.

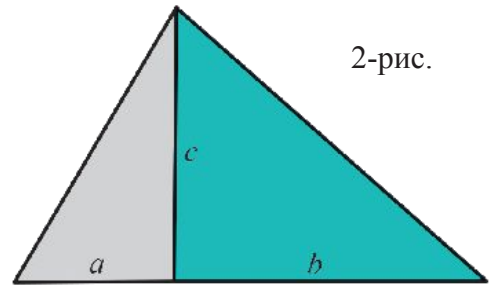
10. Найдите значение многочлена: $-8a^2-2ax-x^2-(-4a^2-2ax-x^2)$, если $a=-\frac{3}{4}$, $x=-2$.

11. Найдите площадь фигур.

1-рис.



2-рис.



12. Верен ли факт? Сделайте вывод и заполните следующий ряд.

$1^3+5^3+3^3=153$

$16^3+50^3+33^3=165\ 033$

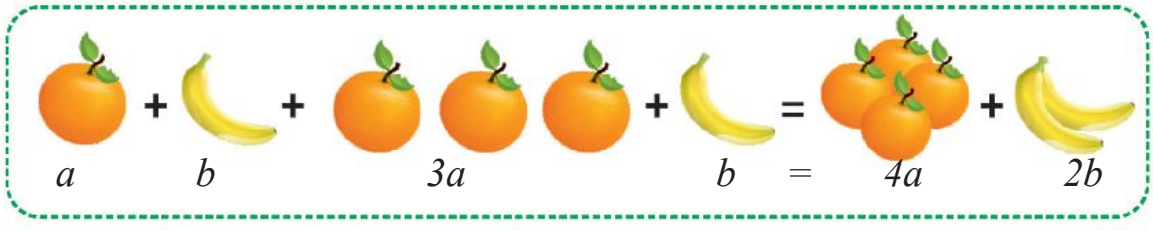
$166^3+500^3+333^3=166\ 500\ 333$

.....

ПОДОБНЫЕ ЧЛЕНЫ И ИХ ПРИВЕДЕНИЕ

Пример

$a + b + 3a + b = a + 3a + b + b = 4a + 2b = 2(2a + b)$.



Запомните!

Чтобы заменить выражение более простым ему эквивалентным выражением:
шаг 1: сложите коэффициенты подобных членов;
шаг 2: результат умножьте на общий буквенный множитель.

$3a - 5b + 6b - 2a + 3b - 7b$

$3a - 2a - 5b + 6b + 3b - 7b$

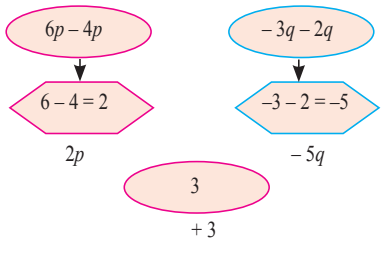
$1a - 3b$

$a - 3b$

$6p - 3q + 3 - 4p - 2q =$

$6p - 4p - 3q - 2q + 3$

$= 2p - 5q + 3$



Такое упрощение выражения называют **приведением подобных членов.**

Вы знаете, что свойство распределительного закона умножения $(a + b) \cdot c = ac + bc$ выполняется для произвольных чисел a, b и c.

Замена выражения $(a + b) \cdot c$ на $ac + bc$ или $c \cdot (a + b)$ на выражение $ca + cb$ также называется **раскрытием скобок**.

Замена выражения $ac + bc$ выражением $(a + b) \cdot c$ или $c \cdot (a + b)$ называется **вынесением общего множителя** c.

Пример

1-пример. Упростите выражение:

$$4{,}75x + 5{,}25x = (4{,}75 + 5{,}25)x = 10x$$

2-пример. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

$$(5x - 2y) - (3y - 5x) = 5x - 2y - 3y + 5x = 10x - 5y$$

3-пример. Вычислите удобным способом:

$$639 \cdot 1\,001 = 639 \cdot (1\,000 + 1) = 639\,000 + 639 = 639\,639$$

4-пример. Если уменьшаемое уменьшить на 24, а вычитаемое на 36, как изменится разность?

$$a - b = c$$

$$(a - 24) - (b - 36) = a - 24 - b + 36 = a - b + 12 = c + 12$$

Упражнения

1. Раскройте скобки.

1) $2 \cdot (x + 13)$ 2) $(2 - x) \cdot 24$ 3) $(y - 27) \cdot 5$ 4) $3{,}2 \cdot (c + 5)$

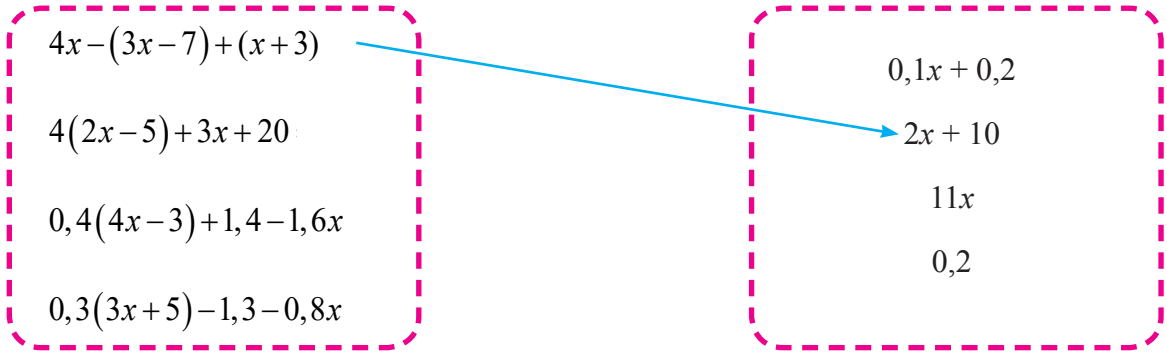
2. Приведите подобные слагаемые.

1) $6a - 3a + 5a$ 2) $14b - (8b + 4b)$ 3) $2b - 3b + 8b$

3. Упростите выражения.

1) $2a + 3 \cdot (3b - 4a) + b$ 2) $2 \cdot (2x - 3y) + 12x + 7$ 3) $x - (a + b - c + d)$

4. Упростите выражения и указать правильный ответ.



5. Упростите выражение и найдите значения при $x = 1; -4; 2{,}5; -40$.

1) $(5x - 1) - (2 - 8x)$ 2) $37 - (x - 16) + (12x - 1)$

6. Приведите подобные слагаемые.

1) $4a - 5a$ 2) $3m - 4m$ 3) $7n - 5n$

4) $p - 8p$ 5) $1{,}002a - 2{,}01a$ 6) $32{,}1m + 41{,}02m$

7) $7{,}5c - 4{,}6c$ 8) $22{,}001s + 4{,}084s$ 9) $2{,}(3)d + 1{,}(4)d$

7. Если уменьшаемое уменьшить на 4, вычитаемое на 16, на сколько изменится разность?

8. Если уменьшаемое увеличить на 24, а вычитаемое уменьшить на 15, на сколько изменится разность?

9. Раскройте скобки.

1) $(a - b) + (2b - 3a)$ 2) $3a - (a + 2b)$ 3) $2\,(a - 1{,}5) + 1{,}4\,(a - 1)$

Запомните!

Для упрощения выражения складываются или вычитаются только подобные слагаемые.
Обратите внимание, что переменные не изменяются. Вычисляются только коэффициенты.
Выражение $4p + 81 + 3x + 9$ нельзя упростить, так как $4p$, 81, $3x$ и 9 не подобные.

10. Приведите подобные слагаемые.

1) $7{,}5a - 6{,}8b - 7{,}5a - 6{,}8b$
2) $a - 3a + 4{,}7 - 7{,}2$
3) $2{,}1a - 1{,}7c + 2{,}7a - 2{,}2c$
4) $-9{,}8c + 5{,}1d + 1{,}1c + 4{,}2d + 4c$
5) $4{,}2a + 1{,}8b - 2{,}6a + 3{,}4a$
6) $-8{,}9a + 1{,}5b - 1{,}1a - 5{,}5b$

11. Найдите значение числовых выражений.

1) $7{,}107 + (5{,}002 + 3{,}893)$
3) $19{,}49 - (1{,}49 + 0{,}99)$

12. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $a = \frac{1}{3}$; $b = 1$ если, $3a - 2b$
3) $a = 5{,}1$; $b = 4{,}7$ если, $P = 2(a + b)$
2) $a = 12{,}5$; $h = 6{,}4$ если, $S = \frac{1}{2}ah$
4) $a = 2{,}5$; $b = 2{,}4$; $c = 3{,}5$ если, $V = abc$

13. Найдите значение числовых выражений.

1) $5\,(3x - 7) + 2(1 - x)$, если $x = \frac{1}{26}$

2) $(2c + 5d) - (c + 4d)$, если $c = 0{,}4$; $d = 0{,}6$

3) $3 \cdot \left(1\frac{1}{7}x + 2\frac{1}{4}y\right) - 2 \cdot \left(2\frac{1}{7}x + 1\frac{1}{14}y\right)$, если $x = 0{,}5$; $y = 0{,}1$

4) $1{,}(3) \cdot (a + b) + 2{,}(7) \cdot (a - b)$, если $a = 2$; $b = -9$

5) $-0{,}1(2) \cdot (a - b) + 0{,}0(2) \cdot (a + 2b)$, если $a = -10$; $b = 6$

14. Запишите в виде алгебраической суммы.

1) $a - b + c$
2) $m + n - t$
3) $m - n - t - d$
4) $-a + b - c$
5) $-a - b - c$
6) $n - m + t$
7) $a + b + c - d$
8) $-n + m - t$

15. Раскройте скобки.

1) $(a - b) + (2b - 3a)$
2) $3a - (a + 2b)$
3) $2\,(a - 1{,}5) + 1{,}4(a - 1)$
4) $5a + (3a - (4a + 3))$

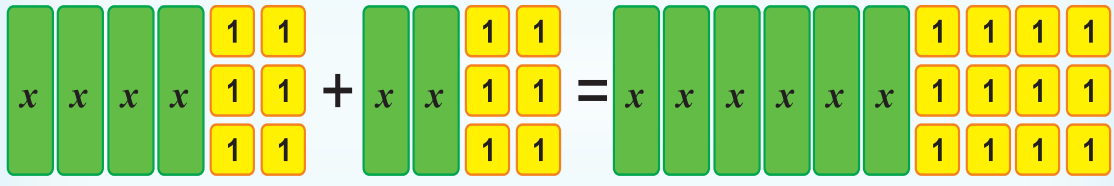
16. Дополните последовательность чисел.

1) 5 25 125 _____ 3125 15625
2) 6 36 _____ 1296 _____

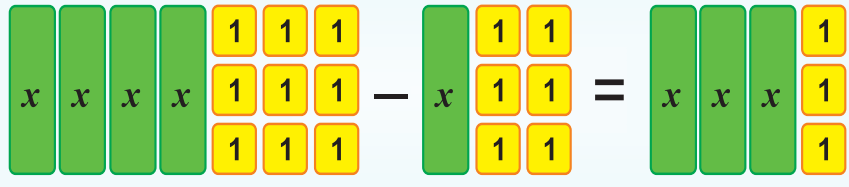
СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Запомните!

Сложение многочленов: $(4x + 6) + (2x + 6) = 4x + 6 + 2x + 6 = 6x + 12$



Вычитание многочленов: $(4x + 9) - (x + 6) = 4x + 9 - x - 6 = 3x + 3$



Чтобы записать алгебраическую сумму нескольких многочленов в стандартном виде, необходимо раскрыть скобки и привести подобные члены.

Сумму или разность некоторых многочленов удобно находить «столбцовым» способом, подобным сложению и вычитанию чисел. В этом случае аналогичные термины пишутся один под другим.

1-пример.

$$\begin{array}{r} 2a^2b - 3ab^2 + 4ab + 5 \\ +\ a^2b + ab^2 + 5ab - 1 \\ \hline 3a^2b - 2ab^2 + 9ab + 4 \end{array}$$

2-пример.

$$\begin{array}{r} 5a^3b^2c - 2abc^2 - 9 \\ -\ 2a^3b^2c + abc^2 + 5 \\ \hline 3a^3b^2c - 3abc^2 - 14 \end{array}$$

Упражнения

1. Найдите алгебраическую сумму многочленов.

1) $-6a + (-3c + 4a)$

2) $8x + (-7x + 3y)$

3) $(3a - 4b) + (-6a + 7b)$

4) $(5x - 2) + (-3x + 2)$

5) $4x^2 + (5y^2 - 3x^2)$

6) $1{,}2a^2 + (-4{,}8b^2 + 1{,}9a^2) + 3{,}6b^2$

7) $8{,}1x + (-1{,}9x + 7{,}2y) - 8{,}3y$

8) $(0{,}2x - 3{,}1c^2) + (2{,}4c + 0{,}9c^2)$

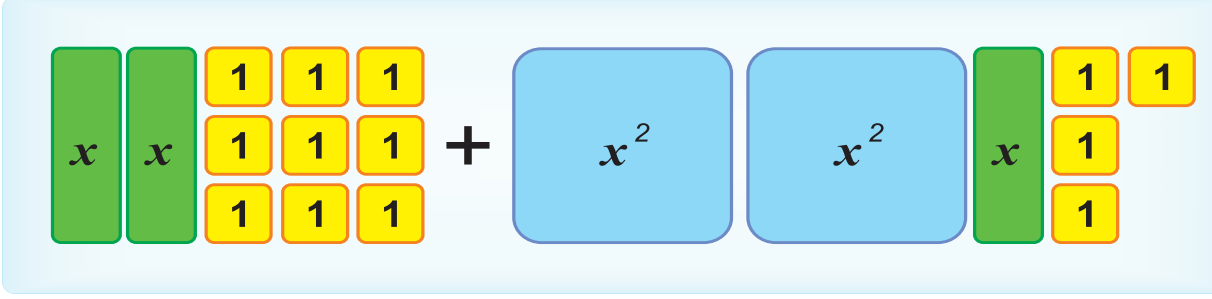
9) $(6a - 7b + 8c) + (-4a + 5b - 3c)$

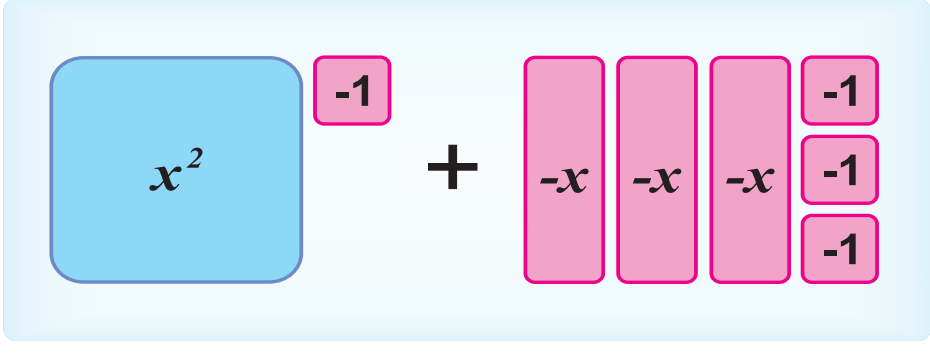
10) $(11ac - 9a^2 + 3b^2) + (3ac + 7a^2 - 9b^2)$

11) $-(4x^2 - 3xy + 5y^2) + (7x^2 + 6xy - 9y^2)$

12) $(9m^2 - 13mn - 9n^2) + (-7m^2 + 6mn - 11n^2)$

2. Сложите многочлены на основе модели.





3. Найдите алгебраическую сумму и разность многочленов.

1) $(6a^2 - 9ab - 7b^2) + (-8a^2 + ab + 6b^2)$

2) $(-8a^2 + ab - 8b^2) - (-9a^2 - ab + 7b^2)$

3) $(5x - 4y) - (-3x + 4y) + (8x - 9y)$

4) $(1{,}2x + 0{,}6y) - (0{,}9x - 1{,}3y) + (1{,}3x - 2{,}4y)$

5) $(6x^3 + 7x^2) - (-9x^3 + x^2) - (-10x^3 - 4x^2)$

6) $(0{,}3x - 0{,}7y) - (-0{,}9x + 0{,}6y) - (0{,}1x - 0{,}4y)$

7) $(a^2 - ab - 3b^2) - (4a^2 + 5ab - 7b^2)$

8) $(1 + 3x) + (x^2 - 2x)$

9) $(2a^2 + 3a) + (-a + 4)$

10) $(x^2 + 6x) + (5x - 2x^2)$

11) $(a^2 - a + 7) - (a^2 + a + 8)$

12) $(8a^3 - 3a^2) - (7 + 8a^3 - 2a^2)$

13) $(x^2 + 5x + 4) - (x^2 + 5x - 4)$

4. Найдите сумму многочленов.

1) $0{,}2x^2 - 0{,}4y^2$ va $-0{,}3x^2 + 0{,}5y^2$

2) $0{,}6x^4 + 0{,}7y^5$ va $1{,}8x^4 - 4{,}3y^5$

3) $5a^2b - ab^2$ va $-3a^2b + 4ab^2$

4) $-4a^3b + 5a^4b^2$ va $6a^3b - 7a^4b^2$

5) $2\frac{1}{3}a^2 - 4\frac{3}{5}b^2$ va $6\frac{2}{3}a^2 + 7\frac{2}{5}b^2$

6) $\frac{3}{4}a^4 - \frac{2}{5}b^4$ va $-\frac{2}{5}a^4 + \frac{1}{4}b^4$

5. Найдите разность многочленов.

1) $4a^2 - b^2$ va $-a^2 + 3b^2$

2) $6a^2 + 4b$ va $-9a^2 - 9b$

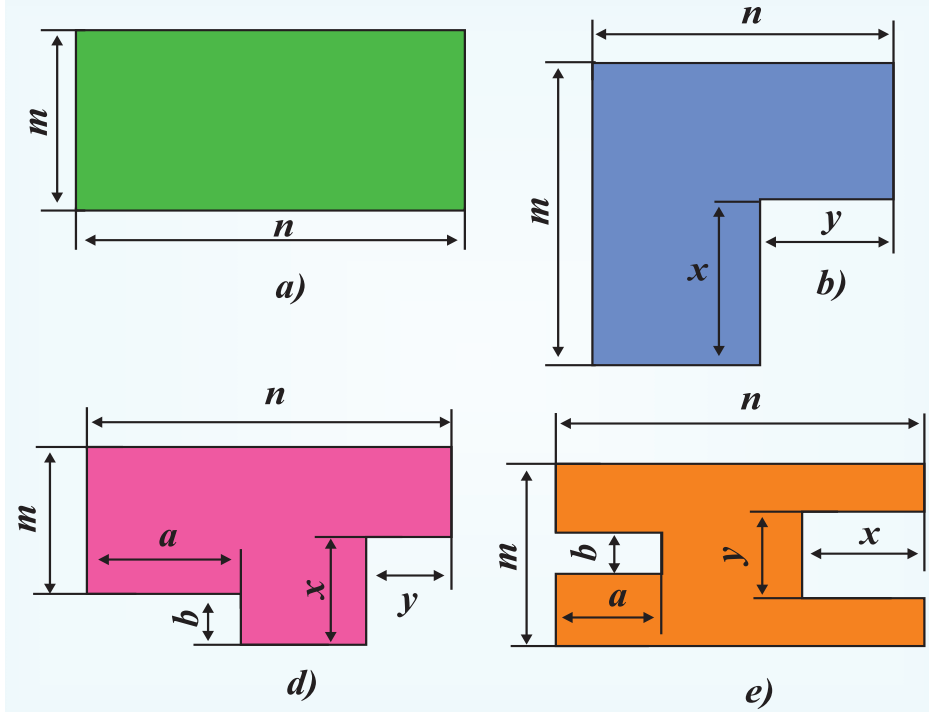
3) $-a^3 + 8b^2$ va $-4a^3 - 9b^2$

4) $ab - bc$ va $-2ab + 3bc$

5) $-1{,}2a + 2{,}4b$ va $1{,}6a - 4{,}7b$

6) $0{,}6a - 1{,}2b - 0{,}8c$ va $1{,}9a + 2{,}1b - 1{,}3c$

6. Составьте формулу для нахождения периметра данных фигур.



УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Умножение многочлена на одночлен

Чтобы умножить многочлен на одночлен, нужно каждый член многочлена умножить на этот одночлен и сложить полученные произведения.

$$(x)(ax)=ax^2$$

$$(x)(a+b)=ax+bx$$

$$(x)(a+b+c)=ax+bx+cx$$

Умножение многочлена на одночлен дает другой многочлен. Все члены полученного многочлена следует записать в стандартном виде и упростить. Можно устно умножить суммы, не записывая промежуточные результаты, и записать ответ.

1-пример.

$$(-2a^4)\cdot(14ab+2{,}5b)=-28a^5b-5a^4b$$

$$4x^2\cdot(3x^3-2x^2+6x)=4x^2\cdot3x^3+4x^2\cdot(-2x^2)+4x^2\cdot6x=12x^5-8x^4+24x^3$$

Упражнения

1. Найдите произведение одночленов и многочленов.

1) $-2\,(6-m)$ 2) $-0{,}3\,(-0{,}9-c)$ 3) $(-2x+5y)\cdot(-4)$

4) $6a\,(-3b+4c)$ 5) $(x-y)\,a^2$ 6) $-4x\,(5x-7y)$

7) $(6a-7b)\,8c$ 8) $(x^7-x^6+x^4)\,x^3$ 9) $7xy\,(x+y-3xy)$

10) $-4\,(-8c-9d+2)$ 11) $1{,}2a\,(0{,}6b-1{,}5c)$ 12) $abc\,(a+b+c)$

13) $ab^3\,(a^3b-a^4b^5+a^7b^{11})$ 14) $-2ab^3\,(-3a^7b^6+8a^5b^2-9a^4b^{11})$

15) $-6{,}2ab\,(5a-10b)$ 16) $(2x^4-5x^6+7x^{11})\cdot 0{,}1x^5$

2. Упростите выражение.

1) $2\,(2x-5)-3\,(-2x+1)$ 2) $-3\,(5-4x)+6\,(3x+4)$

3) $-2\,(7-2x)-5\,(-2x+9)$ 4) $4\,(5x-11)+8\,(-7x-3)$

5) $-3\,(7-2x)-4\,(-6x+1)$ 6) $6\,(2x-5)-3\,(3x-8)$

7) $(3a-4b)(-3)-6\,(a-b)$ 8) $(-a+b)(-8)+2\,(6a-5b)$

9) $1{,}2\,(2a-3b)-1{,}8\,(3a+2b)$ 10) $1{,}8\,(4a-5b)-3{,}6\,(3a+10b)$

Запомните!

При умножении многочлена на одночлен мы используем распределительный закон.

2-пример. $ab^2\,(ab-bc+2a)=ab^2\cdot ab-ab^2\cdot bc+ab^2\cdot 2a=a^2b^3-ab^3c+2a^2b^2$

Умножение любого многочлена на одночлен производится аналогично.

3-пример.

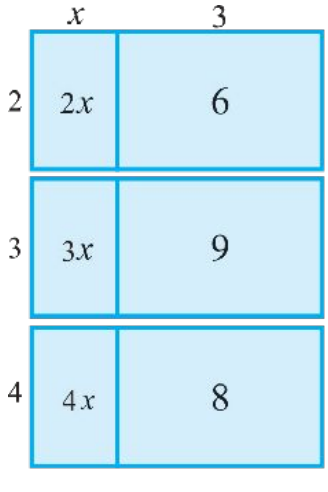
$$\left(-mn^3-2mnp+\frac{2}{3}qr\right)\cdot 1\frac{1}{2}mp^2=$$

$$=(-mn^3)\cdot\left(1\frac{1}{2}mp^2\right)-(2mnp)\cdot\left(1\frac{1}{2}mp^2\right)+\left(\frac{2}{3}qr\right)\cdot\left(1\frac{1}{2}mp^2\right)=$$

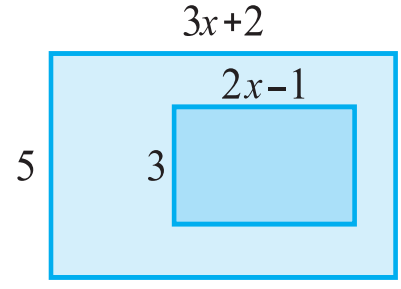
$$=-1\frac{1}{2}m^2n^3p^2-3m^2np^3+mp^2qr$$

3. Проверьте алгебраическое равенство на основе рисунка и сформулируйте свой вывод.

Образец: $2(x+3)=2x+6$



4. От прямоугольника со сторонами 5 и $3x + 2$ отрезается прямоугольник со сторонами 3 и $2x - 1$. Найдите площадь оставшейся фигуры.



Умножение многочлена на многочлен

Удобно использовать следующий алгоритм умножения многочленов.
Алгоритм умножения многочлена на многочлен:
1) умножить каждый член одного многочлена на каждый член другого многочлена;
2) сложить полученные результаты;
3) полученный многочлен привести к стандартному виду.

$$(x+y)(m+n)=xm+xn+ym+yn$$

Многочлены можно умножать в виде «столбца», как числа. Этот метод удобен для умножения многочленов от одной переменной.

$$\begin{array}{r} a^2+2a+1 \\ \times \quad\quad a-2 \\ \hline -2a^2-4a-2 \\ +\ a^3+2a^2+a \\ \hline a^3 \quad\quad -3a-2 \end{array}$$

Упражнения

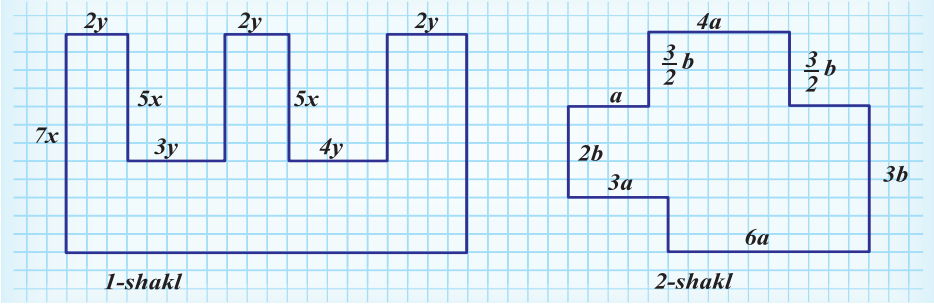
5. Умножите многочлена на многочлен.

1) $(x - a)(x + y)$
2) $(a + z)(m - n)$
3) $(t + s)(b + 1)$
4) $(c - d)(x - y)$
5) $(a + 2)(b - 3)$
6) $(4 - b)(5 + c)$
7) $(d - 4)(t + 5)$
8) $(k - 6)(7 - d)$
9) $(x - 7)(x + 8)$
10) $(9 - x)(y + 5)$
11) $(a + 6)(4 - a)$
12) $(2 - b)(b + 3)$
13) $(a + 5)(a + 3)$
14) $(x - 2)(x + 7)$
15) $(x - 9)(x - 11)$
16) $(y + 8)(y - 5)$
17) $(-c + 3)(c - 7)$
18) $(-c - 5)(-2c + 1)$
19) $(2a + 9)(3a - 7)$
20) $(-5a + 1)(-4a + 5)$
21) $(5x - 9y)(8x + y)$

6. Упростите выражение.

1) $a(a + b) - b(a+b)$
2) $6(x - 2) + 4(x - 3) - 8(x - 4)$
3) $3(2x + y) - 3(4x - 3y) + 5(2x - 5y)$
4) $-5(1{,}2x + 3{,}6y) + 10(2{,}4x - 1{,}8y)$
5) $5a(a + 1) + 2a(3a - 1) - 4a(2a - 5)$
6) $5(0{,}4x - 1{,}2) + 4(0{,}5x - 0{,}25y)$

7. Найдите площадь фигур.



8. Упростите выражение.

1) $8\,(3n - 2m) - 5\,(2n - m)$

2) $-11\,(4x + 3y) - 9\,(2y - 3x)$

3) $-1{,}2\,(5x - 6y) + 1{,}4\,(5y - 3x)$

4) $0{,}7\,(2a - 3d) + 0{,}6\,(a + 2d)$

5) $(x - 4a)\,(5a + 8x) - (6a - 7x)\,(3x - 2a)$

6) $(6c + d)\,(8c - 9d) + (-10d + 2c)\,(11c - 4d)$

9. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $3\,(8a + 7) - 9\,(3a - 1)$, если $a = -2$

2) $-2\,(3a - 7) + 4\,(5a - 8)$, если $a = -1$

3) $6\,(-2a + 9) - 7\,(3a - 9)$, если $a = 3$

4) $5a^2\,(4a - 3) - 7a^2\,(2a + 1)$, если $a = 2$

10. Найдите числа, соответствующие буквам.

27	29	24
A	B	A
A	A	B
B	C	3
A	C	A

33	29	30
E	D	D
D	E	E
D	5	D
D	D	E

13	19	23
F	4	G
F	G	G
F	F	F
G	6	G

19	12	13
H	I	I
I	H	I
H	I	I
J	2	H

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Деление многочлена на одночлен

Чтобы разделить многочлен на одночлен, нужно каждый член многочлена разделить на данный одночлен и результат сложить.

1-пример. $(4mn^2 - 2mn) : 2mn = (4mn^2) : (2mn) - (2mn) : (2mn) =$

$$= \frac{4mn^2}{2mn} - \frac{2mn}{2mn} = 2n - 1$$

2-пример. $(3{,}6a^2b^2 + 3a^2b + 4a^4b^4) : (-4a^2b) = 3{,}6a^2b^2 : (-4a^2b) + 3a^2b : (-4a^2b) + 4a^4b^4 :$

$$: (-4a^2b) = \frac{3{,}6a^2b^2}{-4a^2b} + \frac{3a^2b}{-4a^2b} + \frac{4a^4b^4}{-4a^2b} = -0{,}9b - 0{,}75 - a^2b^3$$

Примечание: если каждый член многочлена делится на какой то одночлен, то данный многочлен делится на данный одночлен или наоборот.

Например, многочлен $mn + mp - mnp$ делится на m, но на mp не делится.

Упражнения

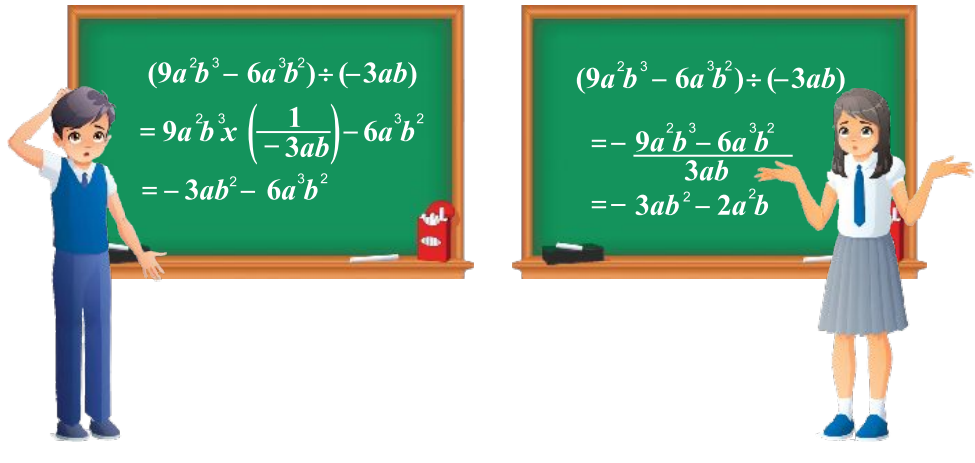
1. Упростите выражение.

1) $(5a^6b^9)^3 : (5a^3b^6)^2$
2) $(4a^8b^{13})^4 : (2a^5b^7)^6$
3) $(-a^2b^3c^4)^5 : (a^3b^2c)^6$
4) $(-a^3b^5)^{10} : (-a^3b^6)^7$

2. Выполните деление.

1) $(15a + 10) : 2$
2) $(8a - 16b) : (-4)$
3) $(-21x + 14) : 7$
4) $(-8 + 10x) : (-2)$
5) $(a + ab) : (-a)$
6) $(b + ab) : b$
7) $(2x - 3y + 4z) : 5$
8) $(-2x + 5y - z) : (-10)$
9) $(10a + 15b - 20c) : 5$
10) $(12a^2 - 9ab + 6a) : (-3a)$
11) $(7a^8 - 9a^7 + 6a^5) : (-a^3)$
12) $(7a^3 - 8a^2) : a^2 + (15a^2 - 9a) : (-3a)$

3. Кто правильно решил пример?



4. Разделите многочлен на одночлен.

1) $(1{,}8a^9 - 2{,}4a^8 + 3{,}6a^{15}) : 0{,}06a^5$

2) $(a^3 b^4 c^5 + a^5 b^4 c^3) : (a^3 b^3 c^3)$

3) $(8b^3 - 9b^2) : (-2b^2) - (10b^3 - 20b^2) : (-5b^2)$

4) $(a^9 - a^8) : a^7 + (a^6 + a^5) : a^4$

5) $(a^3 b + 6ab^2) : (-ab) + (8a^3 b - 8ab^2) : (-2ab)$

6) $(2a^{11} - a^9) : a^7 - (8a^6 + 5a^4) : a^2$

7) $\left(5\frac{2}{3}a + 4\frac{1}{4}b + 2\frac{1}{8}c\right) : \left(1\frac{10}{11}\right)$

5. Какой многочлен необходимо записать вместо A, чтобы получить верное равенство?

1) $A + (5a^2 - 2ab) = 6a^2 + 9ab - b^2$

2) $A - (4xy - 3y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$

3) $(4b^4 - 7b^2 + 6) - A = 0$

4) $(5a^2 + 9b - 3) + A = 8a^2 + b - 1$

6. Найдите значение выражения.

1) $8a^2 (a - 5) - 4a (a^2 - 7)$, bunda $a = 3$

2) $b (-9b^2 + 1) + 3b (2b^2 + b)$, bunda $b = -2$

3) $(3x - 4) (8x + 2) - 24x^2 - 2$, bunda $x = 2$

4) $(c^2 + 3) (c - 9) - c^2 (c - 6)$, bunda $c = -5$

7. Решите уравнение.

1) $3x (x^2 - 8) - 3x^3 = 12$

2) $(x + 8) (5x - 6) - 20 = 5x^2$

3) $18y^3 - 2y (2 + 9y^2) = 6{,}5$

4) $53 - 8y (1 - 3y) = 24y^2$

8. Покажите, что равенство верно.

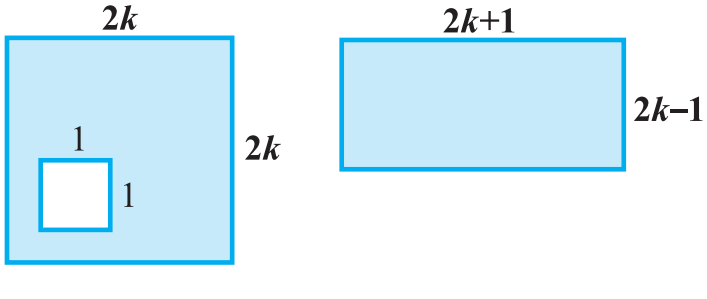
1) $(7x - 3) (4 - 8x) + 2x (28x - 26) = -12$

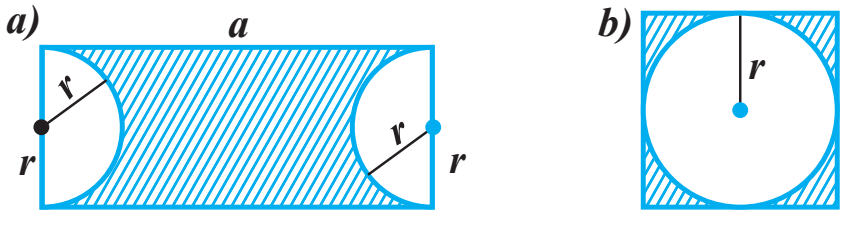
2) $1{,}1x^2 (x^2 - 10) - x (1{,}1x^3 - 9x) = -2x^2$

3) $(-y^3 + 5y) 2y - 10y^2 (1 + 0{,}2y^2) = -4y^4$

4) $(2{,}5a + b^2) (-4a) + 2a (5a - b^2) = -6ab^2$

9. Найдите площадь заукрашенной части.





РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ

Вспоминаем

НОД (24; 18) = 6
$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$
$2 \cdot 3 = 6$

Распределительное свойство
$ab + ac = a(b + c)$
$14 \cdot 8 + 14 \cdot 2 = 14 \cdot (8 + 2) = 140$

Вынесение общего множителя за скобки

При решении уравнений и упрощении выражений часто приходится разлагать многочлены на множители, то есть записывать их в виде произведения многочленов.

$$8xy - 0{,}7xz + 1{,}9x = x(8y - 0{,}7z + 1{,}9)$$

Разложение многочлена на множители противоположно умножению многочлена на одночлен или многочлена на многочлен.

Пример

1-пример. Разложите многочлен $14m^2n - 28mn^3 - 21m^3n^2$ на множители.

– находим наибольший общий делитель коэффициентов каждого члена многочлена.

– затем определяем наименьший показатель степени буквенных выражений с одним и тем же основанием в каждом из одночленов.

– в этом примере НОД чисел 14; 28 и 21 равен 7.

– мы можем видеть, что в буквенных выражениях mn один и тот же множитель.

– тогда общий множитель для всех членов этого многочлена равен 7mn. Имеем:

$$14m^2n - 28mn^3 - 21m^3n^2 = 7mn \cdot 2m - 7mn \cdot 4n^2 - 7mn \cdot 3m^2n = 7mn(2m - 4n^2 - 3m^2n)$$

Упражнения

1. Вынести за скобки общий множитель.

1) $3a + 3b$ 2) $7x - 7y$ 3) $5 - 5c$
4) $12 - 4a$ 5) $9a + 18$ 6) $ab + a$
7) $abc + bcd$ 8) $cx - cy$ 9) $5x - ax$
10) $2ab + 4bc$ 11) $a^2b + ab^2 - 2ab$ 12) $a^{10} + a^8 + a^6$

2. Вычислите.

1) $11 \cdot 13 + 13 \cdot 19$ 2) $25 \cdot 18 + 25 \cdot 42$ 3) $56 \cdot 49 - 56 \cdot 39$
4) $71 \cdot 33 - 33 \cdot 51$ 5) $84^2 + 84 \cdot 16$ 6) $79^2 + 79 \cdot 21$

3. Вынести за скобки общий множитель.

1) $12x^2y^4 - 6x^5y^3$ 2) $8a^7 - 12a^5 + 30a^3$
3) $15a^4b^9 - 20a^9b^4$ 4) $2a^6 + a^5 - a$

5) $8a^7b^9 - 12a^5b^{13} + 20a^8b^5$ 6) $27x^4y^5z^9 - 18x^6y^3z^{13}$

7) $42y^{13} - 49y^8 + 35y^{17}$ 8) $a^4b^9 - a^{10}b$

Пример

2-пример. Разложите на множители многочлен $19(3a + 2b) - a(3a + 2b) + 3b(3a + 2b)$.

Для некоторых многочленов общим множителем может быть не одночлен, а многочлен.

Для многочлена $19(3a + 2b) - a(3a + 2b) + 3b(3a + 2b)$ общим множителем является $(3a + 2b)$.

Поэтому:

$19(3a + 2b) - a(3a + 2b) + 3b(3a + 2b) = (3a + 2b)(19 - a + 3b)$

В некоторых случаях необходимо подвести слагаемое под общий множитель. В этом случае используется равенство $a - b = -(b - a)$.

3-пример. $25 - 17 = -(17 - 25) = -8$

4-пример. $a(a - b) + b(b - a) = c(a - b) - d(a - b) = (a - b)(c - d)$.

Упражнения

4. Разложите на множители.

1) $x(a + b) + y(a + b)$ 2) $m(x + y) - n(x + y)$

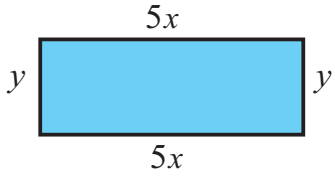
3) $a(b + 3) - (b + 3)$ 4) $x(a - 9) - y(a - 9)$

5) $2m(x + y) - 3n(x + y)$ 6) $3b(x - 7) + 4c(x - 7)$

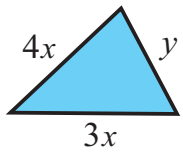
7) $8(a + b) - (a + b)c$ 8) $(a - b)^4 - (a - b)^4 c$

5. Найдите периметр фигуры.

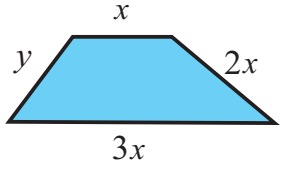
a



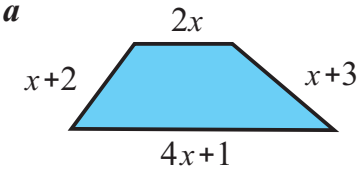
b



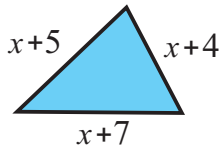
c



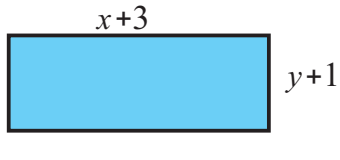
a



b



c



6. Вычислите.

1) $15 \cdot 13 + 15 \cdot 29 + 42 \cdot 19 + 34 \cdot 58$ 2) $72 \cdot 19 + 72 \cdot 34 + 53 \cdot 17 + 89 \cdot 47$

3) $2{,}8 \cdot 6{,}9 + 6{,}9 \cdot 3{,}6 + 6{,}4 \cdot 2{,}8 + 9{,}7 \cdot 3{,}6$ 4) $8{,}3 \cdot 1{,}8 + 1{,}8 \cdot 7{,}6 - 1{,}8 \cdot 5{,}9$

5) $8{,}4 \cdot 4{,}7 - 8{,}4 \cdot 2{,}3 + 2{,}4 \cdot 5{,}8 - 14{,}2 \cdot 1{,}4$ 6) $2{,}9 \cdot 74 + 29 \cdot 2{,}6 + 7{,}1 \cdot 59 + 71 \cdot 4{,}1$

7) $5\frac{3}{8} \cdot 4\frac{7}{19} + 5\frac{3}{8} \cdot 3\frac{12}{19}$

Способ группировки

Мы умеем разлагать многочлен на множители вынося общий множитель за скобки. Рассмотрим также метод группировки. Этот способ удобен, если многочлен имеет четыре или более одночленов.

3-пример. Разложите на множители $5a - 3ab + 5c - 3bc$.

$5a - 3ab + 5c - 3bc = (5a - 3ab) + (5c - 3bc) = a\,(5 - 3b) + c\,(5 - 3b) = (5 - 3b)\,(a + c)$

Заметьте, в многочлене мы сгруппировали некоторые одночлены. Из сгруппированных многочленов мы вынесли за скобки общий множитель. Таким образом, мы привели выражение к привычному для нас виду.

Этот метод разложения на множители называют **способом группировки**.

4-пример. Разложите на множители $t\,(n - m) - m + n$.

$t\,(n - m) - m + n = t\,(n - m) + (n - m) = (n - m)\,(t + 1)$

5-пример. Разложите на множители $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20$.

1-способ. $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20 = (nt + 5n) - (mt + 5m) - (4t + 20) =$
$= n\,(t + 5) - m\,(t + 5) - 4\,(t + 5) = (t + 5)\,(n - m - 4)$

2-способ. $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 5 \cdot 4 = t\,(n - m - 4) + 5\,(n - m - 4) = (n - m - 4)\,(t + 5)$

Таким образом, при разложении многочлена на множители группировка может производиться по-разному.

Иногда кажется, что при группировке одночленов не хватает составляющих многочлена. Как производится разложение в таких случаях вы узнаете ниже.

6-пример. Разложите на множители $a^2 + 14a + 33$.

$a^2 + 14a + 33 = a^2 + 3a + 11a + 33 = a(a + 3) + 11(a + 3) = (a + 3)(a + 11)$

Упражнения

7. Разложите на множители.

1) $a + (a + b)\,d + b$
2) $a + (a + b)c + b$
3) $x - y - (x - y)a$
4) $a^2 + (a^2 + b^2)\,c + b^2$
5) $(a - b)^9 + (a - b)^7$
6) $(a - b)^8 - (a - b)^5$
7) $(a - b)^7 - (b - a)^3$
8) $3(x - y) - x + y$
9) $x\,(m - n) - m + n$
10) $(3x + 2y)^2 - (3x + 2y)^3$
11) $k(m + n) + bm + bn$
12) $3x\,(m + n) + mc + nc$
13) $ab + ac + 11b + 11c$
14) $mk + mb + n^2 k + n^2 b$
15) $mx + xn - 3m - 3n$

8. Разложите на множители.

1) $a^2 b + ab^2 + 8a + 8b$
2) $8x\,(3x - 4y) - 12xy + 16y^2$
3) $xy^2 - x^2 y - 3x + 3y$
4) $x^2 + 3x - 4x - 12$
5) $x^2 - 3x + 4x - 12$
6) $6x^2 - 2x + 9x - 3$
7) $35x^2 + 21x - 10x - 6$
8) $ab + 7b + 3a + 21$
9) $ab - 4b - ac + 4c$
10) $a^3 + ab + a^2 b^2 + b^3$
11) $a^6 + a^2 b^3 + a^4 b^5 + b^8$
12) $a^6 + a^2 + a^4 + 1$

9. Вынести общий множитель за скобки.

1) $3a^3 - 15a^2b + 5ab^2$

2) $12a^2b - 18ab^2 - 30ab^3$

3) $20x^4 - 25x^2y^2 - 10x^3$

4) $4ax^3 + 8a^2x^2 - 12a^3x$

5) $-6bn^2 + 9n^3 - 12n^4$

6) $-3x^4y^2 - 6x^2y^2 + 9x^2y^4$

10. Вычислите.

1) $59 \cdot 79 - 79^2$

2) $8^3 + 8 \cdot 36$

3) $0{,}9^2 + 0{,}9 \cdot 9{,}1$

4) $0{,}9^3 + 0{,}9 \cdot 0{,}19$

5) $8{,}3 \cdot 1{,}8 + 1{,}8 \cdot 7{,}6 - 1{,}8 \cdot 5{,}9$

6) $4{,}7 \cdot 28 + 47 \cdot 7{,}2 + 5{,}3 \cdot 68 + 53 \cdot 3{,}2$

7) $9{,}6 \cdot 4{,}3 + 7{,}2 \cdot 4{,}3 + 5{,}7 \cdot 6{,}2 + 5{,}7 \cdot 10{,}2$

11. Разложите на множители.

1) $x(a^2 - b^2) - y(b^2 - a^2)$

2) $2a(3x - 1) - 5b(1 - 3x)$

3) $a(a + c) + b(a + c) + c(a + c)$

4) $a(a + b) + b(a + b)$

5) $a(a - b) + b(a - b)$

6) $a^2(a - b) + b^2(a - b)$

12. Разложите на множители.

1) $(x + y)a^3 - (x + y)b^2$

2) $(a - b)x - (b - a)y$

3) $(a - b)c - (b - a)d + (b - a)n$

4) $x(a^2 + b^2) + y(b^2 + a^2)$

5) $m^2(n^2 - 3) - n^2(3 - n^2)$

6) $(x^2 + 5)m - (x^2 + 5)n$

7) $a(-x - y) + b(x + y)$

8) $m(-x + y) + n(x - y)$

9) $a(2 - x) - b(x - 2)$

10) $a^3(1 - a) + b(1 - a) - c(a - 1)$

11) $(4x + 11)(-5x^3 + 2x^2 - 4x + 7)$

12) $(9a^2 + ab - 5b^2)(-2a - 3b)$

13) $(2x^3 - 11x^2 + 7x - 3)(4x + 3)$

14) $(-2a^2 + 5ab + 3b^2)(3a - 5b)$

15) $(7x^2 - 4x - 5)(-2x^2 + 3x - 11)$

16) $(3a^2 + 5ab - 11b^2)(2a + 7b)$

17) $(-3x + 13)(2x^3 - 2x^2 + 5x - 11)$

18) $(-5a^2 - 7ab + 9b^2)(a - 5b)$

19) $(-5x^3 - 2x^2 + 4x - 11)(3x + 2)$

20) $(a^2 - 7ab + 11b^2)(3a - 7b)$

13. Вынести общий множитель за скобки.

1) $8a^3b - 16b^3$

2) $35a^7b^9 - 40a^8b^{11}$

3) $a^4b^3 + a^3b^3 + a^3b^4$

4) $-3x + 3y - 3z$

5) $-8x - 16y - 24z$

6) $0{,}5a + 1{,}5b - 2{,}5c$

II ГЛАВА

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ



КВАДРАТ СУММЫ И РАЗНОСТИ

Вспоминаем

Умножение многочлена на многочлен:

$$(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Каждый член первого многочлена умножается на каждый член второго многочлена, результаты складываются и приводятся к стандартному виду.

Запомните!

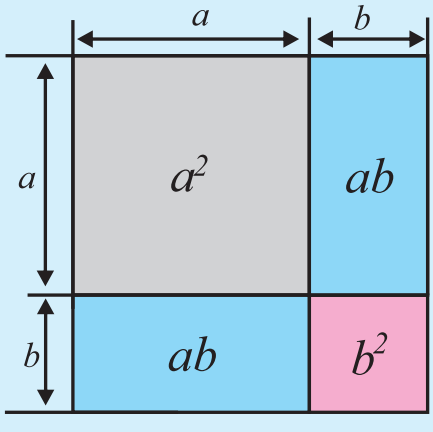
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Обратите внимание на знаки в двучлене $(a + b)^2$ плюс (+) и в $(a - b)^2$ минус (–).

Формулы квадрата суммы и разности называют **формулами сокращенного умножения** и используют для упрощения вычислений.

1-пример. $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

2-пример. $999^2 = (1000 - 1)^2 = 1000^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 1 + 1^2 = 1000001 - 2000 = 998001$



На рисунке многочлен $(a + b)$представлен в геометрическом виде, как сторона квадрата. Площадь поверхности внешнего квадрата равна сумме его внутренних частей

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

Поэтому $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Площадь квадрата равна $S = S_1 + 2S_2 + S_3$.

Подставим выражения

$S = a^2$; $S_1 = (a - b)^2$; $S_2 = b(a - b)$; $S_3 = b^2$

в полученное выражение,

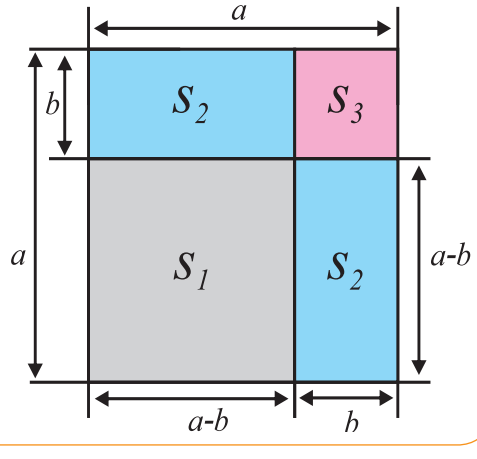
$$a^2 = (a - b)^2 + 2b(a - b) + b^2$$

$$a^2 = (a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2$$

$$a^2 = (a - b)^2 + 2ab - b^2$$

Отсюда получаем

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$



Если вы забыли это свойство, перемножьте многочлены!

$$\begin{array}{r} a+b \\ \underline{a+b} \\ ab+b^2 \\ \underline{a^2+ab\ \ \ } \\ a^2+2ab+b^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a-b \\ \underline{a-b} \\ -ab+b^2 \\ \underline{a^2-ab\ \ \ } \\ a^2-2ab+b^2 \end{array}$$

Будьте осторожны!
Это неправильно!

$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$

$(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$

Пример

3-пример. $(2m + n)^2 = (2m)^2 + 2 \cdot (2m) \cdot n + n^2 = 4m^2 + 4mn + n^2$

4-пример. $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

5-пример. $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

6-пример. $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Запишите в виде многочлена.

1) $(x + y)^2$ 2) $(5 + a)^2$ 3) $(c + 9)^2$ 4) $(m + 4)^2$

5) $(n + 1)^2$ 6) $(3 + x)^2$ 7) $(a - 4)^2$ 8) $(b - 8)^2$

2. Вычислите, используя формулу сокращенного умножения.

1) $(70 - 3)^2$ 2) $(50 - 4)^2$ 3) $(60 - 1)^2$ 4) $(80 - 1)^2$

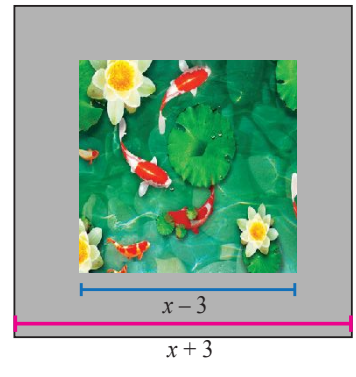
5) $(20 + 1)^2$ 6) $(50 + 1)^2$ 7) $(60 + 1)^2$ 8) $(100 + 1)^2$

3. Найдите квадраты чисел.

1) 12^2 2) 13^2 3) 14^2 4) 15^2

5) 35^2 6) 46^2 7) 27^2 8) 48^2

4. Квадратный бассейн окружен бетонной дорожкой. Запишите выражение для нахождения площади поверхности дорожки.



5. Упростите выражение.

1) $(a + 1)^2 + (a - 1)^2$ 2) $(a - 1)^2 - (a + 1)^2$

3) $(x + y)^2 + (x - y)^2$ 4) $(x - y)^2 - (x + y)^2$

5) $(a + b)^2 + (a - b)^2$ 6) $(a - b)^2 - (a + b)^2$

6. Вычислите, используя формулу сокращенного умножения.

1) $(3a + 2b)^2 + (3a - 2b)^2$
2) $(4a - 3)^2 - (4a + 3)^2$
3) $(5a - 1)^2 - (5a + 2)^2$
4) $(3 - 4a)^2 - (3 + 4a)^2$
5) $(5 - 2x)^2 - (5 + 2x)^2$
6) $(5a - 3x)^2 - (5a + 3x)^2$

7. Найдите квадраты чисел.

1) 102^2 2) 103^2 3) 104^2 4) 105^2 5) 95^2 6) 96^2
7) 97^2 8) 98^2 9) 53^2 10) 49^2 11) 18^2 12) 37^2

8. Представьте в виде многочлена.

1) $\left(b + \frac{1}{2}\right)^2$ 2) $\left(2a - \frac{1}{4}\right)^2$ 3) $\left(5c + \frac{7}{10}\right)^2$
4) $(a - 0{,}5)^2$ 5) $(m - 0{,}1)^2$ 6) $(2a - 1{,}5)^2$
7) $\left(b + \frac{1}{3}\right)^2$ 8) $\left(a - \frac{1}{4}\right)^2$ 9) $\left(c + \frac{7}{10}\right)^2$
10) $(3a - 0{,}5)^2$ 11) $(5m - 0{,}1)^2$ 12) $(5a - 3{,}5)^2$

9. Представьте выражение в виде многочлена.

1) $2\,(a - 5)^2$
2) $2\,(x - 1)^2$
3) $3\,(2a - 5)^2$
4) $-2\,(4a - 7)^2$
5) $-8\,(-5a + 1)^2$
6) $3\,(-2a - 3)^2$
7) $-2\,(3a + 4)^2$
8) $-3\,(1 + x)^2$

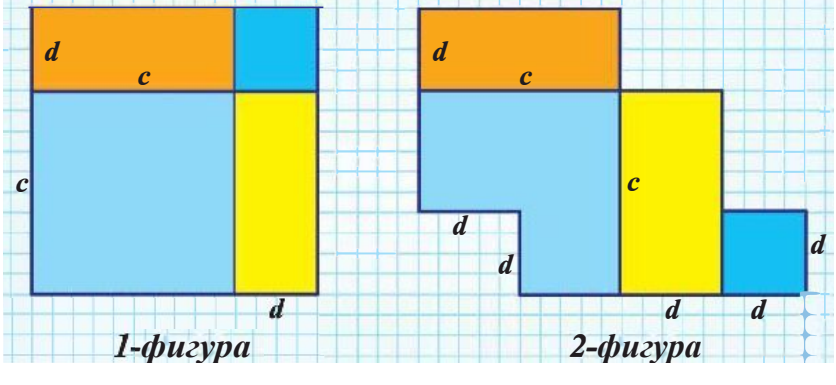
10. При каком значении "..." имеет место равенство?

1) $(2 + 3a)^2 = 4 + 12a + \ldots$
2) $(3a + 4)^2 = \ldots + 24a + 16$
3) $(a - 5)^2 = \ldots - \ldots + 25$
4) $(2a + 5)^2 = 4a^2 + \ldots + \ldots$
5) $(7a - 3)^2 = \ldots - 42a + \ldots$
6) $(3a - 4)^2 = \ldots - 24a + \ldots$

11. Решите уравнение.

1) $(x + 3)^2 - (x + 1)^2 = 12$
2) $(x - 3)^2 - (x + 2)^2 = -25$
3) $(x + 2)^2 - (x - 1)^2 = 15$
4) $(x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 5$

12. Найдите площади фигур.



РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

Запомните!

Согласно правилу умножения многочленов $a - b$ и $a + b$, получим

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2.$$

$$[+ab - ab = 0\ ab]$$

Взаимно уничтожая подобные слагаемые в правой части, получаем выражение $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Равенство $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ называют **формулой разности квадратов**.

Эту формулу удобно использовать при расчете некоторых числовых выражений.

1-пример. $101^2 - 91^2 = (101 - 91)(101 + 91) = 10 \cdot 192 = 1920$

Это выражение также можно вывести, используя геометрические фигуры.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = a^2$$

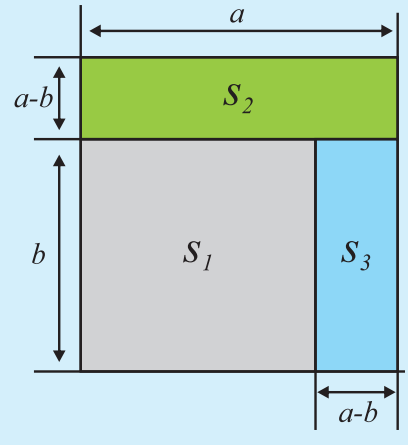
$$S_1 = b^2,\ S_2 = a(a - b),\ S_3 = b(a - b)$$

Тогда записав в выражение $S - S_1 = S_2 + S_3$ выше приведенные значения, получим,

$$a^2 - b^2 = a(a - b) + b(a - b) = (a - b)(a + b)$$

ni hosil qilamiz.

Вынесем за скобки общий множитель $(a - b)$, получим, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.



Пример

2-пример. $n^2 - 36 = n^2 - 6^2 = (n - 6)(n + 6)$

3-пример. $36 - n^2 = 6^2 - n^2 = (6 - n)(6 + n)$

4-пример. $36n^2 - 4 = (6n)^2 - 2^2 = (6n - 2)(6n + 2)$

5-пример. $x^2 - 9y^2 = x^2 - (3y)^2 = (x - 3y)(x + 3y)$

6-пример. $16x^2 - 25y^2 = (4x)^2 - (5y)^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$

$$\begin{array}{r} a+b \\ \underline{a-b} \\ -ab-b^2 \\ \underline{a^2+ab} \\ a^2+0ab-b^2=a^2-b^2 \end{array}$$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Выполните умножение.

1) $(a + y)(a - y)$ 2) $(n - m)(n + m)$ 3) $(k - n)(k + n)$

4) $(b - c)(b + c)$ 5) $(p - q)(p + q)$ 6) $(l - k)(l + k)$

2. Разложите на множители.

1) $a^2 - c^2$ 2) $c^2 - t^2$ 3) $x^2 - d^2$ 4) $d^2 - m^2$

5) $y^2 - n^2$ 6) $b^2 - m^2$ 7) $y^2 - k^2$ 8) $a^2 - z^2$

9) $a^2 - 1$ 10) $c^2 - 4$ 11) $9 - d^2$ 12) $16 - m^2$

3. Выполните умножение.

1) $(0{,}1 + n)\,(0{,}1 - n)$ 2) $(k + 1{,}1)\,(k - 1{,}1)$ 3) $(d - 2{,}2)\,(d + 2{,}2)$

4) $(0{,}4n - 1)\,(0{,}4n + 1)$ 5) $(2 + 1{,}1k)\,(2 - 1{,}1k)$ 6) $(3d - 1{,}5)\,(3d + 1{,}5)$

4. Вычислите, используя формулу $a^2 - b^2 = (a - b)\,(a + b)$.

1) $11 \cdot 9$ 2) $12 \cdot 8$ 3) $13 \cdot 7$ 4) $14 \cdot 6$ 5) $15 \cdot 5$

5. Выполните умножение.

1) $(x + y)\,(x - y)$ 2) $(x + t)\,(x - t)$ 3) $(a - n)\,(a + n)$

4) $(y - 11)\,(y + 11)$ 5) $(c + 9)\,(c - 9)$ 6) $(c - 13)\,(c + 13)$

7) $\left(2c - \frac{1}{3}d\right)\left(2c + \frac{1}{3}d\right)$ 8) $\left(\frac{1}{3}x - 3y\right)\left(3y + \frac{1}{3}x\right)$

6. Запишите в виде произведения двучленов.

1) $\frac{36}{81} - y^2$ 2) $\frac{100}{121} - n^2$ 3) $v^2 - \frac{25}{36}$ 4) $h^2 - \frac{100}{121}$

7. Вычислите, используя формулу $a^2 - b^2 = (a - b)\,(a + b)$.

1) $14^2 - 11^2$ 2) $20^2 - 19^2$ 3) $51^2 - 41^2$ 4) $54^2 - 45^2$

5) $76^2 - 24^2$ 6) $128^2 - 172^2$ 7) $2{,}5^2 - 2{,}4^2$ 8) $1{,}1^2 - 1^2$

8. Вычислите, используя формулу $a^2 - b^2 = (a - b)\,(a + b)$.

1) $17 \cdot 23$ 2) $29 \cdot 31$ 3) $47 \cdot 53$ 4) $56 \cdot 64$

5) $88 \cdot 92$ 6) $73 \cdot 67$ 7) $98 \cdot 102$ 8) $101 \cdot 99$

9) $102 \cdot 98$ 10) $103 \cdot 97$ 11) $104 \cdot 96$ 12) $105 \cdot 95$

9. Упростите выражение.

1) $(5 + a)\,(a - 5) - a^2$ 2) $b^2 + (9 - b)\,(9 + b)$

3) $\left(\frac{1}{3} - c\right)\left(\frac{1}{3} + c\right) - \frac{1}{9}$ 4) $-\frac{16}{49} + \left(\frac{4}{7} - d\right)\left(d + \frac{4}{7}\right)$

5) $(0{,}9 - x)\,(x + 0{,}9) + x\,(1 + x)$ 6) $a\,(5 - a) + (1{,}2 + a)\,(a - 1{,}2)$

10. Выполните умножение.

1) $(c - d^2)\,(c + d^2)$ 2) $(a^3 - b^5)\,(a^3 + b^5)$

3) $(a - b^9)\,(a + b^9)$ 4) $(3x^5 - 4y^9)\,(3x^5 + 4y^9)$

5) $(6a^2 - 11b^3)\,(6a^2 + 11b^3)$ 6) $(7x^3y + 5)\,(7x^3y - 5)$

7) $(abc - 13)\,(abc + 13)$ 8) $(9 - 4a^2b^9)\,(9 + 4a^2b^9)$

11. Вычислите, использовав формулу сокращенного умножения.

1) $999 \cdot 1001$ 2) $175 \cdot 225$ 3) $186 \cdot 214$

4) $1999 \cdot 2001$ 5) $3{,}9 \cdot 4{,}1$ 6) $2{,}8 \cdot 3{,}2$

12. Упростите.

1) $(x-2)^2-(x+2)(x-2)$ 2) $(x+3)^2-(x-3)(x+3)$

3) $(2x-5y)(2x+5y)-(2x-5y)^2$ 4) $(-a-b)(a+b)-(a+b)(a-b)$

5) $(5a-7)(5a+7)-25(a-2)^2$ 6) $(-3a-1)^2-(3a-1)(3a+1)$

7) $(2x+4)(2x-4)-(2x+5)(2x-5)$ 8) $(x+4)(x+2)-(x-3)(x+3)$

9) $(a+b)(a-b)-(a+b)^2+(a-b)^2$ 10) $(a-c)(a+c)-(-b+c)(-b-c)$

13. Решите уравнение.

1) $(3x-2)(2x+3)-6(x-1)^2=5$ 2) $(-2x+7)(x+2)+2(x+1)^2=2$

3) $(x+3)(x+6)-(x+4)(x+5)=2$

4) $(x-5)(x+5)=(3x+1)(3x-1)-8(x+2)^2$

14. Разложите на множители, используя формулу $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.

1) $0{,}09x^2-0{,}16y^2$ 2) $4a^4-25d^4$ 3) $a^{100}-b^6$

4) $a^2b^4-c^4d^2$ 5) $100a^6-121b^{10}$ 6) a^4-b^8

7) a^4-625 8) b^4-81 9) $a^{20}-b^{30}$

15. Вычислите.

1) $\dfrac{20^2-13^2}{31^2-24^2}$ 2) $\dfrac{17^2-22^2}{49^2-10^2}$ 3) $\dfrac{37^2-47^2}{72^2-12^2}$ 4) $\dfrac{100^2-60^2}{70^2-90^2}$

5) $\dfrac{38^2-28^2}{47^2-19^2}$ 6) $\dfrac{53^2-25^2}{79^2-51^2}$ 7) $\dfrac{181^2-61^2}{319^2-77^2}$ 8) $\dfrac{200^2-380^2}{420^2-160^2}$

16*. Вычислите.

1) $2^2-1^2+3^2-2^2+4^2-3^2+\cdots+10^2-9^2$

2) $12^2-11^2+13^2-12^2+14^2-13^2+\cdots+20^2-19^2$

3) $22^2-21^2+20^2-19^2+18^2-17^2+\cdots+10^2-9^2$

4) $31^2-29^2+27^2-25^2+23^2-21^2+\cdots+11^2-9^2$

17. Выполните умножение.

1) $(5a-5b)(2a+2b)$ 2) $(7x+7y)(10x-10y)$

3) $\left(1\frac{1}{5}m-1\frac{1}{5}n\right)\left(\frac{5}{6}m+\frac{6}{6}n\right)$ 4) $\left(\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}y\right)\left(1\frac{1}{3}x-1\frac{1}{3}y\right)$

5) $(10a+10b)(0{,}1a-0{,}1b)$ 6) $(0{,}05p+0{,}05q)(20p-20q)$

КУБ СУММЫ. КУБ РАЗНОСТИ

Вспоминаем

Квадрат суммы:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Квадрат разности:

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Запомните!

$$(a + b)^3 = (a + b)\,(a + b)\,(a + b)$$

Чтобы найти куб суммы, умножьте выражение само на себя три раза.
Это двухэтапный процесс.
Шаг 1: Умножьте первые два выражения.
Шаг 2: Умножьте результат на третье выражение.

$$(a + b)^3 = (a + b)\,(a + b)\,(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)\,(a + b) =$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Формулу $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ называют **куб суммы**.

Шаг 1.
Умножьте первые два выражения.

Шаг 2.
Умножьте результат шага 1
на третье выражение.

$$\begin{array}{r} a+b \\ \underline{a+b} \\ ab+b^2 \\ \underline{a^2+ab} \\ a^2+2ab+b^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a^2+2ab+b^2 \\ \underline{\,a+b} \\ a^2b+2ab^2+b^3 \\ \underline{a^3+2a^2b+ab^2} \\ a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \end{array}$$

Запомните!

$$(a - b)^3 = (a - b)\,(a - b)\,(a - b)$$

Чтобы найти куб разности, умножьте выражение само на себя три раза.
Это двухэтапный процесс.
Шаг 1: Умножьте первые два выражения.
Шаг 2: Умножьте результат на третье выражение.

$$(a - b)^3 = (a - b)\,(a - b)\,(a - b) = (a^2 - 2ab + b^2)\,(a - b) =$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Формулу $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ называют **куб разности**.

Пример

1-пример. $(m+3)^3 = (m)^3 + 3 \cdot (m)^2 \cdot 3 + 3 \cdot m \cdot (3)^2 + (3)^3 = m^3 + 9m^2 + 27m + 27$

2-пример. $(4+n)^3 = (4)^3 + 3 \cdot (4)^2 \cdot n + 3 \cdot 4 \cdot (n)^2 + (n)^3 = 64 + 48n + 12n^2 + n^3$

3-пример. $(5-y)^3 = (5)^3 - 3 \cdot (5)^2 \cdot y + 3 \cdot 5 \cdot (y)^2 - (y)^3 = 125 - 75y + 15y^2 - y^3$

4-пример. $(6a-1)^3 = (6a)^3 - 3 \cdot (6a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 6a \cdot (1)^2 - (1)^3 = 216a^3 - 108a^2 + 18a - 1$

УПРЖНЕНИЯ

1. Запишите в виде многочлена.

1) $(a-c)^3$ 2) $(c+d)^3$ 3) $(z-t)^3$ 4) $(m+n)^3$

5) $(1+x)^3$ 6) $(a-1)^3$ 7) $(4-b)^3$ 8) $(y+2)^3$

9) $(x+y)^3$ 10) $(m-n)^3$ 11) $(2x+1)^3$ 12) $(3x-2)^3$

13) $(2a+3b)^3$ 14) $(4a-b)^3$ 15) $(1-3x)^3$ 16) $(5+2n)^3$

2. Вычислите.

1) $2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3^2 + 3^3$ 2) $4^3 + 3 \cdot 4^2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 \cdot 6^2 + 6^3$

3) $2^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3^2 - 3^3$ 4) $5^3 - 3 \cdot 5^2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \cdot 4^2 - 4^3$

5) $7^3 - 3 \cdot 7^2 \cdot 3 + 3 \cdot 7 \cdot 3^2 - 3^3$ 6) $1^3 - 3 \cdot 1^2 \cdot 6 + 3 \cdot 1 \cdot 6^2 - 6^3$

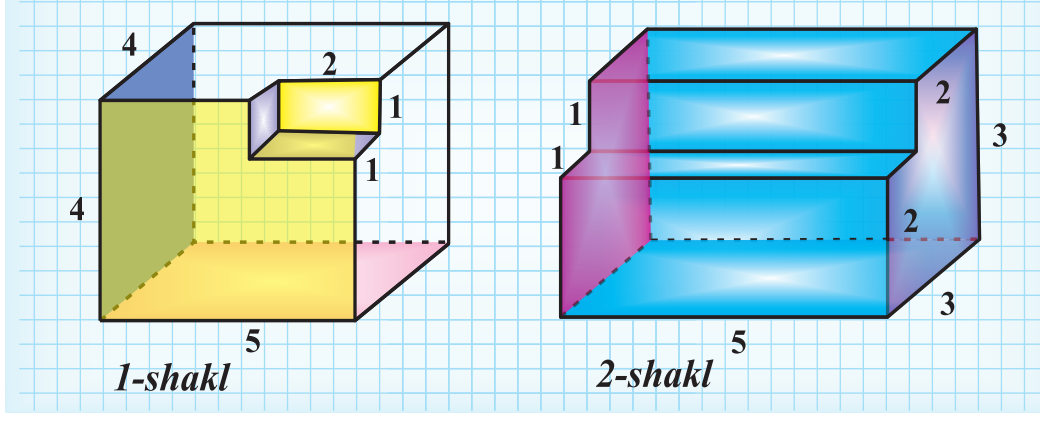
7) $8 + 3 \cdot 2^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3^2 + 27$ 8) $4^3 + 3 \cdot 16 \cdot 6 + 3 \cdot 4 \cdot 36 + 6^3$

9) $8^3 + 30 \cdot 8 \cdot 2 + 2^3$ 10) $9^3 + 30 \cdot 9 \cdot 1 + 1^3$

3. Упростите и вычислите согласно значениям.

1) $(x-1)^3 - x^3 + 5$, здесь $x = 0; 1; 2$ 2) $(y-2)^3 - (y+2)^3$, здесь $y = -2; 0; 3$

4. Найдите объём фигур.



5. Представьте в виде многочлена.

1) $(ab-1)^3$ 2) $(a^2+b^3)^3$ 3) $(a^7-b^9)^3$ 4) $(a^6+x^6)^3$

5) $(abc-9)^3$ 6) $(ab+cd)^3$ 7) $(a^2+a^3)^3$ 8) $(xy^2+x^2y)^3$

6. Представьте в виде куба суммы или куба разности двучлена.

1) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 2) $y^3 - 3y^2 + 3y - 1$

3) $8 + 12a + 6a^2 + a^3$ 4) $1 - 6c + 12c^2 - 8c^3$

7. Вычислите.

1) $17^3 + 3 \cdot 17^2 \cdot 23 + 3 \cdot 17 \cdot 23^2 + 23^3$ 2) $84^3 - 3 \cdot 84^2 \cdot 14 + 3 \cdot 84 \cdot 14^2 - 14^3$

3) $17^3 + 69 \cdot 17^2 + 51 \cdot 23^2 + 23^3$ 4) $84^3 - 42 \cdot 84^2 + 252 \cdot 14^2 - 14^3$

8. Упростите.

1) $(x + y)^3 + (x - y)^3$ 2) $(x - y)^3 - (x + y)^3$

3) $(2x - 3)^3 - (2x + 3)^3$ 4) $(2a + 3b)^3 - (2a - 3b)^3$

9. Запишите в виде куба суммы двучлена.

1) $8a^3 - 12a^2 b + 6ab^2 - b^3$ 2) $x^3 + 9x^2 y + 27xy^2 + 27y^3$

3) $64m^3 - 48m^2 + 12m - 1$ 4) $p^{12} + 3p^8 q^5 + 3p^4 q^{10} + q^{15}$

10. Упростите выражение.

1) $(x - 1)^3 - x^3 + 1$ 2) $(x - 2)^3 + 8 - x^3$

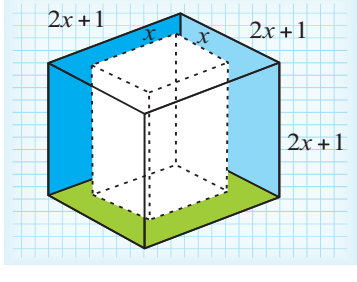
3) $(1 - a)^3 - 3a^2 - 1$ 4) $(d + 2)^3 - 6d^2 - d^3$

11. Выполните умножение.

1) $(a - 1)(a^2 + a + 1)$ 2) $(a + 3)(a^2 - 3a + 9)$

3) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ 4) $(n - 4)(n^2 + 4n + 16)$

12. Каждая сторона деревянного куба равна $2x+1$ cm. В нем проделано отверстие со сторонами, равными x см. Найдите объем оставшегося куска дерева.

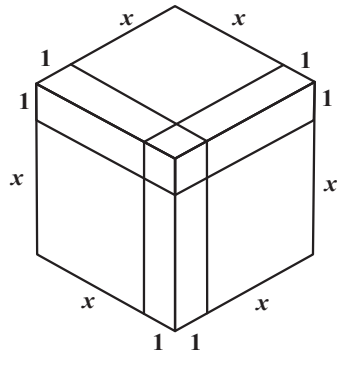


13. Представьте в виде многочлена.

1) $(x^2 y^3 z^4 + x^4 y^3 z^2)^3$ 2) $(a^9 b^8 - a^7 b^{11})^3$ 3) $(a^4 b^{54} c^6 - a^5 c^6 d^7)^3$

4) $(a^{12} - b^{13})^3$ 5) $(4x^2 - 3y^5)^3$ 6) $(0{,}2x + 0{,}3y)^3$

14. Куб с ребром $x + 1$ cm разделен на восемь частей. На основании оставшейся фигуры покажите разложение куба суммы.



15. Вычислите.

1) $718^3 + 3000 \cdot 718 \cdot 282 + 282^3$

2) $489^3 + 3000 \cdot 489 \cdot 511 + 511^3$

3) $189^3 - 300 \cdot 189 \cdot 89 - 89^3$

4) $409^3 - 600 \cdot 409 \cdot 209 - 209^3$

5) $17^2 \cdot (17 + 3 \cdot 23) + 23^2 \cdot (3 \cdot 17 + 23)$

6) $84 \cdot (84^2 - 3 \cdot 84 \cdot 14 + 3 \cdot 14^2) - 14^3$

16. Упростите.

1) $x\,(x+1)^2 - (x-1)^3$

2) $x\,(x-1)^2 - (x-1)^3$

3) $a\,(a+1)\,(a+2) - (a+3)^3$

4) $(2a+1)\,(3a-2)\,(a-1) - (a+2)^3$

17. Запишите в виде куба суммы или разности двучлена.

1) $8a^3 - 60a^2b + 150ab^2 - 125b^3$

2) $64x^{15} + 144x^{10}y^3 + 108x^5y^6 + 27y^9$

18. Упростите выражение.

1) $(x^2+1)^3 - 3\,(x^2-1)^2 - x^2\,(x^4+9)$

2) $(x-2)^3 - (x-1)^3 + 3x\,(x+3)$

РАЗНОСТЬ И СУММА КУБОВ

Вспоминаем

Квадрат суммы
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Квадрат разности
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Разность квадратов
$a^2 - b^2 = (a-b)\,(a+b)$

Запомните!

$$(a+b)\,(a^2 - ab + b^2) = a^3 - \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} + \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} + b^3 = a^3 + b^3$$

Умножаем каждый член первого многочлена на каждый член второго многочлена и упрощаем. Запишем выражение следующим образом.

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ – формула **суммы кубов**.

Таким же образом можно получить формулу разности кубов

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ – формула **разности кубов**.

Пример

1-пример. Упростите выражение $64c^3 - (4c+1)(16c^2 - 4c + 1)$.

$64c^3 - (4c+1)\,(16c^2 - 4c + 1) = 64c^3 - (64c^3 + 1) = 64c^3 - 64c^3 - 1 = -1$

2-пример. Разложите на множители $8a^3 - b^3$.

$8a^3 - b^3 = (2a)^3 - b^3 = (2a - b)\,((2a)^2 + 2ab + b^2) = (2a-b)\,(4a^2 + 2ab + b^2)$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Разложите на множители.

1) $u^3 + v^3$ 2) $a^3 - c^3$ 3) $m^3 + n^3$ 4) $k^3 - l^3$

5) $a^3 + 1$ 6) $c^3 - 8$ 7) $d^3 - 27$ 8) $a^3 + 125$

9) $27x^3 + y^3$ 10) $m^3 - 64$ 11) $125 - x^9$ 12) $1 - p^3$

13) $m^3 - 8n^3$ 14) $-a^3 - b^3$ 15) $27a^3 + b^3$ 16) $-1 - a^3$

2. Используя формулы суммы или разности кубов, представьте выражение в виде двучлена.

1) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$ 2) $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$

3) $(a - 4)(a^2 + 4a + 16)$ 4) $(5 + b)(25 - 5b + b^2)$

5) $(2a - 5)(4a^2 + 10a + 25)$ 6) $(x^3 - y^2)(x^6 + x^3y^2 + y^4)$

7) $(a^4 - 1)(a^8 + a^4 + 1)$ 8) $(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$

3. Разложите на множители.

1) $5x^3 + 5$ 2) $10y^3 + 10$ 3) $m^4n - mn^4$

4) $a^5b^2 + a^2b^5$ 5) $a^5b - a^2b^4$ 6) $54a^3 - 16$

7) $2ad^3 + 16a^4$ 8) $a^4b - ab^4$ 9) $40a^3 - 5b^6$

10) $7x^5 - 56x^{14}$ 11) $7a^7 - 56a^4$ 12) $2\,000a - 2a^4$

13) $2x^3 + 16x^9$ 14) $a^{10} + a^7$ 15) $b^{10} - b^7$

4. Вычислите.

1) $\dfrac{7^3 - 1^3}{7^2 + 7 \cdot 1 + 1^2}$ 2) $\dfrac{8^3 + 1^3}{8^2 - 8 \cdot 1 + 1^2}$ 3) $\dfrac{3^2 - 3 \cdot 5 + 5^2}{3^3 + 5^3}$

4) $\dfrac{(6^2 - 2^2)(6^2 + 6 \cdot 2 + 2^2)}{6^3 - 2^3}$ 5) $\dfrac{8^2 + 8 \cdot 5 + 5^2}{8^3 - 5^3}$ 6) $\dfrac{(6^2 - 7^2)(6^2 - 6 \cdot 7 + 7^2)}{6^3 + 7^3}$

5. Разложите на множители многочлен.

1) $a^3 + b^3 + a + b$ 2) $a^3 - b^3 + a - b$

3) $x^3 + y^3 - x - y$ 4) $x^3 - y^3 - x + y$

5) $a^3 + b^3 + 7a + 7b$ 6) $a^3 - b^3 + 5a - 5b$

6. Разложите на множители.

1) $a^3 - b^6$ 2) $m^9 + n^3$ 3) $x^6 + y^{12}$ 4) $a^{12} - n^{15}$

5) $8a^3 - 27$ 6) $125m^3 + n^3$ 7) $x^9 + 8y^{12}$ 8) $64a^9 - n^{15}$

7. Используя формулы суммы или разности кубов, представьте выражение в виде двучлена.

1) $(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$ 2) $(a - 3c)(a^2 + 3ac + 9c^2)$

3) $(3a-4)(9a^2+12a+16)$ 4) $(5a+b)(25a^2-5ab+b^2)$

5) $(2a-5)(4a^2+10a+25)$ 6) $(x^3+y^2)(x^6-x^3y^2+y^4)$

8. Разложите на множители.

1) $5x^3+40$ 2) $10y^3+10\,000$ 3) m^7n+mn^7

4) $a^8b^2-a^2b^8$ 5) $a^8b-a^2b^4$ 6) $54a^3+16a^6$

9. Вычислите.

1) $(17-1)(17^2+17\cdot1+1^2)-(17-2)(17^2+17\cdot2+2^2)$

2) $(25-2)(25^2+25\cdot2+2^2)-(25-3)(25^2+25\cdot3+3^2)$

3) $\dfrac{79^3-19^3}{79^2+79\cdot19+19^2}$ 4) $\dfrac{84^3+16^3}{84^2-84\cdot16+16^2}$

5) $\dfrac{2{,}73^2-2{,}73\cdot1{,}27+1{,}27^2}{2{,}73^3+1{,}27^3}$ 6) $\dfrac{(65^2-25^2)(65^2+65\cdot25+25^2)}{65^3-25^3}$

10*. Покажите, что выражение кратно 10.

1) 7^3+3^3 2) 47^3-17^3

3) $1^3+2^3+3^3+\cdots+99^3$ 4) $2^3+4^3+6^3+\cdots+98^3$

5) $2^3-1^3+3^3-2^3+4^3-3^3+\cdots+101^3-100^3$ 6) $1^3+3^3+5^3+\cdots+99^3$

11*. Разложите на множители.

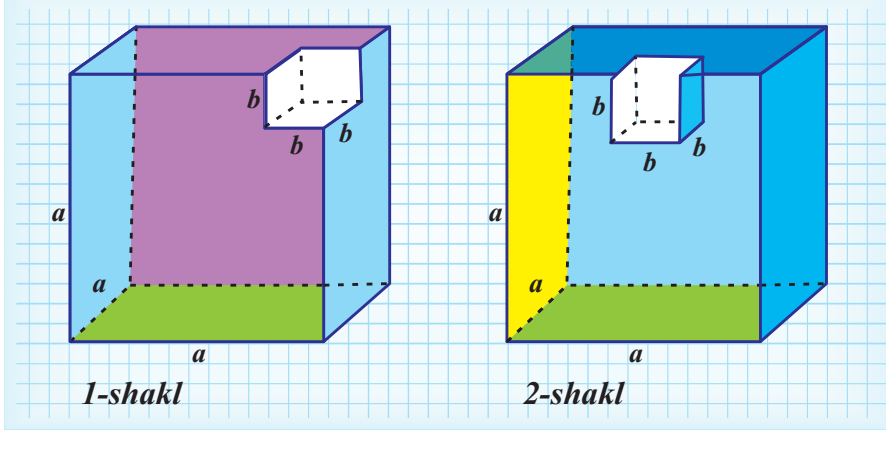
1) $(a-b)^3+(b-c)^3-(a-c)^3$ 2) $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

3) $(2x-3y)^3+(5z-2x)^3+(3y-5z)^3$ 4) $(2x-3y)^3-(5z+2x)^3+(3y+5z)^3$

12*. Для скольки натуральных чисел $a<100$ выражение $\dfrac{a^3+23}{24}$ будет натуральным числом

13*. Покажите,что выражение $(2n+5)^3-(2n-5)^3$ кратно 10.

14. Найдите объём фигур.



СПОСОБЫ РАЗЛОЖЕНИЯ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ

Познакомимся со способами разложения выражения на множители с помощью формул сокращенного умножения.

1-пример. Разложите на множители $x^4 + 4$.

$x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^4 + 4x^2 + 4) - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 =$

$= (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$

2-пример. Разложите на множители $(2a + 3b)^2 - (3a - 2b)^2$.

$(2a + 3b)^2 - (3a - 2b)^2 = (\underline{2a} + 3b - \underline{3a} + 2b)(\underline{2a} + 3b + \underline{3a} - 2b) = (-a + 5b)(5a + b)$

3-пример. Разложите на множители $(2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2$.

$(2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2 = 2^2a^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + 3^2b^2 + 3^2a^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + 2^2b^2 =$

$= \underline{4a^2} + 9b^2 + \underline{9a^2} + 4b^2 = 13a^2 + 13b^2 = 13(a^2 + b^2)$

4-пример. Разложите на множители $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2$.

$(ax + by)^2 + (ay - bx)^2 = a^2x^2 + 2axby + b^2y^2 + a^2y^2 - 2aybx + b^2x^2 =$

$= \underline{a^2}\,\underline{x^2} + b^2y^2 + \underline{a^2}\,\underline{y^2} + b^2x^2 = a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2)(a^2 + b^2)$

5-пример. Разложите на множители $a^2 - a - 12$.

$a^2 - a - 12 = a^2 - 9 - a - 3 = (a - 3)(a + 3) - (a + 3) = (a + 3)(a - 3 - 1) = (a + 3)(a - 4)$

6-пример. Разложите на множители $x^4 + 3x^2 + 4$.

$x^4 + 3x^2 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - x^2 = (x^2 + 2)^2 - x^2 = (x^2 + 2 - x)(x^2 + 2 + x) =$

$= (x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$

7-пример. Разложите на множители $x^4 - 5x^2 + 4$.

$x^4 - 5x^2 + 4 = x^4 - 4x^2 + 4 - x^2 = (x^2 - 2)^2 - x^2 = (x^2 - 2 - x)(x^2 - 2 + x)$

УПРАЖНЕНИЯ

Разложите на множители. (1 – 6)

1. 1) $x^3 - 64y^3$ 2) $p^3q^3 + n^3$

3) $a^6 - b^6$ 4) $m^6 + (pn)^6$

5) $(m - n)^3 + n^3$ 6) $(a - 2)^3 - 8$

7) $8c^3 + (c - d)^3$ 8) $27a^3 - (a - b)^3$

2. 1) $27a^9 + 8d^{12}$ 2) $a^{18} + b^{15}$ 3) $a^{27}b^{30} - 1$ 4) $a^3b^6c^9 + 8$

3. 1) $1 - 125c^3$ 2) $8 + 125c^6$ 3) $x^3 + 1000$ 4) $a^{60} - b^{30}$

5) $a^{45} - b^{51}$ 6) $a^{30}b^{15} - c^{45}d^{75}$ 7) $64a^5 - a^2$ 8) $1000x^6 - 343x^3y^3$

9) $x^{12} - y^{12}$ 10) $x^{12} + y^{12}$

4. 1) $(3x-4)(3x+4)-4(3x-4)$ 2) $-5x(5x-2)-(5x+2)(2-5x)$
3) $(x+6y)^2-(6y+x)(6y-x)$ 4) $(x+1)(2x-1)+x^2+2x+1$

5. 1) $a(b+c)+(3b+3c)$ 2) $(5a-5b)-(ac-bc)$
3) $(mn+mp)-(n+p)$ 4) $(ax-ay)-(bx-by)$

6. 1) $ac+bc+2ad+2bd$ 2) $xy+xn-3mn-3my$
3) $3ax-4ay+3bx-4by$ 4) $2ax-bx-4a+2b$

Разложите на множители. (7 – 10)

7. 1) $6a^2+9ab+8ac+12bc$ 2) $15a^2+20ab+3ac+4bc$
3) $6ab+21b+8a+28$ 4) $8x^2+12xy+10xz+15yz$
5) $30x^3y-15x^2y^2-20x^4y^2+10x^3y^3$ 6) $-24a^4b^4+8a^3b^4+12a^2b^3-4ab^3$

8. 1) a^2-a-2 2) $b^2+6ab+5a^2$
3) $m^2-5mn+6n^2$ 4) $2x^2+3xy+y^2$
5) $b^2-6ab+5a^2$ 6) $b^2+6ab-7a^2$

9. 1) $(x^2+1)^2-4x^2$ 2) $(x^2+9)^2-36x^2$
3) x^4+x^2+1 4) x^8+x^4+1
5) x^4+5x^2+9 6) x^4-9x^2+16

10. 1) $(a+b)^2-(a-b)^2$ 2) $(a-b)^2-(b+a)^2$
3) $(2c-d)^2-(2c+d)^2$ 4) $(c-3d)^2-(c+3d)^2$
5) $(a+b)^2-(c+d)^2$ 6) $(a-b)^2-(c-d)^2$
7) $(a+b)^2-(c-d)^2$ 8) $(a-b)^2-(c+d)^2$

11*. Усложненные примеры, для разложения на множители.

1) Разложите на множители $a^2(b+c)+b^2(a+c)+c^2(a+b)+2abc$.

2) Если $a=b+1$ тогда покажите, что $(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)\ldots(a^{64}+b^{64})=a^{128}-b^{128}$.

3) Если $a+b+c=0$ тогда покажите, что $a^3+b^3+c^3=3abc$.

4) Разложите на множители $bc(b+c)+ac(c-a)-ab(a+b)$.

5) Покажите, что выражение 97^3-41^3 делится на 28 без остатка.

6) Покажите, что выражение 57^6-43^6 делится на 1400 без остатка.

7) Разложите на множители $x^2(y+z)+y^2(x+z)+z^2(x+y)+3xyz$.

8) Разложите на множители $a^3+b^3+c^3+ab(a+b)+ac(a+c)+bc(b+c)$.

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

Запомните!

Формулы сокращенного умножения

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ – квадрат суммы

$(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$ – квадрат разности

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^2$ – куб суммы

$(a – b)^3 = a^3 – 3a^2 b + 3ab^2 – b^2$ – куб разности

$a^2 – b^2 = (a – b)(a + b)$ – разность квадратов

$a^3 – b^3 = (a – b)(a^2 + ab + b^2)$ – разность кубов

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 – ab + b^2)$ – сумма кубов

Пример

Рассмотрим примеры, где используются эти формулы.

1-пример. Упростите выражение $(4a – 5)^2 – 2a(3a + 4) – 5a(2a – 2)$.

1 шаг. Раскроем скобки в выражении $(4a – 5)^2 – 2a(3a + 4) – 5a(2a – 2)$, используя формулу сокращенного умножения (квадрат разности) и распределительный закон.
$(4a – 5)^2 – 2a(3a + 4) – 5a(2a – 2) = 16a^2 – 40a + 25 – 6a^2 – 8a – 10a^2 + 10a$
1 шаг. Приводим подобные слагаемые.
$16a^2 – 40a + 25 – 6a^2 – 8a – 10a^2 + 10a = –38a + 25$

2-пример. Проверьте равенство: $(3a – 1)^3 – (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 46a^2$

Приведем к многочлену выражение в левой части равенства, используя формулы сокращенного умножения, и приведем подобные слагаемые.
$(3a – 1)^3 – (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 27a^3 – 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3a \cdot 1^2 – 1 – 27a^3 – 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 – 3 \cdot 3a \cdot 1^2 – 1 + 100a^2 + 2 = 27a^3 – 27a^3 + 9a – 2 – 27a^2 – 27a^2 – 9a + 100a^2 + 2 = 46a^2$
Таким образом, равенство $(3a – 1)^3 – (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 46a^2$ верно.

УПРАЖНЕНИЯ

Представите в виде квадрата двучлена. (1 – 2)

1. 1) $a^2 + 2a + 1$ 2) $b^2 – 8b + 16$ 3) $c^2 + 10c + 25$
4) $n^2 + 14n + 49$ 5) $100 – 20z + z^2$ 6) $81 + 18b + b^2$

2. 1) $0{,}16 – 0{,}8t + t^2$ 2) $z^2 + 1{,}4z + 0{,}49$ 3) $0{,}36 – 1{,}2b + b^2$
4) $2{,}25 – 3x + x^2$ 5) $y^2 – 3{,}2y + 2{,}56$ 6) $3{,}61 + 3{,}8d + d^2$

3. Упростите выражение.
1) $(a^3 + 6b^2)^2 – (6b^2 – a^3)^2$ 2) $(a^2 – 7b^3)^2 + (a^2 + 7b^3)^2$
3) $(9x + 2y^4)^2 – (2y^4 – 9x)^2$ 4) $(5x^3 – 4y)^2 + (4y + 5x^3)^2$

4. Решите уравнение.

1) $(x-3)(x^2+3x+9)-x^3=3x$

2) $(3+x)(x^2-3x+9)-x^3=-10x$

3) $(5-x)(x^2+5x+25)=5x-x^3$

4) $(6-x)(36+6x+x^2)=18x-x^3$

5. Проверьте верность равенств.

1) $(x-6)(x^2+6x+36)-0{,}5(2x^3-432)=0$

2) $28x^3-(3x-1)(9x^2+3x+1)-(3+x)(9-3x+x^2)=-26$

6. Запишите выражение как квадрат двучлена.

1) $a^2-10ab+25b^2$

2) k^6+6k^3+9

3) $a^2-4ay+4y^2$

4) $a^{12}-2a^6b^7+b^{14}$

5) $4a^2b^2+36ab+81$

6) $0{,}01x^2+0{,}1xy+0{,}25y^2$

7. Упростите выражение.

1) $(4a^3-1)(9a^3+5)-(6a^3-1)^2$

2) $(c^4-1)^2-(c^4+4)-(c^4-6)$

3) $(d^7-3)(d^7+7)-(d^7+2)^2$

4) $(k^8+9)(11-k^8)-(k^8+1)^2$

8. Решите уравнение.

1) $(2x-3)(4x^2+6x+9)-8x^3=27x$

2) $(3+4x)(16x^2-12x+9)-64x^3=-10x$

3) $(5-2x)(4x^2+10x+25)=25x-8x^3$

4) $(6-5x)(36+30x+25x^2)=108x-125x^3$

9*. Проверьте верность равенства.

1) $(5x-6)(25x^2+30x+36)-0{,}25(500x^3-864)=0$

2) $91x^3-(3x-4)(9x^2+12x+16)-(3+4x)(9-12x+16x^2)=37$

10*. Разложите на множители.

1) $a^{12}-b^{12}$

2) a^6+b^6

3) x^4+x^2-2

4) a^8-b^8

5) a^4+4

6) a^8+a^4+1

7) $(x+y+2)(x+y)-(x-y)^2+1$

11*. Вычислите.

1) $\dfrac{36^2-8^2}{32^2-10^2}$

2) $\dfrac{70^2-20^2}{60^2-20^2}$

3) $\dfrac{38^2-10^2}{33^2-9^2}$

4) $\dfrac{51^3-49^3}{51-49}+51\cdot 49$

5) $\dfrac{67^3+47^3}{67+47}-67\cdot 47$

6) $\dfrac{84^3+54^3}{84+54}-84\cdot 54$

7) $(91^3+39^3):(91^2-91\cdot 39+39^2)$

8) $(56^3+44^3):(56^2-56\cdot 44+44^2)$

9) $2020\dfrac{2018}{2019}\cdot 2021\dfrac{2018}{2019}-2019\dfrac{2018}{2019}\cdot 2022\dfrac{2018}{2019}$

10) $\dfrac{1{,}8^2 - 0{,}7^2}{2{,}5 \cdot 0{,}7 - 4{,}5}$

11) $\dfrac{0{,}8^2 + 1{,}12 + 0{,}7^2}{0{,}8^2 - 0{,}7^2}$

12) $\dfrac{1{,}4^2 + 4{,}2 + 1{,}5^2}{1{,}4^2 - 1{,}5^2}$

13) $\dfrac{(4{,}7^2 - 5{,}3^2)(11{,}4^2 - 4{,}2^2)}{(8{,}1^2 - 7{,}5^2)(9{,}1^2 - 1{,}9^2)}$

12*. Разложите на множители.

1) $ax^2 - bx^2 - bx + ax - a + b$

2) $ax^2 + bc^2 - bx - ax + a + b$

3) $ax^2 + bx^2 + ax - cx^2 + bx - cx$

4) $ax^2 + bx^2 - bx - ax + cx^2 - ax$

5) $5ax^2 - 10ax - bx + 2b - x + 2$

6) $m^2 x^4 - mnx^3 + 2mx^2 - 2nx - n + mx$

7) $xyz + x^2 y^2 + 3x^4 y^3 + 3x^3 y^4 z - xy - z$

8) $12a^2 b^2 - 6abc + 3ac^2 - 6a^2 bc - c + 2ab$

13*. Упростите.

1) $(a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

2) $(a^2 + a - 1)(a^2 - a - 1)(a^4 - a^2 + 1)$

3) $(a + 1)(a - 3)(a^2 - a + 1)(a^2 + 3a + 9)$

4) $(a - 1)(a + 3)(a^2 - 3a + 9)(a^2 + a + 1)$

5) $(2a + 1)(4a^2 - 4a + 1) - (a - 3)(a^2 + 3a + 9)$

6) $(3a + 1)(9a^2 - 3a + 1) + (a - 1)(a^2 + a + 1)$

7) $(3a + 1)(3a - 1)(9a^2 - 3a + 1)(9a^2 + 3a + 1)$

8) $(a + 3)(a - 3)(a^2 - 3a + 9)(a^2 + 3a + 9)$

14*. Запишите выражение в виде квадрата многочлена.

1) $a(a + 2) + b(b + 2) + 2ab + 1$

2) $(a + b)^2 - 4(a + b - 1)$

3) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

4) $(a + 1)(a + 2)(a + 3)(a + 4) + 1$

15*. Решите уравнение, используя формулы сокращенного умножения:

1) $16x^2 - (4x - 1)(4x + 1) + 2x = 7$

2) $(2x - 5)^2 - (2x - 3)(2x + 3) = 0$

3) $(3x + 2)^2 + (4x - 1)(4x + 1) = (5x - 1)^2$

4) $(3x - 1)^2 - 8(x + 1)^2 = (x + 2)(x - 2)$

16*. Решите уравнение:

1) $(2 - x)(x + 2) = x(3 - x)$

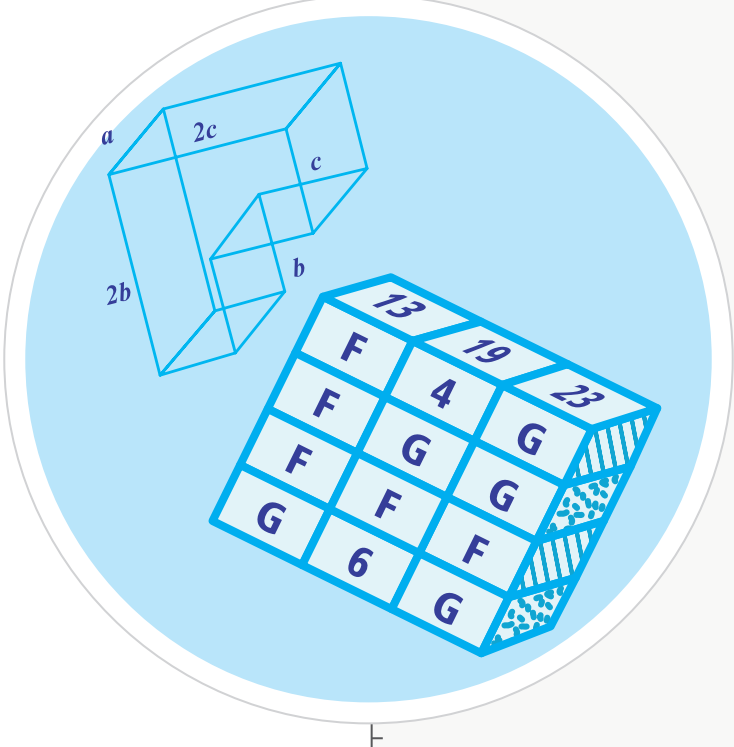
2) $x(x - 2) - 8 = (x + 2)(x - 4)$

3) $2(x + 3)(x - 2) - 7 = (2x + 1)(x - 3)$

4) $13x(6x - 1) - 6x(13x - 9) = -13 - 24x$

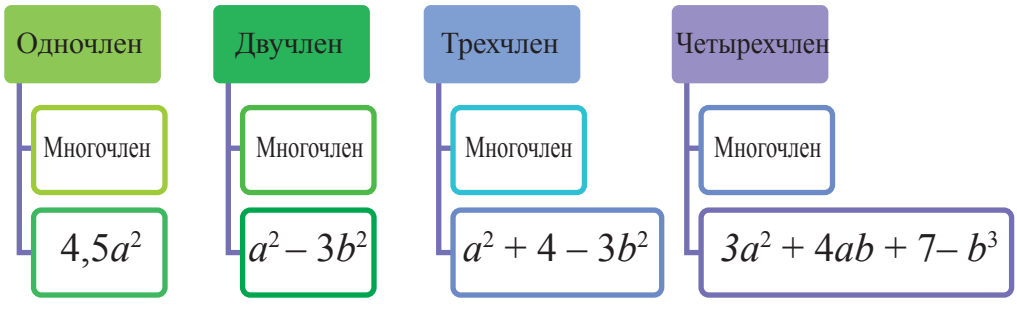
III ГЛАВА

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ



АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ДРОБЬ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Вспоминаем



Запомните!

Выражение вида $\frac{A}{B}$ называют **алгебраическойдробью**. Здесь

A и B – могут быть числами, одночленами, многочленами.

Если числитель и знаменатель дроби будет числом, такую дробь тоже можно назвать алгебраической.

Алгебраические дроби:

$$\frac{1}{2};\ \frac{x}{4};\ \frac{2}{x};\ \frac{x+3}{5};\ \frac{6}{x-5};\ \frac{2x-y}{x+3y};\ \frac{2ab}{a+b};\ \frac{x^2-3xy}{x+4y^2};\ \ldots$$

Если вместо букв в алгебраическую дробь подставить их числовые значения и проделать соответственные арифметические действия, то получим его числовое значение

Например, $\frac{2ab}{a-2b}$. Найдите значение алгебраической дроби при $a = 3;\ b = 1$.

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{3 - 2 \cdot 1} = \frac{6}{1} = 6.$$

Здесь только при условии, что $a \neq 2b$ можно найти числовое значение алгебраической дроби, поскольку дробь имеет смысл только при знаменателе не равном нулю. Все знают, что на ноль делить нельзя. Если знаменатель алгебраической дроби обращается в нуль при каком-то числовом значении неизвестного, то это выражение не имеет смысл.

Буквы в знаменателе алгебраической дроби принимают только такие значения, при которых знаменатель этой дроби не обращается в ноль.

Алгебраическая дробь $\frac{2abc}{a(a-1)}$ принимает все значения, за исключением $a = 1$ и $a = 0$, так как при $a = 1$ и $a = 0$ знаменатель принимает значение ноль. Это невозможно.

Вспоминаем

Замену выражения $ac + bc$ с выражением $(a + b) \cdot c$ или выражением $c \cdot (a + b)$ называют **вынесением общего множителя c за скобку**

Запомните!

При сокращении алгебраических дробей используется основное свойство обыкновенных дробей.

$\frac{A}{B}$ Числитель и знаменатель дроби можно умножать или делить на число, не равное нулюн

$$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot C}{B\cdot C} \qquad \frac{A}{B}=\frac{A:C}{B:C} \qquad B\neq 0, \qquad C\neq 0.$$

Поскольку числитель и знаменатель алгебраической дроби являются одночленами или многочленами, то их можно представить в виде произведения. В этом нам помогут пройденные темы умножения одночленов и многочленов, а также формулы сокращенного умножения.

Пример

1-пример: Сократите дробь $\frac{2}{6a}$

Так как в числителе и знаменателе этого выражения 2 является общим множителем, то мы получаем следующий результат

$$\frac{2}{6a}=\frac{1\cdot 2}{3a\cdot 2}=\frac{1}{3a}.$$

2-пример: Сократите алгебраическую дробь $\frac{3a}{4a}$.

Как видите, в числителе и знаменателе этой алгебраической дроби общий множитель a. Следовательно, числитель и знаменатель этого выражения можно разделить на a.

$$\frac{3a}{4a}=\frac{3}{4}$$

3-пример: Сократите алгебраическую дробь $\frac{4ab}{12a^2b}$.

IВ числителе и знаменателе выражения отделяем общий множитель.

$$\frac{1\cdot 4ab}{3a\cdot 4ab}=\frac{1}{3a}$$

4-пример: Сократите алгебраическую дробь $\frac{3a-3b}{3a+3b}$.

$$\frac{3a-3b}{3a+3b}=\frac{3(a-b)}{3(a+b)}=\frac{a-b}{a+b}$$

5-пример: Сократите алгебраическую дробь $\frac{5a+5b}{9a+9b}$.

$$\frac{5a+5b}{9a+9b}=\frac{5(a+b)}{9(a+b)}=\frac{5}{9}$$

6-пример: Сократите алгебраическую дробь $\frac{2a+2b}{a^2-b^2}$.

$\frac{2a+2b}{a^2-b^2}$ числитель и знаменатель дроби состоит из общего множителя $a + b$.

$$\frac{2a+2b}{a^2-b^2}=\frac{2(a+b)}{(a-b)(a+b)}=\frac{2}{a-b}$$

7-пример: Сократите алгебраическую дробь $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$.

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

Запомните!

Если в числителе или знаменателе дроби $\frac{A}{B}$ по ходу преобразования появятся противоположные выражения, то наша дробь преобразуется в противоположную дробь:

$\frac{-A}{B}$ или $\frac{A}{-B}$

Всегда имеет место равенство $\frac{-A}{B}=-\frac{A}{B}$ или $\frac{A}{-B}=-\frac{A}{B}$.

Пример

8-пример. $\frac{-1}{6}=-\frac{1}{6}$

9-пример. Сократите алгебраическую дробь $\frac{-3a-3b}{3a+3b}$.

$$\frac{-3a-3b}{3a+3b}=\frac{-3(a+b)}{3(a+b)}=\frac{-3}{3}=-\frac{3}{3}=-1$$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Среди перечисленных выражений найдите алгебраическую дроб.

1) $\frac{4a}{7}+\frac{1}{2}$ 2) $\frac{7a+5}{11}$ 3) $\frac{1}{a}+\frac{1}{2}$ 4) $\frac{2x-b}{2x+b}$

5) $\frac{4}{5a+1}$ 6) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 7) $\frac{2a-1}{a+1}+\frac{a}{5}$ 8) $\frac{7c}{4{,}5+\frac{2}{3}}$

2. 2. Найдите значение выражения.

1) $\frac{2a-1}{a}$, если $a = 1; -1; -4; 6; 100$.

2) $\frac{3x-7}{2x+5}$, если $x = -1; 2; -0{,}2; 0; 2{,}1$.

3) $\frac{k^2+4}{2k-4}$, если $k = 3; 1{,}5; 5; 10$.

4) $\frac{d+3}{2d} + \frac{2d}{d-3}$, если $d = 4; 2{,}5; 5; 2$.

5) $\frac{(x+y)^2-1}{x^2+1}$, если $x = 1; y = 0$.

6) $\frac{a^2-b}{b^2+a}$, если $a = 2; b = 1$.

3. 3. Заполните таблицу.

a	-6	-4	-3	$-0{,}5$	0	1	4	$1{,}5$
$\frac{a-4}{a+2}$								

4. 4. При каком значении переменной данное выражение не имеет смысла?

1) $\frac{a}{a-1}$ 2) $\frac{5}{x-4}$ 3) $\frac{5a-1}{b}$

4) $\frac{3}{a^2+1}$ 5) $\frac{2a+1}{a(a+1)} - 5$ 6) $\frac{1}{a} + \frac{2}{a-2}$

5. Составьте алгебраическую дробь q по данным.

1) Числитель – это разность $2x$ и y, а знаменатель – их сумма.

2) Числитель представляет собой произведение чисел a и b, знаменатель представляет собой удвоенную сумму чисел a и b.

6. Сократите дроби.

1) $\frac{-35}{-49}$ 2) $\frac{-91}{-39}$ 3) $\frac{77}{-42}$ 4) $\frac{-125}{175}$

7. Сократите алгебраические дроби. (7 – 8)

1) $\frac{a^9}{a^{13}}$ 2) $\frac{a^{43}}{a^{49}}$ 3) $\frac{15a}{25a^2}$ 4) $\frac{35ab}{57ac}$

5) $\frac{a^7}{3a^9}$ 6) $\frac{4x^2y}{6xy^2}$ 7) $\frac{a^7b^{10}}{a^9b^5}$ 8) $\frac{36a^9b^7}{54a^2b^{13}}$

8. 1) $\frac{12ab}{15ac}$ 2) $\frac{16ac^2}{4a^3c}$ 3) $\frac{-18xy^3}{12x^2y}$ 4) $\frac{-5m^5n}{-10n^7}$

5) $\frac{24abc}{36ac}$ 6) $\frac{14p^3q}{21p^2q^3}$ 7) $\frac{35ab^7}{41a^4b^4}$ 8) $\frac{15kt^9}{3k^8t}$

9. Приведите знаменатель дроби к виду $6a^4b^3$.

1) $\frac{a}{3ab}$ 2) $\frac{2ab^2}{a^2b}$ 3) $\frac{5b}{15ab^4}$

4) $\frac{7ab}{4a^3b^2}$ 5) $\frac{0{,}5ab}{ab^2}$ 6) $\frac{-abc}{a^5b}$

10. Приведите знаменатель алгебраической дроби к виду:

1) $a^2 - b^2$, если дана дробь $\frac{2a}{a-b}$.

2) $(x+y)^2$, если дана дробь $\frac{-3c}{x+y}$.

3) $x^3 - 1$, если дана дробь $\frac{2a}{x-1}$.

4) $m^3 + n^3$, если дана дробь $\frac{1}{m^2 - mn + n^2}$.

11. Преобразуйте дробно-рациональное выражение.

1) $\frac{a^7 + a^5}{a^4 + a^2}$ 2) $\frac{x^7 + x^9}{x^4 + x^2}$ 3) $\frac{b^7 - b^{10}}{b^5 - b^2}$ 4) $\frac{m^6 - m^4}{m^3 + m^2}$

5) $\frac{x - 2y}{2y - x}$ 6) $\frac{6(k-t)^2}{3t - 3k}$ 7) $\frac{-(-c-d)^2}{c+d}$ 8) $\frac{(p-q)^2}{(q-p)^2}$

12. Сократите дроби.

1) $\frac{2(x-y)}{3(x-y)}$ 2) $\frac{2a(a+b)^2}{(a+b)^3}$ 3) $\frac{7(x-y)}{3(y-x)}$ 4) $\frac{a-b}{(a-b)^4}$

5) $\frac{c-d}{(d-c)^5}$ 6) $\frac{3a+3b}{5a+5b}$ 7) $\frac{13ab}{a^2b - ab^2}$ 8) $\frac{8a+12b}{10a+15b}$

9) $\frac{ac-cd}{bc-cd}$ 10) $\frac{4m^2 - mn}{4mn - n^2}$ 11) $\frac{3ac+4bc}{3ad+4bd}$ 12) $\frac{5y-35}{y^2-49}$

13. Найдите значение алгебраической дроби.

1) $\frac{a^5 + 4a^4}{a^4 + 4a^3}$, если $a = 2$. 2) $\frac{3m^5 - 4m^4}{3m^3 - 4m^2}$, если $m = -2$.

3) $\frac{2a^5 + 12a^4}{a^4 + 6a^3}$, если $a = 1{,}6$. 4) $\frac{12m^5 - 20m^4}{3m^3 - 5m^2}$, если $m = -1\frac{1}{2}$.

14. Сократите алгебраическую дробь.

1) $\frac{x\,(a-2b)}{y\,(2b-a)}$ 2) $\frac{3x-36}{12y-xy}$ 3) $\frac{16-z^2}{2z-8}$ 4) $\frac{7c^2-7d^2}{d^2-2dc+c^2}$

5) $\frac{6u(u-v)}{u^4\,(v-u)}$ 6) $\frac{5a-15a^2}{60a^2-20a}$ 7) $\frac{9-9z}{(z^2-2z+1)}$ 8) $\frac{(2a-4b)^2}{4\,(a^2-4b^2)}$

15. Преобразуйте дробно-рациональное выражение.

1) $\frac{18x-3x^2}{8x^2-48x}$ 2) $\frac{8a-40}{15-3a}$ 3) $\frac{4-b^2}{10-5b}$ 4) $\frac{(3a+6b)^2}{5a+10b}$

5) $\frac{az+bz-at-bt}{bz-bt}$ 6) $\frac{x^2+6x+9}{27+x^3}$

ПРИВЕДЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

Вспоминаем

Приведите дробь к общему знаменателю $\frac{1}{16}$ и $\frac{3}{20}$.

Для знаменателей дробей находим НОК (16, 20) = 80. Найденный НОК будет общим знаменателем для наших дробей.

То есть:

$\frac{1\cdot 5}{4\cdot 4\cdot 5}=\frac{5}{80}$ va $\frac{3\cdot 4}{4\cdot 5\cdot 4}=\frac{12}{80}$ Ответ: $\frac{5}{80}$ и $\frac{12}{80}$

Этот метод подчиняется основному свойству дробей. То есть, числитель и знаменатель обыкновенной дроби можно умножить или разделить на одно и то же ненулевое число. При этом значение дроби не меняется.

Запомните!

Правило приведения обыкновенных дробей к общему знаменателю справедливо и для алгебраических дробей.

Чтобы привести алгебраические дроби к общему знаменателю нужно:

1) Найдите общий знаменатель данных дробей;

2) Найдите дополнительный множитель для каждой дроби;

3) умножить числитель каждой дроби на ее дополнительный множитель;

4) каждая дробь должна быть записана с найденным числителем и общим знаменателем.

Общий знаменатель алгебраических дробей – это наименьшее общее кратное знаменателей этих дробей. Это отличный от нуля многочлен с целым коэффициентом, делящийся на каждый из знаменателей данных алгебраических дробей.

Пример

1-пример. $\frac{2a}{5b}; \frac{1}{15ab}$ Приведите алгебраические дроби к общему знаменателю.

Искомый общий знаменатель данных алгебраических дробей должен делиться на знаменатель каждой дроби (каждый делитель должен быть отличным от нуля одночлен или многочлен с целыми коэффициентами).

Общий знаменатель данных алгебраических дробей равен 15ab, и при делении его на знаменатель первой дроби получается 3a, а при делении на знаменатель второй дроби получается 1. Итак, чтобы привести эти две дроби к общему знаменателю, достаточно числитель и знаменатель первой дроби умножить на 3a, а второй на 1.

$$\frac{2a \cdot 3a}{5b \cdot 3a} = \frac{6a^2}{15ab} va \frac{1}{15ab}$$

2-пример. Приведите алгебраические дроби к общему знаменателю

$$\frac{5}{12ab^2c}; \frac{7}{4a^2\,bc^3}; \frac{1}{24ab^3\,c^2}$$

НОК чисел 12, 4 и 24 равен 24. Знаменатели трех дробей состоят из произведения abc. Поскольку a, b и c имеют разные натуральные показатели степеней, каждый из них делится на $a^2b^3c^3$, то общий знаменатель этих алгебраических дробей равен $24a^22b^33c^3$. Делим этотодночлен на знаменатели каждой дроби, и получаем выражение, на которое нужно домножить его числитель и знаменатель.

Числитель и знаменатель первой дроби умножаем на $24a^2b^3c^3 : 12ab^2c = 2abc$.

$$\frac{5 \cdot 2abc}{12ab^2c \cdot 2abc} = \frac{10abc}{24a^2b^3c^3};$$

Числитель и знаменатель второй дроби умножаем на $24a^2b^3c^3 : 4a^2bc^3 = 6b^2$.

$$\frac{7 \cdot 6b^2}{4a^2bc^3 \cdot 6b^2} = \frac{42b^2}{24a^2b^3c^3};$$

Числитель и знаменатель второй дроби умножаем на $24a^2b^3c^3 : 24ab^3c^2 = ac$.

$$\frac{1 \cdot ac}{24ab^3c^2 \cdot ac} = \frac{ac}{24a^2b^3c^3}$$

3-пример. Приведите алгебраические дроби к общему знаменателю

$$\frac{1}{(a+b)^2}; \quad \frac{2}{a^2+ab}; \quad \frac{5}{ab+b^2}.$$

Разложим на множители знаменатели данных дробей.

$$\frac{1}{(a+b)^2} = \frac{1}{(a+b)(a+b)}; \quad \frac{2}{a^2+ab} = \frac{2}{a(a+b)}; \quad \frac{5}{ab+b^2} = \frac{5}{b(a+b)}$$

Если обратить внимание на знаменатели этих дробей, то каждый из них содержит множитель $(a + b)$. Помимо общего множителя в каждом знаменателе имеется еще избыточный множитель, умножив на который числитель и знаменатель других дробей, можно получить общий знаменатель.

Числитель и знаменатель 1-дроби умножим на ab.

$$\frac{1 \cdot ab}{(a+b)(a+b) \cdot ab} = \frac{ab}{ab(a+b)^2};$$

Числитель и знаменатель 2-дроби умножим на $b(a+b)$.

$$\frac{2 \cdot b(a+b)}{a(a+b) \cdot b(a+b)} = \frac{2ab+2b^2}{ab(a+b)^2};$$

Числитель и знаменатель 3-дроби умножим на $a(a+b)$.

$$\frac{5 \cdot a(a+b)}{b(a+b) \cdot a(a+b)} = \frac{5a^2+5ab}{ab(a+b)^2}$$

УПРАЖНЕНИЯ

Приведите к общему знаменателю. (1 – 8)

1. 1) $\frac{3}{4}$ va $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{4}{7}$ va $\frac{9}{14}$ 3) $\frac{8}{33}$ va $\frac{9}{44}$ 4) $\frac{11}{25}$ va $\frac{13}{15}$

2. 1) $\frac{a}{b}$ va $\frac{b}{a}$ 2) $\frac{3}{a}$ va $\frac{a}{4}$ 3) $\frac{3}{2a}$ va $\frac{7}{a}$ 4) $\frac{4}{3a}$ va $\frac{1}{6}$

3. 1) $\frac{1}{2x}, \frac{2}{3x}, \frac{5}{6x^2}$ 2) $\frac{1}{2x}, \frac{5}{3y}, \frac{7}{6xy}$ 3) a va $\frac{3}{a}$ 4) a va $\frac{1}{b}$

4. 1) $ab, \frac{b}{2a}, \frac{a}{3b}$ 2) $a^2, \frac{1}{a^4}$ 3) $\frac{2x}{a^2b}, \frac{3x}{ab^2}$ 4) $\frac{5c}{3a}, \frac{3d}{4a}$

5. 1) $\frac{a}{y}, \frac{b}{xy}$ 2) $\frac{3}{x}, \frac{4}{xy}$ 3) $\frac{4}{3x^4}, \frac{4}{5y^3}, \frac{5}{15x^3y^4}$

6. 1) $\frac{1}{c}, \frac{2}{c^2}$ 2) $\frac{a}{4n}, \frac{b}{8n}$ 3) $\frac{3}{c^3}, \frac{1}{c^2}$ 4) $\frac{a}{12b}, \frac{b}{18a}$

7. 1) $\frac{1}{3x}, \frac{15}{y}, \frac{7}{45xy}$ 2) $\frac{a}{3b}, \frac{1}{ab}, \frac{3b}{4a}$ 3) $\frac{2}{k^2}, \frac{1}{12kt}, \frac{3}{t^3}$

8. 1) $\frac{1}{5a^2}, \frac{a^2+b^2}{15ab^2}, \frac{b-1}{3a^2b}$ 2) $\frac{a-b}{20a^4b^2}, \frac{5}{8ab^2}, \frac{2}{5a^2b}$

3) $\frac{a}{a-2b}, \frac{b}{a+2b}, \frac{ab}{a^2-4b^2}$ 4) $\frac{b}{2a^2}, \frac{1}{6a^2b}, \frac{5}{12a^3b^2}$

9. 1) $\frac{x}{2a-2b}, \frac{y}{3a-3b}$ 2) $\frac{a}{4a-8b}, \frac{b}{5a-10b}$

3) $\frac{a+b}{a^3}, \frac{a-b}{b^3}$ 4) $\frac{a+b}{a^2b}, \frac{a-b}{ab^2}$

10*. 1) $\frac{3b}{b-2}, \frac{4b}{b+2}, \frac{12b^2}{b^2-4}$ 2) $\frac{1}{x^2-6x+9}, \frac{1}{x^2+6x+9}$

3) $\frac{5x}{x^2-49}, \frac{8x}{x-7}, \frac{4x}{x+7}$ 4) $\frac{1}{a+1}, \frac{1}{a+2}, \frac{1}{a+3}$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ

Запомните!

Сложение и вычитание алгебраических дробей выполняется так же, как сложение и вычитание обыкновенных дробей. Отличие: знаменатели обыкновенных дробей натуральные числа, а знаменатели алгебраических дробей многочлены.

Если нужно найти сумму (или разность) алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями, достаточно сложить (или вычесть) их числители.

$$\frac{k}{m}+\frac{p}{m}=\frac{k+p}{m} \qquad \frac{k}{m}-\frac{p}{m}=\frac{k-p}{m}$$

Равенства имеют место для любых алгебраических дробей со знаменателем m не равным нулю.

Пример

1-пример. Сложите дроби $\frac{a}{2c}$ и $\frac{b}{2c}$. $\frac{a}{2c}+\frac{b}{2c}=\frac{a+b}{2c}$

2-пример. Сложите дроби $\frac{5a}{x+y}+\frac{2b}{x+y}+\frac{3a-b}{x+y}$.

$$\frac{5a}{x+y}+\frac{2b}{x+y}+\frac{3a-b}{x+y}=\frac{5a+2b+3a-b}{x+y}=\frac{8a+b}{x+y}$$

3-пример. Найдите сумму дробей $\frac{a^2}{a-3b}; \frac{2ab}{a-3b}; \frac{b^2}{a-3b}$.

$$\frac{a^2}{a-3b}+\frac{2ab}{a-3b}+\frac{b^2}{a-3b}=\frac{a^2+2ab+b^2}{a-3b}=\frac{(a+b)^2}{a-3b}$$

4-пример. Найдите разность дробей $\frac{5}{7a}$ и $\frac{2}{7a}$. $\frac{5}{7a}-\frac{2}{7a}=\frac{5-2}{7a}=\frac{3}{7a}$

5-пример. Найдите разность дробей $\frac{5x}{2x-1}$ и $\frac{4}{2x-1}$.

$$\frac{5x}{2x-1}-\frac{4}{2x-1}=\frac{5x-4}{2x-1}$$

Чтобы сложить (или вычесть) алгебраические дроби с разными знаменателями, приведите их к алгебраическим дробям с общим знаменателем и используйте правило сложения (или вычитания) алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями.

6-пример. Сложите дроби $\frac{1}{2a^2b}$ и $\frac{1}{6ab^2}$.

Для данных дробей общим знаменателем будет $6a^2b^2$.

$$\frac{1}{2a^2\,b}+\frac{1}{6ab^2}=\frac{3b}{6a^2\,b^2}+\frac{a}{6a^2\,b^2}=\frac{a+3b}{6a^2\,b^2}.$$

7-пример. Найдите сумму $\frac{a+7}{a^2+ab}+\frac{b-7}{ab+b^2}$.

Знаменатели этих дробей мы можем разложить на множители.

$$a^2+ab=a\,(a+b);\quad ab+b^2=b\,(a+b).$$

Сравнив их, находим общий знаменатель $ab(a+b)$.

Таким образом: $\frac{a+7}{a^2+ab}+\frac{b-7}{ab+b^2}=\frac{a+7}{a(a+b)}+\frac{b-7}{b(a+b)}=\frac{b(a+7)+a(b-7)}{ab(a+b)}=\frac{ab+7b+ab-7}{ab(a+b)}=$

$$=\frac{7b-7a+2ab}{ab(a+b)}$$

8-пример. Найдите разность дробей $\frac{4a-3b}{a^3-2a^2b}$ и $\frac{a-3b}{a^2b-2ab^2}$.

Чтобы найти общий знаменатель этих дробей, для начала представим многочлены в их знаменателях в виде произведения множителей.

$$a^3-2a^2\,b=a\cdot a\cdot(a-2b);\qquad a^2\,b-2ab^2=a\cdot b\cdot(a-2b).$$

Общий знаменатель $a^2 b\,(a-2b)$.

$$\frac{4a-3b}{a^3-2a^2b}-\frac{a-3b}{a^2b-2b^2}=\frac{(4a-3b)b}{a^2b(a-2b)}-\frac{(a-3b)a}{a^2b(a-2b)}=\frac{4ab-3b^2-a^2+3ab}{a^2b(a-2b)}=\frac{7ab-a^2-3b^2}{a^3b-2a^2b^2}$$

Упрощайте результат сложения или вычитания

УПРАЖНЕНИЯ

Выполните действия. (1 – 5)

1. 1) $\frac{2}{a}+\frac{3}{a}$ 2) $\frac{2}{a}-\frac{3}{a}$ 3) $\frac{7a}{b^5}+\frac{9a}{b^5}$

2. 1) $\frac{a}{2}-\frac{b}{3}$ 2) $\frac{a}{5}+\frac{c}{10}$ 3) $\frac{7}{9a}+\frac{5}{6}$

4) $\frac{3}{4a}-\frac{5}{8a}$ 5) $\frac{2}{3a}-\frac{1}{4a}$ 6) $\frac{7}{12c}-\frac{13}{15c}$

3. 1) $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ 2) $\frac{a}{5}-\frac{b}{6}$ 3) $a-\frac{1}{a}$

4) $2+\frac{a}{2}$ 5) $13-\frac{x}{5}$ 6) $-3a+\frac{a}{4}$

4. 1) $\frac{a}{4}-\frac{c}{6b}$ 2) $\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}$ 3) $\frac{a}{b}-c+\frac{b}{a}$

4) $7-\frac{3}{a}+\frac{4}{a^2}$ 5) $\frac{5}{a^2b}+\frac{6}{ab^2}$ 6) $\frac{1}{ab}-\frac{1}{bc}$

5. 1) $\frac{2}{ab}+\frac{3}{ac}+\frac{4}{bc}$ 2) $\frac{7}{ab}-\frac{8}{b^3}$ 3) $\frac{b^2}{a^4}+\frac{b}{a^3}$

4) $n-\frac{1}{n^3}+\frac{2}{n^2}$ 5) $\frac{a}{m^3n}+\frac{b}{mn}$ 6) $\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}$

Выполните действия. (6 – 9)

6. 1) $\frac{1}{4a^3b^5}+\frac{1}{6a^4b^2}+\frac{1}{3a^6b}$ 2) $\frac{5}{2a^3}+\frac{4}{5a^6}+\frac{9}{a^2}$

3) $\frac{b}{ac}+\frac{b}{a^2c}+\frac{b}{ac^2}$ 4) $\frac{2}{a-b}+\frac{2}{a+b}$

7. 1) $\frac{1}{xy}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 2) $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$

3) $\frac{6}{a+1}-\frac{5}{a}$ 4) $\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}$

8. 1) $\frac{3}{a^2+a}-\frac{2}{ab+b}$ 2) $\frac{4}{(x-y)^2}-\frac{3}{x-y}$

3) $\frac{3x+2y}{x^2-y^2}+\frac{1}{x+y}+\frac{2}{x-y}$ 4) $\frac{3x}{3-x}-\frac{5x^2+7}{x^2-9}$;

5) $\frac{5a+3}{a^2-4a+4}-\frac{7}{a-2}$ 6) $\frac{6}{a-3}-\frac{7}{a+3}$

7) $\frac{1}{x^2-10x+25}-\frac{1}{(x+5)^2}$ 8) $a+\frac{a}{a-1}+\frac{a}{a+1}$

9. 1) $a-\frac{a+1}{a-1}+2$ 2) $\frac{2x+3}{x^2-49}-\frac{7}{x-7}$

3) $\frac{c-11}{c^2-16}-\frac{c+7}{c^2-4c}$ 4) $\frac{1}{x(x+9)}-\frac{1}{x(x-9)}$

5) $\frac{4}{3(a-11)}+\frac{3}{4(a-11)}$ 6) $\frac{a-b}{a+b}-\frac{a+b}{a-b}$

10*. Выполните действия.

1) $\frac{2}{4x+5}+\frac{2}{4x-5}+\frac{8x+10}{16x^2-25}$ 2) $\frac{5}{a+3}-\frac{a-1}{a^2-3a+9}-\frac{a^2-7a}{a^3+27}$

3) $\frac{4}{a-2}+\frac{2a-3}{a^2+2a+4}-\frac{2a^2-4a+5}{a^3-8}$

4) $\frac{1}{a^2+3a+2}+\frac{1}{a^2+5a+6}$

5) $\frac{2}{a^2-4a+3}-\frac{2}{a^2-8a+15}$

6) $\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-b^2}+\frac{b^2-(a-c)^2}{(a+b)^2-c^2}+\frac{c^2-(a-b)^2}{(b+c)^2-a^2}$

7) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ

Запомните!

Умножение и деление алгебраических дробей осуществляется так же, как умножение и деление обыкновенных дробей.

$$\frac{k}{m}\cdot\frac{p}{n}=\frac{k\cdot p}{m\cdot n}\qquad \frac{k}{m}:\frac{p}{n}=\frac{k}{m}\cdot\frac{n}{p}=\frac{k\cdot n}{m\cdot p}$$

равенства справедливы для любых алгебраических дробей с $n,\ m$ не равным 0.

Пример

1-пример. Умножьте дроби $\frac{2a}{3b}$ и $\frac{9b^2}{4a^2}$.

1-способ: $\frac{2a}{3b}\cdot\frac{9b^2}{4a^2}=\frac{2a9b^2}{3b4a^2}=\frac{18ab^2}{12a^2b}$

Сократим результат:: $\frac{18ab^2}{12a^2b}=\frac{18ab^2:6ab}{12a^2b:6ab}=\frac{3b}{2a}$

2-способ: По возможности, перед умножением алгебраических дробей, выражения в числителе и знаменателе первой дроби нужно сократить на выражения в числителе и знаменателе второй дроби.

$$\frac{\cancel{2}\cancel{a}}{\cancel{3}\cancel{b}}\cdot\frac{\cancel{9}_{3}b^{\cancel{2}}}{\cancel{4}_{\cancel{2}}a^{\cancel{2}}}=\frac{3b}{2a}$$

2-пример. Найдите произведение $\frac{12ab^3c}{17a^{14}}\cdot\frac{34c}{36a^2b}$.

$\frac{12ab^3c}{17a^{14}}\cdot\frac{34c}{36a^2b}=\frac{2b^2c^2}{3a^{15}}$

3-пример. Перемножьте рациональные выражения $\frac{a^7}{28b^6}$ и $\frac{24b^5}{a^6}$.

$\frac{a^7}{28b^6}\cdot\frac{24b^5}{a^6}$ Теперь сократим и получим $\frac{6a}{7b}$.

4-пример. Перемножьте алгебраические дроби $\frac{x^2-4}{x^2y^3}$ и $\frac{x^3y^2}{2y-xy}$.

Перед вычислением произведения числитель и знаменатель дроби разложим на множители.

$\frac{(x^2-4)\cdot x^3y^2}{x^2y^3\cdot(2y-xy)}=\frac{(x-2)\cdot(x+2)\cdot x^3\cdot y^2}{x^2y^3\cdot y\cdot(2-x)}$ Теперь сократим дроби.

$$\frac{(x-2)\cdot(x+2)\cdot x^3\cdot y^2}{x^2y^3\cdot y\cdot(2-x)}=\frac{-(x+2)\cdot x}{y\cdot y}=-\frac{x(x+2)}{y^2}$$

5-пример. Выполните умножение. $\frac{2x+x^2}{1-x^2}\cdot\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{x-1}{x}$

$$\frac{2x+x^2}{1-x^2}\cdot\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{x-1}{x}=\frac{x(2+x)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{(1-x)\cdot(1+x)\cdot(x+2)\cdot x}=\frac{x(2+x)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{-(x-1)\cdot(1+x)\cdot(x+2)\cdot x}$$

Теперь сократим.

$$\frac{x(2+x)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{-(x-1)\cdot(1+x)\cdot(x+2)\cdot x}=-1$$

6-пример. $\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2}$ умножьте на $4n^2-12nm+9m^2$.

$$\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2}\cdot(4n^2-12nm+9m^2)=\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2}\cdot\frac{4n^2-12nm+9m^2}{1}=$$

$$=\frac{(3m+2n)\cdot(4n^2-12nm+9m^2)}{9m^2-4n^2}$$

Теперь разложим на множители числитель и знаменатель.

$$\frac{(3m+2n)\cdot(4n^2-12nm+9m^2)}{9m^2-4n^2}=\frac{(3m+2n)\cdot(2n-3m)^2}{(3m-2n)\cdot(3m+2n)}=\frac{(3m+2n)\cdot(2n-3m)^2}{-(2n-3m)\cdot(3m+2n)}$$

Сократим дробь.

$$\frac{(3m+2n)\cdot(2n-3m)^2}{-(2n-3m)\cdot(3m+2n)}=\frac{(2n-3m)}{-1}=-(2n-3m)=3m-2n$$

УПРАЖНЕНИЯ

Выполните умножение. (1 – 6)

1. 1) $\frac{19}{42}\cdot\frac{21}{38}$ 2) $\frac{45}{77}\cdot\frac{49}{54}$ 3) $\frac{36}{55}\cdot\frac{25}{72}$

4) $\frac{16}{23}\cdot\frac{69}{100}$ 5) $84\cdot\frac{11}{12}$ 6) $50\cdot\frac{33}{55}$

2. 1) $\frac{3a}{b}\cdot\frac{b}{6a}$ 2) $\frac{a^2b}{12c}\cdot\frac{4c}{ab^2}$ 3) $6x\cdot\frac{a}{3x^2}$

4) $\frac{x^2}{8x^3}\cdot\frac{4x}{x+4}$ 5) $13a^2\cdot\frac{b^2}{a^4}$ 6) $\frac{a^8}{3b^9}\cdot 6b^7$

7) $\frac{9c^2}{5b^3}\cdot\frac{10b^4}{99c^7}$ 8) $\frac{a^2b}{c^2d}\cdot c^2d$ 9) $\frac{4m^2}{n}\cdot\frac{n}{16m}$

10) $\frac{9a^2}{2b^3}\cdot\frac{4b^2}{27a^3}$ 11) $\frac{24a^7}{b^9}\cdot\frac{b^4}{8a^4}$ 12) $\frac{21x^2y}{81}\cdot\frac{3}{7x^3y^2}$

3. 1) $\frac{x+y}{x-y}\cdot(x-y)$ 2) $\frac{a-b}{a+b}\cdot(a+b)$ 3) $\frac{ab}{a+b}\cdot(a+b)$

4) $\frac{7x-7y}{5x+5y}\cdot\frac{10x+10y}{49x-49y}$

4. 1) $\left(\frac{a}{7}+\frac{a}{8}\right)\cdot\frac{14}{a}$ 2) $\left(\frac{b}{12}+\frac{b}{12}\right)\cdot\frac{48}{b^2}$ 3) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\cdot\frac{2ab}{a^2+b^2}$

4) $\left(\frac{m}{9n}-\frac{n}{4m}\right)\cdot\frac{36mn}{(4m-3n)}$

5. 1) $\frac{x+3}{y+3}\cdot\frac{y+3}{x^2-9}$ 2) $\frac{ab}{x^2-16}\cdot\frac{x+4}{a^3b^3}$ 3) $\frac{8c^2}{a^2-49}\cdot\frac{a-7}{4c^3}$

4) $\frac{5mn}{m^2-n^2}\cdot\frac{m-n}{10mn}$ 5) $\frac{ab+b^2}{15}\cdot\frac{b}{a+b}$

6) $\frac{x^2-4y^2}{10}\cdot\frac{2y}{x+2y}$ 7) $\frac{4x-y}{4x}\cdot\frac{1}{(4x-y)(4x+y)}$

8) $\frac{a-b}{b^4}\cdot\frac{3b^5}{a^2-b^2}$ 9) $\frac{a+b}{a}\cdot\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}$

6. 1) $\frac{5(a+b)}{3(a+b)}\cdot\frac{9(a-b)^4}{10(a-b)^5}$

2) $\frac{a^2-10ab+25b^2}{a+5b}\cdot\frac{a^2+10ab+25b^2}{a-5b}$

3) $\frac{m^3-n^3}{m+n}\cdot\frac{m^3+n^3}{m-n}\cdot\frac{mn}{m^4+m^2n^2+n^4}$

Пример

7-пример. Выполните деление $\frac{a}{b}:\frac{2a}{b^2}$.

$$\frac{a}{b}:\frac{2a}{b^2}=\frac{a}{b}\cdot\frac{b^2}{2a}=\frac{b}{2}$$

8-пример. Выполните деление $\frac{ax^3}{4b^4}:\frac{a^3x}{2b^3}$.

$$\frac{ax^3}{4b^4}:\frac{a^3x}{2b^3}=\frac{ax^3}{4b^4}\cdot\frac{2b^3}{a^3x}=\frac{x^2}{2a^2b}$$

9-пример. Выполните деление $\frac{a^2-b^2}{a^3b^4-a^4b^3}:\frac{a+b}{a^2b^2}$.

$$\frac{a^2-b^2}{a^3b^4-a^4b^3}:\frac{a+b}{a^2b^2}=\frac{(a-b)(a+b)}{a^3b^3(b-a)}\cdot\frac{a^2b^2}{a+b}=\frac{(a+b)}{ab(a+b)}=-\frac{1}{ab}$$

10-пример. $\left(\left(\frac{3+y}{2y^2-6y}\right)^3:\left(\frac{y^2+6y+9}{2y(y^2-6y+9)}\right)^2\right.$

Числитель и знаменатель каждой дроби представим в виде произведения множителей.

$$\left(\frac{3+y}{2y^2-6y}\right)^3:\left(\frac{(y+3)^3}{2y(y-3)^2}\right)^2=\left(\frac{3+y}{2y(y-3)}\right)^3:\left(\frac{(y+3)^2}{2y(y-3)^2}\right)^2$$

Раскроем скобки, пользуясь свойством степени.

$$\left(\frac{3+y}{2y(y-3)}\right)^3:\left(\frac{(y+3)^2}{2y(y-3)^2}\right)^2=\frac{(3+y)^3}{8y^3(y-3)^3}:\frac{(y+3)^4}{4y^2(y-3)^4}=$$

$$=\frac{(3+y)^3}{8y^3(y-3)^3}\cdot\frac{4y^2(y-3)^4}{(y+3)^4}$$

Теперь сократим.

$$\frac{(3+y)^3}{8y^3(y-3)^3}\cdot\frac{4y^2(y-3)^4}{(y+3)^4}=\frac{y-3}{2y(y+3)}$$

УПРАЖНЕНИЯ

Поделите алгебраические дроби (1-5).

1. 1) $\frac{a}{10}:\frac{a}{5}$ 2) $\frac{a}{b}:\frac{b}{a}$ 3) $ab:\frac{a}{b}$ 4) $\frac{a^3}{b^2}:\frac{a^4}{b^5}$

5) $\frac{a^3}{b^{11}}:\frac{a^9}{b^5}$ 6) $\frac{3a}{5b}:\frac{9a^2}{25b^2}$ 7) $\frac{7m}{8n}:\frac{49m^3}{64n^5}$ 8) $abc:\frac{bc}{a}$

2. 1) $\frac{a-5}{b^9}:\frac{a-5}{b^{14}}$ 2) $\left(\frac{4a^3}{5b^2}\right)^2:\left(\frac{2a^5}{5b^3}\right)^3$ 3) $30ab:\frac{15ab}{7cd}$

4) $\frac{a-8}{b^9}:\frac{(a-8)^3}{b^9}$ 5) $30x^2y^3:\frac{15x^3y^2}{4ab}$ 6) $\frac{a^6b^7}{c^{10}}:\frac{a^5b^{11}}{c^7}$

7) $\frac{8a}{11b}:(a^2)$ 8) $\frac{m^3n}{k^5}:\frac{m^2n^5}{k^6}$

3. 1) $\left(\frac{a}{b^2}-\frac{b}{a^2}\right):\frac{a^2+ab+b^2}{3ab}$ 2) $\frac{a^2-36}{a^2-9}:\frac{a-6}{a+3}$

3) $\left(3+\frac{1}{a^2}\right):\left(3-\frac{1}{a^2}\right)$ 4) $\left(\frac{a}{2}+\frac{a}{3}+\frac{a}{4}\right):\left(\frac{a}{3}-\frac{a}{4}-\frac{a}{6}\right)$

5) $\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}+\frac{a^3+b^3}{a+b}\right):\frac{a^2+b^2}{ab}$ 6) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right):\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$

7) $\left(\frac{x-3}{x+4}+\frac{x-4}{x+3}\right):\left(\frac{x+3}{x-4}+\frac{x+4}{x-3}\right)$ 8) $\frac{a+1}{a^3+a^2+a}:\frac{1}{a^4-a}$

4. 1) $\frac{a^2-6a+9}{a^2+6a+9}:\frac{a-3}{a+3}$ 2) $\frac{a^2-4a+4}{a^2+4a+4}:\frac{(a-2)^3}{(a+2)^3}$

3) $\frac{4a^2-12ab+9b^2}{4a^2+12ab+9b^2}:\frac{10a-15b}{2a^2+3a}$ 4) $\frac{a^2-b^2}{3a-3b}:\frac{5a+5b}{9}$

5) $\frac{a^4x-b^4x}{a^2y+b^2y}:\frac{a^2-b^2}{xy}$ 6) $\frac{a-b}{7b^4}:\frac{a-b}{14b^4}$

7) $\frac{x^3-2x^2}{3x+3}:\frac{x^2-4}{3x^2+6x+3}$ 8) $\frac{a^3-b^3}{a^2-ab+b^2}\cdot\frac{a^3+b^3}{a^2+ab+b^2}:\frac{7a^2-7b^2}{7ab}$

5. 1) $\left(\frac{2x+3y}{2x-3y}-\frac{2x-3y}{2x+3y}\right):\left(\frac{2x-3y}{2x+3y}-\frac{2x+3y}{2x-3y}\right)$

2) $\left(\frac{5x+4y}{5x-4y}-\frac{5x-4y}{5x+4y}\right):\left(\frac{5x-4y}{5x+4y}-\frac{5x+4y}{5x-4y}\right)$

6. Вычислите.

1) $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$

2) $\left(1-\frac{1}{12^2}\right)\left(1-\frac{1}{13^2}\right)\left(1-\frac{1}{14^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{20^2}\right)$

3) $1^2-2^2+3^2-4^2+\ldots+99^2-100^2$

4) $\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\frac{1}{6^2-1}+\frac{1}{8^2-1}+\frac{1}{10^2-1}$

5) $\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{5^2-1}+\frac{1}{7^2-1}+\frac{1}{9^2-1}$

6) $\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\frac{1}{6^2-1}+\ldots+\frac{1}{100^2-1}$

7) $\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{5^2-1}+\frac{1}{7^2-1}+\ldots+\frac{1}{99^2-1}$

7*. Упростите.

1) $\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\frac{16}{1+x^{16}}=\frac{32}{1-x^{32}}$

2) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

3) $\left(\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}+3\right)\cdot\frac{abc}{ab+bc+ac}=a+b+c$

8*. 8. Если $abc=1$, то найдите значение выражения, $\left(\frac{5}{a}-bc\right)\left(\frac{4}{b}-ac\right)\left(\frac{3}{b}-ab\right)$.

ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

Задание-1

Две компании предложили свои собственные шкалы заработной платы.

Компания A: начальная месячная зарплата = 900 000, ежемесячная надбавка = 50 000.

Компания B: начальная месячная зарплата = 750 000, ежемесячная надбавка = 60 000.

С января 2022 года Али начал работать в компании A, а Ахмед — в компании B. Когда месячные зарплаты Али и Ахмеда сравняются? Рассчитайте тремя способами.

Какая шкала оплаты лучше?

Задание-2

Компании C и D предложили разные шкалы заработной платы для одной и той же должности:

Компания C: Начальная месячная зарплата = 500 000.

После этого заработная плата за каждый последующий месяц будет увеличиваться на 10% .

Компания D: Начальная месячная зарплата = 300 000.

После этого заработная плата за каждый последующий месяц будет увеличиваться на 15% .

Азиз и Одил начали работать в компаниях C и D соответственно в одном и том же месяце.

1) Через сколько месяцев месячная зарплата Одила будет больше, чем у Азиза?
2) Какой контракт имеет лучшую шкалу заработной платы?

Задание-3

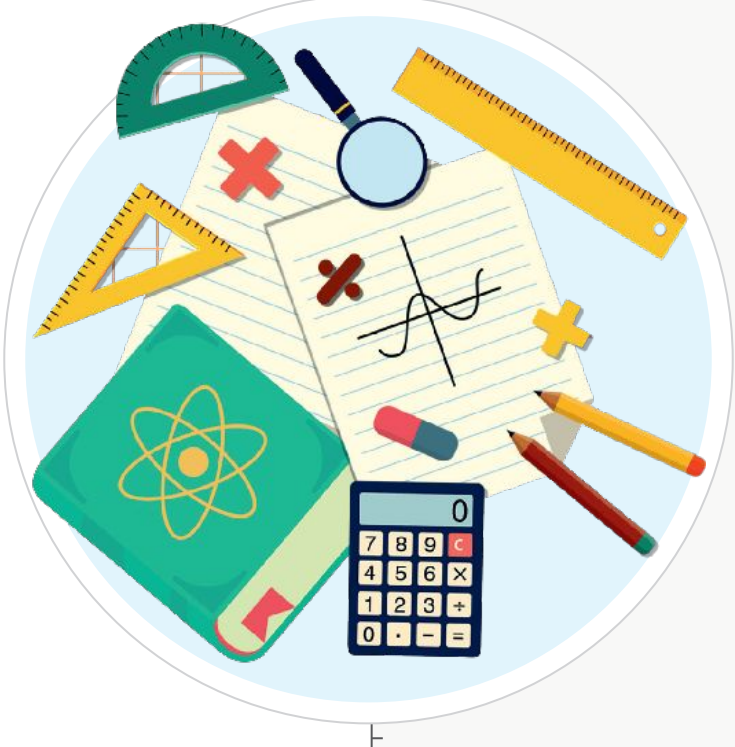
Компания предложила выгодную ежегодную надбавку к зарплате. В таблице указана общая заработная плата, полученная рабочим за работу в течение *n* лет.

Количество лет, *n*	3	4	5	6	7
Полученная заработная плата (сум)	28 080	39 360	51 600	64 800	78 960

1) На основании таблицы напишите соответствующие расчеты о шкале окладов.
2) Подтвердите свой расчет, используя соответствующий графический метод. Полностью изобразите шкалу заработной платы на диаграмме.

IV ГЛАВА

ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ



УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРЕНЬ

Вспоминаем

1) $5x + 10 = 25$
$5x = 25 - 10$
$5x = 15$
$x = 15 : 5$
$x = 3$

2) $120 + 10x = 250$
$10x = 250 - 120$
$10x = 130$
$x = 130 : 10$
$x = 13$

3) $1080 : x = 540$
$x = 1080 : 540$
$x = 2$

Запомните!

Равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой, называется уравнением.

Неизвестное число называется неизвестной (переменной) уравнения.

Обычно неизвестные (переменные) обозначают буквами латинского алфавита.

1-пример. При каком неизвестном числе x равенство $15 = x + 15$ становится верным: $x = 10$.

2-пример. При каком неизвестном числе a равенство $a \cdot 173 = 1730$ – становится верным: $a = 10$.

3-пример. Не при каких значениях y равенство $435 - 3y = -3y$ – son верным не будет.

Корень уравнения это значение неизвестного, которое превращает уравнение в верное равенство.

4-пример. Уравнение $5x = 20$ имеет один корень. Корень уравнения число 4.

5-пример. Уравнение $4x - 15 = x + 15$ имеет один корень. Корень уравнения число 10.

Решить уравнение – означает найти все его корни или показать, что оно не имеет корней.

Чтобы узнать, является ли число корнем уравнения, нужно подставить его в уравнение вместо переменной и получить верное равенство.

6-пример. Не решая уравнения определите, какое из чисел является его корнем :

$$-3\,(x + 3) = 4x + 5$$

1) -2 2) 0 3) 1 4) 2

Уравнения с одинаковыми корнями называются равносильными уравнениями.

Уравнения не имеющие корней также являются равносильными уравнениями.

7-пример. $x + 5 = x$ va $3x - 3(x + 1) = 0$.

УПРАЖНЕНИЯ

1. 1. Корнем какого из уравнений является число 5?

1) $4x + 1 = 21$
2) $(x - 2) + (x + 2) = 15$
3) $2\,(5x - 4) = 8x + 2$
4) $3x - 4 = 10$

2. Какое из чисел является корнем следующих уравнений -2; -1; 0; 2; 3.

1) $2x + 10 = 10 - 3x$
2) $x + (x + 8) = 6$
3) $x - (x - 8) + 5 = 4\,(x + 1) + 1$
4) $(x - 2) + (x + 2) + 7 = 3x + 5$

3. Какое из чисел 1; –1; 7; –7 является корнем уравнения $x + (x - 7) = 7$ 3.

4. Какое из чисел 1; –1; 7; –7 является корнем уравнения $x + (5x - 35) = 7$

5. Какое из чисел 15; – 8; 1 и 0 является корнем уравнения $x + (x + 5) - (x + 8) - (x - 3) = 0$?

6. Какое из чисел 15; – 8; 1и 0 является корнем уравнения $x + (x + 7) - (x + 8) - (x - 2) = 0$?

7. Какое из чисел 2,4 и – 2,4 является корнем уравнения $24x = 57{,}6$?

8. 1) Покажите, что любое число является корнем уравнения $5(2x - 3) = 2(x + 1) + 8x - 17$:
2) Покажите, что уравнение не имеет корней $y = y - 11$.

9. Имеют ли корни уравнения?

1) $5x + 2 = 5x + 9$ 2) $7y = y$ 3) $x - 20 = 20 - x$ 4) $x + 4 = 4 + x$

10. Равносильны ли уравнения?

1) $4(x - 8) = 16$ va $x - 8 = 4$ 2) $11x = 4$ va $11x - 4 = 0$

3) $\frac{3x}{4} = 9$ va $3x = 36$ 4) $7x = 7(x - 1)$ va $2x = 5x - 3(x - 2)$

11. Корнем какого из уравнений будет число 5?

1) $4x + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$ 2) $\left(\frac{x}{5} - 2\right) + (x + 2) = 15$

3) $2(5x - 4) = 8x + 2{,}4$ 4) $3x - 4{,}5 = 15$

12. Какое из чисел–2; –1; 0; 2; 3 является корнем уравнения?

1) $2x + \frac{10}{7} = 10 - 3x$ 2) $\frac{x}{2} + (x + 8) = 6$

3) $x - \left(\frac{x}{2} - 8\right) + 5 = 4(x + 1) + 1$ 4) $\left(3x - \frac{2}{5}\right) + (x + 2) + \frac{7}{5} = 3x + 5$

13*. Покажите, что уравнение не имеет корней $\frac{1}{2}y + \frac{5}{6} = y - \frac{1}{2}y - \frac{11}{6}$

14*. Имеет ли уравнение корень?

1) $\frac{1}{5}x + \frac{5}{7} = 5x - \frac{2}{7}$ 2) $7y = -9y$

3) $\frac{4}{5}x - 20 = 20 - \frac{1}{5}x$ 4) $4x + 1 + x = 4 + 5x$

15*. Равносильны ли уравнения?

1) $4\left(\frac{x}{3} - 8\right) = 16$ va $x - 25 = 11$ 2) $1{,}1x = 4$ va $11x - 40 = 0$

3) $\frac{3x}{5} = 21$ va $0{,}3x - \frac{1}{2} = 10$ 4) $5{,}4x = 2{,}7(2x - 2)$ va $4\frac{1}{2}x = 7{,}5x - 3(x - 2)$

ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ

Уравнение вида $ax = b$

Уравнение вида $ax = b$ называют **линейным уравнением с одним неизвестным.** Здесь x – неизвестная, a и b – произвольные числа.

1) $4x + 1 = 21$ 2) $(x – 2) + (x + 2) = 15$

3) $2(5x – 4) = 8x + 2$ 4) $3x – 4 = 10$

Все эти уравнения являются линейными уравнениями с одним неизвестным.
После упрощения они примут вид $ax = b$
Для решения такого уравнения необходимо обе части уравнения разделить на $a \neq 0$ получим, $x = \frac{b}{a}$.

Если в линейном уравнении $ax = b$:

1) $a \neq 0$ уравнение имеет единственный корень;

2) $a = 0,\ b \neq 0$ уравнение не имеет корней, так как равенство $0 \cdot x = b$ не будет верным;

3) $a = 0, b = 0$ тогда корнем уравнения будет любое значение x, так как равенство $0 \cdot x = 0$ верно при любом x

Таким образом, в зависимости от количества корней линейные уравнения с одним неизвестным бывают трех видов:
1. с одним корнем.
2. не имеет корней.
3. бесконечно много корней.

Пример

1-пример. Уравнение $3(x – 2) = 12$ имеет корень $x = 6$ так как после преобразования мы придем к уравнению $3x = 18$.

2-пример. Уравнение $x + 5 = x$ не имеет корней, так как оно приводится к явно неверному равенству $0 \cdot x = – 5$. В таких случаях уравнение не будет иметь корня.

3-пример. Уравнение $2(x – 1) = 2(x – 7) + 12$ имеет бесконечно много корней, так как после преобразования уравнение приводится к виду $0 \cdot x = 0$. А это равенство верно при любом значении x.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Какое из этих уравнений является линейным?

1) $5x = 7$ 2) $0{,}7x – 5 = 0$ 3) $\frac{4}{x} = 2x$

4) $0{,}(3)x = 1{,}(2)$ 5) $–5{,}8 = 4{,}4x$ 6) $4x = 1$

2. Найдите корень уравнения.

1) $5x = 20$ 2) $6x = 72$ 3) $5x = 0$ 4) $9x = 36$

5) $–10x = 110$ 6) $5x = –125$ 7) $11x = 44$ 8) $–6x = –18$

3. Решиите уравнения.

1) $2x = -6$ 2) $3x = -12$ 3) $6x = -30$ 4) $8x = -72$

5) $-9x = 36$ 6) $-7x = -14$ 7) $3x = 0{,}3$ 8) $-5x = -1{,}5$

4. Решите линейное уравнение.

1) $\frac{1}{2}x = 7$ 2) $-5x = \frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{7}y = \frac{1}{2}$ 4) $\frac{2}{3}x = \frac{2}{3}$

5) $8x = -16$ 6) $-17x = 0$ 7) $5x = -\frac{1}{5}$ 8) $\frac{1}{12}x = \frac{1}{2}$

5. Найдите корень уравнения.

1) $-1{,}5x = -12$ 2) $0{,}5x = -42$ 3) $2x = 7$ 4) $6x = -9$

5) $7x = 15$ 6) $0{,}1x = -0{,}2$ 7) $0{,}04x = 0{,}4$ 8) $\frac{1}{4}x = -7$

6. Найдите корень уравнения.

1) $3x - 120 = 0$ 2) $11x - 2 = 21$ 3) $9 = 8 + 0{,}1x$

4) $48 - 3x = 0$ 5) $-x + 5 = 49$ 6) $0{,}16x + 0{,}01 = 0{,}17$

7) $-1{,}5x - 9 = 0$ 8) $-0{,}9x + 2 = 65$ 9) $2(x - 4) = 3(x - 1)$

7. 7. Приведите запись к линейному уравнению с одним неизвестным и определите его корень.

1) Число 47 на 19 больше числа x;

2) Число 75 в 15 раз больше числа x;

3) Число x меньше числа76 на 19;

4) Число x меньше числа76 в 19 раз;

5) Удвоенная сумма чисел y и 15равна 50;

6) Четыре пятых от разности чисел y и 47 равно 64;

7) Утроенная разность чисел x и 9 равна удвоенной сумме чисел x и 11;

8) Сумма одной третьей и одной четвертой частей числа x равно 14.

8. Заполните графу «Совместно» в таблице..

№	Уравнение		Корень	Совместно
1	$x + 3 = 19$	A	$x = 7$	$1 - F$
2	$2x - 8 = 10$	B	$x = -0{,}25$	
3	$9x - 1 = 0{,}8$	C	$x = -10$	
4	$5x - 4 = 4x - 5$	D	$x = \frac{1}{9}$	
5	$2x = 3x - 7$	E	$x = 1{,}2$	

6	$5x + 49 = x + 1$	F	$x = 16$	
7	$8x = -2$	K	$x = 0{,}2$	
8	$9x = 3$	L	$x = -9$	
9	$0{,}5x = -5$	M	$x = 1\frac{7}{9}$	
10	$-0{,}9x = -0{,}1$	N	$x = -12$	
11	$2x - 9 = x - 9$	P	$x = 0{,}2$	
12	$4(x - 1) = 5(x + 1)$	R	$x = 9$	
13	$15x - 24 = 10x - 18$	S	$x = \frac{1}{3}$	
14	$-5x - 7x = 8x - 46$	Z	$x = 2{,}3$	
15	$0{,}5x + 0{,}6 = 0{,}7$	O	$x = 0$	

Свойства верных равенств

Словесная запись свойства	Общаяя запись свойства	Пример
1. Если к обеим частям верного равенства прибавить одно и тоже число или от обеих частей вычесть одно и то же число, то получим верное равенство.	Если $a = b$ c-любое число, то $a + c = b + c$, $a - c = b - c$ bo‘ladi.	$15 = 15$ $15 + 9 = 15 + 9$ $15 - 9 = 15 - 9$
2. Если обе части верного равенства умножить или разделить на какое нибудь отличное от нуля число, то получим верное равенство.	Если $a = b$, c не равно нулю, тогда $a : c = b : c$ и $a : c = b : c$.	$15 = 15$ $15 \cdot 5 = 15 \cdot 5$ $15 : 5 = 15 : 5$

Пример

$3(3x + 2) = 42$

$9x + 6 = 42$

$-6 \quad -6$

$9x = 36$

$:9 \quad :9$

$x = 4$

$3(2x + 1) = 4x + 7$

$6x + 3 = 4x + 7$

$-4x \quad -4x$

$2x + 3 = 7$

$-3 \quad -3$

$2x = 4$

$:2 \quad :2$

$x = 2$

УПРАЖНЕНИЯ

9. Составьте уравнение, корнями которого являются числа 7; –4; 1; –10.

10. Найдите корень уравнения.

1) $8(x-1)=5(x-6)$
2) $9(x+5)=6(x+9)$
3) $6(x-1)=4(x-3)$
4) $3(x+2)=6(x+7)$
5) $2(x+8)=8(x+8)$
6) $9(x-8)=9(x-4)$
7) $6(x-4)=2(x-6)$
8) $2(x+6)=3(x+5)$
9) $2(x+3)=9(x-3)$
10) $2(x-1)=4(x+3)$

11. Решите уравнение.

1) $2x+9=15-x$
2) $17-0{,}3x=23+1{,}7x$
3) $y-\frac{1}{2}y=0$
4) $14-x=19-11x$
5) $0{,}8x+14=2-1{,}6x$
6) $x-4x=0$
7) $0{,}5x+11=4-3x$
8) $15-x=\frac{1}{3}x-1$

12. Решите уравнение.

1) $x=-x$
2) $2{,}7x-1=5{,}4-1$
3) $1\frac{1}{3}y+4=\frac{1}{3}y+1$
4) $5x-6x=0$
5) $3x-8=x+6$
6) $y-\frac{1}{4}=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}y$

13. Решите уравнение.

1) $(7x-24)-11x=16$
2) $2{,}1x-(12+3x)=-x$
3) $0{,}6x-0{,}7=0{,}8x$
4) $4x-9=3(2x-5)$
5) $21x+14=7(x-4)$
6) $6x+15=3(3x+8)$

14*. Покажите, что равенство верно для любого x.

1) $15-8x-17+3x=14x+20-19x-22$
2) $18-4x+43-7x=-20x+54+9x+7$
3) $\frac{2x+7}{5}+\frac{4x-3}{4}=\frac{28x+13}{20}$
4) $\frac{3x-7}{15}+\frac{9x+8}{6}=\frac{51x+26}{30}$

15*. Покажите, что уравнение не имеет корней.

1) $36+4x=13x+11-9x+24$
2) $10x-19-7x=6x-15-4x+13+x$
3) $\frac{x-1}{5}+\frac{3x-1}{8}=\frac{23x-17}{40}$
4) $\frac{17x-6}{15}-\frac{x+5}{3}=\frac{4x+3}{5}$

СПОСОБ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ АЛЬ-ХОРЕЗМИ

Запомните!

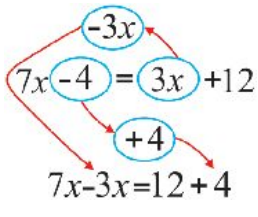
Методы решения линейных уравнений описаны в книге «Китаб аль-мухтасар фи хисоб аль-джабр валь-мукабала» («Краткая книга об исчислении Аль-джабр валь-мукабала») нашего земляка, великого математика Мухаммада ибн Мусы аль- Хорезми.

«Аль-джабр» — восстановить положительные члены, то есть перенести отрицательные члены из одной части уравнения в другую;

«Вал-мукабала» означает уничтожение равных членов с обеих сторон уравнения.

Предисловие к «Аль-Джабр».



	**Аль-джабр:** $3x$, влево перейдешь как $-3x$! -4, ты перейдешь как $+4$!
$11x - 7 + 3x = 9 + 11x - 7$ $3x = 9$	**Val-muqobala:** В левой и правой части $11x$ и -7 с вами прощаемся!

УПРАЖНЕНИЯ

1. Найдите уравнение, корнем которого является число -3

1) $-3x = 1$ 2) $2x - 7 = -13$ 3) $\frac{1}{3}x = -1$ 4) $5(x - 2) + 1 = 4x$

2. Покажите что число 10 не является корнем уравнения.

1) $0{,}02x = 0{,}002$ 2) $8{,}9x + 8{,}9 = 98{,}9$

3) $\frac{x}{5} = 50$ 4) $-x - 9x = -90$

3. Какое из чисел 5; 2,1; -8 и $\frac{1}{3}$ является корнем уравнения $5x + 57 = -4x - 15$?

4. Составьте уравнение вида $ax = b$ корнями которого являются числа 4; -1; 0.

5. Среди приведенных уравнений определите линейные и назовите их коэффициенты a и b.

1) $2x = -7$ 2) $8x = 1$ 3) $-x = 9{,}1$ 4) $0{,}2x = 12$

5) $0x = 12$ 6) $3x = 0$ 7) $0x = 0$ 8) $\frac{1}{x} = 4x$

6. Равносильны ли уравнения?

1) $3x - 4 = 0$ va $3x = 4$ 2) $-5x = 35$ va $x = -7$

3) $0{,}1x = 9$ va $x = 0{,}9$ 4) $(x - 2) + (x + 4) = 0$ va $x = 2$

7. Определите, какие из приведенных уравнений равносильны уравнению $x - 2 = 3 - 2x$.

1) $2 - x = 2x - 3$ 2) $5(x - 2) = 5(3 - 2x)$

3) $\frac{x-2}{4} = \frac{3-2x}{4}$ 4) $x - 2x = 3 - 2$

O‘zingiz ham $x - 2 = 3 - 2x$ tenglamaga teng kuchli ikkita tenglama o‘ylab toping.

8. Решите линейное уравнение.

1) $-5x = 45$ 2) $24x = 8$ 3) $-x = 2{,}8$ 4) $-4x = 1$

5) $-7x = -\frac{1}{8}$ 6) $0{,}5x = -9$ 7) $\frac{2}{7}x = \frac{8}{9}$ 8) $-0{,}6x = \frac{1}{3}$

9) $-8x = 0$ 10) $\frac{x}{7} = 5$ 11) $3{,}5x = 2\frac{1}{33}$ 12) $1{,}6x = -0{,}64$

9. Составьте такое линейное уравнение, корнем которого является произвольное число.

10. Решите уравнения и запишите, какие из них не имеют корней.

1) $8x = 0$ 2) $0x = -2$ 3) $-3x = 1$

4) $0x = \frac{1}{3}$ 5) $0x = 0$ 6) $0{,}2x = 0$

11. Решите линейное уравнение.

1) $7x - 21 = 0$ 2) $10x + 36 = 0$ 3) $8 - x = 0$

4) $15 - 3x = 0$ 5) $9x - 1 = 17$ 6) $-3x + 22 = 19$

12. Объясните информацию, данную в изображении.

$$\begin{array}{r} 3(5x-1) = 42 \\ 15x - 3 = 42 \\ +3 \quad +3 \\ \hline 15x = 45 \\ :15 \quad :15 \\ \hline x = 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3(5x-1) = 42 \\ :3 \quad :3 \\ 5x - 1 = 14 \\ +1 \quad +1 \\ \hline 5x = 15 \\ :5 \quad :5 \\ \hline x = 3 \end{array}$$

13. При каком значении x $8 - 0{,}1x$ выражение равно: -1; 0; 8?

14. Найдите корень уравнения.

1) $6x - 11 = 4x - 7$ 2) $7 - x = 4 + 4x$

3) $0{,}7x + 1 = 0{,}4x - 5$ 4) $6x - 10{,}3 = -2x - 0{,}3$

15. При каком значении x уравнения принимают равные значения x?

1) $1{,}8x - 5$ va $0{,}6x + 1$ 2) $0{,}5x - 3$ va $0{,}8 - 1{,}4x$

16. Найдите корень уравнения.

1) $3x - (x - 14) = 5$ 2) $18 - (6x + 5) = 4 - 7x$

3) $(7x - 3) - (3x + 4) = 6$ 4) $(4x + 15) - (15 - 3x) = 120 - x$

17. При каком значении x:

1) Разность выражений $5 - \frac{1}{3}x$ va $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ равна нулю?

2) Выражение $0{,}6x - 13$ меньше выражения $\frac{3}{5}x + 8$ на 21?

18. Решите уравнения.

1) $4x + 5 = 6 + 5\,(x - 3)$ 2) $19x - (3x - 4) = 4\,(5x - 1)$

3) $2(x - 1) - 4 = 6\,(x + 2)$ 4) $3\,(x - 2) - 5\,(x + 1) = -8x$

5) $4\,(x + 1) = 15x - 7\,(2x + 5)$ 6) $5x + 8 + 2\,(6 - x) = 1 - 3\,(2x - 3)$

19*. Найдите значение a при которых уравнения будут равносильны:

1) $5x - a = 2x - 2$ и $3x + 2 = 6x + 5$ tenglamalar;

2) $5x - a = 2x - 2$ и $3x + a = 6x + 5$ tenglamalar teng kuchli bo‘ladi?

20*. При каких значениях a и b уравнение $ax + 1 = 2x + b$

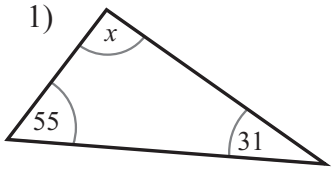
1) имеет единственное решение;

2) не будет иметь решения;

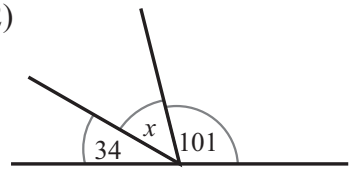
3) имеет бесконечно много решений?

21. Найдите неизвестную.

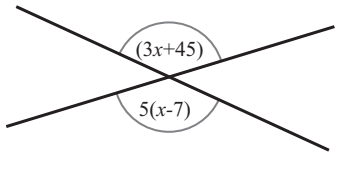
1)



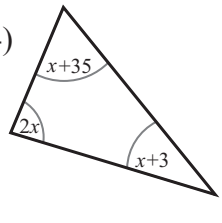
2)



3)



4)



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ

Задача

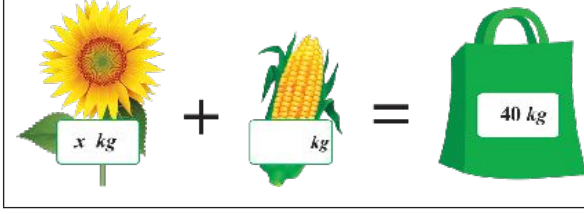
1-Задача. После того, как от мотка было отрезано 6 метров пряжи, её стало в 3 разаменьше. Сколько метров пряжи было в мотке?

1) Выясним, о каких величинах идет речь в условии задачи.	Задача о мотке и пряжи в нем.
2) Обращаем внимание на взаимосвязь между выявленными величинами.	После того, как от мотка было отрезано 6 метров пряжи, её стало в 3 раза меньше.
3) Определяем, какая из величин в условии задачи неизвестна.	Длина пряжи в мотке и длина оставшейся пряжи неизвестна.
4) Обозначим одну из неизвестных величин (по возможности меньшую) буквой x.	Пусть после отрезания 6 м пряжи в мотке осталось x метров пряжи. В таком случае раньше в мотке было $3x$ метра пряжи.
5) Определяем связь между величинами, данными в условии задачи, и составляем уравнение.	После того, как от мотка отрезали 6 метров пряжи, в мотке осталось x метров. То есть, разница между длиной нити которая была в мотке xx и оставшейся частью x составляет 6 метров. $3x - x = 6$
6) Находим решение полученного уравнения.	$2x = 6$, $x = 3$. Следовательно, в мотке было $3x = 3 \cdot 3 = 9$ метров пряжи.

2-Задача.

Один килограмм семечек подсолнуха реализуется по 0,50 тысячи сум, а дробленой кукурузы – по 0,30 тысячи сум. Сколько килограммов каждого из них нужно для 40 килограммов комбикорма, проданного за 16,40 тысяч сум?

Задачи, связанные со смесями, часто решают в виде схемы (или таблицы):



x = масса семечек подсолнуха
$0{,}50x$ = цена семечек в смеси.
$40 - x$ = масса кукурузы.
$0{,}30(40 - x)$ = цена кукурузы в смеси.
Составляем уравнение:

$$0{,}50x + 0{,}30(40 - x) = 16{,}40$$

Решаем уравнение:

$0{,}50x + 12 - 0{,}30x = 16{,}40$
$0{,}20x = 16{,}40 - 12$
$0{,}20x = 4{,}40$
$x = 22$

На 40 кг смеси необходимо 22 кг подсолнечника и 18 кг кукурузы.

Yodda saqlang!

Использование уравнения при решении задачи облегчает поиск ее решения.

Процесс решения задач состоит из следующих шагов:

1) определить, о каких величинах идет речь;

2) обратить внимание на взаимосвязь между выявляемыми величинами;

3) определить, какие из величин в условии задачи неизвестны;

4) обозначить одну из неизвестных величин (желательно меньшую) буквой x;

5) определить связи между величинами, заданными в условии задачи, и составить уравнение на основе этих связей (составляемое уравнение является математической моделью задачи);

6) Найдите решение полученного уравнения.)

УПРАЖНЕНИЯ

1. Найдите число, если:

1) число большее его в четыре раза равно 48;

2) число, вдвое меньшее его равно 10;

3) число большее его на 15 равно 59;

4) число меньшее его на 12 равно 34.

2. Одно число в 8 раз меньше другого. Найдите числа, если их сумма равна 100.

3. Из двух чисел, сумма которых равна 20, одно больше другого в 3 раза. Найдите эти числа.

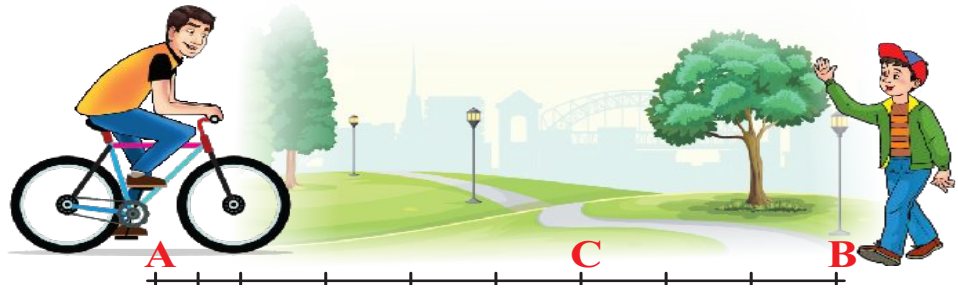
4. В первом вагоне метро пассажиров было в 3 раза больше, чем во втором. На станции из первого вагона вышли 30 человек, во второй вагон сели 10 человек. После этого число пассажиров в вагонах уравнялось. Сколько пассажиров было в вагонах?



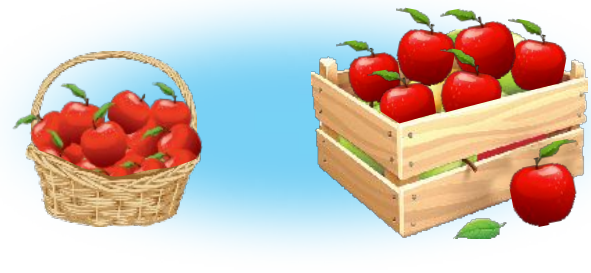
5. За 5 часов до Нового года игрушек на елке было в 5 раз меньше, чем в коробке. В следующие 1,5 часа елку украсили еще 15 игрушками. После этого игрушек на елке стало на 2 меньше, чем в коробке. Сколько игрушек было на елке за 5 часов до Нового года?

6. Работники фермы соглашаются посадить 78 саженцев абрикоса тремя группами. Первая группа получила в 2 раза меньше саженцев, чем вторая группа, а третья группа получила на 12 саженцев больше, чем первая группа. Сколько саженцев нужно отдать первой группе по распределению

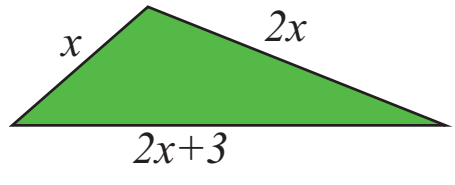
7. Расстояние между поселками A и B составляет 18 km. Одновременно из поселка A в поселок B выехал велосипедист, а из поселка B в поселок A вышел пешеход. Они встретились через 36 минут после начала движения. С какой скоростью двигался каждый из них, если расстояние, пройденное за это время велосипедистом, в 5 раз больше, чем у пешехода?



8. В корзине было в 2 раза меньше яблок, чем в ящике. После того, как 10 яблок переложили из корзины в ящик, яблок в ящике оказалось в 5 раз больше, чем яблок в корзине. Сколько яблок было в корзине и в ящике изначально?



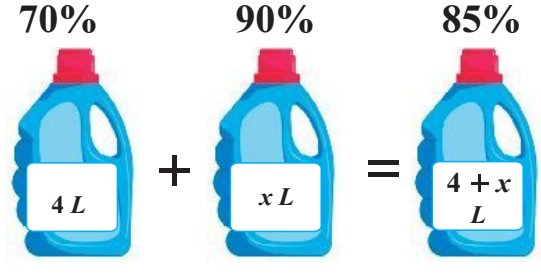
9. Найдите стороны треугольника, если его периметр 23 cm.



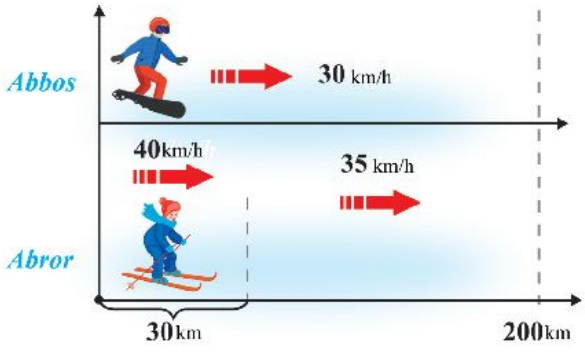
10. Комил старше Умиды на 6 лет. 9 лет назад он был в два раза старше Умиды.Сколько сейчас лет Комилу?



11. На основании рисунка составьте задачу и найдите неизвестные величины.



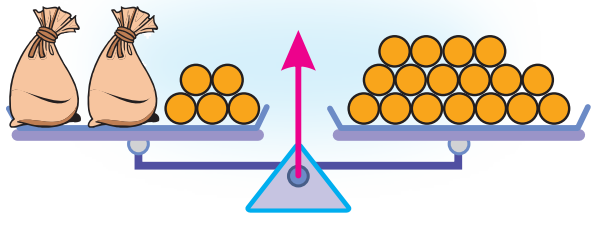
12. Аббос и Аброр соревнуются, кто первым доберется до точки, находящейся на расстоянии 200 km от них. Аббос всю дистанцию передвигался с постоянной скоростью 30 km/h. Аброр первые 30 km передвигался с постоянной скоростью 40 km/h. Из-за схода лавины остановился на 3 минуты, а затем продолжил движение со скоростью 35 km/h до конца дистанции. Кто выиграл гонку?



13. В первый из двух построенных рядом домов в «Ташкент-сити» привезли 230 банок краски, во второй – 321 банку. Если на ремонт первого дома ежедневно расходуется 30 банок краски, а на ремонт второго дома - 39 банок, то через сколько дней количество неиспользованной краски во втором доме будет в 1,5 раза больше, чем в первом доме?

14. Всего в хозяйстве собрано 425 kg помидоров, огурцов и картофеля. Если помидоров было собрано на 65 kg больше, чем огурцов и в 3 раза меньше, чем картофеля, то сколько было собрано каждого овоща?

15. Сколько шаров весит один мешок? Составьте уравнение по картинке.



16. Ученик запланировал прочесть 190 страниц книги за три дня. В пятницу он читает в 1,2 раза меньше, чем в субботу, а в субботу на 20 страниц меньше, чем в воскресенье. Сколько страниц прочитал ученик в субботу?

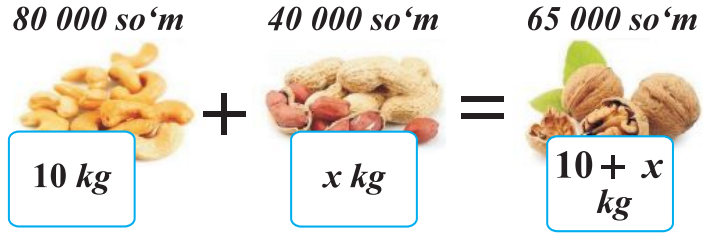
17. Найдите скорость грузовика, если расстояние, пройденное грузовиком за 2 часа, на 20 km больше, чем расстояние, пройденное автобусом за 1 час, а скорость автобуса в 1,5 раза больше скорости грузовика.

18. Вертолет преодолел расстояние между двумя базами за 45 минут по направлению ветра и за 1 час против ветра. Найдите расстояние между базами, если скорость ветра 10 km/h.

19. Корабль прошел путь между пунктами A и B за 4 часа 30 минут и вернулся за 6 часов 18 минут. Найдите расстояние между пунктами A и B, если скорость корабля 14,4 km/h.

20. Лодка плыла вверх по течению за 6 часов, против течения – за 9 часов. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 15 km/h.

21.



a) Каким уравнением можно воспользоваться, чтобы Найдите количество арахиса, необходимого для приготовления смеси?

$80000x + 40000x = 650000$ $40000 + 80000x = 65000(10 + x)$

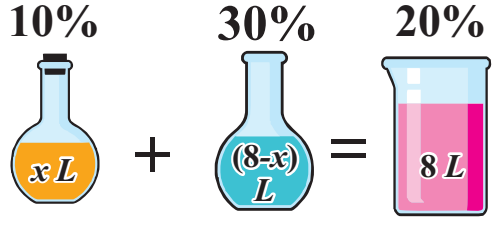
$80000x + 40000x = 650000(10 + x)$ $800000 + 40000x = 65000(10 + x)$

b) Сколько килограмм арахиса нужно для смеси?

4 kg 6 kg 10 kg 12 kg

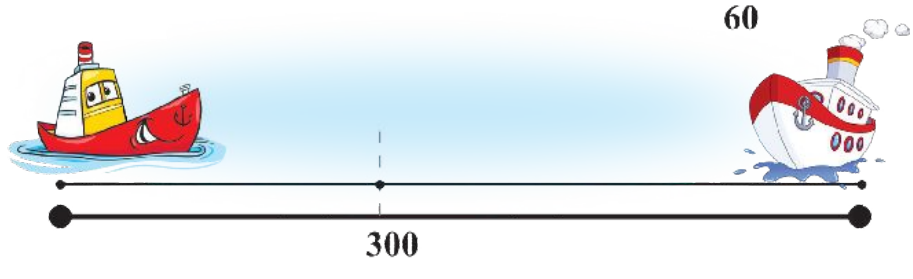
22. Путешественник может добраться из поселка A в поселок B за 5 часов. Если он увеличит свою скорость на 1 km/h, то сможет преодолеть это расстояние за 4 часа. Найдите скорость путешественника.

23. На основании рисунка составьте задачу и найдите неизвестные величины



24. Пешеход шел из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 10 km, со скоростью 6 km/h. Через полчаса за ним последовал велосипедист со скоростью 18 km/h. Сколько километров им осталось проехать до пункта B после того, как велосипедист обогнал пешехода?

25. Две лодки находятся на расстоянии 300 km друг от друга и движутся навстречу друг другу. Первая лодка движется со скоростью 40 km/h, вторая со скоростью 60 km/h. Лодки одновременно начали свое движение.



a) Каким уравнением можно воспользоваться, чтобы Найдите время, через которое лодки встретятся (где t — время в часах)?

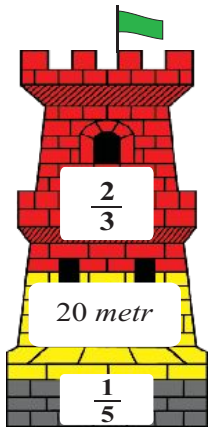
1) $60t - 40t = 300$ 2) $40t + 60t = 300$

3) $(60t) \cdot (40t) = 300$ 4) $300t - 60 = 40$

b) Через сколько часов они встретятся?

2,7 часа 4,5 часа 3 часа 10 часа

26. Одна пятая часть высоты башни окрашена в черный цвет, следующие 20 метров — в желтый, а оставшиеся две третьи высоты — в красный.



a)какое уравнение можно использовать для нахождения высоты башни?
b)какова высота башня?

27. Отцу 47 лет, сыну 23 года. Сколько лет назад отец был в 3 раза моложе сына?

28. Матери 30 лет, дочери 6 лет. Через сколько лет мать будет в 4 раза старше дочери?

29. Сумма возрастов трех братьев равна 26. Если средний брат на 4 года старше своего братишки, но на 3 года младше своего брата, сколько им лет?

30. Чтобы достичь пункта назначения согласно расписанию, поезд должен был двигаться со средней скоростью 60 km/h. Но он двигался со средней скоростью 70 km/h и прибыл в пункт назначения на 0,5 часа раньше расписания. Какое расстояние проехал поезд до пункта назначения?

31. Сумма двух натуральных чисел равна 90. Если разделить большее из них на меньшее, то частное от деления будет равено 3, а остаток будет равен 6. Найдите эти числа.

32. Сумма двузначных чисел равна 15. Если мы поменяем его цифры местами, то получим двузначное число, которое на 9 меньше заданного. Найдите заданное двузначное число.

33. Первое число на 16 больше второго. Второе число в 5 раз меньше первого числа. Найдите эти числа.

34. Сумма пяти последовательных натуральных чисел равна 350. Найдите наибольшее из этих чисел.

35. Корабль прошел в общей сложности 153 km за 6 часов по озеру и 3 часа по течению реки. Если скорость течения реки 3 km/h, с какой скоростью двигался корабль в озере?

36. Работу, запланированную на 20 дней, завод выполнил за 18 дней, выпуская в день на 2 автобобиля больше . Сколько автомобилей выпустил завод?

37. Моторная лодка прошла из пункта A в пункт B вверх по течению за 8 часов, а из пункта B в пункт A против течения за 10 часов. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде, если скорость течения реки 3 km/h.

38. Разность квадратов двух последовательных положительных четных чисел равна 116. Найдите меньшее из этих чисел.

39. Сколько литров воды температурой 40 °C нужно добавить к 3 литрам воды температурой 30 °C, чтобы температура раствора была 37 °C?

40. Сумма двух чисел равна 242, и при делении большего из этих чисел на меньшее частное от деления равно 4, а остаток равен 22. Найдите меньшее из этих чисел.

41. 20 человек могут выполнить определенную работу за 17 дней. Если через 2 дня к ним присоединятся 5 человек, то за сколько дней они выполнят оставшуюся работу?

42. Тулкин задумал число. Он прибавил к нему 4, разделил сумму на 5 и вычел 6 из полученного числа. Результат был равен 7. Найдите задуманное число.

43. Сумма четырех последовательных четных чисел в 5 раз больше наименьшего из них. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

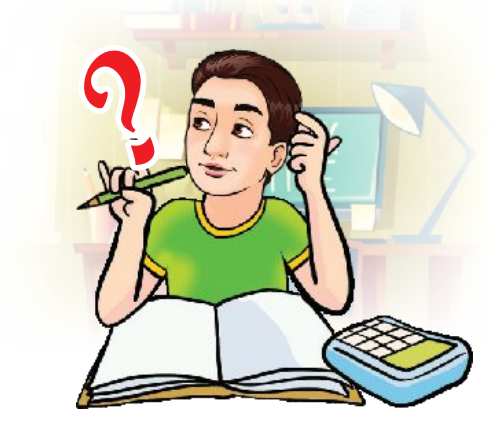
Проверьте себя на основе вопроса PISA

Талантливый мальчик

Алишер увлекается математикой и регулярно участвует в олимпиадах по этому предмету.

По условию очередной онлайн-олимпиады, в которой он участвует, участникам будет начислено по10 баллов за каждый правильный ответ, а за каждый неправильный ответ будет вычтено по 5 баллов из общей суммы баллов.

1-вопрос



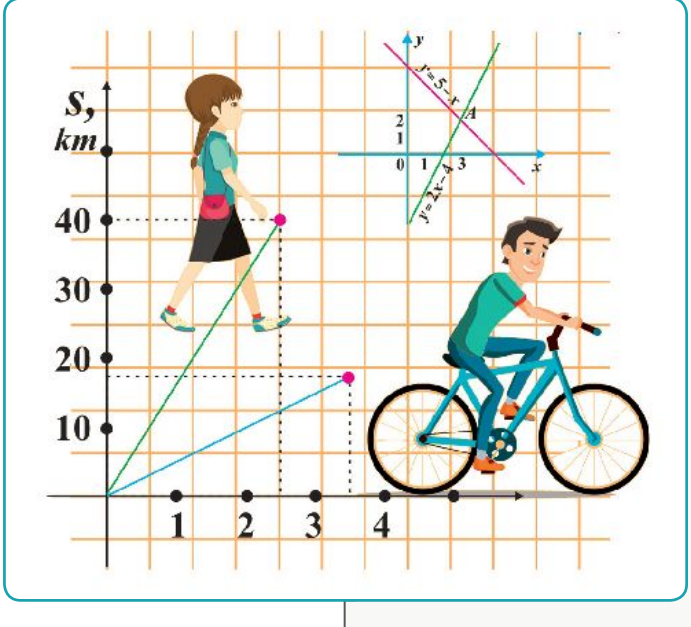
Если Алишер набрал 155 баллов из 20 вопросов, как вы думаете, на сколько вопросов он ответил правильно?

2-вопрос

По итогам олимпиады участник, занявший первое место, набрал 170 баллов. Если бы у Алишера было на один правильный ответ больше, чем у победителя, на сколько баллов он бы лидировал?

V ГЛАВА

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ



ДЕКАРТОВА СИСТЕМА КООРДИНАТ

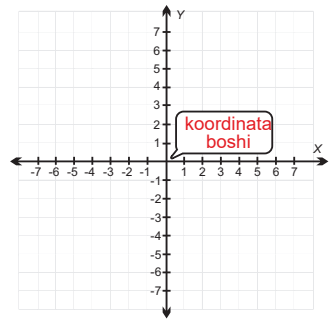
Вспоминаем

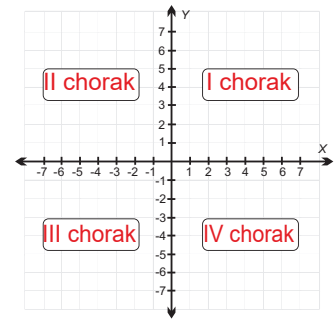
Система координат образуется перпендикулярным пересечением двух числовых осей.

x – горизонтальная числовая ось.

y – вертикальная числовая ось.

Точка пересечения осей x и y началом координат и в этой точке находится число 0 для обеих осей.





Система координат делит плоскость на четыре части, называемые четвертями.

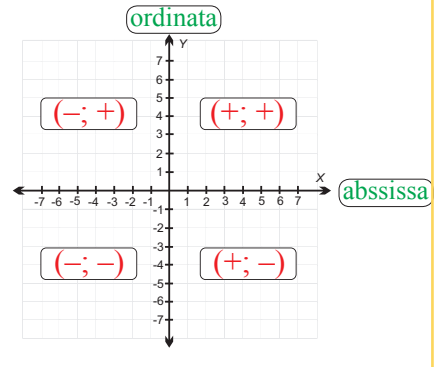
Рене Декарт (1596–1650) –Французский философ, математик, физик, физиолог. Поскольку он ввел в науку систему координат, эта система называется **декартовой системой координат**.

Запомните!

– - горизонтальная числовая ось обозначается Ox и назывантся **осью абсцисс**;

– - вертикальная числовая ось обозначается Oy и назывантся **осью ординат**;

– - оси абсцисс и ординат называются **осями координат,** точка их пересечения **центром коррдинат**;



– - начало координат обозначает 0 на каждой оси;

– - на оси абсцисс положительные числа представлены точками, расположенными правее точки O а отрицательные числа представлены точками, расположенными левее точки O;

– - на оси ординат положительные числа изображаются точками, расположенными выше точки O а отрицательные числа точками, расположенными ниже точки O;

– - плоскость, в которой выбирается система координат, называется **координатной плоскостью**.

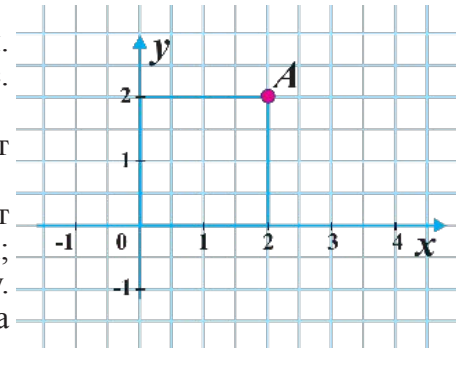
Пример

Выбираем точку А на координатной плоскости. Из точки А проводим перпендикуляр к оси абсцисс. Абсцисса точки А обозначает число x = 2.

Из точки А проводим перпендикуляр к оси ординат . Ордината точки А обозначает число y = 2.

Эти найденные значения абсцисс и ординат называются координатами точки А. Обозначение А (x; y) означает, что точка А имеет абсциссу x и ординату y.

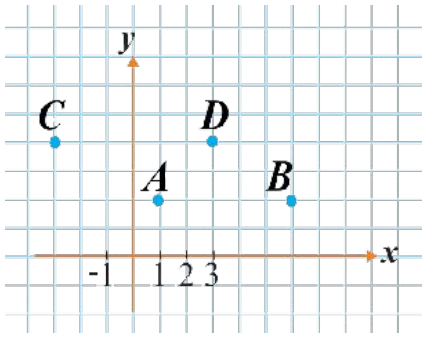
В обозначении А(2; 2) цифра 2 — это абсцисса, а цифра 2 — это ордината.



УПРАЖНЕНИЯ

1. Отметьте в системе координат точки A(2; 3), B(-4; -3), C(-1; 4) и D(2; -5) . Найдите, в какой четверти они расположены.

2. В системе координат заданы точки A(1; 2), B(6; 2), C(-3; 5) и D(3; 5). Найдите расстояние от точки A до точки B и от точки C до точки D.



3. Постройте отрезки, с концами в точках $M(-3; 4)$ и $N(4; 1)$.

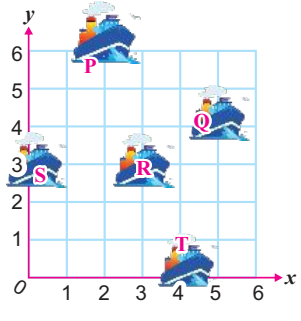
4. Сравните отрезки с концами в точках $P(-4; -1)$ и $Q(-1; -4)$, $K(2; 1)$ и $L(6; 5)$.

5. Постройте треугольник с вершинами в точках A (-3; 3), B (2; 2) и O (0; 0).

6. Постройте отрезок с концами в точках A (-2; -3) и B (4; 3) Найдите координаты середины отрезка.

7. По картинке определите координаты мест стоянок кораблей.
Какие корабли находятся в точках (2; 6) и (4; 0)?





8. Точка A (3; 3) сдвинута на две единицы вверх и на три единицы вправо, а точка B (5; 1) сдвинута на три единицы влево. Найдите, во сколько раз увеличилось расстояние между точками A и B по сравнению с первоначальным расстоянием

9. Постройте треугольники, с вершинами в точках
a) A (2; 1), B (6; 1)и C (-1; 4);
b) M(1; -2), N(6; -2) и K(2; 6);
c)X(1; 0), Y(4; 3) и Z(5; -2)
По полученным сторонам определите вид треугольников.

10. Отметьте точки A(-2;-2), B(-2;3) и C(3;3). Выберите точку D таким образом, чтобы точки A, B, C, D стали вершинами квадрата. Найдите координаты точки D.

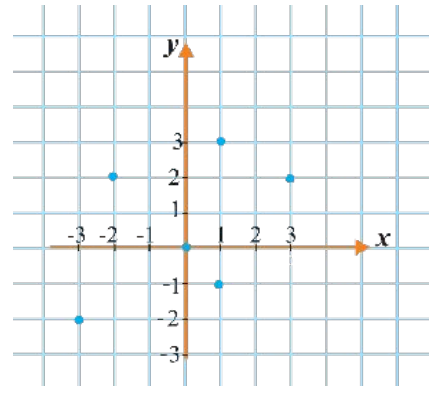
11. Найдите взаимно симметричные точки относительно осей Ox, Oy и начала координат.
$A(1; 3)$; $B(5; 2)$; $C(1; -3)$; $D(-5; -2)$; $E(-1; 3)$; $F(5; -2)$

12. а) Проведите прямую через точки A(2; 1) и B(2; 5). Найдите координаты трех точек на этой прямой.
б) Проведите прямую через точки P(-3;2) и B(4;2). Найдите координаты трех точек на этой прямой.

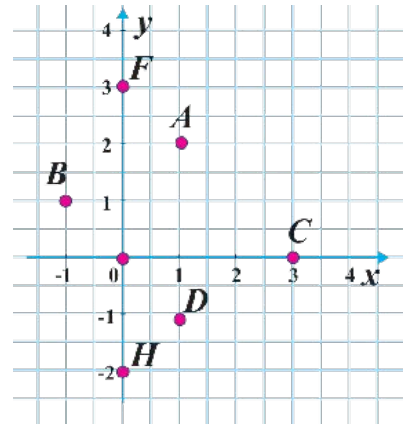
13. Постройте треугольник с вершинами в точках A(—3; —2), B(—1; 4) и C(3; 2).

14. Найдите координаты точек M(3; 5) и N(-2; 4), полученных в результате симметричного смещения:
a) относительно оси Ox;
b) относительно оси Oy;
c) относительно начала координат

15. Найдите координаты точек, изображенных на рисунке



16. Определите координаты точек, заданных в декартовой системе координат.



17. Изобразите точки и найдите ,в какой координатной четверти они расположены.
1) $A(1; 7)$ 2) $B(-5; 2)$ 3) $C(-3; -6)$ 4) $D(4; -1)$

18. Отметьте на оси абсцисс 4 точки, определите их координаты. Что у них общего?

19. Отметьте на оси ординат 4 точки, определите их координаты. Что у них общего?

20. Среди точек:
a) запишите симметричные относительно оси Ox;
b) запишите симметричные относительно оси Oy .

$A(1; -1)$; $B(1; 1)$; $C(4; -5)$; $D(-4; -5)$; $E(7; 9)$; $F(7; -9)$

ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ

Вспоминаем

1-пример. Таблица умножения на 2.

Вопрос: если ввести 100, чему равен результат? А если ввести 200

Kiritish	Munosabat	Natija
0	· 2	0
1	· 2	2
2	· 2	4
3	· 2	6
10	· 2	20
20	· 2	40
...	· 2	...

2-пример. Каждый год дерево вырастает на 20 cm, высота дерева зависит от его возраста:

f (возраст) = возраст · 20

Если возраст 10 лет, рост равен:

$f(10) = 10 \cdot 20 = 200$ cm

возраст	f (возраст) = возраст · 20
0	0
1	20
2	40
3	60
3,5	70
4	80
...	...

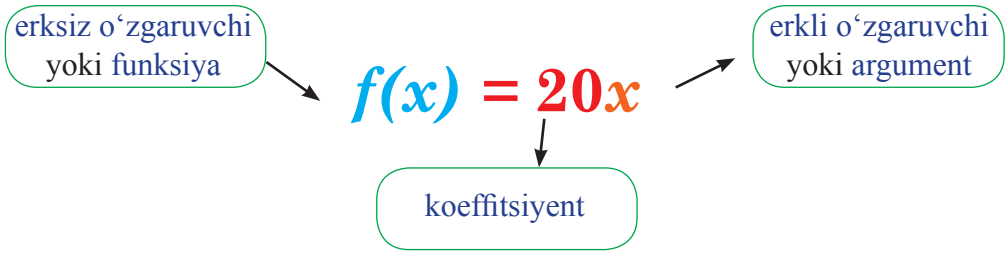
По мере старения дерева его высота меняется. Изменение высоты дерева зависит от формулы (правила) f (возраст) = возраст · 20 Это то, что мы называем функцией.

Запомните!

Функция связывает каждый элемент множества ровно с одним элементом другого множества по некоторой формуле (правилу).

Если обозначить возраст дерева через x, а его высоту через f, то получится выражение: $f(x) = 20x$.

В функции $f(x)$ f означает, что величина зависит от величины x $f(x)$ читается как (эф от икс).



Аргумент	Функция	
$x, a, t, z, ...$	$f(x), f(t), g(a)\ g(x), y(x), y, ...$	Пример: $y(x) = 20x$ $y(3,5) = 20 \cdot 3,5 = 70$ $x = 3,5$ – аргумент $y = 70$ – значение функции

Способы задания функции

1) Задание функции формулой:

$y = kx$, $y = 2x + 4$, $f(x) = x^2$, $g(t) = t^2 + 5t$ – эти формулы показывают правило вычисления значения функции на основе заданного значения аргумента.

2) Задание функции с помощью таблицы:

При задании функции в виде таблицы, значения должны соответствовать определению функции. Следовательно, не каждая таблица относительно x, y может быть табличным представлением функции. Таблица умножения на 2, таблица умножения на 3, таблица четных и нечетных чисел — это примеры представления функции в таблице.

3) Графическое задание функции:

График функции представляет собой множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых имеют значения независимой переменной, а ординаты - соответствующие значения функции.

Пример

3-пример. Найдите значения функции $g(0)$, $g(1)$, $g(-1)$ заданной формулой $g(x) = 5x + 2$.

Вычислим значение функции, заменив аргумент x в формуле заданной функции соответственно на числа 0, 1, -1:

1) $g(0) = 5 \cdot 0 + 2 = 2$

2) $g(1) = 5 \cdot 1 + 2 = 7$

3) $g(-1) = 5 \cdot (-1) + 2 = -3$

4-пример. Найдите, при каком значении x функция, заданная формулой $y(x) = -2x + 1$ принимает значения, равные $y(x) = -1$.

Berilgan formuladagi $y(x)$ (funksiya qiymati)ning o‘rniga mos ravishda -1; -3; 7 sonlarini qo‘yib, x argumentning qiymatini topamiz.

1) из уравнения $-1 = -2x + 1$ находим аргумент x.

$2x = 1 + 1$

$2x = 2$

$x = 1$

5-пример. Используя таблицу,определите, задана ли функция.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Из таблицы видно, что значение функции $y(x) = 4x$ изменяется согласно правилу.

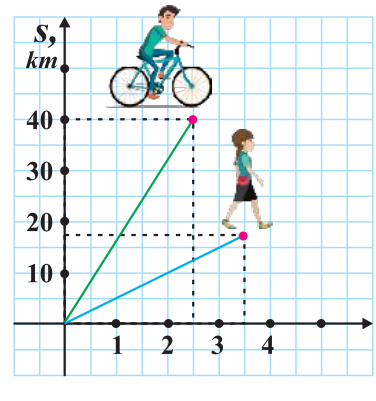
$y(1) = 4 \cdot 1 = 4$; $y(2) = 4 \cdot 2 = 8$; $y(3) = 4 \cdot 3 = 12$; ... .

6-пример. На основе графика убедитесь, что определена функция.

На графике велосипедист проезжает 40 km за 2,5 часа; 15 km за 1 час;

Видно, что он проходит 25 km за 1,5 часа. Итак, этот график определяет функцию.

Найдите самостоятельно, что в графе девушки-пассажирки определена функция .



УПРАЖНЕНИЯ

1. Функция задана формулой $y(x) = 3x - 1$. Найдите ее значения $y(0), y(2), y(-1)$.

2. Функция задана формулой $y(x) = 0{,}5x - 3$ Найдите ее значения $y(1), y(-2), y(0)$.

3. На основе таблиц убедитесь, что определена функция.

x	y
3	18
4	24
5	30

x	y
7	11
8	12
9	13

x	y
5	12
8	15
11	18

x	y
1	5
3	15
5	25

4. Заполните пустые ячейки.

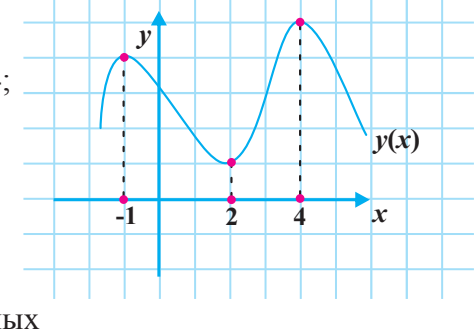
x	y
4	16
5	20
	24
7	

x	y
2	11
4	13
6	
	17

x	y
5	45
6	
7	63
	72

x	y
3	18
5	20
7	
	24

5. На рисунке изображен график функции $y(x)$
На основе рисунка найдите:
a) значение функции в точках $x = -1, x = 2, x = 4$;
b) наибольшее и наименьшее значение функции;
c) какие из точек (–1;3), (2;1), (3;3), (–1;5) , (4;5) лежат на графике функции.



6. Заполните заданную таблицу на основании данных

Функция \ x	–4	–2	–1	0	1	2	4
$y(x) = 3x$							
$y(x) = 0{,}25x$							
$y(x) = -x + 2$							
$y(x) = 0{,}5x + 3$							

7. 7. Высота чинары во дворе школы 7,3 m. Она ежегодно растет на 15 cm. Составьте функцию, представляющую рост чинары.

8. 8. Турист пройдя 120 km от туристической базы, запланировал для себя проходить по 9 km каждый час.Составьте формулу функции, выражающую путь, пройденный туристом.

9. На рынке цена кускового сахара на 4000 сумов выше, чем у сахара - песок. Составьте выражение, выразив цены на кусковой сахар и сахара- песок разными буквами.

10. Задано соотношение $y = kx$. Заполните следующую таблицу.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = 2x$							
$y = 3x$							
$y = -2x$							
$y = 0{,}5x$							

11. Велосипедист едет со скоростью 12 km/h. Напишите выражение для вычисления пути S, пройденного им за t часов.

12. Если известно, что точка A лежит на графике функции $y = kx$, то найдите значение k.
a) $A(-2; 1)$ b) $A(6; -18)$ c) $A(-4; 8)$

13. Цена картофеля на рынке 6000 сум. За x kg картофеля было выплачено y сум. Составьте выражение зависимости и найдите значение полученного выражения при $x = 4$; $x = 8$; $x = 10$; $x = 70$.

14. Высота, на которую поднимается воздушный шар, изменяется в зависимости от времени (минуты) его подъема.

a) Запишите изменение пройденного пути h за время t.

b) Постройте график функции.

c) Подсчитайте, сколько минут нужно, чтобы подняться на 2100 метров.

d) Сколько минут потребуется, чтобы подняться на 3500 метров?

15. a) Определите, верны ли последовательности.

1) 18, 16, 15, 13, ... 2) 4, 9, 14, 19, ...

b) Найдите следующие три члена каждой последовательности.

1) 12, 9, 6, 3, ... 2) –2, 2, 6, 10, ...

c) Напишите уравнение для n-го члена каждой последовательности.

1) 15, 13, 11, 9, … 2) –1, –0,5, 0, 0,5, …

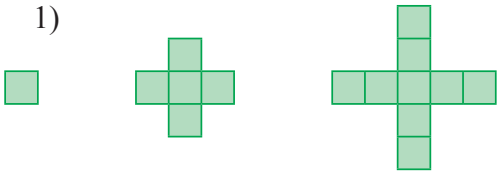
16. Переработка одной тонны макулатуры сохраняет в среднем 17 деревьев. Напишите формулу функции, представляющую зависимость между количеством переработанной бумаги и количеством сохраненных деревьев.

x	y
0	10 080
2	8 640
6	5760
10	
12	1440
14	

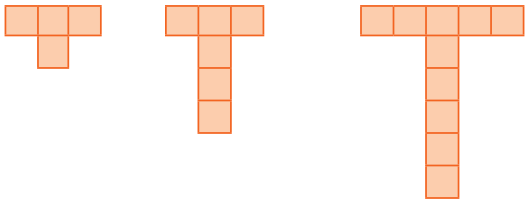
17. В час из бассейна спускается 720 литров воды. В таблице показана функция, связывающая объем воды в бассейне со временем ее спуска из бассейна. Заполните таблицу

18. В какой из последовательности фигур определена функция? Обоснуйте свои выводы.

1)



2)



19. Высота школьного стула 90 сантиметров. Стулья установлены, как показано на картинке. Могут ли они выражать функцию?



20. Какое предложение ниже может быть функцией? Объясните свой вывод.

1) Если автомобиль потребляет 10 литров бензина на 100 km, он может проехать 500 km с 50 литрами топлива.

2) Чем выше ваш доход, тем выше подоходный налог.

3) Когда цена растет, спрос падает, и наоборот.

4) Если заработная плата составляет 3 миллиона сум, уплачивается 300 тысяч подоходного налога. Если ежемесячный доход составляет 3,5 млн сум, уплачивается 350 тысяч подоходного налога.

5) В банкомат была вставлена пластиковая карта для снятия 500 000 сум наличными. Банкомат выдал 450 000 сум.

20. Составьте формулу функции для последовательностей, данных в упражнении 15.

20. На рисунке показано расположение папок на жестком диске компьютера. Какое из расположений отсортировано на основе функции? Объясните свой вывод.

Имя	Дата изменения
7 sinf TIMES	24.06.2022 18:50
7-sinf Algebra	08.06.2022 17:52
Папка 1-bob	10.05.2022 13:39
Папка 2-bob	10.05.2022 13:39
Папка 3-bob	10.05.2022 13:39
Папка 4-bob	10.05.2022 13:39
Папка 5-bob	10.05.2022 13:39
Папка 6 bob	10.05.2022 13:39
Папка 6 sinf takrorlash	09.05.2022 13:02
Папка 7-bob	10.05.2022 13:39

Имя	Дата изменения
7 sinf TIMES	24.06.2022 18:50
7-sinf Algebra	08.06.2022 17:52
Папка 1-bob	10.05.2022 13:39
Папка 2-bob	10.05.2022 13:39
Папка 3-bob	10.05.2022 13:39
Папка 4-bob	10.05.2022 13:39
Папка 5-bob	10.05.2022 13:39
Папка 6 bob	10.05.2022 13:39
Папка 7-bob	10.05.2022 13:39
Папка 6 sinf takrorlash	09.05.2022 13:02

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

Вспоминаем

1-пример. Формула нахождения периметра квадрата выглядит следующим образом: $P = 4a$.

В этой формуле P можно выразить функцией, а а аргументом. Мы заменяем P на $f(x)$ и а на x и образуем функцию выраженную формулой $f(x) = 4x$ или $y = 4x$.

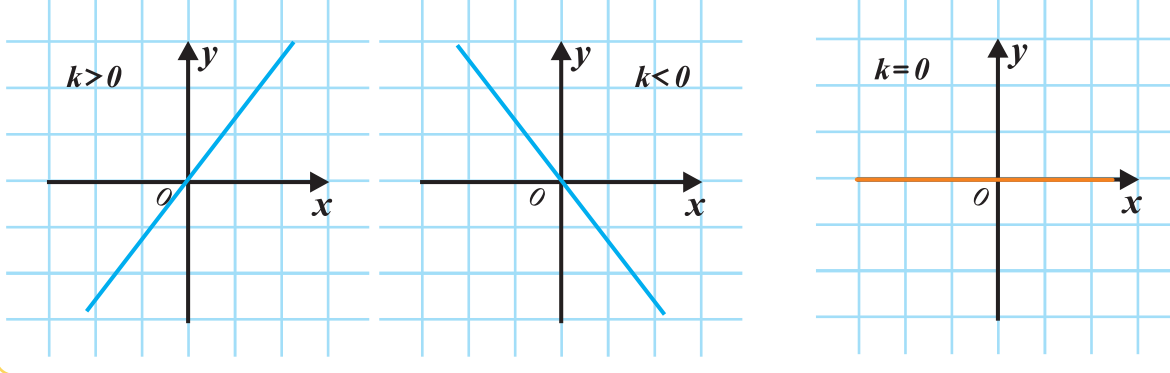
Проверяем функцию по таблице:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(a)$	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Функция $y = kx$

График функции $y = kx$ – представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат при любом значении k.

Если $k > 0$ то график функции расположен в I и III четвертях.
Если $k < 0$ то график функции расположен во II иva IV четвертях.
Если $k = 0$ то график функции совпадает с осью Ox.
Таким образом, k могут быть числа –2; –0,5; 2; 3.



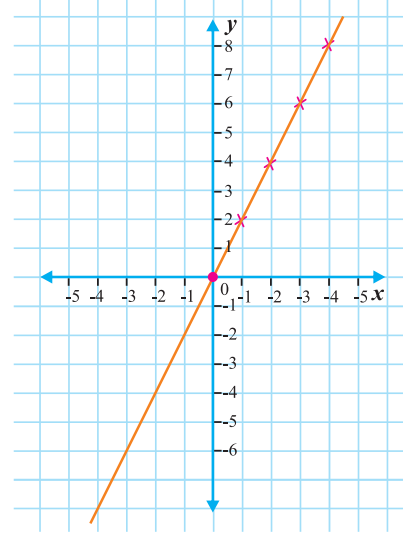
Пример

2-пример. Постройте график функции $y = 2x$.

Чтобы построить график функции, вычислим соответствующие значения y, присвоив x разные значения, и покажем это в таблице.

x	–2	–1	0	1	2	3
$y = 2x$	–4	–2	0	2	4	6

Исходя из таблицы получаем координаты точек (–2; –4); (–1; –2); (0; 0); (1; 2); (2; 4); (3; 6) и откладываем их в декартовой системе координат, соединяем с помощью линейки, чтобы получилась прямая линия

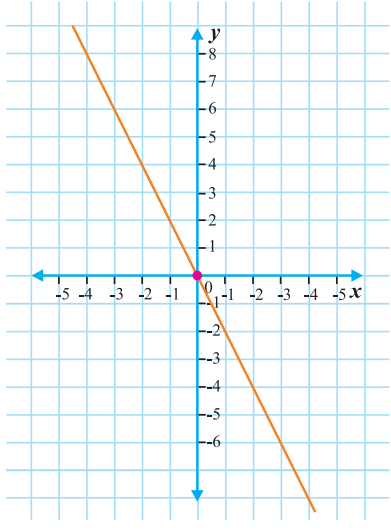


3-пример. Постройте график функции $y = -2x$.

Чтобы построить график функции, вычислим соответствующие значения y, присвоив x разные значения, и покажем это в таблице.

x	–2	–1	0	1	2	3
$y = -2x$	4	2	0	–2	–4	–6

Исходя из таблицы получаем координаты точек (–2; 4); (–1; 2); (0; 0); (1; –2); (2; –4); (3; –6) и откладываем их в декартовой системе координат.



Согласно аксиоме «через любые две точки проходит только одна прямая», достаточно найти две точки на графике, чтобы построить график функции $y = kx$.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Постройте график функции.

1) $y = x$ 2) $y = 2x$ 3) $y = \frac{3}{4}x$ 4) $y = 1{,}5x$

2. Постройте график функции.

1) $y = -x$ 2) $y = -3x$ 3) $y = -\frac{1}{2}x$ 4) $y = -2{,}5x$

3. Постройте графики функций в одной системе координат и покажите, в каких координатных углах этоти графики расположены.

1) $y = 4x$; $y = -4x$ 2) $y = 0{,}5x$; $y = -0{,}5x$

4. Заполнить таблицу в соответствии соотношения $y = kx$.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = -0{,}2x$							
$y = 0{,}2x$							
$y = -\frac{1}{4}x$							
$y = 4x$							

5. Удовлетворяют ли данные, приведенные в таблице, условиям функции $y = kx$.

x	18	20	22	24	26
y	9	10	11	12	13

x	10	13	16	19	21
y	10	13	16	19	21

x	4	5	6	7	8
y	1	2	3	4	5

Функция $y = kx + b$

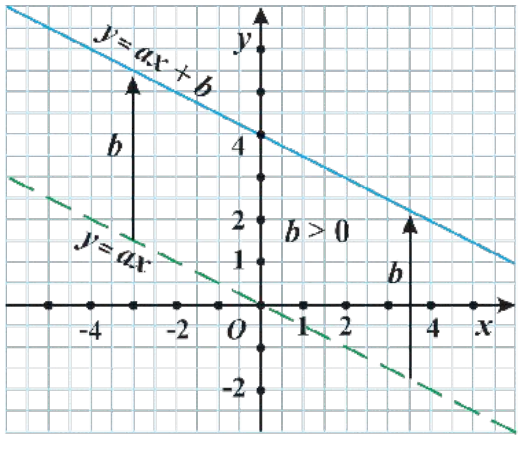
Функция вида $y = kx + b$ называется *линейной функцией.* k, b – заданные числа.

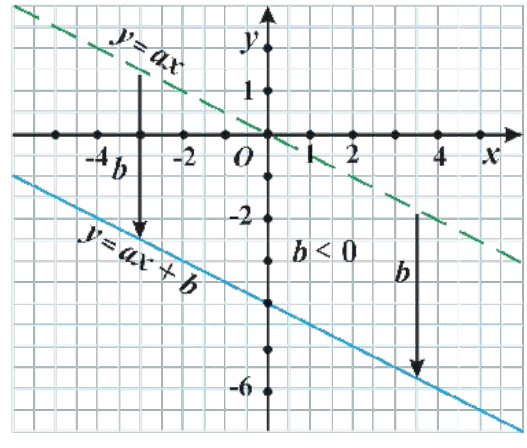
Число k в функции $y = kx + b$ показывает на сколько прямая наклонена к оси Ox.

Если $b > 0$ график функции, $y = kx$ сдвигается вдоль оси Oy в положительном направлении на расстояние равное $|b|$.

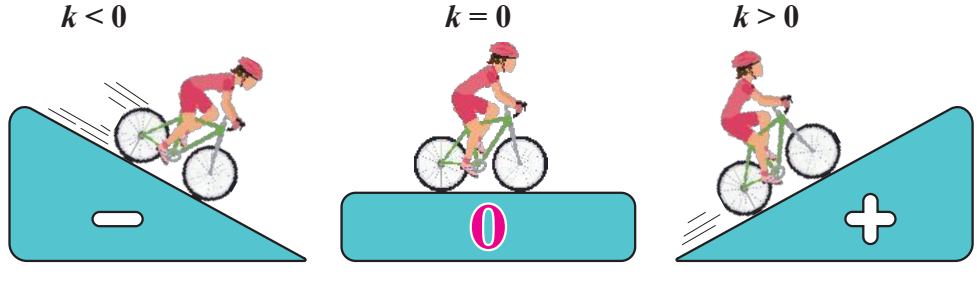
Если $b < 0$ график функции, $y = kx$ сдвигается вдоль оси Oy в отрицательном направлении на расстояние равное $|b|$.

Если $b = 0$ то получим график функции, $y = kx$.





Зависимость графика функции от k



Пример

1-пример. Найдите формулу линейной функции по графику.

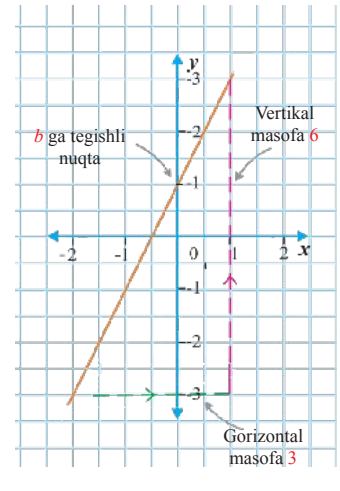
Формула линейной функции: $y = kx + b$.

Итак, нам нужно определить, чему равны числа, k и b Из графика видно, что $k > 0$.

1) Число b всегда является точкой пересечения прямой с осью Oy. На рисунке прямая пересекает точку 1 на оси Oy. Отсюда следует, что $b = 1$.

2) $k = \dfrac{\text{вертикальное расстояние}}{\text{горизонтальное расстояние}} = \dfrac{6}{3} = 2$ Следовательно, $k = 2$.

3) Запишем формулу функции: $y = kx + b = 2x + 1$.



2-пример. Найдите формулу линейной функции по графику.

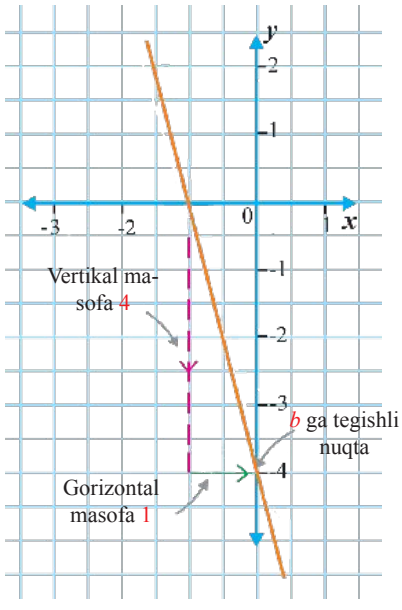
Итак, нам нужно определить, чему равны числа k и b.

Из графика видно, что $k < 0$.

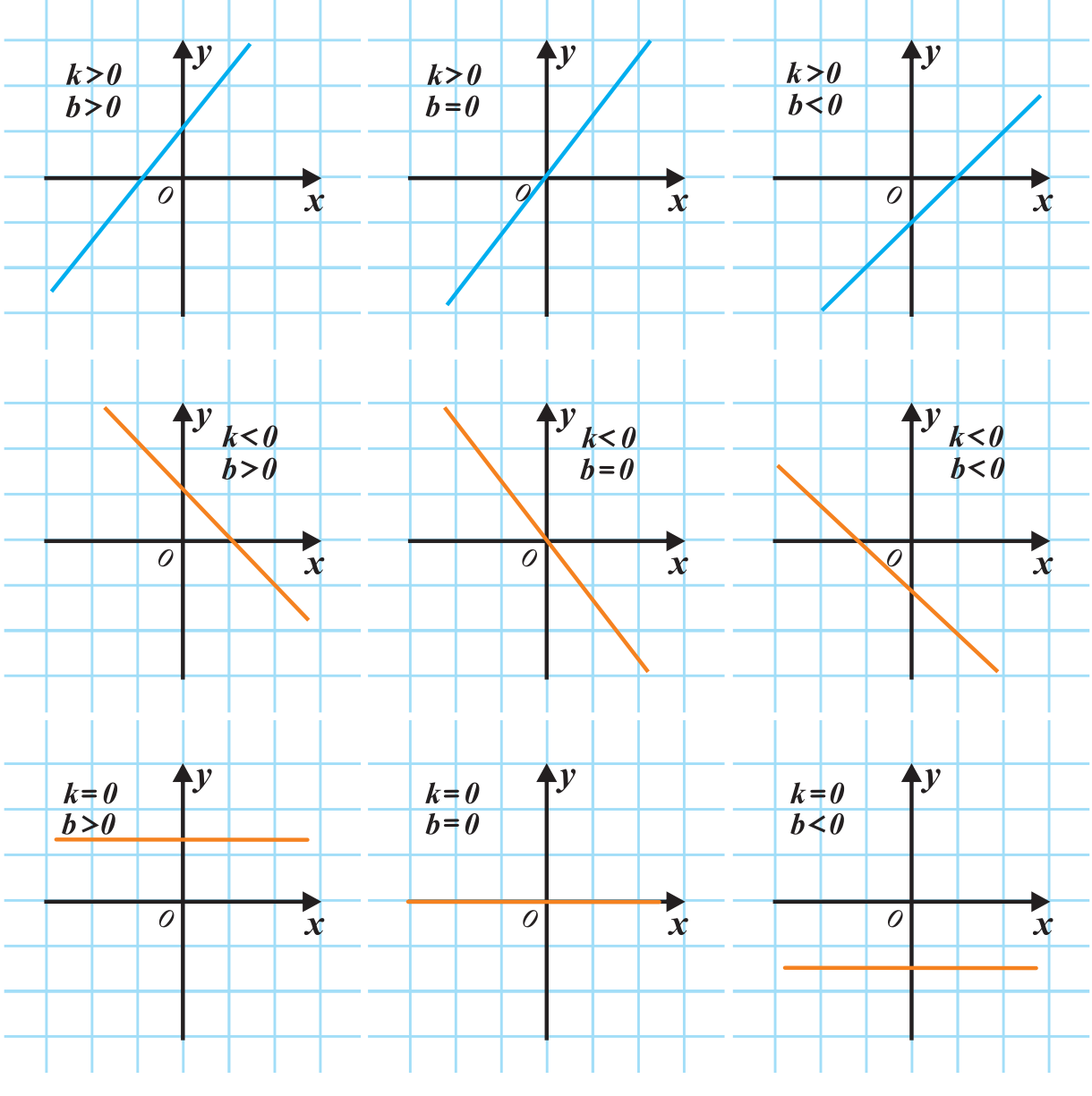
1) Число b всегда является точкой пересечения прямой с осью Oy. На рисунке прямая пересекает точку – 4 на оси Oy. Отсюда следует, что $b = -4$.

2) $k = \dfrac{\text{вертикальное расстояние}}{\text{горизонтальное расстояние}} = \dfrac{4}{1} = 4$ Следовательно, $k = -4$

3) Запишем формулу функции: $y = kx + b = -4x - 4$



Расположение линейной функции $y=kx+b$ в координатной плоскости

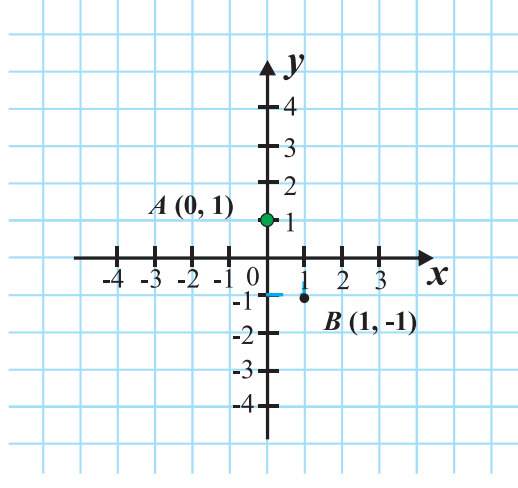


Пример

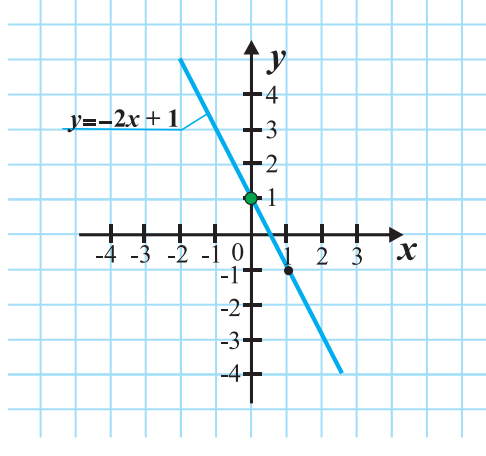
3-пример. Построим график функции $y = -2x + 1$.
Находим значение функции y для двух произвольных значений x. Например, вместо x возьмем числа – 1 и 1. Полученные значения x и y являются координатами точек на графике функции.

x	0	1
y	1	–1

Полученные значения x и y являются координатами точек графика функции, отмечаем эти точки в системе координат.

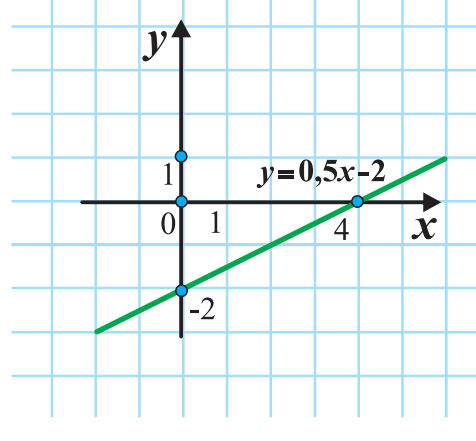


Теперь проводим прямую линию через отмеченные точки. Эта линия является графиком функции $y = -2x + 1$.



4-пример. Нам дана функция $y = 0{,}5x - 2$.
1) если $x = 0$, $y = -2$;
2) если $x = 2$, $y = -1$;
3) agar $x = 4$, $y = 0$ и так далее.
Для удобства результаты можно представить в виде таблицы:

x	0	2	4
y	–2	–1	0



УПРАЖНЕНИЯ

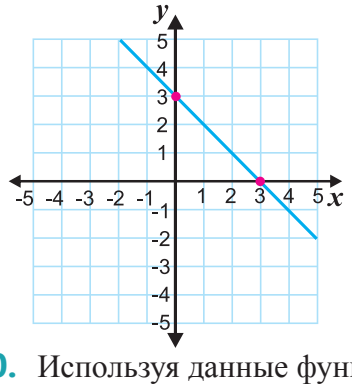
6. Если известно, что график функции $y = 3x + b$ проходит через точку (–2; 1) найдите значение b.

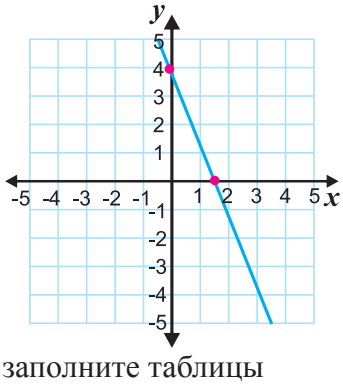
7. Через какие из точек проходит график функции $y = 3x + 1$?

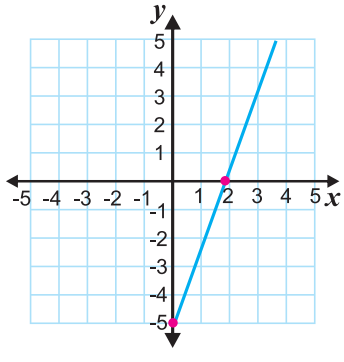
1) $A(3; 7)$ 2) $B(2; -1)$ 3) $C(5; 16)$ 4) $D(7; 20)$

8. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = 2x - 3$ va $y = -x + 6$.

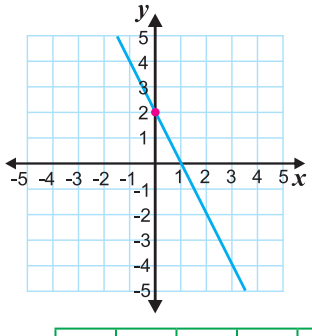
9. Запишите функции на основании графика.

1) 

2) 

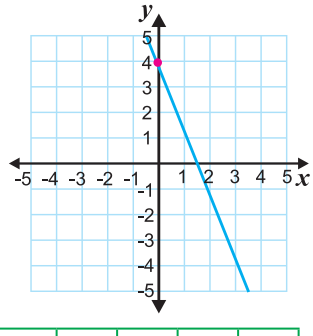
3) 

10. Используя данные функции заполните таблицы

1) 

$y = -2x + 2$

x				
y				

2) 

$y = -\frac{8}{3}x + 4$

x				
y				

11. При каких значениях x функции $y = 2x - 3$ и $y = -x + 6$ принимают равные значения?

12. При каких значениях x функции $y = 5x - 1$ и $y = x + 3$ принимают равные значения?

13. При каком значении k прямая $y = kx + 3$ проходит через точку A?

1) $A(2; 25)$ 2) $A(4; 13)$ 3) $A(8; 16)$ 4) $A(4; 19)$

14. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции $y = 4x + 8$ и осями координат.

15. Определите координату точки пересечения графика функци $y = 3x + 5$ с осью Oy.

16. Определите координату точки пересечения графика функци $y = -3x + 6$ с осью Oy.

17. 1) Найдите точку, симметричную точке A(5; 3) относительно оси Ox.
2) Найдите точку, симметричную точке A(5; 3) относительно оси Oy.
3) Найдите точку, симметричную точке A(5; 3) относительно точки O.
4) Найдите точку, симметричную точке A(52; 43) оносительно тички B(17; -54).

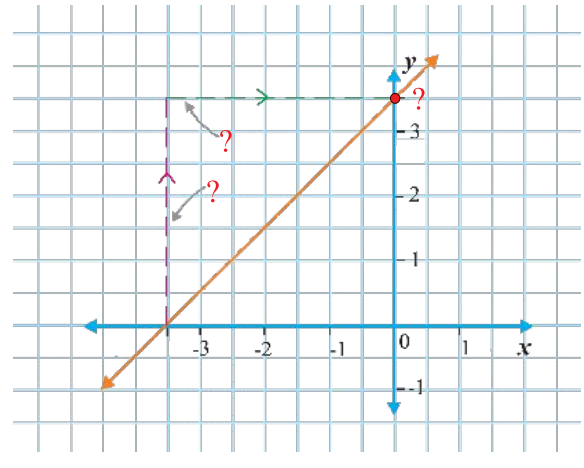
18. Найдите нули функции.

1) $y = 5x + 5$ 2) $y = 3x - 12$ 3) $y = 10x - 30$ 4) $y = 3x - 24$

19. Найдите точку пересечения данной функции с осью Ox.

1) $y = 4x - 8$ 2) $y = 4x - 28$ 3) $y = 7x - 14$ 4) $y = 5x - 1$

20. Какое число можно поставить вместо вопросительного знака? Найдите формулу функции по графику.



21. Ответьте на следующие вопросы:

1) Принадлежит ли точка A(3; 2 графику функции $y = 5x - 7$?

2) Принадлежит ли точка B(3; 2) графику функции $y = 5x - 7$?

3) Принадлежит ли точка C(1; 4) графику функции $y = 2x - 7$?

4) Принадлежит ли точка D(1; 3) графику функции $y = 5x - 14$?

22. Ответьте на следующие вопросы:.

1) Проходит ли график прямой $y = x - 4$ через точку A(7; 3)?

2) Проходит ли график прямой $y = x - 9$ через точку A(7; 3)?

3) Проходит ли график прямой $y = x - 5$ через точку A(6; 4)?

4) Проходит ли график прямой $y = 6x - 1$ через точку B (0; 3)?

23. Изучите положение графика функции $y = kx + b$ на координатной плоскости, если:

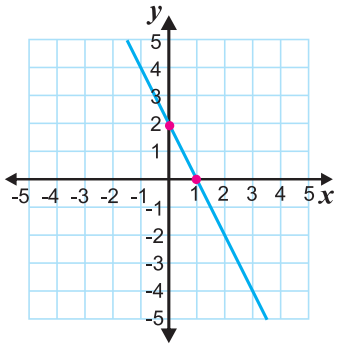
a) $k > 0$, $b = 0$ bo‘lganda; $k > 0$, $b > 0$ bo‘lganda; $k > 0$, $b < 0$ bo‘lganda;

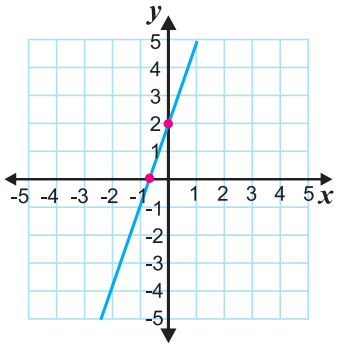
b) $k < 0$, $b = 0$ bo‘lganda; $k < 0$, $b > 0$ bo‘lganda; $k < 0$, $b < 0$ bo‘lganda

Сделайте выводы.

24. Постройте графики функций $y = x + 1$ va $y = 2x - 1$.

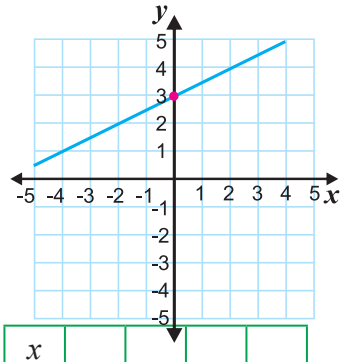
25. Напишите формулу функции по графику.



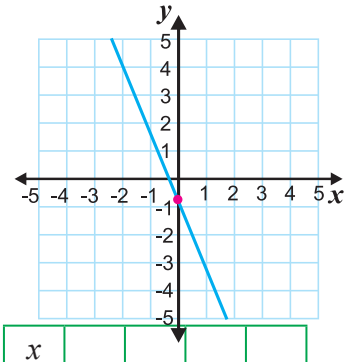


26. Заполните таблицу, используя график функции и формулу.

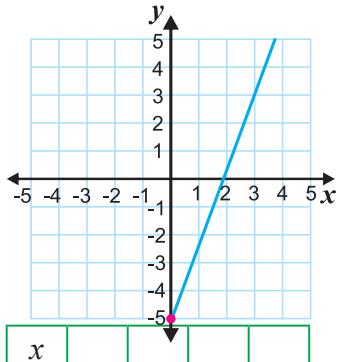
$y = \frac{1}{2}x + 3$ $\quad y = -2\frac{1}{2}x - 1$ $\quad y = 2\frac{2}{3}x - 5$



x				
y				



x				
y				



x				
y				

27. Найдите кординату точки пересения графика данной прямой с осью Oy.

1) $y = 3x - 7$ 2) $y = 3x + 6$ 3) $y = 2x + 1$ 4) $y = 6x + 7$

28. Начертите графики функций $y = x$, $y = x + 2$ и $y = x - 2$ в одной координатной плоскости и проанализируйте их графики. Сделайте свой вывод.

29. Найдите линейную функцию, проходящую через точки A и B.

1) $A(7; 6)$ va $B(3; 5)$ 2) $A(3; 2)$ va $B(5; 4)$

3) $A(4; 2)$ va $B(5; 7)$ 4) $A(2; 10)$ va $B(1; 9)$

30. Найдите линейную функцию, параллельную прямой, проходящей через точки A va B, и проходящую через точку C.

1) $A(3; 2)$; $B(4; 1)$; $C(2; 1)$ 2) $A(1; 2)$; $B(3; 4)$; $C(2; 4)$

3) $A(-1; 3)$; $B(1; 5)$; $C(-3; 4)$ 4) $A(-5; 2)$; $B(2; 4)$; $C(0; 4)$

31. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции $y = -3x + 6$ и осями координат.

32. Из формулы найдите y. Чему равно значение y при $x = 0$?

1) $2x + 4y = 16$ 2) $-x - y = 5$ 3) $-x + 2y = 3$ 4) $2x - y = 2$

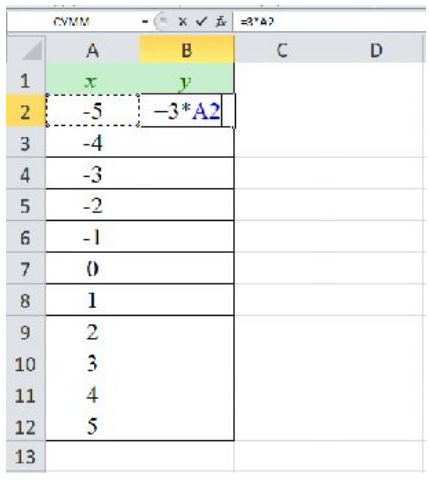
ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

Построение графика линейной функции в программе “MS Excel”

Одной из возможностей электронных таблиц MS Excel является возможность отображать данные в виде различных диаграмм или графиков. Представление готовых таблиц в графическом виде, во-первых, наглядно представляет данные, во-вторых, создает удобную возможность для сравнения результатов.

Учитывая значения функции $y = 3x$ и построение точечного графика.

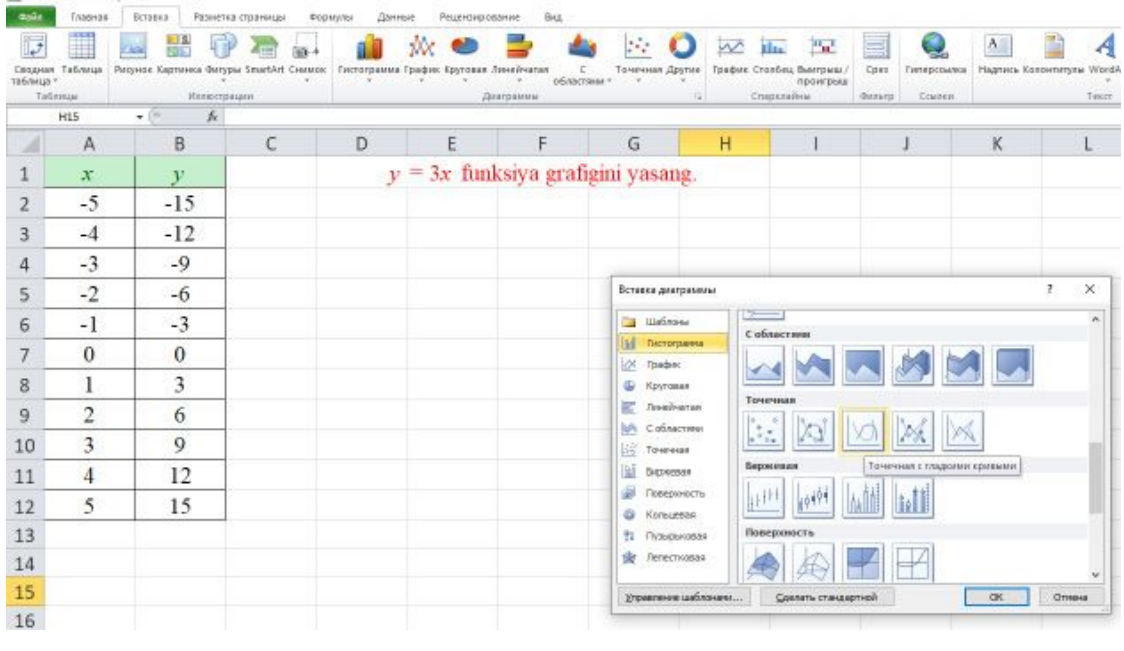
1) Создаем значения аргумента x и функции y в таблице Excel как показано на картинке. Для этого мы используем параметры заливки, копирования и форматирования. Значения x: Берем целые числа от – 5 до 5 и отмечаем значения y в таблице.



2) Для нахождения значения y воспользуемся формулой “=3*A2” Затем находим все значения y, зависимые от x

	A	B	C	D
1	x	y		
2	-5	-15		
3	-4	-12		
4	-3	-9		
5	-2	-6		
6	-1	-3		
7	0	0		
8	1	3		
9	2	6		
10	3	9		
11	4	12		
12	5	15		
13				

Выполнить действия, указанные на рисунке.



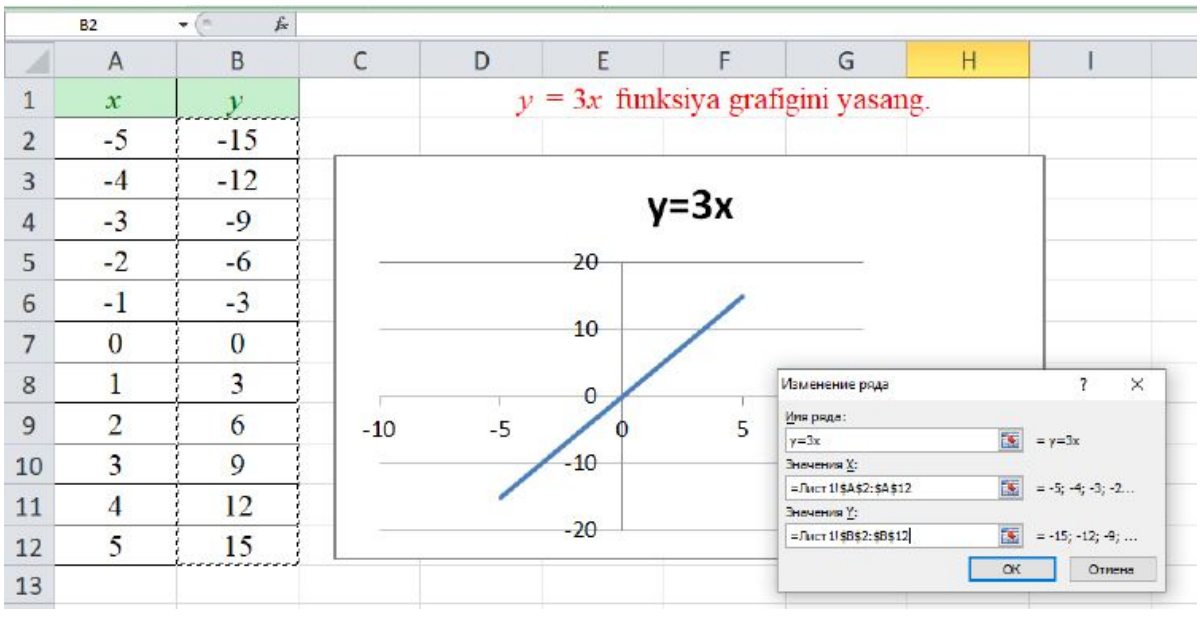
3) В меню **Вставка** отметьте раздел **График → Все типа диаграммы → Точечная** и нажмите **Ok**.

4) В меню **Конструктор** выбрать раздел **Выбрать данные → Добавить**.

5) В окне **ряда** в раздел **Имя ряда** запишите формулу функции $y = 3x$.

6) В окне **Значения X:** отмечаем значения аргумента x, в окне **Значения Y:** значения функции y.

При правильном и точном выполнении всех операций будет построен график функции $y = 3x$.



Задание

1. Нарисуйте график следующих функций, используя электронную таблицу “MS Excel”.

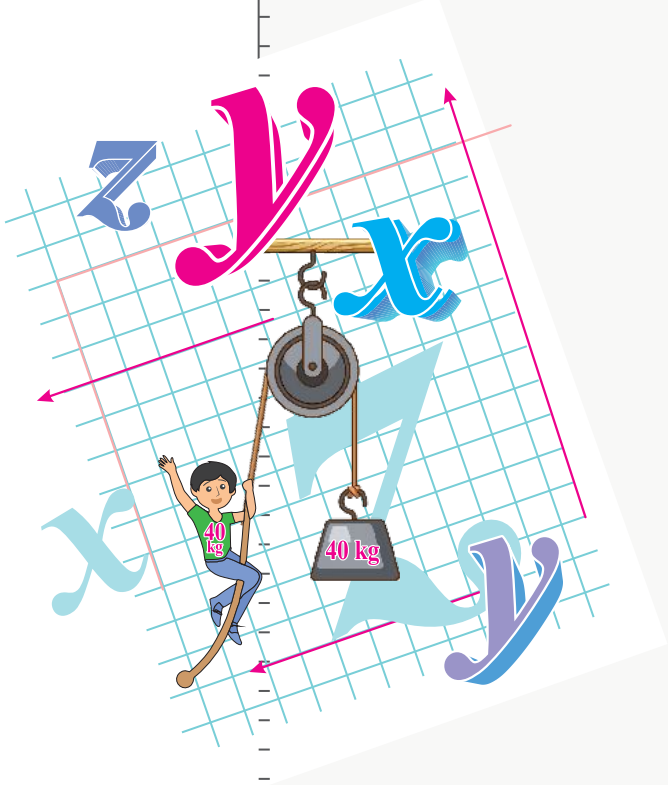
1) $y = 5x - 2$ 2) $y = 2x+3$ 3) $y = 4x + \frac{1}{4}$ 4) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

2. Измените цвет и координаты построенных графиков функций, размеры шрифта.

3. Сделать презентацию всех результатов.

VI ГЛАВА

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ



СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Вспоминаем

1) Прибавьте 3x к правой и левой частям уравнения $y = -3x+4$ К какому уравнению вы пришли? Они равносильные?

2) Как называется уравнение $3x + y = 4$ Если в данном уравнении x = 0 , то чему равен y? Сможете ли вы найти значение x, если y = -4?

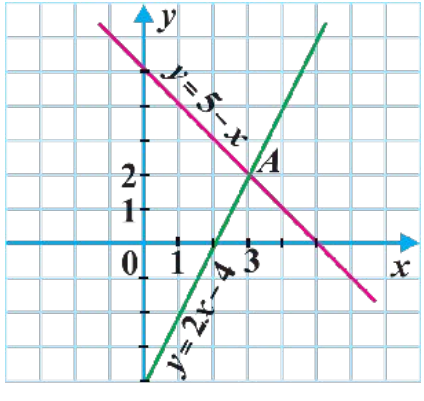
Запомните!

Уравнение вида $ax + by = c$ это линейное уравнение с двумя неизвестными, где x и y — переменные (неизвестные), a, b и c — коэффициенты (заданные числа).
В уравнении $3x + y = 4$, $a = 3$, $b = 1$, $c = 4$.
При $x = 1$, $y = 1$ Уравнение $3x + y = 4$ становится верным равенством: $3 \cdot 1 + 1 = 4$
Пара неизвестных значений $x = 1$, $y = 1$ и будет решением этого уравнения.

Решением уравнения с двумя неизвестными называется пара значений неизвестных, которые обращают это уравнение в верное равенство.
Пару значений неизвестных иногда кратко обозначают (1; 1); (0; –7).

1) Сможете ли вы указать точку пересечения графиков функций, заданных в виде

$y = 5 - x$ и $y = 2x - 4$



2) $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x - 4 \end{cases}$ и $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ равносильны?

Запомните!

Общий вид системы уравнений первой степени с двумя неизвестными записывается следующим образом:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Здесь a_1; b_1; c_1; a_2; b_2; c_2– **коэффициенты**, x и y – **неизвестные (переменные).**

Решением системы уравнений называют пары значений неизвестных (x; y), которые обращают каждое из уравнений системы в верное равенство.

Решить систему линейных уравнений это значит найти все его решения или показать, что решений нет.

Пример

1-пример. Сумма двух чисел равна 5, а их разность равна 3. Найдите эти числа.

Обозначим первое число за x, а второе число за y. По условию задачи сумма этих чисел равна 5, т.е.

$$x + y = 5$$

А так как их разность равна 3,то

$$x - y = 3$$

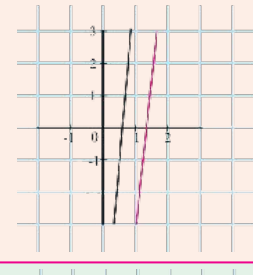
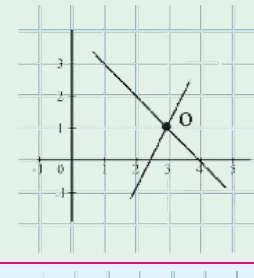
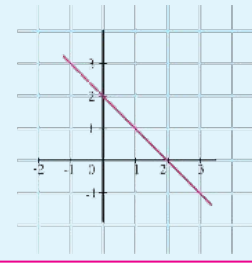
Мы получили два уравнения с двумя переменными. Это $x + y = 5$ и $x - y = 3$.

Система уравнений записывается в следующем виде с использованием больших скобок

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Запомните!

Приведем каждое уравнение системы уравнений к виду линейной функции и построим их графики в одной системе координат.
Сделаем каждое уравнение системы уравнений линейной функцией и построим их графики в одной системе координат.
Известно, что 2 прямые на плоскости могут располагаться в трех разных ситуациях, а именно:
Параллельно.
1. Пересекаются в одной точке.
2. Совпадают.

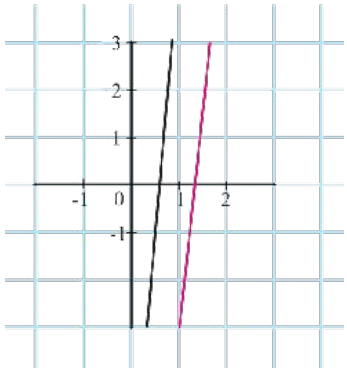
Соотношение коэффициентов	Взаимное расположение прямых	Количество корней	Графики
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	Прямые параллельны	Система уравнений не имеет корней emas.	
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	Прямые пересекаются в одной точке.	Система уравнений имеет единственный корень	
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	Прямые совпадают	Система имеет бесконечно много корней.	

Пример

2-пример. Проверьте, имеет ли система корни. $\begin{cases} 4x-2y=2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

1 способ. В каждом уравнении проверим соотношение коэффициентов

$\frac{4}{2}=\frac{-2}{-1}\neq\frac{2}{3}$, ya'ni $2=2\neq 0{,}666....$



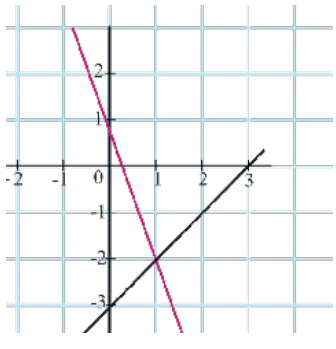
Таким образом, система уравнений не имеет корней.

2 способ. В каждом уравнении, входящем в систему, выразим переменную y через переменную x:

$$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=2x-3 \end{cases}$$

Эти прямые линии параллельны, следовательно система **не имеет решения.**

3-пример. Проверьте, имеет ли система корни. $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x+y=1 \end{cases}$



1 способ. В каждом уравнении проверим соотношение коэффициентов

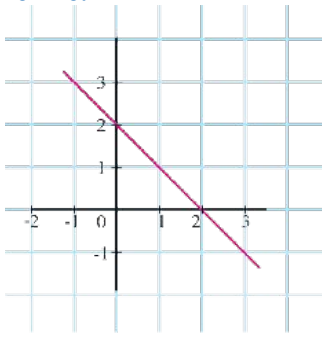
$\frac{1}{3}\neq\frac{-1}{1}$, то есть $0{,}333...\neq -1$. Следовательно, система уравнений имеет единственное решение.

2 способ. В каждом уравнении, входящем в систему, выразим переменную y через переменную x:

$$\begin{cases} y=x-3 \\ y=-3x+1 \end{cases}$$

Эти прямые пересекаются и система имеет **единственное решение.**

4-пример. $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+3y=6 \end{cases}$ Проверьте, имеет ли система корни.



1 способ. В каждом уравнении проверим соотношение коэффициентов

$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$. Следовательно, система уравнений имеет бесконечно много решений.

2 способ. В каждом уравнении, входящем в систему, выразим переменную y через переменную x:

$$\begin{cases} y=-x+2 \\ y=-x+2 \end{cases}$$

Графики этих функций совпадают, следовательно система имеет **бесконечно много решений..**

Запомните!

График уравнения $ax + by = c$ представляет собой **прямую линию.** Каждая точка прямой является решением уравнения.

Шаги, необходимые для графического решения некоторых систем линейных уравнений, показаны ниже:

1. Запишем первое уравнение системы в виде линейной функции и постоим ее график в системе координат.

2. Запишем второе уравнение в виде линейной функции и построим ее график в той же системе координат.

3. Определяем расположение линий и находим количество корней.

Пример

5-пример. $\begin{cases} x - y = -1 \\ -x - y = 3 \end{cases}$ Решите систему уравнений графически.

Приведем каждое уравнение системы к виду линейной функции:

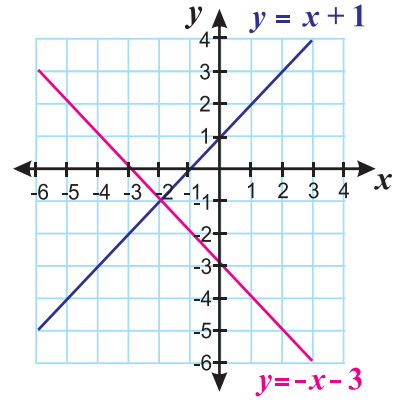
$x - y = -1 \quad \rightarrow \quad y = x + 1$

$-x - y = 3 \quad \rightarrow \quad y = -x - 3$

Начертим графики каждой из двух функций. Графики представляют собой прямые линии и они пересекаются.

Найдем точку пересечения: $x = -2; y = -1$.

Следовательно (–2; –1) решение системы..



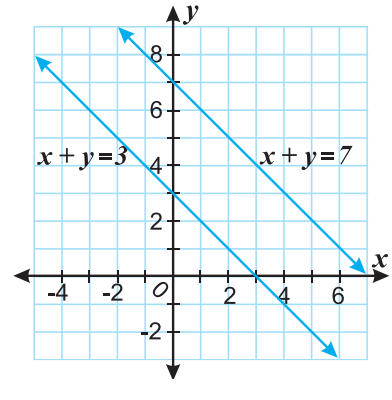
6-пример. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}$ Решите систему уравнений графически.

Приведем каждое уравнение системы к виду линейной функции:

$x + y = 3 \quad \rightarrow \quad y = -x + 3$

$x + y = 7 \quad \rightarrow \quad y = -x + 7$

Начертим графики каждой из двух функций.. Графики представляют собой прямые линии и они не пересекаются, так как параллельны. Следовательно, система не имеет корней.

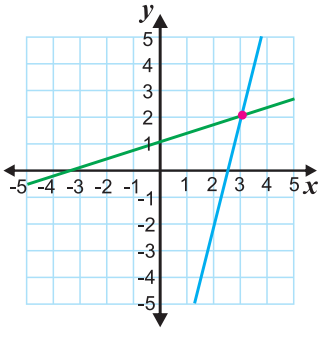


УПРАЖНЕНИЯ

1. Проверьте, являются ли числа $x = 3,\ y = 2$ решением следующих систем уравнений.

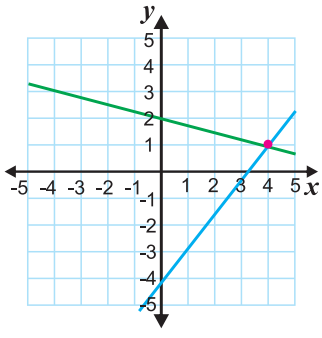
1) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

2. **Графически найдите значения** x и y.

1) 

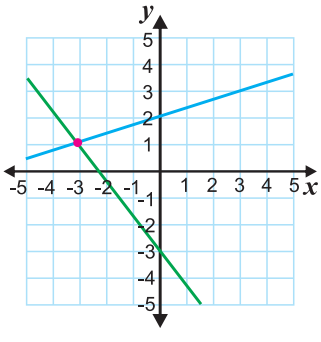
$y = 4x - 10$

$y = \frac{1}{3}x + 1$

2) 

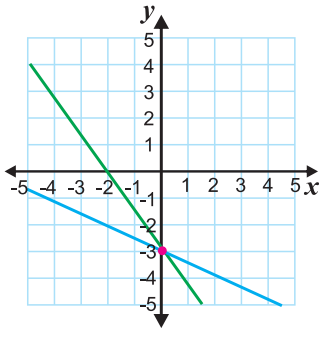
$-5x + 4y = -16$

$x + 4y = 8$

3) 

$-x + 3y = 6$

$4x + 3y = -9$

4) 

$y = -\frac{4}{9}x - 3$

$y = -\frac{7}{5}x - 3$

3. Какие из приведенных пар чисел будут решением системы уравнений $\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x - y = 6 \end{cases}$

1) $x = 8; y = 2$ 2) $x = 24; y = 18$ 3) $x = 3; y = -3$ 4) $x = 6; y = 0$

4. Какие из пар являются решениями следующих систем уравнений (0; 1), (1; 2), (–3; 4), (0; 2)?

1) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

5. Составьте системы линейных уравнений решениями которых будут следующие пары чисел:

1) $x = 2; y = 1$ 2) $x = 2; y = -1$ 3) $x = 2; y = 0$ 4) $x = -2; y = -1$

6. Графически проверьте имеют ли следующие системы уравнений решения:

1) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = x - 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y - x = 5 \\ y - 2x = 1 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} y = x + 3 \\ x = y - 5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} y - 2x = 5 \\ -4x + 2y = 10 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 2y + 4x = 2 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

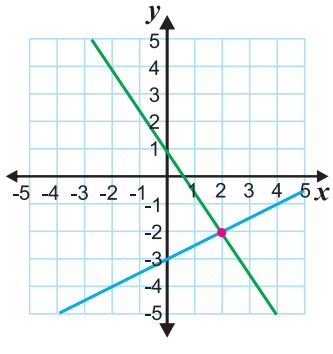
7. При каком значении a системы уравнений не имеют решения?

1) $\begin{cases} ax - y = 2 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x + 8y = 12 \\ 6x - ay = 2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 5x + ay = -6 \\ 9x - 18y = 20 \end{cases}$

8. При каком значении a системы уравнений имеют решения?

1) $\begin{cases} ax + 8y = 12 \\ 18x - 3y = -1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x + ay = -6 \\ 9x - 18y = 20 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 24y + 8y = -3 \\ 3x - 2ay = 6 \end{cases}$

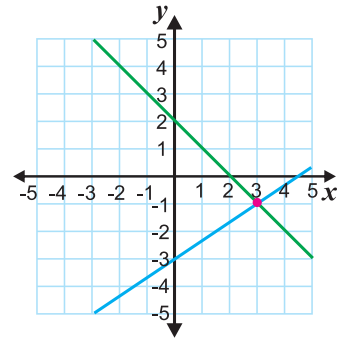
9. По графику найдите пару x и y, которая будет решением системы уравнений, и проверьте результаты



$-x + 2y = -6$

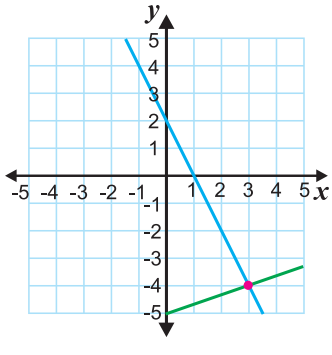
$3x + 2y = 2$

6)



$-2x + 2y = -6$

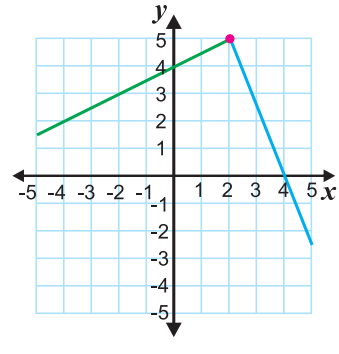
$x + y = 2$



$y = -2x + 2$

$y = \frac{1}{3}x - 5$

8)



$y = -\frac{5}{2}x - 10$

$y = \frac{1}{2}x + 4$

10. Для точек A и B найдите прямую, проходящую через точку A, перпендикулярную прямой AB.

1) $A(5; 2)$; $B(2; 5)$ 2) $A(4; 3)$; $B(1; 4)$

3) $A(3; 2)$; $B(4; 5)$ 4) $A(-3;0)$; $B(0; -5)$

11. Найти прямую, параллельную прямой $y = 3x + 5$

1) $y = 3x - 5$ 2) $y = 9x - 5$ 3) $y = -3x - 5$

4) $y = 3x - 15$ 5) $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}$ 6) $y = \frac{1}{3}x + 5$

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Способ подстановки

Одним из простейших способов решения системы линейных уравнений с двумя неизвестными является метод подстановки.

Правило решения системы уравнений подстановкой выглядит следующим образом:

1) Из одного уравнения системы (неважно, какого) одно из неизвестных должно быть выражено через другое.

2) Полученное выражение нужно подставить во второе уравнение системы (при этом образуется уравнение с одним неизвестным).

3) Необходимо решить уравнение с одним неизвестным и найти значение x.

4) Подставив найденное значение x в ранее полученное выражение, находим значение y.

Пример

1-пример. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

1 шаг: из второго уравнения системы выражаем $x = y + 3$.

2 шаг: в первое уравнение системы вместо x подставляем полученное выражение $y + 3$.

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 7 \\ x = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(y+3) - y = 7 \\ x = y + 3 \end{cases}$$

3-шаг: $2y + 6 - y = 7$. Отсюда получаем $y = 1$.

4-шаг: подставив это значение y во второе уравнение системы, $x = 1 + 3 = 4$, находим $x = 4$.
Ответ: (4; 1) или $x = 4$, $y = 1$.

2-пример. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$

1шаг: получив из первого уравнения системы $y = 2x - 4$ подставляем вместо y во второе уравнение $2x - 4$

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x + (2x - 4) = 5 \end{cases}$$

2-шаг: решив полученное уравнение $x + (2x - 4) = 5$ t находим $x = 3$.

3-шаг: *п*одставив это значение x во второе уравнение системы вместо переменной *x, находим*, $y = 2 \cdot 3 - 4 = 2$.
Ответ: $x = 3$ и $y = 2$ или (3; 2)

3-пример. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x + 4y = 32 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$.

В двух уравнениях этой системы неудобно выражать одно неизвестное через другое.

Тем не менее, выразив переменную y из второго уравнения $3x-2y=6$, которое немного проще, через переменную x и подставив в первое уравнение полученное выражение вместо переменной y, решаем уравнение.

Необходимо найти значение y, подставив найденное значение x в ранее найденное уравнение с одной неизвестной:

$$\begin{cases}5x+4y=32\\3x-2y=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x+4y=32\\y=\dfrac{3x-6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x+\cancel{4}^{2}\cdot\dfrac{3x-6}{\cancel{2}_{1}}=32\\y=\dfrac{3x-6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x+2\cdot(3x-6)=32\\y=\dfrac{3x-6}{2}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}5x+6x-12=32\\y=\dfrac{3x-6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x+6x=32+12\\y=\dfrac{3x-6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}11x=44\\y=\dfrac{3x-6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=\dfrac{3x-6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=\dfrac{3\cdot4-6}{2}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=\dfrac{12-6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=\dfrac{6}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$$

Таким образом,решением данной системы является пара чисел (4;3).

УПРАЖНЕНИЯ

1. Выразите одну неизвестную в каждом из данных уравнений, через другую:

1) $x-1=2$ 2) $-x+y=1$ 3) $x-2y=4$ 4) $3x-y=-7$

2. Решить систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases}x=y\\x+y=4\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x=-y\\x+2y=6\end{cases}$ 3) $\begin{cases}y=-x\\-x+6y=7\end{cases}$

4) $\begin{cases}y=2x\\3x+y=10\end{cases}$ 5) $\begin{cases}x+y=4\\x=2+y\end{cases}$ 6) $\begin{cases}x+y=7\\y=x+3\end{cases}$

7) $\begin{cases}x=5-y\\x-y=3\end{cases}$ 8) $\begin{cases}y-4=x\\x+y=4\end{cases}$ 9) $\begin{cases}x=2y+1\\x+y=7\end{cases}$

10) $\begin{cases}x+y=2\\y=3x-2\end{cases}$ 11) $\begin{cases}x=-y\\x-y=10\end{cases}$ 12) $\begin{cases}x=8y-7\\2x+3y=5\end{cases}$

13) $\begin{cases}3x-4y=7\\x+y=0\end{cases}$ 14) $\begin{cases}4x-5y=9\\x-y=2\end{cases}$ 15) $\begin{cases}2x+y=9\\x+2y=3\end{cases}$

16) $\begin{cases}x=5y+4\\2x-3y=1\end{cases}$ 17) $\begin{cases}x+2y=5\\x-2y=5\end{cases}$ 18) $\begin{cases}x=8-y\\5x+3y=24\end{cases}$

19) $\begin{cases}x+y=10\\x-y=4\end{cases}$ 20) $\begin{cases}x-y=5\\x+y=-1\end{cases}$ 21) $\begin{cases}y=5+3x\\x+y=9\end{cases}$

Способ сложения

Другой метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными**al-геметод алгебраического сложения**.

Правило решения системы уравнений методом сложения следующее:

1) приравнивание модулей коэффициентов перед одним из неизвестных;

2) нахождение одного неизвестного путем почленного сложения или вычитания полученного уравнения;

3) подстановка найденного значения в одно из уравнений данной системы и нахождение второго неизвестного.

Пример

4-пример. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$.

Поскольку здесь коэффициенты перед переменной y в уравнениях $x+y=5$ и $x-y=1$ являются противоположными числами, сложим эти уравнения в виде столбца,

$$\begin{array}{rl} & x+y=5 \\ + & x-y=1 \\ \hline & 2x+0=6 \end{array}$$

Получаем равенство $2x=6$. Отсюда находим $x=3$.
Далее вместо x подставляем его значение в уравнение $x+y=5$ или $x-y=1$ можно найти $y=2$.

Можно проверить, что пара чисел (3;2) удовлетворяет данной системе $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3+2=5 \\ 3-2=1 \end{cases}$$

Два равенства верны. Следовательно, решением данной системы уравнений является (3; 2).

5-пример. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x+2y=11 \\ 3x-y=8 \end{cases}$.

Почленно вычтем из первого уравнения системы второе.

$$\begin{array}{rl} & 3x+2y=11 \\ - & 3x-\ \ y=8 \\ \hline & 0+3y=\ 3 \end{array}$$

Из уравнения $3y=3$находим $y=1$. Подставляем $y=1$ в $3x+2y=11$или $3x-y=8$ и находим $x=3$. Ответ: (3; 1)

6-пример. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x+3y=10 \\ 5x-y=3 \end{cases}$.

Если второе уравнение в данной системе уравнений умножить на 3 и почленно сложить с первым получим:

$$\begin{cases}4x+3y=10\\5x-y=3\end{cases}\Big|\cdot 3 \Rightarrow \begin{cases}4x+3y=10\\15x-3y=9\end{cases} \qquad +\begin{vmatrix}4x+3y=10\\15x-3y=9\end{vmatrix}$$

$$19x=19$$

Отсюда полученное значение x =1 подставим в уравнение 4 x + 3y = 10, то есть

$$4\cdot 1+3y=10$$
$$3y=10-4$$
$$3y=6$$
$$y=2$$

Ответ: (1; 2)

7-пример. Решите систему уравнений $\begin{cases}3x+5y=8\\5x-4y=1\end{cases}$

Мы можем умножить первое уравнение в данной системе уравнений на 4, а второе уравнение на 5.

$$\begin{cases}3x+5y=8\\5x-4y=1\end{cases}\Big|\begin{matrix}\cdot 4\\\cdot 5\end{matrix} \Rightarrow \begin{cases}12x+20y=32\\25x-20y=5\end{cases}$$

Почленно складываем полученные уравнения.

$$+\begin{vmatrix}12x+20y=32\\25x-20y=5\end{vmatrix}$$

$$37x=37$$

Полученное из равенства значение $x = 1$ подставляем в уравнение $5x - 4y = 1$ находим $y = 1$. Таким образом, решением данной системы уравнений будет $x = 1$ и $y = 1$.
Ответ: (1; 1)

8-пример. Если точки $A(-1;4)$ и $B(1;2)$ принадлежат графику функции $= y = kx + b$, то найти значения k и b.

По условию примера, точки $A(-1;4)$ и $B(1;2)$ принадлежат графику функции $y = kx + b$, $\begin{cases}4=-1\cdot k+b\\2=1\cdot k+b\end{cases}$ то есть нужно найти значения k и b, удовлетворяющие системе уравнений.

Систему уравнений $\begin{cases}4=-1\cdot k+b\\2=1\cdot k+b\end{cases}$ запишем в виде $\begin{cases}-1\cdot k+b=4\\1\cdot k+b=2\end{cases}$

Теперь решим ее методом алгебраического сложения.

$$+\begin{vmatrix}-k+b=4\\k+b=2\end{vmatrix}$$

$$2b=6$$

Найденное из полученного равенства значение $b = 3$ подставим в уравнение $k + b = 2$ ti находим $k = -1$. Ответ: $k = -1$ и $b = 3$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+2y=0 \\ x-2y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x-3y=2 \\ x+3y=8 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x+6y=15 \\ x-6y=-1 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} -x+6y=7 \\ x-4y=-5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 5x+y=40 \\ 10x-y=-10 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 2x-6y=-1 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} x-y=12 \\ 2x+y=30 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 3x+y=12 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ 11) $\begin{cases} x-y=14 \\ -x+5y=10 \end{cases}$ 12) $\begin{cases} 5x+6y=17 \\ 10x-6y=-2 \end{cases}$

2. Решите систему уравнений

1) $\begin{cases} x+y=7 \\ 3x-y=13 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 3x-y=10 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x+4y=14 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 7x+2y=10 \\ 7x+3y=8 \end{cases}$

3. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} 4x+3y=14 \\ 5x-y=8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ 2x+y=9 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 8x-3y=21 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x-7y=-1 \\ x-5y=-2 \end{cases}$

4. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} 3x+4y=10 \\ 4x+5y=13 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x+6y=-2 \\ 3x-4y=18 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 8x-7y=6 \\ 6x-11y=16 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 12x-9y=12 \\ 8x+13y=8 \end{cases}$

5. Точки A и B принадлежат графику функции $y = kx + b$. Найдите значения k и b.

1) $A(2; 3)$ va $B(4; 5)$ 2) $A(-1; 6)$ va $B(0; 3)$

3) $A(2; 0)$ va $B(0; 8)$ 4) $A(3; 26)$ va $B(-5; 10)$

6. Ответьте на вопросы.

1) $\begin{cases} 3x-2y=8 \\ A \end{cases}$ Вместо A запишите такое линейное уравнение, чтобы система уравнений имела единственное решение.

2) $\begin{cases} 8x+y=5 \\ A \end{cases}$ Вместо A запишите такое линейное уравнение, чтобы система уравнений имела бесконечно много решений.

7. Графическим способом сделать вывод о существовании решения системы уравнений

1) $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x + 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x - 4 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2y + 3x = 0 \end{cases}$

8. Решить систему линейных уравнений методом подстановки

1) $\begin{cases} 15x - 4y = 8 \\ y = 1 + 3x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ x = 6 - 3y \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - y = -5 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$

9. Решить систему линейных уравнений методом алгебраического сложения.

1) $\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 13 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 49 \\ -x + y = 17 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + 2y = -27 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$

10. Решите систему линейных уравнений.

1) $\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 13 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 11 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = x + 1 \\ 5x + 2y = 16 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y = 2,5x \\ y = 8 - 1,5x \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x - 3y = -8 \\ x + 12y = 11 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 10x - 11y = 9 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 3y - 2x = 0 \\ y = -3x + 11 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x + y = 5 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$ 11) $\begin{cases} x = 3y - 4 \\ y = x + 1 \end{cases}$ 12) $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2y + 3x = 0 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$ 14) $\begin{cases} 5x - 2y = 0 \\ 3x + 2y = 16 \end{cases}$ 15) $\begin{cases} 3x - y = -5 \\ -5x + 2y = 1 \end{cases}$

16) $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 7x - 3y = 5 \end{cases}$ 17) $\begin{cases} 3x + 2y = -27 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$ 18) $\begin{cases} 3x - 2y = 64 \\ 3x + 7y = -8 \end{cases}$

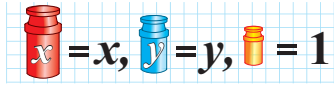
11. Найдите решение системы уравнений удобным для вас способом.

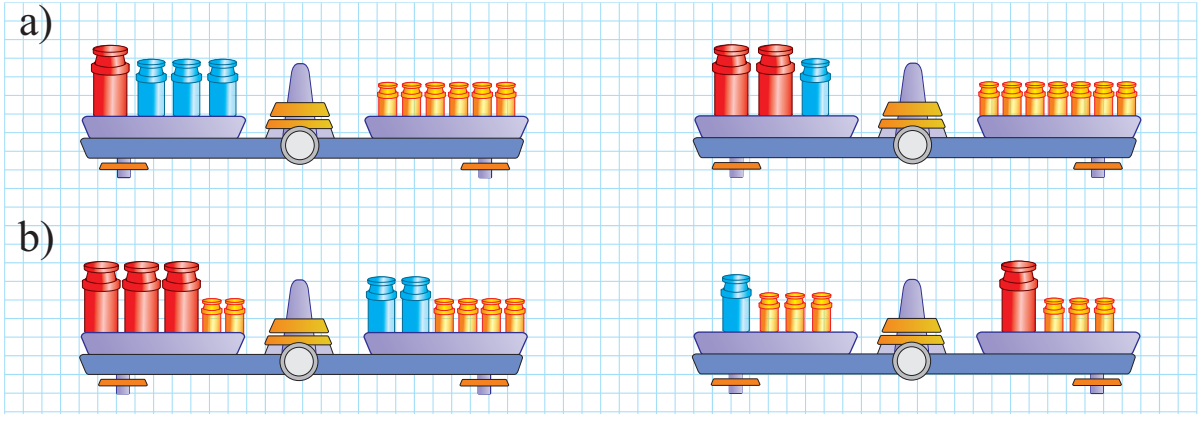
1) $\begin{cases} 5x - 2y = 0 \\ 3x + 2y - 16 = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 11 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 2x + 4y + 3 = 0 \end{cases}$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Сумма двух чисел равна 50, а их разность 16. Найдите эти числа.

2. Составьте систему уравнений, воспользовавшись двумя весами и найдите неизвестные



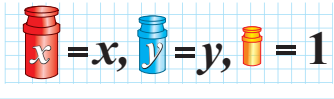


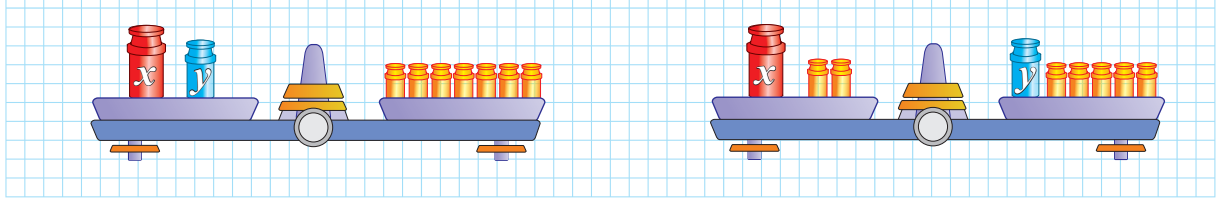
3. Сумма двух чисел равна 16. Удвоенное значение одного из чисел на 7 больше, чем утроенное значение другого. Найдите эти числа.

4. Солихабону заплатила 1600 сум за 3 тетради и 2 карандаша. Дурдона заплатила 1100 сум за 2 тетради и 2 карандаша. Определить цену тетради и карандаша.

5. Сумма двух чисел равна 50, аих разность 16. Найдите эти числа.

6. Составьте систему уравнений, воспользовавшись двумя весами и найдите неизвестные





7. 42 ученика отправились в путешествие на 8 лодках. Одни лодки четырехместные, другие шестиместные. Если все места в лодках заняты, сколько 4-местных и сколько 6-местных?

8. Прибавление второго числа к двум пятым первого равно 26, а прибавление первого числа к двум пятым второго равно 23. Найдите эти числа.

9. На ферме есть куры и кролики. Сколько будет кур и кроликов, если у них 310 голов и 880 ног?

10. В сутки на 12 лошадей и 19 коров выделяется 189 kg корма. Если известно, что 3 коровам дают на 1 kg корма больше, чем 2 лошадям, то сколько kg корма дается каждой лошади и каждой корове в день?

11. Сумма цифр двузначного числа равна 16. Если его цифры поменять местами, его значение увеличивается на 18. Найдите это двузначное число.

12. Скорость катера по течению 28 km/h, против течения 22 km/h. Найдите скорость катера в стоячей воде и скорость течения.

13. Сумма двух натуральных чисел равна 53. При делении одного из них на другое частное от деления равено 3, а остаток равен 1. Найдите эти числа.

14. Среднее арифметическое двух натуральных чисел равно 24. Один из них составляет 20% от другого. Найдите эти числа.

15. Расстояние между двумя городами составляет 564 km. Два поезда отправились на встречу друг друга и встретились через 6 часов. Найдите скорость каждого поезда, если скорость одного из них на 10 km/h больше скорости другого.

16. Периметр прямоугольника равен 48 cm. Если одну из его сторон увеличить в 2 раза, а вторую уменьшить на 6 cm, периметр получившегося прямоугольника будет 64 cm. Найдите стороны прямоугольника.

17. По плану мастер и подмастерье должны были за один день изготовить 65 стульев. Мастер увеличил план на 20%, а подмастерье уменьшил его на 20%, изготовив вместе 70 стульев за один день. Сколько стульев по плану должен изготовить каждый из них?

18. Всего было смешано 10 литров воды с температурой 30°C и 70°C для получения воды с температурой 42°C. Сколько литров каждого?

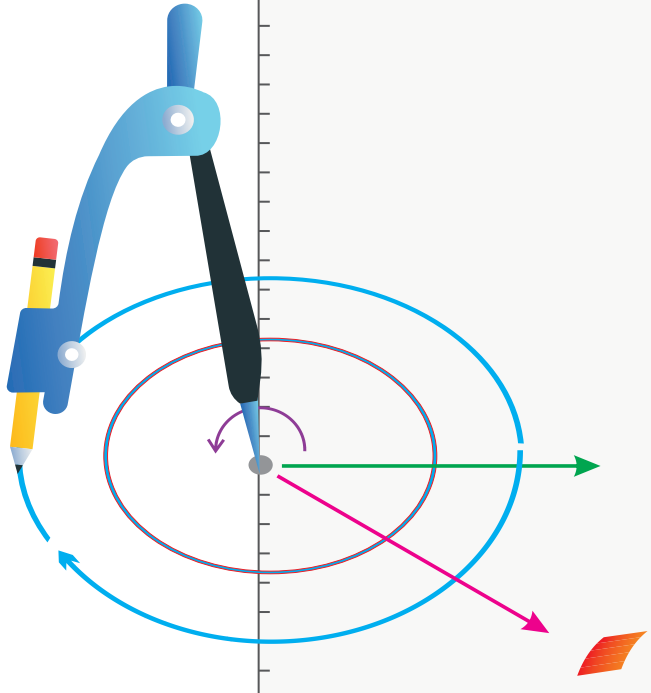
19. Всего у Азизбека было 100 сум купюрами номиналом 5 сум и 10 сум. Если 5 сумовых купюр на 5 больше, чем 10 сумовых купюр, тогда какая сумма была у Азизбека номилалом по 5 сум?

20. Перед походом в горы ученики взяли с собой двух- и трехместные палатки. Если в горах 10 палатках расположилось 26 учеников, то сколько учеников в трехместных палатках?

21. Одна сторона прямоугольника на 4 cm длиннее другой стороны. Если меньшую сторону увеличить в 2 раза, периметр получившегося прямоугольника будет 56 cm. Найдите стороны данного прямоугольника.

VII ГЛАВА

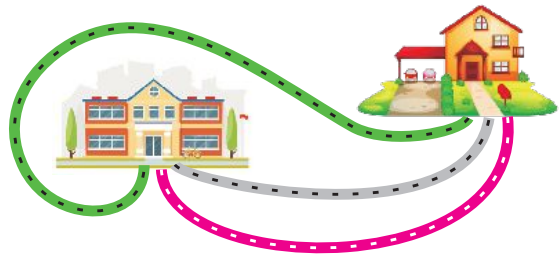
РАБОТА С ДАННЫМИ



KOMBINATORIKANING ASOSIY QOIDALARI

Пример

1-пример. Из дома до школы ведут три дороги.. Длина 1-й дороги 1 km 200 m, 2-й дороги 2 km 50 m, 3-й дороги 1 km 800 m. По какой дороге вы бы пошли в школу?



Конечно, если ходить в школу — основная задача, то путь по 1-ой дороге — лучший. Потому что лучший путь – это самый короткий путь.

Если все пути, которые мы должны выбрать, находятся на одинаковом расстоянии, не имеет значения, какой путь мы выберем.

Запомните!

Комбинаторика это раздел математики, в котором изучаются способы выбора и размещения элементов некоторого множества на основании определенных условий.

Жизнь человека связана с техникой и производством. Обычно мы обращаем внимание на то, полезна ли выполняемая нами работа или нет. Поэтому важно заранее знать, будет ли выполняемая работа полезной или вредной, необходимо искать и анализировать несколько способов ее выполнения.

Комбинаторика — это подсчет комбинаций конечного числа данных объектов при соблюдении того или иного условия.

Пример

2-пример. В первой корзине 12 одинаковых шаров, а во второй корзине 11 точно таких же шаров. Сколькими способами можно выбрать один шар из корзин?



Если нам нужно достать один шар из первой корзины, мы можем сделать это 12 различными способами, если нам нужно достать его из второй корзины, мы можем сделать это 11 способами. Так как не имеет значения, из какой корзины мы достанем один шар, то его можно достать

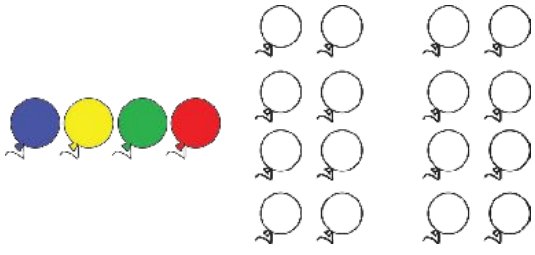
$$12 + 11 = 23$$

способами.

Правило сложения

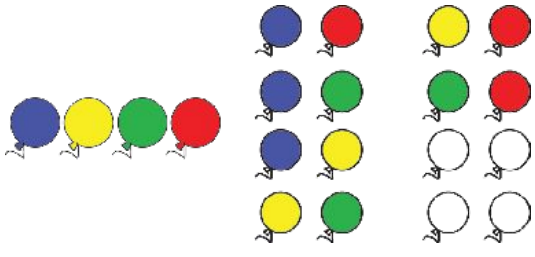
Если объект A можно выбрать n способами, а объект B можно выбрать m способами, то объект A или B можно выбрать $n + m$ способами.

3-пример. Сколькими способами можно попарно разложить 4 шара разных цветов?



Мы размещаем попарно шары четырех цветов таким образом, чтобы не было двух одинаковых цветов.

Итак: 4 + 2 = 6



УПРАЖНЕНИЯ

1. В корзине 4 граната, 5 груш и 6 яблок. Сколькими способами можно выбрать один фрукт из корзины?
2. В корзине три вида фруктов: 4 яблока, 5 груш и 7 апельсинов. Сколькими способами можно выбрать один фрукт из корзины?
3. В одном классе 15 девочек и 20 мальчиков. Сколько учеников в этом классе?
4. В одной школе 15 классов по 30 учеников в каждом. Сколько всего учеников в этой школе?
5. Всего в контейнере 15 черных и белых шаров. Сколькими способами можно достать из контейнера только один шар?
6. В группе A 15 детей, а в группе B 20. Сколькими способами можно выбрать одного ребенка из групп?
7. В одной корзине 20 яблок, а в другой 13. Сколькими способами можно выбрать одно яблоко из корзин?
8. Сколько двузначных чисел можно составить из чисел 1, 2, 3, 4 и 5, не повторяя их?
9. В классе 12 мальчиков и 16 девочек. Сколькими способами можно выбрать пару, состоящую из одного мальчика и одной девочки?

Пример

4-пример. Если у вас есть 2 галстука, 2 рубашки и 3 брюк, сколько различных способов одеться используя любое сочетание этих вещей?

Во-первых, давайте посмотрим, как 2 рубашки сочетаются с 2 галстуками. Очевидно, вы можете носить их 4 разными способами.

Теперь мы подбираем 3 брюк к 4 разным нарядам. Таким образом всего 12 различных нарядов.

Итак, можно одеться12 разными способами.



Правило умножения

Если элемент A можно выбрать сначала n способами, а затем элемент B можно выбрать m способами, то пару A и B можно выбрать $n \cdot m$

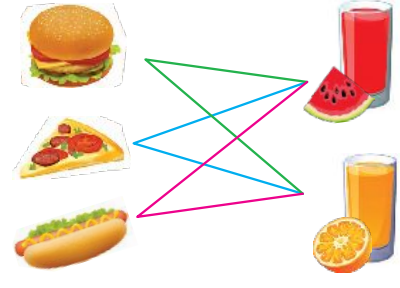
Пример

5-пример. Салиму предложили на выбор гамбургер, пиццу, хот-дог, арбузный сок и апельсиновый сок. Какие комбинации он может попробовать?

Есть 3 варианта еды и 2 напитка. Перемножаем их, чтобы найти комбинации:

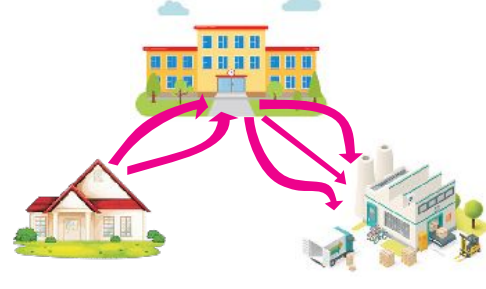
$$3 \cdot 2 = 6.$$

Таким образом, Салим может попробовать 6 комбинаций, используя правило подсчета $n \cdot m$

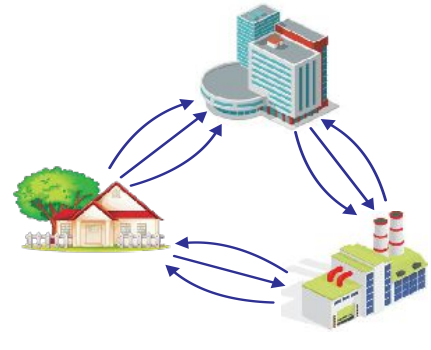


УПРАЖНЕНИЯ

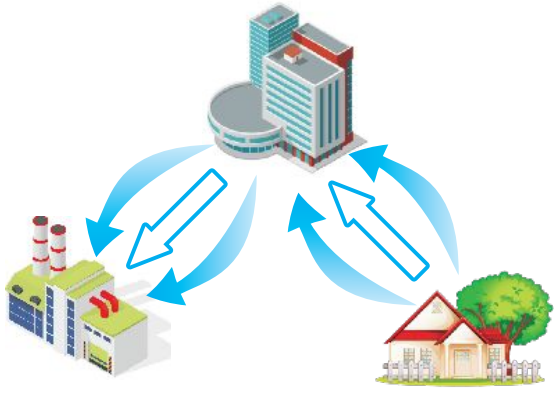
1. Сколькими способами Алишер может выбрать путь от дома до школы и от школы до торгового центра?



2. Сколькими способами Джамшид может пройти от своего дома до фабрики?



3. Сколькими способами Абдулла может выбрать дорогу, чтобы добраться от своего дома до города и от города до фабрики?



4. Есть два способа добраться из города A в город B. Три дороги ведут из города B в город C. Сколькими способами можно добраться из города A в город C?

5. На подносе лежат 5 яблок и 6 груш. Сколькими различными способами мы можем выбратьс два различных фрукта с подноса ?

6. В магазине продается 5 видов чашек, 3 вида блюдец и 4 вида чайных ложек.
a) Сколькими способами можно купить пару из чашки и блюдца?
b) Сколькими способами можно купить тройку из чашки, блюдца и чайной ложки?
c) Сколькими способами можно купить пару из двух различных посуд?

7. В магазине есть 6 kg яблок, 5 kg винограда и 4 kg груш. Сколькими способами можно выбрать по 1 kg каждого из них на 3 kg фруктов?

8. Есть 4 разных способа добраться из города A в город B и 5 разных способов добраться из города B в город C. Сколькими способами можно добраться из города A в город C, если путь проедет через город B?

9. Сколькими способами можно выбрать старосту и его заместителя в классе из 12 человек?

10. Сколько способов экзаменационных ответов (сдано, не сдано) может быть в классе из 12 человек?

11. Из Гурлана в Ургенч можно добраться 3 видами транспорта: автобус, такси, мотоцикл. из Ургенча в Ташкент можно добраться 4 видами транспорта: самолет, поезд, автобус, такси. Сколькими способами можно добраться из Гурлана в Ташкент?

12. Имеется 3 курицы, 4 утки и 2 гуся. Выберите трех птиц так, чтобы среди них были курица, утка и гусь. Сколько будет таких вариантов?

13. Сколько различных пар можно составить, взяв один из четырех разных болтов и трех разных гаек?

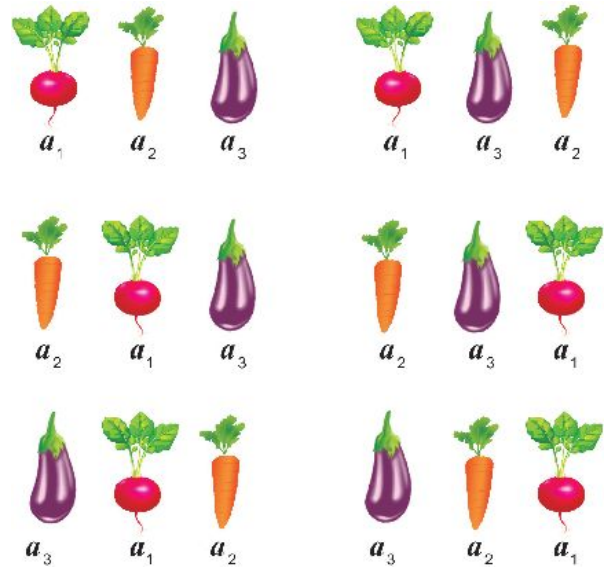
14. Сколько различных пар можно составить из 40 различных болтов и 13 различных гаек?

15. Сколькими способами можно выбрать одну гласную и одну согласную из букв слова «КОМБИНАТ»?

ВИДЫ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Перестановки

В комбинаторике всегда выполняются операции над элементами множества. Ниже приведен пример. В нем дано множество из 3 овощей. Элементы множества {репа, морковь, баклажан} можно обозначить $\{a_1, a_2, a_3\}$



Вы можете увидеть, сколькими различными способами можно организовать их рамещение, используя все заданные элементы. Пронумеруем овощи для удобства. Репа - 1, морковь - 2, баклажаны - 3.

Тогда можно будет заменить указанную выше задачу комбинаторики на известную всем нам задачу образования чисел. То есть сколько чисел можно составить из цифр 1, 2, 3?

Самый простой способ решить задачи по комбинаторике — записать все решения одно за другим. Удобнее это делать в табличной форме.

123	132	213
231	312	321

Этот тип задачи называется задача размещения (расположение или перестановки) в комбинаторике. В этом, как видите, принимают участие все элементы, и, меняя их местами, определяются пути решения задачи. Такое упорядочение (расположение) называется перестановкой.

Количество перестановок из n элементов равно $P_n = n!$ и читается как «эн факториал».

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot n$

0! определен и его значение равно 0! = 1, так как перестановки 0 элементов снова дают 0. Поэтому

$0! = 1$.

$0! = 1$ $\qquad$ $1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2 = 2$ $\qquad$ $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ $\qquad$ $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ $\qquad$ $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$

$8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$

$9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 362880$

$10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3628800$

Основное свойство факториала:
$(n + 1)! = (n + 1) \cdot n!$

Например: $(5 + 1)! = (5 + 1) \cdot 5!$

Так же верно: $6! = (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) \cdot 6 = 720$

Подсчитав значение: $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) = 5! = 120$

Пример

1-пример. Сколькими способами можно разместить 5 учеников на 5 стульях?

$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$

2-пример. Сколькими способами можно разместить 6 различных писем в 6 конвертов?

$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720.$

3-пример. Сколькими способами можно раздать 4 различных книги 4 детям?

$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$

4-пример. Сколькими способами можно расставить в ряд красные, черные, синие и зеленые шары?

На первое место можно поставить любой из четырех шаров. Вы можете поставить любой из оставшихся трех шаров на второе место, любой из двух оставшихся шаров на третье место и, наконец, самый последний шар на последнее место: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$.

5-пример. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, каждое из которых встречается ровно один раз?

Сначала можно выбрать любое из трех цифр. Любое из двух оставшихся цифр можно поставить на второе место, а последнее число на третье место.

Итого: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ чисел.

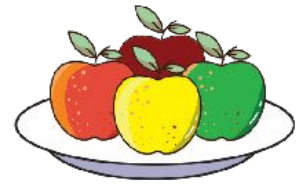
6-пример. Сколькими способами могут стоять в очереди 7 учеников?

Первое место может выбрать любой из 7 учеников. **Второе место** может занять любой из оставшихся 6 учеников, **третье** любой из оставшихся 5 учеников , ..., только один человек может быть на последнем месте.

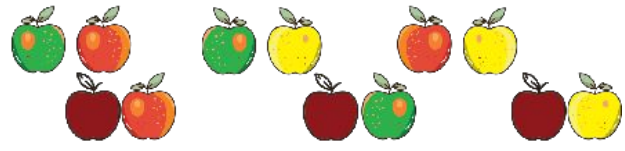
Итого: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7! = 5040$ способов.

СОЧЕТАНИЕ

Даны яблоки 4 разных цветов. Сколько различных сочетаний можно составить, взяв 2 таких яблока?



В этом случае мы можем определить следующее



Итак, количество сочетаний, которые мы ищем, равно 6.

Сочетания находят по формуле $C_m^n = \frac{m!}{n!\,(m-n)!}$.

Обозначим количество 4 яблок (элементов) как m. Возьмем сочетания по 2 за n и подставим их в формулу.

Таким образом, $C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{12}{2} = 6$

Пример

7-пример. Сколько отрезков получится, если точки A, B, C, D и E лежат на одной прямой?



По приведенной выше формуле находим количество отрезков, которые будут образованы:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3 \cdot} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 \text{ ta.}$$

8-пример. Сколькими способами можно выбрать старосту, его заместителя и секретаря в классе из 30 учеников?

Итак, количество элементов $m = 30$;

Количество групп $n = 3$.

$$C_{30}^3 = \frac{30!}{3! \cdot 27!} = \frac{28 \cdot 29 \cdot 30}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 28 \cdot 29 \cdot 5 = 4060.$$

УПРАЖНЕНИЯ

Вычислить. (1 – 5)

1. 1) 5! 2) 4! 3) 6! 4) 3!

5) 4! + 3! 6) 5! – 4! 7) 5 · 4! – 5! 8) 6! – 5 · 5!

9) 7! – (6! + 5!) · 6 10) (7! – 6!) : 5! – 3! · 3!

2. 1) P_5 2) P_7 3) $P_2 + P_3$ 4) $12 \cdot P_2 - P_4$ 5) $\frac{P_{10}}{P_8}$

3. 1) $\frac{4! + 5! + 6!}{5! + 4!}$ 2) $\frac{5! - 4! - 3!}{4! + 3! + 2!}$

3) $\frac{5! + 5 \cdot 5! + 6 \cdot 6!}{4! + 4 \cdot 4! + 5 \cdot 5!}$ 4) $\frac{4! - 5! + 2 \cdot 6!}{5! - 4!}$

4. 1) C_4^3 2) C_5^2 3) C_{10}^4 4) $\frac{C_7^6}{C_4^3}$ 5) $\frac{C_5^2}{C_5^3}$

5. 1) $\frac{6 \cdot P_5}{12}$ 2) $24 \cdot \frac{P_7}{6!}$ 3) $10! - 9P_9$ 4) $45 \cdot \frac{P_8}{10!}$

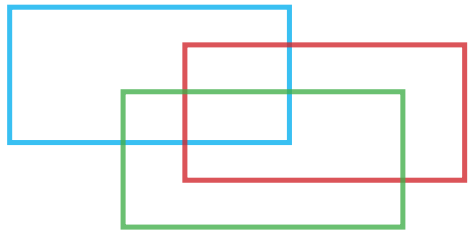
6. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, не повторяя их?

7. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, не повторяя их?

8. Сколькими способами можно раздать 5 разных книг лежащих на полке 5 ученикам?

9. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 4, не повторяя их?

10. Сколько прямоугольников на рисунке?



11. Пять учеников хотят обменяться подарками. Какое минимальное количество подарков требуется для этого процесса?

12. Акмаль, Батыр, Собир и Даврон хотят сфотографироваться в ряд, Акмаль не хочет стоять рядом с Собиром, а Даврон соглашается сфотографироваться, только если он будет стоять рядом с Акмалем. Сколькими способами их можно расположить так, чтобы выполнялись эти условия?

13. В футбольном соревновании принимают участие 10 команд. Если каждая команда сыграла с другой командой один раз, сколько всего игр было сыграно?

14. Сколькими способами 6 отличников из 7 “А” класса могут участвовать в олимпиаде по 6 предметам? (Каждый ученик должен участвовать только в одном предмете.)

15. Взяты 5 точек, принадлежащих прямой a, и 1 точка, не принадлежащая ей. Сколько различных треугольников можно составить с вершинами в этих точках?

16. Дано 5 шаров 5-ти разных цветов. Сколько существует различных сочетаний из 2 таких шаров?

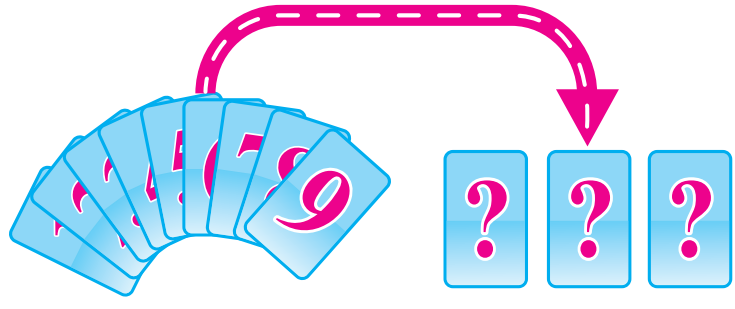


17. Сколькими способами можно разместить 3 различных письма в 3 конверта?

18. На одной из параллельных прямых отметили 5 точек, а на другой — 4 точки. Сколько различных прямоугольников можно составить с вершинами в этих точках?

19. Сколькими способами могут выстроиться в ряд 5 учеников?

20. У вас есть цифры от 1 до 9. Сколько трехзначных чисел можно составить из них, не повторяя цифры?



21. Библиотекарь предложил ученику 4 книги. Сколькими способами ученик может выбрать два из них?

22. Имеется 5 белых роз и 6 красных роз. Сколькими способами можно составить букет из 3 белых и 4 красных роз?

23. На олимпиаде по математике было предложено 12 примеров. Сколькими способами можно выбрать 5 из них?

24. Сколькими способами по одному можно разложить 10 различных деталей в 4 ящиках?

25. Сколькими способами можно установить 4 шины, взятые для замены автомобильного колеса?

27. Сколько четных трехзначных чисел можно составить из цифр 3, 4, 5, 6, не повторяя их?

28. Сколько нечетных трехзначных чисел можно составить из цифр 3, 4, 5, 6, не повторяя их?

29. Сколько трехзначных чисел,кратныха 4, можно составить из чисел 3, 4, 5, 6, не повторяя их?

29. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из чисел 3, 4, 5, 6, не повторяя их?

30. Сколькими способами можно выбрать 5 из 36 чисел в игре Спортлото?

31. Сколькими способами можно выбрать 6 из 36 чисел в игре Спортлото?

32. В магазине продается 7 видов ручек и 3 вида карандашей. Сколькими способами можно выбрать 2 разные ручки и 2 разных карандаша?

33. Сколькими способами можно рассадить 6 различных цветочных отростков в 3 горшках по 2?

34. Сколькими способами можно разделить 12 человек на 3 бригады по 4 человека?

35. Во время встречи 11 человек обменялись рукопожатием. Сколько раз они пожали друг другу руки?

36. Альпинист может взобраться на гору пятью разными путями, а спуститься — четырьмя. Сколькими способами альпинист может поднятся и спуститься с горы?

37. Сколько среди 9-значных чисел, образованных из цифр 1, 2, 3, ..., 9 без их повторения, таких, в которых цифры 2 и 5 стоят рядом ?

38. Даны элементы A, B, C:
a) Сколько перестоновок можно сделать, взяв по одному элементу?
b) Сколько перестоновок можно сделать, взяв по два элемента?
c) Сколько перестоновок можно сделать, взяв по три элемента?

39. Сколькими способами можно распределить 5 человек на 5-ти работах?

40. Лайло, Шахло, Лола, Гозаль и Гули разместились на 5 местах:
a) сколькими способами они могут сесть?
b) сколькими способами Лайло и Лола могут сидеть рядом?

41. Сколькими способами можно расположить Эргаша, Мурада, Аббаса, Бабура, Джалиля, Карима, чтобы Эргаша и Мурад не находились рядом друг с другом?

42. Сколько существует четырехзначных чисел с разными цифрами в записи?

43. Сколько различных трехзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 3, 4, 5?

44. 25 одноклассников решили на выпускном вечере обменяться фотографиями. Сколько всего фотографий нужно заказать?

45. Сколькими способами можно раздать 2 из 7 пронумерованных шара двум ученикам?

46. В многоквартирном доме замок на двери подъезда открывается кодом. Код — это 4-значное число, состоящее из цифр 0 и 1 (числа 0000 и 1111 не считаются кодом). Каково наибольшее число попыток открыть дверь подъезда, если вы забыли код?

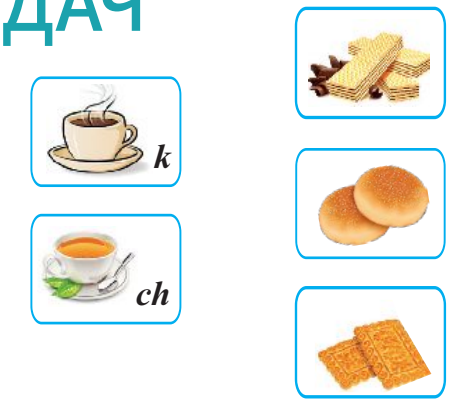
47. Чемодан Лазиза открывается кодом. Этот код состоит из трех разных цифр, каждая цифра не больше 3. Число 13 не фигурирует в коде. Если Лазиз забудет код, какое наибольшее количество попыток у него будет, чтобы найти код?

48. Сколькими способами можно разменять купюру в 1000 сум купюрами в 100, 200, 500 сум?

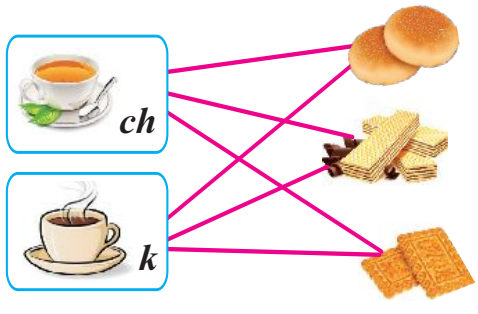
49. В футбольном соревновании принимают участие 18 команд. Победители соревнования будут награждены золотыми, серебряными и бронзовыми медалями. Сколькими способами можно распределить между командами медали?

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

1-пример. Мухаммад Юсуф хочет позавтракать. В доме есть чай, кофе, вафли, булочки, печенье. Сколькими способами он может приготовить завтрак, состоящий из одного напитка и одной выпечки?

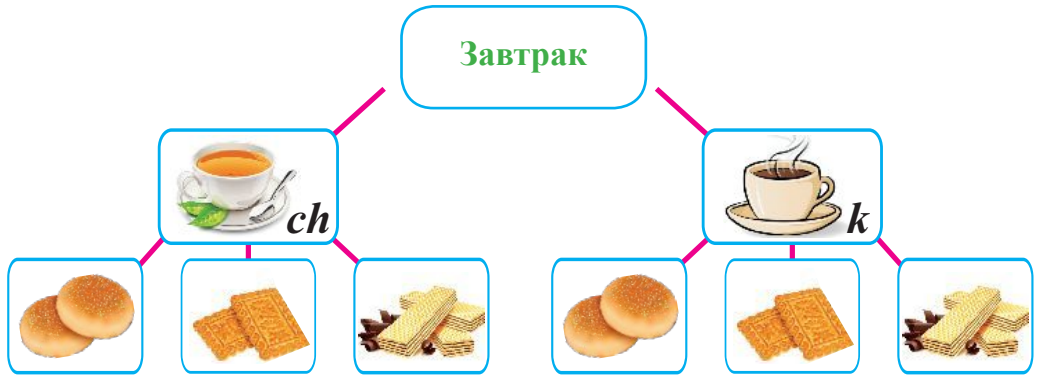


Некоторые комбинаторные задачи можно решить используя различные специальные схемы. Например, графические, «дерево возможностей», табличные методы.

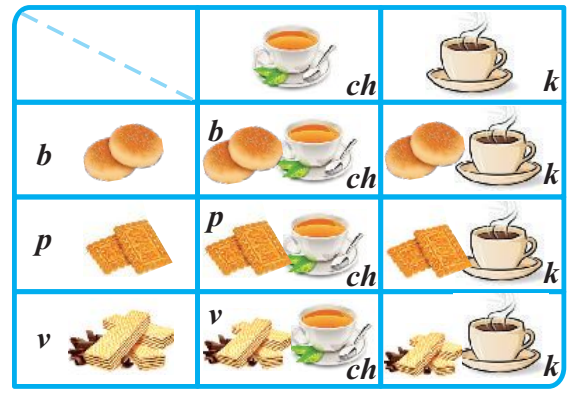


1. Графический способ. Простые задачи решаются путем перечисления возможных случаев, без составления различных таблиц и диаграмм.

2. «Дерево возможностей». Этот рисунок похож на дерево.



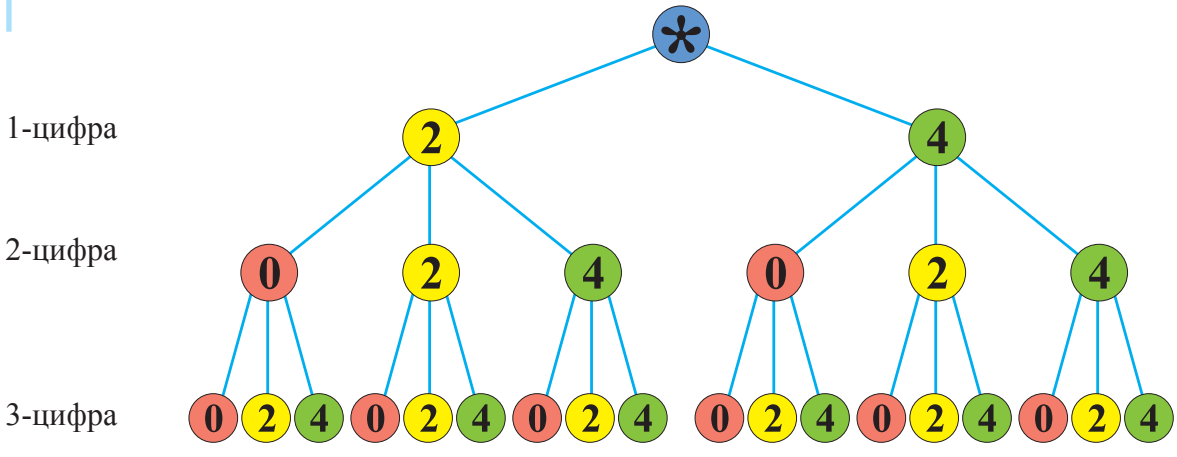
3. Комбинаторные задачи также можно решать с помощью таблиц. В таблице наглядно показаны результаты таких заданий.



Пример

2-пример. Какие трехзначные числа можно составить из цифр 0, 2, 4?

Учитывая, что 0 не может быть первой цифрой числа, составляем дерево возможностей.



Итак, можно составить числа , 200, 202, 204, 220, 222, 224, 240, 242, 244, 400, 402, 404, 420, 422, 424, 440, 442, 444.

3-пример. Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр чисел 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9?

Составим таблицу. Слева первый столбец - первые цифры искомых чисел, вверху первом ряду - вторые цифры чисел.

	1	3	7	9
1	11	13	17	19
3	31	33	37	39
4	41	43	47	49
6	61	63	67	69
7	71	73	77	79
8	81	83	87	89
9	91	93	97	99

Ответ: 28.

4-пример. Яшнарбек, Диёрбек и Санжарбек примут участие в финальном этапе забега на 100 м. Найдите возможные способы распределения призов.

Вариант 1: 1) Яшнарбек, 2) Диорбек, 3) Санжарбек.

2 вариант: 1) Яшнарбек, 2) Санжарбек, 3) Диёрбек.

3 вариант: 1) Санжарбек, 2) Яшнарбек, 3) Диорбек.

Вариант 4: 1) Санжарбек, 2) Диорбек, 3) Яшнарбек.

Вариант 5: 1) Диорбек, 2) Санжарбек, 3) Яшнарбек.

Вариант 6: 1) Диорбек, 2) Яшнарбек, 3) Санжарбек.

УПРАЖНЕНИЯ

1. 1. Школьники решили отправиться в путешествие на горное озеро. Первый этап пути можно совершить на поезде или автобусе. Второй этап – на байдарках, велосипеде или пешком. Третий этап пути — пешком или с помощью канатной дороги. Какие возможные варианты путешествия есть у школьных туристов?







2. Мадина, Ширин, Лола, Ирода, Анвар, Мурад и Эргаш готовились к проведению праздника новый год. Сколькими способами можно выбрать из них одного мальчика и одну девочку?

3. Хамид надевает в школу серую, синюю, зеленую или клетчатую рубашку с черными брюками или джинсами и обувью или кроссовками.
а) Сколько дней Хамид сможет выглядеть по-новому?
б) Сколько дней при этом он будет ходить в кроссовках?
в) Сколько дней он будет ходить в рубашке в клетку и джинсах?

4. Запишите все возможные варианты расписания пяти уроков на день из предметов: математика, русский язык, история, английский язык и физика, причем математика должна быть вторым уроком.

5. Сколькими способами можно разместить 7 человек на 7 местах?



6. Сколькими способами Умар, Фатима, Аиша и Зайнаб могут разделить вместе 12 книг?



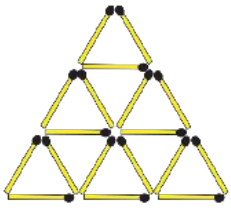
7. Имеется два свободных места. Сколькими способами можно пересадить двух из трех человек на эти места?

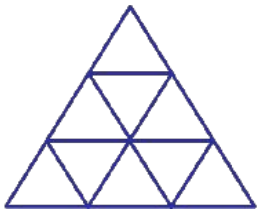
8. Из цифр 6, 2, 4, 7, 9 были образованы 5-значные числа без их повторения. Сколько из них без остатка делятся на 2?

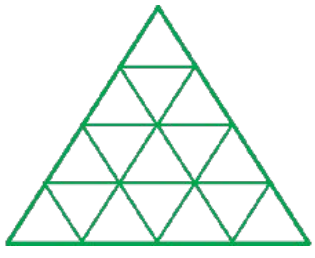
9. Из цифр 6, 2, 4, 7, 9 были образованы 5-значные числа без их повторения. Сколько из них без остатка делятся на 4?

10. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 4, 5, 0, 9, 8, не повторяя их?

11. Сколько треугольников на рисунках?







12. Имеется 2 курицы, 3 утки и 4 гуся. Выберите трех птиц так, чтобы среди них были курица, утка и гусь. Сколько будет таких вариантов?

13. Сколькими способами можно разменять купюру в 1000 сум купюрами по 50, 100, 200, 500 сум?





14. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, если цифры повторяются?

15. Номера автобусных билетов представляют собой шестизначные цифры от 000001 до 999999:

a) Сколько билетов содержат имеют все нечетные цифры?

b) Сколько билетов не содержат нечетных цифр?

c) Каково количество билетов со случайными двумя соседними цифрами?

d) Сколько билетов с разными номерами?

e) Сколько билетов содержат одинаковые пары цифр?

f) Сколько билетов содержат как минимум одину нечетную цифру?

g) В скольких билетах участвовала цифра 7?

h) Сколько билетов без цифр7 и 0?

i) Каково количество билетов, в которых участвовала цифра 7, а цифра 0 не участвовала?

16. В группе туристов 28 человек говорят по-английски, 13 человек - по-французски, 10 человек - по-немецки, 8 человек - по-английски и по-французски, 5 человек - по-французски и по-немецки, 6 человек - по-английски и по-немецки и 2 человека - по всем трем языкам. 41 человек не знает ни одного из трех вышеперечисленных языков. Найдите общее количество туристов

ПОВТОРЕНИЕ

ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1. Выполните действия

1) $(48 - 19) - (25 - 21)$
2) $(56 - 73) - (48 - 94)$
3) $(-28+34) - 53 + 41$
4) $(-19 + 13) + (-72 + 89)$
5) $(-40 - 49) - (-59 - 63)$
6) $(-2{,}1 + 3{,}8) - (4{,}1 - 7{,}2)$

2. Вычислите.

1) $(-1{,}6) \cdot (2{,}8 : (-0{,}7) - (-7{,}2) : 1{,}8)$
2) $2{,}6 \cdot (-2{,}5) - (-3{,}8) : (19) - 1{,}7:(-0{,}17)$
3) $-18 - 6 : (-3) + 2 \cdot 6$
4) $27:(-9) - (-3) \cdot (-0{,}03) + 6 : (0{,}06) + 3$
5) $0{,}65 \cdot (-0{,}35) \cdot (-0{,}47) - 0{,}106925$

3. Найдите значение выражения.

1) $(64{,}2 \cdot 7{,}2 + 17{,}8 \cdot 13{,}04) : 3\frac{12}{13}$
2) $2\frac{13}{29} \cdot 0{,}77 - 3{,}33 \cdot 1{,}7 + 3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}$

4. Заполните таблицу

a	-10	5	0	$-1{,}2$	$-2{,}5$	$1{,}1$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
a^2								
$-a^2$								
$(-a)^2$								
$(-a)^3$								

5. Вычислите.

1) $\dfrac{-0{,}6 + 1{,}9 - 6{,}5}{1{,}1 - 4{,}7 - 1{,}6}$
2) $\dfrac{-8{,}3 + 5{,}4 - 9{,}7}{-9{,}5 + 4{,}2 - 7{,}3}$
3) $\dfrac{-9{,}6 + 1{,}8 - 4{,}1}{-4{,}1 + 15{,}8 - 4{,}4}$
4) $\dfrac{2{,}8 - 19{,}7 + 8{,}5}{7{,}9 - 13{,}4 - 2{,}9}$
5) $\dfrac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 99 - 100}{1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \cdots + 97 - 99}$

6. Вычислите.

1) $\left(\dfrac{511}{73} + \dfrac{693}{77}\right) \cdot \left(\dfrac{511}{73} + \dfrac{693}{77}\right) + \dfrac{1{,}2 + 1{,}3 + 1{,}4}{0{,}39}$
2) $\dfrac{5{,}(231) + 3{,}(04) + 7{,}(101}{(3{,}(101) + 5{,}(04) + 7{,}(231)} \cdot 2022$
3) $\dfrac{7{,}(301) - 3{,}(45) + 9{,}(110)}{9{,}(301) - 4{,}(45) + 8{,}(110)} \cdot 2022$
4) $\dfrac{128 \cdot 289 + 318}{127 \cdot 289 + 607}$
5) $\dfrac{256 \cdot 289 + 636}{127 \cdot 289 + 607}$
6) $\dfrac{2{,}17 \cdot 6{,}19 + 3{,}48}{3{,}17 \cdot 6{,}19 - 2{,}71}$
7) $\dfrac{0{,}57 \cdot 6{,}9 \cdot 1{,}28}{0{,}64 \cdot 1{,}9 \cdot 0{,}23}$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

7. Что такое алгебраическое выражение?

8. Покажите алгебраическое выражение.

1) $3a - 4b$ 2) $6 \cdot 3 + 1 \cdot 5$

3) 2^{14} 4) $(-12 - 3) \cdot (6 \cdot 2 + 3)$

9. Покажите алгебраическое выражение.

1) $0{,}25a - 6b^2$ 2) $-4 - 6 \cdot 3$ 3) $0{,}2 + 0{,}5a$ 4) $2a$

5) $1 - 3a$ 6) $(1 - 3 \cdot 6) \cdot (-7)$ 7) -2 8) $2x$

9) $0{,}5(0{,}2a - 1{,}8)$ 10) $(-0{,}8) \cdot (0{,}2 + 6:(-3))$ 11) $2{,}34 \cdot 1{,}9$ 12) 100

10. По заданным значениям чисел a, b, c удобным способом вычислите сумму $a + b + c$.

1) $a = -1{,}8$; $b = 3{,}7$; $c = -6{,}2$ 2) $a = 9{,}6$; $b = -5{,}8$; $c = -3{,}6$

3) $a = 7{,}4$; $b = -3{,}2$; $c = -4{,}8$ 4) $a = -5{,}9$; $b = -6{,}1$; $c = 2{,}2$

5) $a = 2\frac{2}{13}$; $b = -5\frac{4}{13}$; $c = 3\frac{11}{13}$ 6) $a = -\frac{4}{5}$; $b = \frac{3}{5}$; $c = \frac{1}{5}$

7) $a = 1{,}8$; $b = -0{,}9$; $c = 1{,}9$ 8) $a = -108$; $b = 49$; $c = 208$

9) $a = 0{,}6$; $b = 0{,}9$; $c = 0{,}4$ 10) $a = -3{,}7$; $b = -4{,}1$; $c = -6{,}3$

11. Найдите значение выражения.

1) $2a - b$, здесь $a = 2$, $b = 2$. 2) $-2a - 3b$, здесь $a = -3$, $b = -2$.

3) $0{,}25a - 4c^2$, здесь $a = 4$, $c = 2$ 4) $(3a^2 - \frac{1}{2}b)$, здесь $a = -3$, $b = 16$

12. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{7}y$, здесь $x = -9$, $y = 14$ 2) $\frac{2}{5}x + \frac{2}{9}y$, здесь $x = 125$, $y = -729$

3) $\frac{2a - 3a}{a - 2b}$, здесь a $= -3$, b $= -4$ 4) $\frac{a + 4b}{2a + 3b}$, здесь $a = 1$, $b = -3$

13. Найдите значение алгебраического выражения. $\frac{m \cdot n(m + n)}{3}$, здесь $m = 3$, $n = -2$.

14. Найдите значение алгебраического выражения.

1) $\frac{2(x - y)}{x + y}$, здесь $x = -2$, $y = 3$

2) $\frac{2xy(x - y)}{x + y}$, здесь, $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$

3) $\frac{5(n \cdot m - k)}{2p - k}$, здесь $m = -1$, $n = 1$, $k = 3$, $p = 2$

4) $\frac{5(a \cdot b + c)}{2 + c}$, здесь $a = -2$, $b = 2$, $c = 1$

15. Найдите значение выражения.

1) $\frac{2(x+y)+z}{xyz}$, при $x = 0{,}6;\ y = 2{,}1;\ z = 8{,}03$

2) $\frac{0{,}25(p-k)}{\frac{1}{2}p+k}$, при $p = 0{,}08;\ k = -0{,}07$

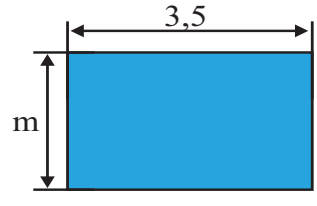
16. Если $a = 2{,}6;\ b = 3{,}4$ найдите значение выражения, $p = a - b - 8$

17. Если $x = 2{,}1;\ y = \frac{1}{2}$ найдите значение выражения , $p = (x-y)^2 - xy$

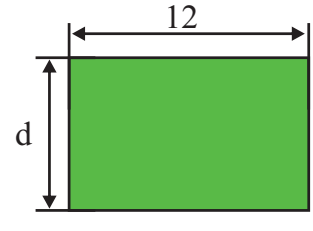
18. Если $a = 6{,}1;\ b = 3{,}6$ найдите значение выражения , $S = \frac{1}{2}ab$

19. Если $a = 13{,}46;\ b = 27{,}82$ найдите значение выражения, $P = 2(a + b)$

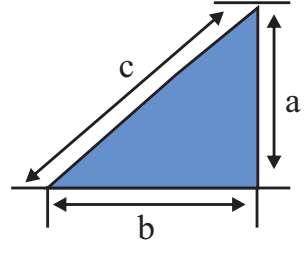
20. Запишите периметр и площадь данного прямоугольника в виде алгебраического



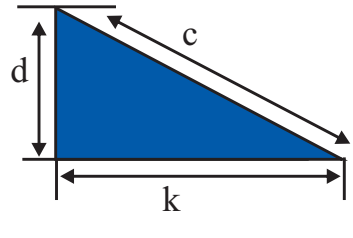
21. Запишите периметр и площадь данного прямоугольника в виде алгебраического выражения.



22. Запишите периметр и площадь данной фигуры в виде алгебраического выражения.

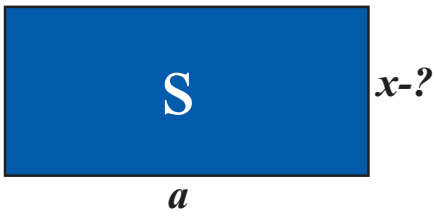


23. Запишите периметр и площадь данной фигуры в виде алгебраического выражения.



24. Площадь прямоугольника равна *S*, *a* ширина равна *a*. Составьте выражение для нахождения его его периметра.

25. Площадь прямоугольника равна S, а ширина равна a. Найти его вторую сторону.



26. Сторона равностороннего треугольника равна a. Определить его периметр

27. Периметр равнобедренного треугольника равен p. Длина основания a. Составить выражение для нахождения длины боковой стороны треугольника.

28. На чемпионате по футболу было продано n билетов по 600 сум и m билетов по 800 сум. Какая сумма была получена за продажу всех билетов?



29. На чемпионате по футболу было продано k билетов по по 350 сум и p билетов по 750 сум. Какая сумма была получена за продажу всех билетов?

30. Один альбом стоит 200 сум, одна тетрадь – 80 сум, одна книга – 300 сум. Найдите общую стоимость за a альбомов, b тетрадей и c книг .

31. Один альбом стоит 250 сум, одна ручка – 60 сум и одна книга – 350 сум. Найдите общую стоимость за k альбомов, d ручек и l книг.

32. Цена книги 12 сум. Ученик купил (m + n) таких книг. Сколько денег потратил ученик?

33. Используя формулу нечетного числа n = 2k + 1, укажите значение n при k = 3.

34. Найдите значение n при k = 13, используя формулу для четных чисел n = 2k.

35. Найдите сумму двух последовательных натуральных чисел, наименьшее из которых равно n.

36. Найдите сумму двух последовательных натуральных чисел, наименьшее из которых равно n + 1.

37. Найдите произведение трех последовательных нечетных чисел, наименьшее из которых равно 2p + 1.

38. Запишите утроенную разность чисел m и n.

39. Запишите удвоенную сумму чисел m и n.

ФОРМУЛЫ

40. Найдите числовое значение выражения V = abc, если a = 2,7; b = 1,2; c = 7,7.

41. Найдите числовое значение выражения V = xyz, если x = 0,01; y = 3,9; z = 1000.

42. Найдите числовое значение выражения V = abc, если a = 6,5; b = 0,65; c = 10.

43. Найдите числовое значение выражения S = 2(ab + ac + bc), если a = 4,7; b = 2,3; c = 6.

44. Ребенок купил 12 тетрадей за a сум и обнаружил, что у него осталось еще 17 сум. Сколько денег было у ребенка вначале?

45. Ученик купил 8 тетрадей за b сум и обнаружил, что у него осталось еще 12 000 сум. Сколько сум было у ученика вначале?

46. Как изменится разность, если
1) уменьшаемое увеличить на 18, а вычитаемое уменьшить на 25;
2) уменьшаемое увеличить на 43, а вычитаемое на 37;
3) уменьшаемое уменьшить на 41, а вычитаемое увеличить на 34;
4) уменьшаемое уменьшить на 54, а вычитаемое уменьшить на 19?

47. Проверьте верность равенства.

1) $(m + n) + (m - n) = 2m$ 2) $(m + n) - (m - n) = 2n$

3) $\frac{m+n}{2} - \frac{m-n}{2} = n$ 4) $(a + b - c) + (a - b + c) - (a + b + c) = a - b - c$

5) $(a - b - c) - (a + b + c) + (a + b + c) = a - b - c$

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

48. Вычислить.

1) $\frac{62^{71} \cdot 9^{35}}{93^{70} \cdot 32^{14}}$ 2) $\frac{39^4}{9^2 \cdot 169^2}$ 3) $\frac{3^{12} \cdot 27^4}{81^6}$ 4) $\frac{42^6 \cdot 81^2}{63^6 \cdot 8^2}$

5) $\frac{49^{21} \cdot 11^{42}}{77^{42}}$ 6) $\frac{32^3 \cdot 81^4}{27^5 \cdot 16^4}$ 7) $\frac{13^{19} \cdot 7^{20}}{91^{19}}$ 8) $\frac{5^{26} \cdot 81^{13}}{45^{26}}$

9) $\frac{26^{10} \cdot 28^{12} \cdot 52}{91^{11} \cdot 64^6}$ 10) $\frac{13^{81} \cdot 25^{40}}{65^{80}}$ 11) $\frac{34^5 \cdot 6^3 \cdot 3}{51^4 \cdot 16^2 \cdot 17}$ 12) $\frac{33^{17} \cdot 16^4}{22^{16} \cdot 27^5}$

13) $\frac{49^{10} \cdot 52^{20}}{91^{20} \cdot 16^{10}}$ 14) $\frac{69^{12} \cdot 4^{13} \cdot 2^3}{92^{13} \cdot 27^4}$ 15) $\frac{36^4 \cdot 72^3}{12^8 \cdot 81^2}$ 16) $\frac{9^{15}}{9^{12} \cdot 27^2}$

49. Найдите последнюю цифру выражения.

1) $25647 + 658485 - 4571 + 45879 - 45457$

2) $65897 - 54671 + 4578123 - 784519$

3) $2546 \cdot 5487 + 40784 \cdot 547029$

4) $5498 \cdot 1547 - 2145 \cdot 758$

5) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 17 \cdot 18$

6) $5 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \ldots \cdot 85 \cdot 95$

7) $6 \cdot 16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot \ldots \cdot 86 \cdot 96$

8) $5491 \cdot 4572 \cdot 4785 \cdot 45787 \cdot 14599$

9) $540095 \cdot 40571 \cdot 5689 \cdot 12353 \cdot 5647$

МНОГОЧЛЕНЫ

50. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые.

1) $(3x^3 - 5x^2 + 4x - 7)(x - 7)$

2) $(2a^2 - 3ab + b^2)(5a - 3b)$

3) $(4x^2 + 3x - 3)(-2x^2 - 4x + 7)$

4) $(3a^2 + 4ab - 2b^2)(a + 2b)$

5) $(3x - 7)(4x^3 - 5x^2 + 3x - 5)$

6) $(7a^2 - 3ab + 4b^2)(2a - 5b)$

7) $(4x^3 + 5x^2 - 6x + 8)(2x - 1)$

8) $(8a^2 + ab - 3b^2)(3a + b)$

9) $(2x^2 - 5x + 9)(5x^2 - 2x - 8)$

10) $(7a^2 - 2ab - 4b^2)(-a + 2b)$

51. Вынесите общий множитель за скобку.

1) $a^2 + a$

2) $a^3 - a^7$

3) $4c^2 - 12c^4$

4) $x^3 - x^2$

5) $3m^2 + 9m^3$

6) $5x^5 - 15x^3$

7) $c^5 + c^7$

8) $9p^3 - 8p$

9) $-12y^4 - 16y$

10) $-10b^2 + 15b$

11) $24x^3 - 12x^2$

12) $8c^5 + 16c^3$

52. Разложите на множители (52 – 59).

1) $4c^4 - 6x^2c^2 - 20c^4x$

2) $3ax - 6ax^2 - 9a^2x$

3) $10a^2x - 15a^3 - 20a^4x$

4) $8a^4b^3 - 12a^2b^4 + 16a^3b^2$

53. 1) $2a(x + y) + b(x + y)$

2) $9(p - 1) + (p - 1)^2$

3) $y(a - b) - (a - b)$

4) $(a + 3)^2 - a(a + 3)$

5) $(c + 3) - x(c + 3)$

6) $-3b(b - 2) + 7(b - 2)^2$

54. Вычислите.

1) $2{,}7 \cdot 6{,}2 - 9{,}3 \cdot 1{,}2 + 6{,}2 \cdot 9{,}3 - 1{,}2 \cdot 2{,}7$

2) $1{,}25 \cdot 14{,}9 + 0{,}75 \cdot 1{,}1 + 14{,}9 \cdot 0{,}75 + 1{,}1 \cdot 1{,}25$

55. Упростите выражение.

1) $9(2x - 4) + 6(7x - 4)$

2) $2(4x - 3) + 5(x + 2)$

3) $4(5x - 8) + 4(2x - 9)$

4) $7(2x + 4) - 8(3x + 4)$

5) $8(5x - 1) - 3(8x + 5)$

6) $6(3x - 4) + 5(6x + 7)$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

56. Представьте многочлен в виде квадрата двучлена.

1) $x^2 + 2xy + y^2$ 2) $a^2 + 12a + 36$ 3) $1 - 2z + z^2$

4) $p^2 - 2pq + q^2$ 5) $64 + 16b + b^2$ 6) $n^2 + 4n + 4$

57. Представьте многочлен в виде квадрата двучлена.

1) $4x^2 + 12x + 9$ 2) $\frac{1}{4}m^2 + 4n^2 - 2mn$ 3) $25b^2 + 10b + 1$

4) $10xy + 0{,}25x^2 + 100y^2$ 5) $9x^2 - 24xy + 16y^2$ 6) $9a^2 - ab + \frac{1}{36}b^2$

58. Замените " * " на такой одночлен, чтобы полученный трехчлен можно было представить в виде квадрата двучлена:

1) $* + 56x + 49$; 2) $25a^2 + * + \frac{1}{4}a^2$

3) $36 - 12x + *$ 4) $0{,}01b^2 + * + 100c^2$

59. Найдите значение выражения.

1) $y^2 - 2y + 1$, при $y = 101; -11; 0{,}6$

2) $4x^2 - 20x + 25$, при $x = 12{,}5; 0; -2$

3) $25a^2 + 49 + 70a$, при $a = 0{,}4; -2; -1{,}6$

4) $-60b - 100b^2 - 9$, при $b = 1{,}7; -1{,}1; 0{,}3$

60. Разложите на множители.

1) $25x^2 - y^2$ 2) $9m^2 - 16n^2$ 3) $9 - b^2c^2$

4) $-m^2 + 16n^2$ 5) $64p^2 - 81q^2$ 6) $4a^2b^2 - 1$

7) $36a^2 - 49$ 8) $-49a^2 + 16b^2$ 9) $p^2 - a^2b^2$

10) $64 - 25x^2$ 11) $0{,}01n^2 - 4m^2$ 12) $16c^2d^2 - 9a^2$

61. Вычислите.

1) $47^2 - 37^2$ 2) $126^2 - 74^2$ 3) $0{,}849^2 - 0{,}151^2$

4) $53^2 - 63^2$ 5) $21{,}3^2 - 21{,}2^2$ 6) $\left(5\frac{2}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{3}\right)^2$

62. Найдите значение дроби.

1) $\frac{36}{13^2 - 11^2}$ 2) $\frac{79^2 - 65^2}{420}$ 3) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2}$ 4) $\frac{53^2 - 32^2}{61^2 - 44^2}$

62. Определите закономерность и найдите следующее число.

1) 1,6; 2,9; 4,2; ? 2) 0,6; 1,7; 2,8; ? 3) –10; –7; –4; ?

4) –8,3; –6,4; –4,5; ? 5) 1,2; 2,4; 4,8; ? 6) 5; –15; 45; ?

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

Приведите дроби к общему знаменателю (63–65).

63. 1) $\frac{5}{8}$ va $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{15}{28}$ va $\frac{13}{42}$ 3) $\frac{a}{4}$ va $\frac{b}{6}$

64. 1) $\frac{x}{3};\frac{2x}{10}$ va $\frac{4x}{15}$ 2) $\frac{4m}{21};\frac{3m}{28}$ va $\frac{m}{42}$ 3) $\frac{1}{6ab}$ va $\frac{2}{5ab}$

4) $\frac{4}{27xy}$ va $\frac{5}{18xy}$ 5) $\frac{5a}{6b^2c};\frac{7b}{12ac^2}$ va $\frac{11c}{18a^2b}$ 6) $\frac{5x}{ab};\frac{7b}{12ac^2}$ va $\frac{11c}{18a^2b}$

65. 1) $\frac{a}{x-1}$ va $\frac{b}{1-x}$ 2) $\frac{a}{x^2-1}$ va $\frac{b}{1-x^2}$

3) $\frac{c+d}{c^2-b^2}$ va $\frac{b}{b-c}$ 4) $\frac{a}{a^2-16}$ va $\frac{b}{a^2+4a}$

Сократите дроби (66–68).

66. 1) $\frac{8}{12}$ 2) $\frac{15}{120}$ 3) $\frac{81}{210}$ 4) $\frac{435}{1215}$

67. 1) $\frac{m^5}{m^7}$ 2) $\frac{6a^2b^2}{8a^2b^4}$ 3) $\frac{5x^2y}{10x^8y}$ 4) $\frac{16p^4q^3}{32p^6q}$

5) $\frac{3m(x-1)}{9m^2(1-x)}$ 6) $\frac{a(b+c)}{a(b+c)}$ 7) $\frac{8a(a+b)}{4a(a+b)}$

68. 1) $\frac{5a-5b}{10a}$ 2) $\frac{3x+6y}{6x}$ 3) $\frac{4m-4n}{8a+8b}$

69. Выполните действия.

1) $\frac{5}{x^2y}+\frac{2}{3xy^2}$ 2) $\frac{12}{5a}-\frac{2}{a}$ 3) $\frac{a-5}{a^2+5a}+\frac{a+5}{5a-a^2}$

4) $\frac{15x-2}{5a}-\frac{x-2y}{3a}$ 5) $\frac{a-5}{a^2-1}-\frac{4}{1-a^2}$ 6) $\frac{3a-6b}{ab}-\frac{4a-6b}{ab}$

70. Выполните действия.

1) $\frac{x^2}{3x-15}-\frac{25}{3x-15}$ 2) $\frac{5x^2+3}{x^2-2x}-\frac{10x+3}{x^2-2x}$ 3) $\frac{x^2+x}{(x+1)^2}-\frac{x+1}{(1+x)^2}$

4) $-\frac{5a-3b}{(a-b)^2}-\frac{3a-b}{(b-a)^2}$ 5) $\frac{3x}{3-x}-\frac{2x+3}{3-x}$ 6) $\frac{8a}{3a-3b}+\frac{2a+6b}{3(a-b)}$

71. Продолжите выполнение действий.

1) $\frac{m-2n}{4}-\frac{m+2n}{4}=\frac{m-2n-(m+2n)}{4}=$

2) $\frac{a^2-ab}{a-b}+\frac{ab-b^2}{a-b}=\frac{a^2-ab+(ab-b^2)}{a-b}=$

3) $\frac{a^2-ab}{a-b}+\frac{ab-b^2}{a-b}=\frac{a^2-ab+(ab-b^2)}{a-b}=$

72. Продолжите умножение.

1) $\frac{3a}{b}\cdot\frac{b^3}{6}=\frac{3a\cdot b^3}{b\cdot 6}=\ldots$

2) $\frac{5x}{y}\cdot\frac{y^4}{x^2}=\frac{5x\cdot y^4}{y\cdot x^2}=\ldots$

3) $\frac{6a}{7}\cdot 14a^3=\frac{6a}{7}\cdot\frac{14a^3}{1}=\frac{6a\cdot 14a^3}{7}=\ldots$

4) $-5b^3\cdot\frac{a}{b^4}=\frac{5b^3}{1}\cdot\frac{a}{b^4}=-\ldots$

73. Выполните действия.

1) $\left(\frac{5a}{7b}\right)^2\cdot\frac{14b^2}{25a^3}$

2) $\frac{2a^2}{5b^2}:\frac{12a^2}{15b^2}$

3) $\left(\frac{3a^2}{2b}\right)^2\cdot\frac{16b^3}{81a^4}$

4) $\frac{3a^3}{7b}:\frac{9a^4}{21b}$

5) $\left(\frac{ab}{cd}\right)^2\cdot acd$

6) $abc^2\cdot\left(\frac{ab}{cd}\right)^2$

7) $\frac{8a^2b}{9c}\cdot\frac{96c^3}{5a^3b}$

8) $\frac{16x^2y}{7z}:\frac{20xy^3}{21z^2}$

9) $\frac{c+d}{c-d}:\frac{c}{c-d}$

74. Упростите.

1) $\frac{(x^3y^2)^2(xy^3)^2}{(x^4y^2)^3}$

2) $\frac{(a^2b^3)^2(a^3b)^4}{(ab^2)^3}$

3) $\frac{(x^2y^3)^4(xy^2)^3}{(x^3y^2)^5}$

4) $\frac{(a^2b)^2(a^3b)^2}{a^4b^2}$

5) $\frac{(x^5y^2)^5(xy^2)^4}{(x^5y^2)^5}$

6) $\frac{(a^3b^5)^3(a^6b^3)^4}{(a^{13}b^2)^2}$

7) $\frac{(a^4b^2)^3(a^3b^2)^5}{(a^4b^3)^2}$

8) $\frac{(x^3y^5)^3(x^4y^2)^2}{(x^8y^5)^2}$

9) $\frac{(a^3b^7)^3(a^2b^3)^4}{(a^7b^3)^2}$

ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ

Решите уравнение (75–78).

75. 1) $48 + x = 80 - 19$ 2) $-36 + x = -47 - (-17)$
3) $91 - x = 56 - (-33)$ 4) $-71 - x = -49 + 21$
5) $x + (-19) = -23 - (-36)$ 6) $-x - (-28) = -21 + 53$
7) $84 - x = 94 - 128$ 8) $62 - 73 = x + 143$
9) $-89 + 56 = -x - 72$ 10) $-48 + 33 = 25 - x$

76. 1) $5x - 150 = 0$ 2) $12x - 1 = 35$
3) $7 = 6 - 0{,}2x$ 4) $48 - 3x = 0$
5) $1{,}3x = 54 + x$ 6) $-0{,}7x + 2 = 65$
7) $-1{,}5x - 9 = 0$ 8) $-3{,}4x = 17{,}6 + x$

77. 1) $2x + 9 = 13 - x$ 2) $1\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{3}x + 1$
3) $z - \frac{1}{2}z = 0$ 4) $0{,}5a + 11 = 4 - 3a$
5) $5y = 6y$ 6) $1{,}7 - 0{,}3m = 2 + 1{,}7m$
7) $1{,}2n + 1 = 1$ 8) $15 - p = \frac{1}{3}p - 1$
9) $14 - y = 19 - 11y$ 10) $0{,}8x + 14 = 2 - 1{,}6x$

78. 1) $(y + 4) - (y - 1) = 6y$ 2) $6x - (7x - 12) = 101$
3) $3p - 1 - (p + 3) = 1$ 4) $20x = 19 - (3 + 12x)$

79. Решите уравнение

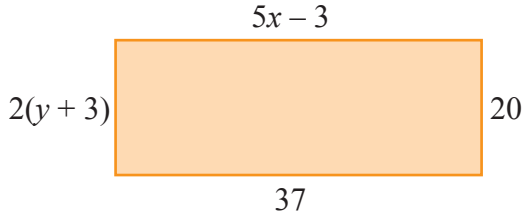
1) $x : \left(-5\frac{3}{4}\right) = -1\frac{1}{23}$ 2) $x \cdot \left(-3\frac{3}{8}\right) = -1\frac{17}{64}$
3) $x \cdot (-3{,}6) = -8{,}4$ 4) $x : (1{,}5 : 0{,}5) = 1{,}2 : 0{,}5$
5) $x \cdot 2{,}1 = 3{,}2 + 1{,}9 + 5{,}4$ 6) $x : (-0{,}6) = 1{,}2$
7) $-3{,}4 : (-x) = -2$ 8) $-3{,}8 \cdot x = -9{,}5$

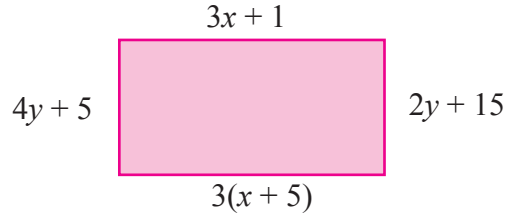
80. 1) Среднее арифметическое 5-ти чисел равно 4,8. Среднее арифметическое других 6-ти чисел равно 6,2. Найдите среднее арифметическое этих 11 чисел.

2)Среднее арифметическое чисел a, b, c равно m. Среднее арифметическое чисел d, e, k равно n. Найдите среднее арифметическое этих 6 -ти чисел.

81. Наемному работнику за год работы должны были оплатить 12 динар и один чакман. Проработав 7 месяцев, работник попросил расчет. Ему выплатили 5 динар и чакман. Сколько стоит чакман?

82. Найдите неизвестные x и y.





83. Если в каждом ряду зала будет сидеть по 27 зрителей, тобудет недостаточно 30 мест. Если сядет по 30, останется 60 мест. Сколько рядов и зрителей в зале?

84. Дорога по морю из города A в город B на 10 km короче каменной дороги. Корабль проходит дорогу из A в B за 3 часа 20 минут, а автомобиль за 2 часа. Сколько километров в час проходит корабль, если скорость корабля на 17 km/h меньше скорости автомобиля?

85. Автомобиль израсходовал 25% бензина в баке в первой гонке и 20% оставшегося бензина во второй гонке. После этого в баке осталось на 12 литров бензина больше, чем было израсходовано в обеих гонках. Сколько литров бензина было в баке сначала?

86. После прибавления 119 к неизвестному числу, умножения суммы на 5 и удаления 2-х нулей в конце полученного числа образуется число 123. Найдите неизвестное число.

87. Для нумерации страниц энциклопедии потребовалось 365 цифр. Сколько страниц в энциклопедии?

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

88. Заполните таблицу для данной функции.

y = x – 2	x	– 2	–1	0	1	2	3
	y						

y = –2x + 1	x	– 2	–1	0	1	2	3
	y						

y = –0,5x + 2	x	– 2	–1	0	1	2	3
	y						

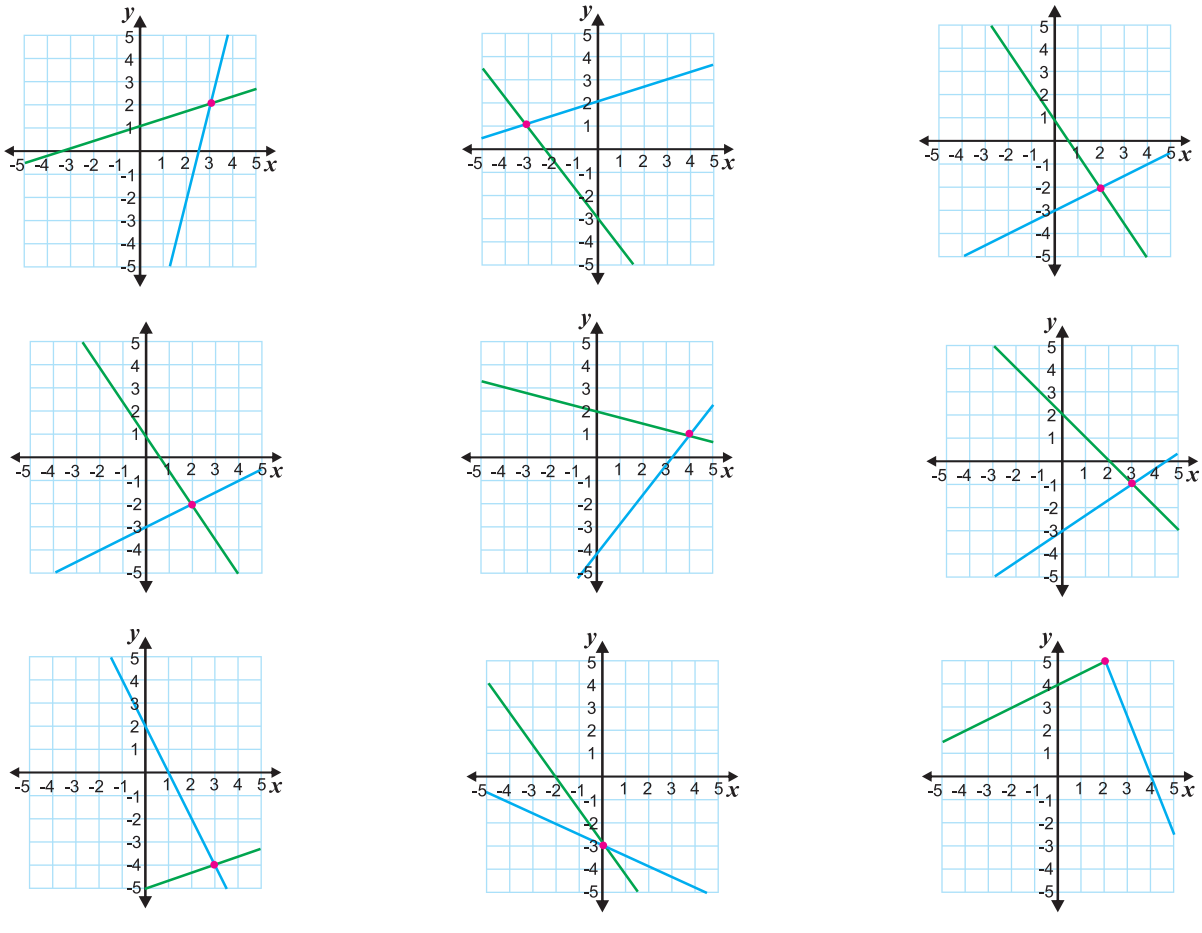
89. В декартовой системе координат найдите координаты середин отрезков, концами которых являются следующие точки.

1) (1; –1) va (7; 5)
2) (–4; –3) va (2; 5)
3) (10; –2) va (–2; 10)
4) (5; –2) va (2; –6)
5) (–4; 5) va (3; 0)
6) (–7; 5) va (–10; 10)
7) (20; 10) va (50; 30)
8) (20; 30) va (–40; –10)
9) (–17; 14) va (19; –20)

90. Постройте графики следующих функций.

1) $y = 2x + 4$
2) $y = 2x + 3$
3) $y = 2x - 1$
4) $y = x - 4$
5) $y = x + 1$
6) $y = -(x + 2)$

91. На основании графика найдите формулы функций и определите координату точек их пересечения.



91. На празднике Хаит Карим и Мавлон раздавали детям конфеты. Они оба раздавали конфеты с постоянной скоростью, и у обоих закончились конфеты. Изначально у Карима было 300 конфет. После того, как к нему пришли 17 детей, у него осталось 249 конфет.
Количество конфет, оставшихся у Мавлона, как функция количества детей, пришедших к нему, определяется следующей функцией: C (n) = 270 – 3n
Кто давал больше конфет каждому пришедшему ребенку? Кто больше раздал конфет детям?

92. Амир проехал из Иерусалима до самого низкого места на Земле, Мертвого моря, спускаясь со скоростью 12 метров в минуту. Он был на уровне моря после 30 минут езды. Постройте график зависимости между высотой Амира относительно уровня моря (в метрах) и временем (в минутах).

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ

93. $\begin{cases} 7x-5y=3, \\ A \end{cases}$ Вместо А запишите такое уравнение системы, чтобы система не имела решения

94. Какие из пар чисел(3; -1); (-9; 3); (2; 1); (1; 2) являются решением системы

$$\begin{cases} 2x+11y=15 \\ 10x-11y=9 \end{cases}$$

95. Какие из пар чисел(1; 2); (-2; -5); (4; 3); (0; 1) являются решением системы

$$\begin{cases} 4x-3y=7 \\ 5x+2y=26 \end{cases}$$

96. Какой из способов наиболее удобен для решения системы уравнений, найдите ее решение с помощью этого метода.

1) $\begin{cases} y=2,5x \\ y=8-1,5x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x-3y+8=0 \\ x+12y=11 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x-4y=5 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y=x+1 \\ 5x+2y=16 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y=x+5 \\ x=2y-10 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-2y=64 \\ 3x+7y=-8 \end{cases}$

97. 6 лошадей и 11 коров ежедневно вместе получали 120 kg сена. Если 7 лошадям скармливают на 33 kg сена больше, чем 5 коровам, то сколько сена в день скармливают каждой лошади и каждой корове?

98. Разделите число 126 на три части так, чтобы при делении первой части на вторую или второй части на третью получилось 1 и 18 в остатке.

99. Для работы было нанято несколько рабочих. Если бы их было больше на 5, они бы закончил эту работу на 4 дня раньше. Если рабочих было бы на 10 меньше, то закончили бы на 20 дней позже. Сколько рабочих было нанято и сколько дней они работали?

100. В две емкости налили воды. Чтобы уровень воды в обеих емкостях был одинаковым, из первой емкости во вторую перелили столько воды, сколько ее было во второй емкости, затем из второй в первую перелили столько, сколько ее осталось в первой, и, наконец, из первой во вторую, столько воды, сколько ее осталось во второй . После этого в каждой емкости стало 64 л воды. Сколько воды было в каждом сосуде первоначально?

101. В трехзначном числе цифра, стоящая в разряде десятков, есть среднее арифметическое цифр в разряде сотен и единиц. Результат деления искомого числа на сумму его цифр равен 48. Если из этого числа вычесть 198, то получится число, записанное этими цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Сколько целых значений числа n, превращающих дробь в целое число $\frac{n^2-n+3}{n+1}$

2. Вычислите.

1) $\left(\frac{1}{6}-1\frac{1}{15}+\frac{1}{10}\right):0,6+0,4$

2) $-1\frac{3}{4}\cdot 6,5\cdot\left(-\frac{4}{7}\right)-3,75$

3) $\frac{0,64\cdot 0,45-0,45}{1,05-1\frac{1}{2}}$

4) $\left(3\frac{17}{36}-5\frac{7}{12}\right):\frac{2}{9}-\frac{3}{26}\cdot 4\frac{1}{3}$

3. Вычислите.

1) 3,2(62) – 1,(15)

2) (0,(6) – 0,(45)) · 0,(33)

4. Вычислите.

1) $6,4\cdot 4,1+3,6\cdot 2,2+6,4\cdot 2,2+3,6\cdot 4,1$

2) $0,85\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot 0,85-\frac{1}{6}\cdot 0,65-0,65\cdot\frac{1}{3}$

5. Вычислите.

1) $\left(\left|4-4\cdot\left|3-6\cdot|8|\right|\right|\right)-\left(\left|4-|3-8|-7\right|\right)$

2) $\frac{|4-5\cdot|4-6|+4\cdot 3-6|}{|3-4\cdot|7-5||}$

6. Расположите числа по убыванию. a = 2,(4); b = 2,5 – 0,25 va c = 1,2 : 0,5

7. Расположите числа по убыванию. m = 0,22(23); n = 0,2(223); l = 0,222(3)

8. Расположите числа по убыванию. a = 3,(6); b = 3,91 – 0,25 va c = 4,68 : 1,3

9. Прочтите выражение. Назовите основание и показатель степени

1) 6^4 2) $(1,2)^7$ 3) a^{10} 4) $(3c)^2$

10. Какой операцией можно заменить произведение? Выполните замену.

1) $3\cdot 3\cdot 3\cdot 3$ 2) $0,2\cdot 0,2\cdot 0,2\cdot 0,2$ 3) $(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)$

11. Сколько множителей в выражении? Запишите их в виде произведения.

1) 8^4 2) 11^6 3) $(-3)^7$ 4) $(3,2)^{10}$

12. Запишите в виде степени с основанием 10.

1) 100 2) 100 000 3) 1 000 000 4) 100 000 0000

13. Запишите в виде степени с основанием a.

1) $a\cdot a\cdot a\cdot a$ 2) $a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a$ 3) $a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a$

14. Сравните выражения.

1) 0 va -1^4 2) 1 va $(-1)^5$ 3) -2^6 va 2^6 4) $(-4)^4$ va 4^4

15. Найдите значение выражения

1) $3\cdot 2^3$ 2) $5^3\cdot\frac{1}{5}$ 3) $9\cdot\left(1\frac{1}{3}\right)^2$ 4) $100\cdot 0{,}1^3$

16. Найдите значение выражения $100a^2$ приданных значениях a

1) $a=1$ 2) $a=3$ 3) $a=-0{,}1$ 4) $a=\frac{1}{5}$

17. Воспользовавшим свойством степени, запишите в виде степени с одним основанием

1) $6^5\cdot 6^3$ 2) $10^4\cdot 10^5$ 3) $5^m\cdot 5^5$ 4) $c^n\cdot c^{10}$

18. Каким свойством можно воспользоваться, чтобы записать выражение в виде степени с одним основанием?

1) $8^{11}:8^5$ 2) $6^9:6$ 3) $a^5:a^2$ 4) $x^{12}:x^8$

19. Вычислите.

1) $\frac{5^4}{5^3}$ 2) $\frac{0{,}1^7}{0{,}1^5}$ 3) $\frac{4^5\cdot 4^6}{4^8}$ 4) $\frac{3^{12}}{3^2\cdot 3^6}$

20. Сравните выражения.

1) $2^3\cdot 2^4$ va $(2^2)^2$ 2) $7^5\cdot 7^4$ va $7\cdot\left(7^2\right)^4$ 3) $(-2^2)^2$ va $\left(-2^2\right)^3$

21. Вычислите.

1) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$ 2) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$ 3) $\frac{100^5}{(80+20)^{10}}\cdot 50^5$ 4) $\frac{1000^{10}}{(700-200)^{12}}\cdot 500^2$

22. Заполните таблицу.

a	4	0,7	1,75	$-\frac{3}{4}$	0	–0,25	0,2	$1\frac{1}{4}$
$4a$-1								

23. Найдите числовое значение выражения $a=2{,}4;\ b=3{,}6;\ h=1{,}6$ при $S=\frac{h}{2}(a+b)$

24. Найдите числовое значение выражения $a=12{,}5;\ h=6{,}4$ при $S=\frac{1}{2}ah$

25. Какие числа могут обозначать буквы в приведенных ниже выражениях?

1) Перемена длится n минут
2) в классе y учеников;
3) В 7 классе обучают x учебным предметам;
4) в одном месяце k дней;
5) Одна неделя содержит a дней;
6) в одном часе n минут;
7) Урок длится m минут;
8)один год состоит из k дней;
9)один год состоит из m месяцев;
10) в автомобиле n колес.

26. Перемножьте многочлены.

1) $(x-7)(x+7)$ 2) $(x+5)(x-5)$

3) $(8-a)(8+a)$ 4) $(10-c)(c+10)$

27. Запишите в виде многочлена.

1) $(4a-1)(4a+1)$ 2) $(2a+b)(b-2a)$

3) $(3-5c)(5c+3)$ 4) $(7-2m)(2m+7)$

28. Вынести общий множитель за скобки.

1) $3x+3y$ 2) $-8x+12y$ 3) $15a-5b$ 4) $14a+28b$

29. Вынести общий множитель за скобки.

1) $6xa+6bx$ 2) c^2-cd 3) $15ax^2+3a^2x$ 4) $-a^3b^2-a^2b$

30. Умножить на кратность.

1) $(a+b)x+(a+b)y$ 2) $6(m+n)-x(m+n)$

3) $2p(n-k)-(n-k)$ 4) $2d(k-t)-(t-k)$

31. Умножить на кратность.

1) $b(c+d)+(3c+3d)$ 2) $(7a-7b)+(ad-bd)$

3) $(mn+mk)-(n+k)$ 4) $(ac-ap)+(3p-3c)$

32. Умножить на кратность.

1) $3x(y+z)+y+z$ 2) $3tk-kn+5(3t-n)$

3) $6(x-y)-dx+dy$ 4) $10n-16m-(5xn-8xm)$

33. Умножить на кратность.

1) $8ax+16ay-3bx-6by$ 2) $14ax-7ay-8bx+4by$

3) $2x^2+x+2xy+y$ 4) $bt-t^2+bc-ct$

34. Вычислите с помощью формулы разности квадратов.

1) 59^2-41^2 2) $111{,}3^2-11{,}3^2$

35. Представьте в виде произведения множителей, используя формулу разности квадратов.

1) $(a-b)^2-a^2$ 2) $n^2-(m+n)^2$

3) $(x+y)^2-4x^2$ 4) $9c^2-(5b-c)^2$

36. Вычислите по формулам сокращенного умножения. $\dfrac{3{,}6^2-2\cdot 3{,}6\cdot 0{,}4+0{,}4^2}{1{,}4^2-1{,}8^2}$

37. Запишите произведение в стандартном виде: $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

38. Покажите, что равенство верно: $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)=x^8-256$

39. Найдите ошибку.

1) $(n+m)(m-n)=n^2-m^2$ 2) $(x-y)(x+y)=x^2+y^2$

40. Вычислите.

1) $\dfrac{53^2+2\cdot53\cdot47+47^2}{76^2-2\cdot76\cdot51+51^2}$ 2) $\dfrac{2{,}9^2+2\cdot2{,}9\cdot2{,}1+2{,}1^2}{2{,}6^2-2{,}4^2}$

3) $5\cdot\dfrac{5}{9}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{5}{9}-\dfrac{1}{3}\cdot5+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}$ 6) $97\cdot2{,}2+2{,}6^2-0{,}4^2$

41. Вычислите.

1) $1005\cdot995$ 2) $108\cdot92$ 3) $0{,}94\cdot1{,}06$

4) $1{,}09\cdot0{,}91$ 5) $10\dfrac{1}{7}\cdot9\dfrac{6}{7}$ 6) $99\dfrac{7}{9}\cdot100\dfrac{2}{9}$

42. Упростите.

1) $\left(\dfrac{2}{1-x^2}-\dfrac{2}{(x-1)^2}\right)\cdot(1-x)^2-\dfrac{4}{1+x}$

2) $a^2b^2\left(\dfrac{1}{(a+b)^2}\cdot\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}\right)+\dfrac{2}{(a+b)^3}\cdot\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\right)$

43. Сократите дробь.

1) $\dfrac{x^2-x+1}{x^4+x^2+1}$ 2) $\dfrac{n^2-7n+6}{n^2-1}$ 3) $\dfrac{x^6-x^4}{x^3+x^2}$

44. Найдите неизвестную.

1) $2:x=1\dfrac{2}{3}:2\dfrac{6}{7}$ 2) $3\dfrac{3}{5}:2\dfrac{7}{10}=3\dfrac{3}{4}:x$ 3) $5\dfrac{5}{8}:7\dfrac{1}{2}=x:6\dfrac{2}{5}$

45. Выполните действия.

1) $\dfrac{9a}{(3-a)^2}-1:\left(\dfrac{a}{a-3}+\dfrac{12a^2-9a}{27-a^3}+\dfrac{9}{a^2+3a+9}\right)$

2) $\left(\dfrac{c+5}{5c-1}+\dfrac{c+5}{c+1}\right):\dfrac{c^2+5c}{1-5c}+\dfrac{c^2+5}{c+1}$

3) $\left(\frac{x+5}{x^2+81}+\frac{x+7}{x^2-18x+81}\right):\left(\frac{x+3}{x-9}\right)^2+\frac{7+x}{9+x}$

4) $\frac{3x+10}{x+4}+\left(\frac{x-4}{x+6}\right)^2\cdot\left(\frac{x+21}{16-8x+x^2}-\frac{x+3}{16-x^2}\right)$

46. Решить уравнение.

1) $420 : (160 - 1000 : x) = 12$
2) $(360 + x) \cdot 1002 = 731\,460$
3) $x : 2{,}0(6) = 0{,}(27) : 0{,}4(09)$
4) $2{,}8x - 3(2x - 1) = 2{,}8 - 3{,}19x$
5) $0{,}9(4x - 2) = 0{,}5(3x - 4) + 4{,}4$
6) $6{,}4(2 - 3x) = 6(0{,}8x - 1) + 6{,}8$

47. Ответьте на вопросы:

1) При каком значении x значение выражения $2(3-5x)$ на 1 меньше, чем значение $4(1-x)$

2) При каком значении x значение выражения $-3(2x+1)$ на 20 больше значения выражения $8x+5$?

3) При каком значении x значение выражения $5x+7$ в 3 раза меньше значения выражения 61-10x? $61-10x$?

4)При каком значении x значение выражения $8-x$ в 2 раза больше значения выражения $7-x$?

48. Решите уравнение.

1) $5x+3(x-1)=6x+11$
2) $6+(2-4x)+5=3(1-3x)$
3) $3x-5(2-x)=54$
4) $0{,}5(2x-1)-(0{,}5-0{,}2x)+1=0$
5) $8(x-7)-3(2x+9)=15$
6) $0{,}15(x-4)=9{,}5-0{,}3(x-1)$
7) $0{,}6-0{,}5(x-1)=x+0{,}5$
8) $3(3x-1)+2=5(1-2x)-1$
9) $3x(2x-1)-6x=(7-x)=90$
10) $1{,}5(3+2x)=3x(x+1)-30$
11) $5x(12x-7)-4x(15x-11)=30-29x$
12) $24x-6x(13x-9)=-13-13x(6x-1)$
13) $3(-2x+1)-2(x+13)=7x-4(1-x)$
14) $-4(5-2x)+3(x-4)=6(2-x)-5x$
15) $3x(4x-1)-2x(6x-5)=9x-8(3+x)$
16) $15x+6x(2-3x)=9x(5-2x)-36$

49. Решите дробно-рациональные уравнения.

1) $\frac{x}{4}+\frac{x}{3}=14$ 2) $2x+3=\frac{2x}{5}$ 3) $\frac{x}{2}-\frac{x}{8}=5$

4) $\frac{4x}{9}+1=\frac{5x}{12}$ 5) $\frac{2y}{3}-\frac{4y}{5}=7$

6) $\frac{5a}{12}-\frac{a}{8}=\frac{1}{3}$ 7) $\frac{x}{4}=x-1$

8) $\frac{5m}{9}+\frac{m}{3}+4=0$ 9) $\frac{3c}{14}+\frac{c}{2}=\frac{2}{7}$

10) $\frac{6x-5}{7}=\frac{2x-1}{3}+2$ 11) $\frac{4x-11}{15}+\frac{13-7x}{20}=2$

12) $\frac{5-x}{2}+\frac{3x-1}{5}=4$ 13) $\frac{5x-7}{12}-\frac{x-5}{8}=5$

14) $\frac{x}{4}-\frac{3-2x}{5}=0$ 15) $\frac{3x+5}{5}-\frac{x+1}{3}=1$

16) $\frac{2x-1}{6}-\frac{x+1}{3}=x$ 17) $\frac{12-x}{4}-\frac{2-x}{3}=\frac{x}{6}$

18) $\frac{6x-1}{15}-\frac{x}{5}=\frac{2x}{3}$ 19) $1-\frac{x-3}{2}=\frac{2-x}{3}+4$

20) $\frac{2x+1}{4}+3=\frac{x}{6}-\frac{6-x}{12}$ 21) $\frac{x+13}{10}-\frac{2x}{5}=\frac{3-x}{15}+\frac{x}{2}$

50. Периметр треугольника равен 44 cm. Одна сторона на 4 cm меньше другой и в 2 раза длиннее третьей стороны. Найдите стороны треугольника.

51. Компания хочет арендовать три земельных участка общей площадью 166 m2. Площадь первого из них в 1,5 раза больше второго и на 6 m2 меньше третьего. Найдите площади каждого участка земли.

52. Трое друзей собирали яблоки в саду. Первый собрал четверть всех яблок, второй — половину всех яблок, а третий — 17 яблок. Сколько всего яблок было собрано?

53. К 190 g солевого раствора добавляли 10 g соли. После этого количество соли в нем увеличилось на 4,5%. Сколько соли было в растворе до этого?

54. Если число, которое я придумал, составляет половину от половины, какое число я придумал?

55. Количество книг на двух полках равно 80, причем на одной на 16 книг больше, чем на другой. Сколько книг на полках?

56. Когда переднее колесо трактора делает оборот 4 раза, заднее колесо оборачивается 1 раз. Скажите, если заднее колесо трактора проходит 1000 метров, то сколько метров проходит переднее колесо?

57. За ручку, перо и циркуль было выплачено 630 сум. Если известно, что ручка в 4 раза дороже карандаша и дешевле циркуля на 170 сум, то какова цена карандаша?

58. Найдите два числа, если их разность равна 36, а одно из них в 4 раза больше другого.

59. Одно из двух натуральных чисел больше другого на 6. Их сумма равна 38. Найдите эти числа.

60. Разность квадратов двух последовательных натуральных чисел равна 49. Найдите меньшее из этих чисел.

61. Если сумма 4-х последовательных натуральных чисел равна 50, найдите наименьшее из них.

62. Я задумал число. Если я разделю его на 2 и вычту 2, в результате получится то же число. Какое число я задумал?

63. Найдите массу кролика, если кошка и кролик вместе весят 7 kg, собака и кошка 10 kg, а собака и кролик 11 kg.

64. Функция задается формулой y= 5x - 1. Найдите значение функции, если значение аргумента равно -1.

65. Функция задается формулой y= 4x - 3. Найдите значение функции, если значение аргумента равно 1.

66. Функция задается формулой y= -5x + 3. Найдите значение функции, если значение аргумента равно -2.

67. Функция задается формулой y= 5x - 1. Если значение функции равно -6, найдите значение аргумента.

68. Функция задается формулой y= 2x - 3. Если значение функции равно -7, найдите значение аргумента.

69. Функция задается формулой y= -4x - 5. Если значение функции равно -9, найдите значение аргумента.

70. За какое время моторная лодка пройдет x km, если она движется прямолинейно со скоростью 12 km/h? Если мы обозначим время через y, выразите y через x.

71. За какое время моторная лодка пройдет x km, если она движется прямолинейно со скоростью 10 km/h? Если мы обозначим время через y, выразите y через x.

72. За какое время моторная лодка пройдет x km, если она движется прямолинейно со скоростью 8 km/h? Если мы обозначим время через y, выразите y через x.

73. Функция задается формулой y = -3x + 4. Запишите координаты 6 точек, принадлежащих этой функции.

74. Функция задается формулой y = -2x + 7. Напишите координаты 5 точек, принадлежащих этой функции.

75. Функция задается формулой y = 3x + 1. Напишите координаты 4 точек, принадлежащих этой функции.

76. Функция задается формулой y = -3x + 24. Напишите координаты точки пересечения этой функции с осью Ox.

77. Функция задается формулой y= x + 4. Напишите координаты точки пересечения этой функции с осью Ox.

78. Функция задается формулой y = 5x + 10. Напишите координаты точки пересечения этой функции с осью Ox.

79. Функция задается формулой y = 6 x + b. Найти b, если известно, что эта функция проходит через точку K(2; 1), . Проходит ли эта функция через точку A(1; -5)?

80. Функция задается формулой y= 9x + b. Найти b, если известно, что эта функция проходит через точку K(1; 3). Проходит ли эта функция через точку A(2; 4)?

81. Функция задается формулой y = 10 x + b. Найти b, если известно, что эта функция проходит через точку K(2; 10). Проходит ли эта функция через точку A(10; 1)?

82. Найти k, если график функции y = kx + 7 проходит через точку P(1; 4),Проходит ли эта функция через точку A(4; 1)?

83. Найти k, если график функции y = kx + 4 проходит через точку P(2; -2. Проходит ли эта функция через точку A(2; 4)?

84. Найти k, если график функции y = kx - 2 проходит через точку P(-3; 4). Проходит ли эта функция через точку A(1; -4)?

85. Принадлежат ли графику функции y = 5x + 4 точки A(1; 9); B(2; -6); C(3; 19)?

86. Принадлежат ли графику функции y = -2x + 3 точки A(1; 1); B(2; 1); C(4; -5) ?

87. Принадлежат ли графику функции y = 6x - 8точки A(2; 4); B(2; -6); C(4; 16)?

88. Найдите k, если при x = 1 значение функции y = kx + 1 равно 18.

89. Найдите k, если при x = 4. значение функции y = kx - 2 равно 18

90. Найдите k, если при x =1 значение функции y = kx + 8равно 18.

91. Построить графики функций y = 5x + 4 и y = 5x - 4 в одной системе координат.

92. Построить графики функций y = 5x + 4 и y = -5x+4 в одной системе координат.

93. Построить графики функций y = 2x + 4 и y = x + 2 в одной системе координат.

94. Через какие координатные четверти проходит график функции y = -2x + 3?

95. Через какие координатные четверти проходит график функци y = 2x + 3?

96. Через какие координатные четверти проходит график функци y = -2x – 3?

97. Через какие координатные четверти проходит график функци y = 2x - 3?

98. Найдите значение a если при x = 2 функции y = -2x - 3 и y = ax + 5 принимают равные значения.

99. Найдите значение a если при x = 2 функции y = 3x - 3 и y = ax + 5 принимают равные значения.

100. Найдите значение a если при x = 3 функции y = -4x - 7 и y = ax - 1 принимают равные значения.

101. Найдите значение a если при x = 3 функции y = -4x - 7 и y = 2x - b принимают равные значения.

102. Найдите значение b, если при x = 5 функции y = x - 5 и y = 3x - b принимают одинаковые значения.

103. Найдите значение b, если при x =2 функции y = 6x - 7 и y = 2x - b принимают одинаковые значения.

104. Люди, находящиеся в точках A(-1; 3), B(3; 7) и C(2; -4) одновременно услышали звук грома. Определите координаты точки, где произошел гром.

105. Постройти графики функций в одной системе координат

106. Найти x.

1) $\begin{cases} 3x-4y=3 \\ x+2y=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ 5x-2y=1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ x+2y=5 \end{cases}$

107. Если пара $(x; y)$ решение системы $\begin{cases} 3x-2y=-8 \\ x+3y=1 \end{cases}$ найдите значение выражения, $y-x$ ni

108. Если пара $(x; y)$ решение системы $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x+y=2 \end{cases}$ найдите значение выражения, $x+y$.

109. Если пара $(x; y)$ решение системы $\begin{cases} 2x+y-8=0 \\ 3x+4y-7=0 \end{cases}$ найдите значение выражения, xy.

110. Если пара $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 4x-y=-2 \end{cases}$ найдите значение выражения y^2-x^2

111. Если пара $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ x-2y=5 \end{cases}$ найдите значение выражения, x^2+y^2

112. Если пара $\begin{cases} 6x-2y-6=0 \\ 5x-y-17=0 \end{cases}$ найдите значение выражения, $y-x$

113. В какой четверти распролагается график функции $y = kx + b$, если $k > 0$ и $b < 0$?

114. В какой четверти распролагается график функции y = kx + b, если k < 0 и b > 0?

115. В какой четверти распролагается график функции y = kx + b, если k < 0 и b < 0?

116. В какой четверти распролагается график функции y = kx + b, если k > 0 и b > 0?

117. У продавца есть 10 гирь разного веса. Вес гирь увеличивается на 1 грамм, 2 грамма, 3 грамма соответственно, при этом последняя гиря весит 10 грамм. С их помощью определите:

a) Сколькими способами продавец может взять две из них, чтобы их общий вес был нечетен?

b) Сколькими способами продавец может взять 3 гири, чтобы их общий вес делится на 3?

c) Сколькими способами продавец может получить 24 грамма этих гирь?

118. Курьер должен каждый день доставлять 4 пиццы 4 постоянным клиентам по разным адресам. Чтобы не скучать, курьер решил каждый день менять порядок доставки пиццы этим клиентам, то есть не в какие два дня последовательность доставки не должна быть одинаковой. Сколько дней максимум он может действовать по этому правилу?

119. У продавца есть гири весом 1 kg, 3 kg, 5 kg, 7 kg и 9 kg. Какой вес он сможет измерить с их помощью на весах? (При этом не допускается класть какую-либо гирю на ту чашу весов, где кладется продукт.)

120. Сколько положительных целых чисел, меньших 100, удовлетворяют следующему условию:

a) делится и на 2, и на 3;

b) делится на 2, но не на 3;

c) делится на 3, но не делится на 2;

d) делится или на 3, или на 2;

e) не делится ни на 2, ни на 3?

ЗАДАНИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ОЦЕНКЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

1. Вы можете купить круглую жевательную резинку 7 разных цветов в специальном автомате. Пока Лейло смотрела, люди купили из автомата 306 жвательных резинок, и 23 из них были синими.
Какова вероятность того, что следующая жевательная резинка, купленная в этом автомате, будет синей? Запишите ответ в виде обыкновенной дроби.

2. Найдите значения x и y, удовлетворяющие уравнениям

$$3x + y = 13$$
$$5x - y = 27$$

3. 2. Жамиля построила график функции:

• График представляет собой прямую линию.

• График пересекает ось oy в точке (0; 3).

Графиком какой из перечисленных функций он может быть?

A) $y = x^2 + 3$ B) $y = 3x + 1$ C) $y = 3x^2 - 1$ D) $y = x + 3$

4. Приведена формула для расчета температуры воздуха (t °C) на высоте y метров над уровнем моря при температуре x °C на уровне моря. Если температура на уровне моря 21 °C, то какая температура на вершине горы на высоте 2000 m?

$$t = x - \frac{6,5}{100} y$$

5. 5. Какая пара чисел (x; y) удовлетворяет уравнению 3x + 4y = 24 ?

A) (0; 8) B) (3; 4) C) (4; 3) D) (6; 0)

6. 6. Для каждого высказывания выберите “верно” или “не верно”

Высказывание	верно	не верно
Число 8^{16}в 8 раз больше числа 8^{15} sonidan 8 barobar katta		
Число 8^{10} в 10 раз больше числа 8 sonidan 10 barobar katta		

7. Найдите значение выражения $(-5)^{43} + (-1)^{43} + 5^{43}$.

A) –1 B) 1 C) 0 D) 5

8. Найдите последнюю цифру числа 7^{190}?

A) 1 B) 3 C) 7 D) 9

9. 9. Какое из выражений ближе к значению выражения $\frac{7,21 \cdot 3,86}{10,09}$

A) $\frac{7\cdot 3}{10}$ B) $\frac{7\cdot 4}{10}$ C) $\frac{7\cdot 3}{11}$ D) $\frac{7\cdot 4}{11}$

10. Чему равна сумма трех последовательных чисел, второе из которых равно 2n?

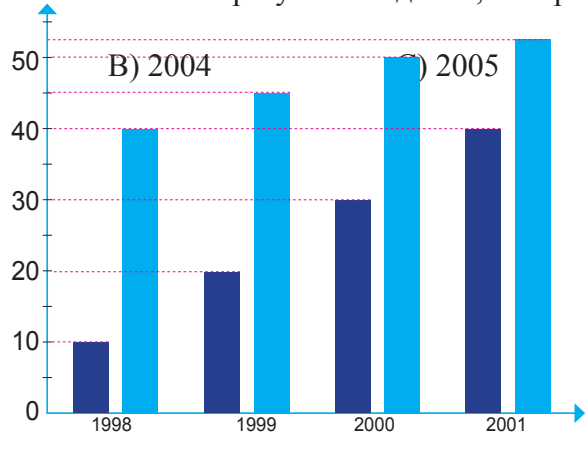
A) $6n + 3$ B) $6n$ C) $6n - 1$ D) $6n - 3$

11. В мероприятии принимают участие m мальчиков и n девочек. Каждый принес по 2 шара. Какое из следующих выражений представляет собой общее количество шаров?

A) $2(m + n)$ B) $2+ (m + n)$ C) $2m + 2$ D) $m + 2n$

12. На графике представлена диаграмма продаж двух видов питьевой воды (виноградной и лимонной) за 4 года. Если в ближайшие 10 лет объем продаж не изменится, то в каком году объем продаж виноградного напитка сравняется с объемом продаж лимонного напитка? Объясните результат задания, построив график функции.

A) 2003 B) 2004 C) 2005 D) 2006



13. Какая запись определяет выражение $xy + 1$?

A) Прибавьте к 1 y, затем умножьте на x

B) Умножьте x и y на 1

C) Сложите x и y, затем прибавьте1

D) Умножьте x и y, затем прибавьте 1

14. В таблице указана длина тени куста разной высоты в 10 часов утра. Какова длина тени куста высотой 50 см в 10 часов утра?

A) 36 cm B) 38 cm C) 40 cm D) 42 cm

Высота куста (cm)	Длина тени (cm)
20	16
40	32
60	48
80	64

15. Компания «Реал Бургер» имеет 5 ресторанов. Количество сотрудников в этих пяти ресторанах составляет 12, 18, 19, 21 и 30 человек соответственно.

- Найдите среднее арифметическое количества сотрудников в пяти ресторанах.
- Найдите медиану числа сотрудников в пяти ресторанах.
- Если количество сотрудников в ресторане с 30 сотрудниками увеличить до 50, как это повлияет на среднее арифметическое и медиану выше?

16. $x + y = 12$ va $2x + 5y = 36$. Найдите значения x и y.

A) $x = 2, y = 10$ B) $x = 4, y = 8$ C) $x = 6, y = 6$ D) $x = 8, y = 4$

17. Какие из выражений равны выражению $4(3 + x)$?

A) $12 + x$ B) $7 + x$ C) $12 + 4x$ D) $12x$

18. Выразите значение выражения $256 \cdot 4096$ в виде степени числа 4, используя приведенную ниже таблицу.

4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6
4	16	64	256	1024	4096

A) 4^{10} B) 4^{11} C) 4^{12} D) 4^{13}

19. В специальном оборудовании имеется 100 конфет, при повороте ручки которого выпадает 1 конфета. Конфеты в нем синие, розовые, желтые и зеленые, каждая в равных количествах и перемешаны. Максуд повернул ручку оборудования и получил одну розовую конфету. Настала очередь Мурада вращать ручку. Каково правильное утверждение о вероятности Мурада получить розовую конфету?

A) Он точно получит розовую конфету.

B) Это более вероятно, чем Максуд получит розовую конфету.

C) Вероятность этого такая же, как вероятность того, что Максуд получит розовую конфету.

D) Это менее вероятно, чем Максуд получит розовые конфеты.

20. Из 400 выпускников школы 50 планируют поступать в университеты, 100 – в политехнические техникумы, 150 – в бизнес-колледж, остальные – работать. Покажите соответствующие доли этих студентов в круговой диаграмме . Проставьте на диаграмме соответствующие символы.

21. Таксомоторная компания взимает с таксиста в обязательном порядке 2,5 тысячи сум за каждую поездку и 0,2 тысячи сум за каждый пройденный километр. Какое из следующих выражений представляет стоимость такси, проехавшего n километров?

A) $2,5 + 0,2n$ B) $2,5 \cdot 0,2n$ C) $0,2 \cdot (25 + n)$ D) $0,2 \cdot 2,5 + n$

22. Длина доски 40 cm. Она была разделена на 3 части. Длина части следующая (в cm):

$2x - 5$ $x + 7$ $x + 6$

Найдите длину самой длиной части.

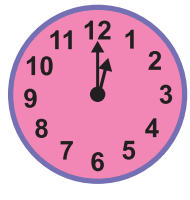
23. Ученики хотят отправиться на экскурсию в музей. Обед на весь класс стоит 10 000 сум. Входной билет для каждого ученика составляет 15 000 сум. В классе x учеников. Общая стоимость экскурсии k тысяч сум. Напишите формулу для вычисления значения k.

24. Верны или не верны следующие утверждения для любого натурального числа n?

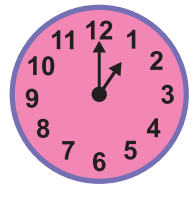
	Верно	*Не верно*
$n + 4 = 4 + n$		
$n - 5 = 5 - n$		
$n \cdot 6 = 6 \cdot n$		
$n : 7 = 7 : n$		

25. Ганс (Берлин, Германия) и Марк (Сидней, Австралия) постоянно общаются друг с другом посредством сети Интернет. Для разговора они должны быть одновременно подключены к Интернету.Чтобы определить правильное время, Марк изучил временные шкалы в различных частях мира и получил следующую информацию:

Berlin vaqti	Sidney vaqti
3:25	
	20:30
13:00	
	3:00



Гринвич 24:00



Берлин 1:00



Сидней 10:00

1-задание. Изучите ситуацию общения в Интернете и заполните таблицу.

2-задание. Поговорите с учителями географии и физики (интервью), соберите информацию из Интернета, заполните таблицу и обоснуйте свои ответы.

По Гринвичу	Самарканд, Узбекистан	Санкт-Питербург, Россия	Нью-Йорк, США	Сеул, Корея
24:00				
	16:00			
		2:30		
			13:50	
				20:15

ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Сумма двузначного числа и этого числа, записанного в обратном поряке, дает квадрат натурального числа. Найдите все такие числа.

2. Внутри квадратного пруда в 1 m от его сторон разбит небольшой сад. У нас есть 2 доски по 1 m. Как с помощью этих досок попасть в этот сад?

3. Дядя Аслиддин провел в селе свой 90-дневный отпуск. При этом он строго следовал следующим правилам: каждый второй день ходил купаться, каждый третий день ходил покупать продукты в магазине, а каждый пятый день работал в саду. В первый день дядя Аслиддин сделал всю работу сразу и очень устал. Сколько дней в отпуске:
A) "приятный" (сегодня он только купается);
B) "скучный" (ничего не делает);
C) "тяжелый" (день, когда должен сделать три дела)?

4. A) Сколько натуральных чисел меньше 200, в записи которых есть ицифра 1, и цифра 2?
B) сколько существует натуральных чисел меньше миллиона, в которых присутствуют все три цифрычисла 1, 2 и 3?

5. Мурад пробежал 9 641 m в гонке на 10 km.Потом он прошел 3 456 dm и 12 340 mm. Потом он устал и остановился. Сколько еще сантиметров до финиша осталось пробежать Мураду?

6. Джамиля, Комила, Лейла и Максуд сидят за столиком в вагоне. Двое из них сидят по ходу движения, а двое других сидят против движения поезда. Двое из них сидят у окна, а двое других сидят на скамейке у коридора. Насколько мне известно:



– Джамиля сидит по диагонали напротив Лейлы;
– Максуд сидит лицом впо ходудвижения;
– Комила сидит на месте рядом с Джамилей.
Что из перечисленного я еще могу узнать?
A) Лейла сидит против движения.
B) Лейла сидит на месте у окна.
C) Комила сидит на месте возле коридора.
D) Джамиля сидит напротив Максуда.

7. Клиника работает с 9:00 до 17:00. На каждый визит пациента отводится 15 минут, каждому врачу предоставляется 30-минутный перерыв на обед.
Если вклинике работают 4 врача, сколько пациентов можно принять за один день?

8. Сакине дали 30 вопросов для домашнего задания по математике. На решение каждого из первых 20 вопросов уходит 3-5 минут, последних 10 вопросов 5-10 минут.
Сакина начинает свою домашнюю работу в 19:00 и делает 15-минутный перерыв каждые 30 минут. Она всегда заканчивает любой вопрос, над которым работает, за 30 минут, а затем делает перерыв. В какое самое раннее время она может закончить свою домашнюю работу

9. У продавца есть 10 гирь разного веса. Вес гирь увеличивается на 1 грамм, 2 грамма, 3 грамма соответственно, при этом последняя гиря весит 10 грамм. С их помощью определите:
A) Сколькими способами продавец может взять две из них, чтобы их общий вес был нечетен?
B) Сколькими способами продавец может взять 3 гири, чтобы их общий вес делится на 3?
C) Сколькими способами продавец может получить 24 грамма этих гирь?

10. Разность неизвестного числа с 20 равна разнице этого числа с 32. Какое это число?

11. В Барно одинаковое количество кошек и цыплят. Когда Барно сосчитала ноги питомцев, их оказалось 48. Сколько цыплят у Барно?

12. Малика и Рано изготовили бумажных птичек для украшения елки, и количество украшений, сделанных Маликой, на 8 больше, чем у Рано. Если девочки изготовили всего 26 украшений, найдите количество украшений, сделанных Рано.

13. У продавца есть гири весом 1 kg, 3 kg, 5 kg, 7 kg и 9 kg. Какой вес он сможет измерить с их помощью на весах? (При этом не допускается класть какую-либо гирю на ту чашу весов, где кладется продукт.)

14. Какое из приведенных ниже предложений верно?
Лобар проехала 6 km до дома своей тети. Спидометр велосипеда показывал, что всю дорогу она ехаласо скоростью 18 km /h.
A) Лобар потребовалось 20 минут, чтобы добраться до дома своей тети.
B) Лобар потребовалось 30 минут, чтобы добраться до дома своей тети.
C) Лобар потратила 3 часа, чтобы добраться до дома своей тети.
D) Невозможно узнать, сколько времени потребовалось Лобар, чтобы добраться до дома своей тети.

15. Дильбар отправилась на берег реки, которая находится в 4 km от ее дома. Ей потребовалось 9 минут, чтобы добраться до реки. На обратном пути домой она решила пройти по короткому трехкилометровому маршруту. Домой она пришла по короткому маршруту за 6 минут. С какой средней скоростью Дилбар шла к реке и обратно?

16. Из дома в школу я дохожу за 30 минут. Мой братишка идет 40 минут. Если братишка выйдет раньше меня на 5 минут, за сколько минут я его догоню?

17. Собравший яблоки мальчик, отдал половину всех яблок и половину яблока первому встретившемуся ему другу, второму другу половину оставшихся яблок и половину яблока, а третьему другу половину оставшихся яблок и половину яблока. После этого он сам съел оставшиеся 3 яблока. Сколько яблок сорвал мальчик и сколько яблок дал каждому другу?

18. Дети играли в викторину. За правильный ответ начисляется 2 ореха. 3 ореха будут вычтены за неправильный ответ. После 15 игр 1 мальчик не выиграл и не проиграл. Сколько правильных и сколько неправильных ответов дал этот ребенок?

19. Если из заданного трехзначного числа вычесть 7, то разность будет делиться на 7.

Если мы вычтем 8, разность будет делиться на 8. Если вычесть 9, то разность будет делится на 9. Найдите заданное число.

20. Если цена всех товаров уменьшится на 20%, на сколько процентов увеличится покупательная способность населения?

21. У 12 человек было 12 тысяч сум. У каждого мужчины по 2000 сум, у каждой женщины по 500 сум, у каждого ребенка по 250 сум. Сколько детей было среди этих 12 человек?

22. 55% свежесобранного винограда составляет вода. Влажность изюма 15%. Сколько винограда нужно для приготовления 10 kg изюма?

23. Одно из чисел a, b и c положительное, одно отрицательное и одно равно 0. При этом |имеет место равенство |a| = b2 (b - c). Какие из данных чисел могут быть положительными?

24. Поезд длиной 450 m проезжает по мосту за 45 секунд, мимо симофора — за 15 секунд. Найдите скорость и длину поезда.

25. Пассажиры трамвая вышли на второй остановке, и половина их мест в вагоне пустовало. Если после этой остановки количество пассажиров увеличилось на 8%, и известно, что в трамвай помещается не более 70 человек, то сколько человек вышло на второй остановке?

26. Морская вода содержит 5% соли. Сколько к 40 литрам морской воды нужно добавить литров пресной воды, чтобы количество соли в полученной воде составило 2%?

27. Цена на картофель выросла на 20% из-за непогоды. Вскоре после этого его цена была снижена на 20%. Конечная цена картофеля ниже или выше начальной цены? На сколько процентов?

28. Два ученика отправились одновременно из одного дома в одну и ту же школу. Один из них делает шаг на 20% короче, чем у другой, но этот ученик за то же время делает на 20% больше шагов, чем другой. Кто из учеников придет в школу первым?

29. Стоимость входного билета на стадион – 200 сум. После снижения стоимости билета количество пассажиров увеличилось на 25%, а выручка увеличилась на 12,5%. Сколько сумов стоил билет после скидки?

30. Автомобиль ехал из города в кишлак со скоростью 50 km/h, а обратно со скоростью 30 km/h. Найдите его среднюю скорость на всем пути.

31. Два грузовика отправились из пункта A в пункт B одновременно. Первый половину времени, затраченного на весь путь, ехал со скоростью 50 км/ч, и со скоростью 40 км/ч остальное время. Второй грузовик проехал первую половину пути со скоростью 40 км/ч, а вторую половину со скоростью 50 км/ч. Какая машина доедет до пункта B первой?

скачано с сайта www.idum.uz

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕРМИНЫ

	Термин	Словарное значение и комментарии
1	Арифметика	Происходит от греческого слова «арифмос». означает искусство чисел.
2	Алгебра	Это европейское произношение слова «аль-джабр» в произведении Аль-Хорезми «Аль-джабр ва аль-мукабала»,
3	:	Определение знака деления с помощью двоеточия ввел в науку немецкий ученый Лейбниц в XVI веке.
4	Коэффициент	Происходит от латинского слова «coeffi ciens». значит помощник. Этот термин был введен Франсуа Виетом в конце XVI века.
5	“Положительно”и “отрицательно”	Али Кушчи использовал его в 1425 году в своем произведении под названием «Хисаб Рисола» («Китобул Мухаммадия»).
6	Натуральный	Происходит от латинского слова «натуральный», означает настоящий или естественный.
7	Параллельно	Происходит от греческого слова «parallelas», В переводе это означает бок о бок.
8	Перпендикуляр	Происходит от латинского слова“perpendicularies” и означает вертикально.
9	+ и -	Термины «плюс» (лат. plus — больше) и «минус» (лат. minus — меньше) были написаны Фибоначчи в 1202 г. Они фигурируют в произведении «Зибер Абаси».
10	Процент	Происходит от латинского слова «percentum», что означает «сотня».
11	Пропорция	Это сочетание латинских слов «pro» и «portia», что в переводе означает «два».
12	Симметрия	Представляет собой сочетание греческих слов“sym” и “metrio
13	Система	Происходит от греческого слова “systhema” и в переводе означает состоящий из частей, объединенный в целое.
14	Формула	Происходит от латинского слова “formula” и означает известный закон
15	Функция	Происходит от латинского слова «funcilo», что в переводе с означает быть, выполняться. Лейбниц ввел этот термин в науку в 1673 году.
16	Десятичная дробь	Ввел Джамшид Коши в своем произведении «Арифметика Калити» («Мифтахул-Хисоб»), написанном в 1427 году.
17	Десятичная дробь	Запись десятичных дробейего в нынешнем виде было введено в науку французским математиком Виетом в XVI веке.
18	( )	Скобки были введены в математику в первой половине XVII века
19	Вертикаль	Происходит от латинского слова «vertucalus» и в переводе с означает стоя.
20	Градус	Происходит от латинского слова “gradus”, означающего степень или этап.

скачано с сайта www.idum.uz

O‘quv nashri

Аббос Акмалов , Жамолладин Сапарбоев, Дилмурод Бойтиллаев,
Эргаш Каримов, Мураджан Ходжаниязов

АЛГЕБРА

Учебник для 7-классов средних общеобразовательных школ

Редактор Орифжан Мадвалиев
Художественный редактор Сарвар Фармонов
Художник Бехзод Зуфаров
Дизайнер Алимардон Акилов
Технический редактор Акмаль Сулайманов
Редактор страниц Ильхом Болтаев
Корректор Хуршидбек Ибрагимо

Печать разрешена 00.00.2022 г. Размер 60x84 1/8.
Графика Times New Roman.Кегль 12 шрифт. Офсетная печать.
Условная печатная форма 00.00. Счет издательства 00.00.
Количество 000 000 экз. Заказ № 0000.

скачано с сайта www.idum.uz

Таблица, показывающая состояние арендованного учебника

№	Имя и фамилия ученика	Учебный год	Состояние учебника на начало года	Подпись классного руководи-теля	Состояние учебника на конец года	Подпись классного руководи-теля
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

В связи с сдачей учебника в аренду и возвратом в конце учебного года указанная выше таблица заполняется классными руководителями на основании следующих критериев оценки:

Новый	Состояние учебника при первом использовании.
Хорошее	Обложка целая, не отделена от основной части учебника. Все страницы в наличии, не порваны, на страницах нет записей и помарок.
Удовлетвори-тельное	Обложка помята, слегка испачкана, края стерты, есть отрыв от основного корпуса учебника, но удовлетворительно восстановлен. Вырванные страницы восстановлены, некоторые страницы исчерчены.
Неудовлетво-рительное	Обложка порвана, на ней начерчено, оторвана от корпуса, либо полностью отсутствует, либо плохо склеена. Страницы порваны, некоторые отсутствуют, исчерчены. Учебник восстановлению не подлежит.